

خوشه‌بندی بارش ایران با استفاده از روشی نوین مبتنی بر کاربرد

نگاشت SVD و خوشه‌بندی فازی FCM

همت‌اله رورده^{۱*}، جمال قاسمی^۲، یداله یوسفی^۳، زهره قاسمی^۴

^۱استادیار گروه جغرافیا و برنامه‌ریزی شهری دانشکده علوم انسانی و اجتماعی دانشگاه مازندران
^۲استادیار گروه مهندسی برق دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی برق، دانشگاه مازندران
^۳استادیار گروه جغرافیا و برنامه‌ریزی شهری دانشکده علوم انسانی و اجتماعی دانشگاه مازندران
^۴کارشناس ارشد اقلیم شناسی شهری دانشگاه مازندران
تاریخ دریافت: ۹۵/۷/۱۲؛ تاریخ پذیرش: ۹۶/۴/۲۴

چکیده

هدف این پژوهش خوشه‌بندی بارش ایران به منظور شناخت تفاوت‌های مکانی آن است. داده‌های روزانه بارش، رطوبت نسبی و دمای نقطه شبنم ۶۳ ایستگاه کشور در بازه زمانی ۱۹۸۵ تا ۲۰۱۳ از سازمان هواشناسی کشور اخذ شد. این داده‌های خام با استفاده از روش نگاشت تجزیه به مقادیر منفرد SVD، فشرده و کاهش بعد داده شد و به‌عنوان ویژگی‌های غیرخطی آماده‌سازی شدند. روش نگاشت SVD به‌صورت غیرخطی داده‌ها را فشرده می‌کند و می‌تواند مقادیر منفرد را به‌دست‌آورد که این مقادیر همبستگی مستقیمی با اطلاعات موجود دارد. علاوه بر این ویژگی‌ها ۹ ویژگی بارش شامل روزهای بارش سنگین با میزان بزرگ تر مساوی ۱۰ میلی‌متر، روزهای بارش خیلی سنگین با میزان بزرگ تر مساوی ۲۰ میلی‌متر، روزهای بارش بزرگ تر مساوی ۲۵ میلی‌متر، بزرگ ترین تعداد روزهای خشک متوالی CWD، بزرگ ترین تعداد روزهای تر متوالی CDD و تعداد روزهای بارش در هر فصل به‌عنوان ویژگی‌های خطی از بارش روزانه استخراج شد. در مرحله نهایی این ویژگی‌های خطی و غیرخطی به هم الحاق شده و به سیستم خوشه‌بندی فازی وارد شدند. نتایج این تحقیق ۶ خوشه بارشی را در ایران نشان داد. نواحی ساحلی خزر، سواحل خلیج فارس و دریای عمان، نواحی بسیار خشک مرکزی، نواحی نیمه‌خشک، نواحی کوهستانی و نیمه کوهستانی در خوشه‌های مجزا قرار گرفتند که با عرض جغرافیایی، توپوگرافی ایران و دوری و نزدیکی از دریا و منابع رطوبتی مطابقت نشان می‌دهند. مقایسه نتایج این خوشه‌بندی با روش‌های دیگر که تاکنون انجام شده است حاکی از تفکیک و جداسازی قابل قبول ایستگاهها و خوشه‌ها با توجه به میزان بارش ایستگاه‌ها و عوامل موثر بر آن می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: بارش، خوشه‌بندی فازی، SVD، ویژگی‌های خطی و غیرخطی، ایران

مقدمه

فرسایش خاک، هیدرولوژی، مدیریت منابع آب و آبخیزداری مهم است.

طرح مسئله: یکی از راه‌های برنامه‌ریزی و مدیریت مبتنی بر بارش، شناخت خصوصیات بارندگی هاست. از ابزارهای بسیار مفید در فهم نظام زمانی - مکانی بارش، پهنه‌بندی مبتنی بر بارش است. در ایران بارش از متوسط جهانی بسیار کمتر و ناهنجاری‌های آن در حال افزایش است (کیاکیانیان و همکاران، ۱۳۹۵: ۱۷۵). در مجموع برای پهنه‌بندی عناصر آب و هوایی به‌ویژه بارش تحقیقات بسیاری صورت گرفته

در ایران بارش یکی از متغیرهای اساسی برای ارزیابی مهبیایی بالقوه‌ی منابع آب بوده، اما توزیع زمانی و مکانی آن بسیار ناموزون است و به همین دلیل توزیع منابع آب کشور یکنواخت نیست (مسعودیان، ۱۳۸۶: ۸۱). تعیین الگوی بارش برای طراحی و مدیریت بهینه‌ی فعالیت‌های مرتبط با آب نظیر تعیین مناطق مستعد برای کشت دیم، مطالعات

کرده‌اند. پردازش ۵۸۸ نقشه هم بارش ماهانه نیم‌قرن اخیر ایران توسط مسعودیان و عطایی (۱۳۸۴) نشان می‌دهد که پنج ناحیه بارشی با فصول تقریباً متمایز از یکدیگر در ایران وجود دارد و در این نواحی حداقل دو فصل و حداکثر سه فصل بارشی قابل تفکیک است. با استفاده از بارندگی سالانه ۲۸ ایستگاه سینوپتیک و با روش سلسله‌مراتبی تحلیل خوشه‌ای و گشتاورهای خطی، مدرس (۱۳۸۶) هشت منطقه بارشی همگن در ایران را شناسایی نمود. در حیطه داده‌های حوزه منطقه فازی و غیرعددی محمودنژاد (۱۳۸۸) با انتخاب ایستگاه‌های هواشناسی با دوره آماری بیش از ۲۰ سال و با استفاده از شیوه‌های زمین‌آمار و منطق فازی، مناطق همگن اقلیمی را در ۱۲ پهنه تقسیم‌بندی نموده است. اشرفی (۱۳۸۹) با استفاده از هشت ویژگی بارش و بهره‌گیری از روش تحلیل خوشه‌ای و تحلیل ممیزی بارش شمال‌غرب ایران را پهنه‌بندی نموده است و نتایج به‌دست‌آمده حاکی از وجود چهار ناحیه بارشی در محدوده مورد مطالعه است. برای پهنه‌بندی بارش پاییزه ایران صمدی و محمدی (۱۳۸۹) از روش توابع متعامد تجربی بهره گرفتند و نتایج حاصل بیانگر تفکیک مطلوب نواحی بارشی متناسب با شرایط اقلیمی حاکم بر آن‌ها است. نادری و خلیلی (۱۳۹۲) به منظور تفکیک الگوهای بارش در ایران پس از امتیازدهی عاملی به متغیرهای انتخاب‌شده، به گروه‌بندی امتیازات عاملی با الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی پرداختند و شش ناحیه بارشی در گستره‌ی کشور حاصل شد. برای شناسایی و پهنه‌بندی رژیم بارشی استان کردستان محمودی و علیجانی (۱۳۹۳) از داده‌های ماهانه ۸۳ ایستگاه سینوپتیک، اقلیم‌شناسی و باران‌سنجی بهره بردند و این منطقه را با استفاده از تحلیل خوشه‌ای و اطلاعات بارش ماهانه پهنه‌بندی نمودند. بر اساس این روش دو رژیم بارشی متفاوت با عناوین رژیم بارشی زمستانه و رژیم بارشی زمستانه-بهاره قابل تفکیک بود. خورشیددوست و شیرزاد (۱۳۹۳) در بررسی و تحلیل بارش‌های ناحیه شمال ایران از روش تحلیل خوشه‌ای و تجزیه تابع تشخیص بهره برده‌اند و نتایج نشان داد

است که از روش‌های گوناگونی بهره برده‌اند. طبقه‌بندی اقلیمی از اوایل قرن بیستم مورد توجه اقلیم‌شناسان قرار گرفته است. تاکنون سه نوع روش برای طبقه‌بندی عناصر اقلیمی، طبقه‌بندی تجربی، ژنتیک و چندمتغیره به کار گرفته شده است. از جمله روش‌های چندمتغیره که در مطالعات اقلیمی مورد توجه قرار گرفت می‌توان به روش‌های تحلیل خوشه‌ای و تحلیل ممیزی (تابع تشخیص^۱) اشاره نمود.

یکی از نخستین کوشش‌ها برای شناسایی نواحی بارش ایران توسط دومروس^۲ و همکاران (۱۹۹۸) صورت گرفت که با استفاده از تحلیل مؤلفه اصلی و تحلیل خوشه‌ای، برای ۷۱ ایستگاه در ایران سه جزء اصلی و ۵ رژیم بارش ماهانه شناسایی کردند. سیرت^۳ و همکاران (۲۰۰۷) داده‌های بارش در اتریش را طی سال‌های ۱۹۷۰ تا ۱۹۹۳ با استفاده از روش تحلیل خوشه‌ای به هفت الگوی همدید و هفت ناحیه بارشی تقسیم‌بندی کردند. دیکباس^۴ و همکاران (۲۰۱۲) در یک مطالعه، روش خوشه‌بندی فازی (FCM^۵) را در طبقه‌بندی سری بارش و شناسایی گروه‌های هیدرولوژیکی همگن استفاده نمودند. میونگ و همکاران (۲۰۱۶) با پیش‌بینی تغییرات بارش در ایستگاه‌های اطراف شیکاگو به خوشه‌بندی نواحی بارشی این ایستگاه‌ها پرداختند. در ایران مطالعات متعددی برای پهنه‌بندی بارش صورت گرفته است. علیجانی (۱۳۷۴) نواحی بارشی ایران را با در نظر گرفتن ویژگی‌های مهم بارندگی و با استفاده از روش سینوپتیک در ۶ گروه ناحیه خزر غربی، ناحیه خزر شرقی، ناحیه کردستان، ناحیه آذربایجان و زاگرس اصلی، ناحیه خراسان شمالی و ناحیه خشک طبقه‌بندی نمود. در پهنه‌بندی بارش ایران دین‌پژوه و همکاران (۱۳۸۲) با استفاده از متغیرهای ۷۷ ایستگاه کشور را با روش تجزیه به عامل‌ها و تجزیه خوشه‌ای به شش ناحیه همگن و یک ناحیه غیرهمگن تقسیم

1. Detection function
2. Domroes
3. Sibert
4. Dikbas
5. Fuzzy C-Means

که ویژگی خطی محسوب می‌شوند، خوشه‌بندی انجام خواهد شد.

خوشه‌بندی فازی FCM: افزایش روزافزون مشاهدات اقلیمی، ظهور کامپیوترهای پیشرفته و تغییر نگرش نسبت به پدیده‌های طبیعی اقلیمی موجب گردیده که روش‌های طبقه‌بندی چندمتغیره مورد استقبال اقلیم‌شناسان قرار گیرد. تحلیل خوشه‌ای یکی از روش‌های آماری پرکاربرد در بسیاری از شاخه‌های علمی است (کلانتری، ۱۳۸۷: ۴۳) و یکی از مهم‌ترین روش‌هایی است که به‌طور گسترده و فزاینده برای تجزیه و تحلیل داده‌های چند متغیره استفاده می‌شود (کترینگ^۱، ۲۰۰۶: ۱۵). تحلیل خوشه‌ای به‌دلیل پیدا کردن گروه‌های واقعی و نیز کاهش داده‌ها مفید و ارزشمند است (مانلی^۲، ۱۹۴۴). هدف پایه تحلیل خوشه‌ای یافتن گروه‌های طبیعی است، که می‌توانند شامل تمامی یا برخی افراد نمونه باشند (چتفیلد و کولینز^۳، ۱۹۹۲). روش سامانه‌ها و خوشه‌بندی فازی یکی از تکنیک‌های نو در شناخت پدیده‌هایی است که با تاکید بر بیان متغیرهای زبانی و شاخص‌های میزان درجه عضویت اعضا، میانگین و عرض همپوشانی به کمک قوانین استنتاج فازی انجام می‌گیرد. هدف اصلی این سامانه که بر پایه نقش تمامی اجزای یک سیستم در شکل‌گیری یک پدیده استوار است، نشان دادن مرزها در فضای خاکستری در خصوص جداسازی جوامع از یکدیگر است.

منظور از روش خوشه‌بندی فازی (FCM) مجموعه‌ای از داده‌های $\{x_1, \dots, x_n\}$ مدنظر قرار می‌گیرد. هدف خوشه‌بندی فازی دسته‌بندی داده‌ها به تعداد C خوشه است که به‌صورت ماتریس $U = [\mu_{ik}]_{C \times n}$ بیان شده است (رابطه ۱)؛ و در آن μ_{ik} درجه عضویت و تعلق داده K ام به خوشه‌ی C ام است (رابطه ۲) که به‌صورت زیر مدل می‌گردد:

$$0 \leq \mu_{ik} \leq 1 \quad (1)$$

که در منطقه مورد مطالعه می‌توان چهار خوشه عمده بارشی را ترسیم نمود. نظم‌فر و گلدوست (۱۳۹۳) به پهنه‌بندی آب‌وهوای شمال و شمال‌غرب ایران با استفاده از تحلیل عاملی و تحلیل خوشه‌ای پرداختند و ۱۰ ناحیه اقلیمی در بخش شمال و شمال‌غرب ایران شناسایی گردید. در مطالعه موردی حوضه کاکاشرف خرم‌آباد بهاروند و سوری (۱۳۹۴) به پهنه‌بندی خطر زمین‌لغزش با استفاده از روش منطق فازی و مدل تراکم سطح پرداختند. طاهایی و همکاران (۱۳۹۵) به بررسی الگوهای هم‌دید بارش‌های فوق‌سنگین غرب و جنوب غرب حوض آبخیز دریاچه ارومیه پرداختند و با استفاده از تکنیک آماری تحلیل عاملی و خوشه‌بندی به روش وارد الگوهای هم‌دید خوشه‌بندی شدند.

با توجه به مطالعات صورت گرفته برای پهنه‌بندی و خوشه‌بندی بارش می‌توان دریافت اکثر این مطالعات با استفاده از روش‌های تقریباً مشابه و یکسان از جمله تحلیل ممیزی، تحلیل خوشه‌ای، توابع متعامد تجربی، استفاده از فواصل اقلیدسی انجام شده‌اند و این مسئله، استفاده از یک روش جدید و متناسب در این زمینه را برای خوشه‌بندی درخور توجه می‌نماید. به این منظور این تحقیق با هدف بهره‌گیری از روشی نوین و البته مؤثر و نتیجه‌بخش با روش تجزیه به مقادیر منفرد اقدام به آماده‌سازی متغیرها برای انجام خوشه‌بندی فازی خواهد نمود؛ و کارایی و یا عدم کارایی این روش مورد بحث قرار خواهد گرفت و پاسخ این سؤال که آیا استفاده از SVD^۱ و انجام خوشه‌بندی فازی روش مناسبی بوده یا نه مشخص خواهد شد.

مفاهیم، دیدگاهها و مبانی نظری

در این تحقیق که مبتنی بر استفاده از نگاهت تجزیه به مقادیر منفرد (SVD) و خوشه‌بندی فازی است بعد از استخراج ویژگی‌های غیرخطی از سه ویژگی بارش، رطوبت نسبی و دمای نقطه شبنم توسط (SVD) و سپس افزودن شاخص‌های بارشی مورد نظر

2. Kettenring
3. Manly
4. Chatfield & Collins

1. Singular value decomposition

منفرد را به دست آورد که این مقادیر همبستگی مستقیمی با اطلاعات موجود دارد و هرچه اطلاعات همبسته تر بوده و در یک راستا باشد این مقادیر منفرد بزرگ تر خواهند بود و هرچه اطلاعات در فضای بیان مسئله متفرق تر و پراکنده تر باشند این مقادیر کوچک تر می شوند و بر این اساس، مقادیر منفرد استخراج شده می توانند به عنوان ویژگی های مناسبی به کار روند.

SVD ماتریس E را می توان با ابعاد $m \times n$ به صورت تجزیه ماتریس E به سه ماتریس U، Σ و V رابطه (۴) نشان داد:

$$E_{m \times n} = U_{m \times m} \Sigma_{m \times n} V_{n \times n}^T \quad (4)$$

ماتریس U و V ماتریس هایی متعامد بوده و Σ ماتریسی قطری با ابعاد $m \times n$ است که عناصر قطر اصلی شامل مقادیر منفرد (σ) می باشند، به نحوی که این مقادیر به طور نزولی روی قطر اصلی ماتریس Σ قرار گرفته اند (رابطه ۵):

$$\sigma_{1,1} \geq \sigma_{2,2} \geq \dots \geq \sigma_{n \times n} \geq 0 \quad (5)$$

U ماتریس بردارهای ویژه سمت چپ، Σ ماتریس مقادیر ویژه قطری و V ماتریس بردارهای ویژه سمت راست می باشند.

روش تحقیق

برای انجام این تحقیق داده های خام روزانه بارش، دمای نقطه شبنم و رطوبت نسبی برای تعداد ۶۳ ایستگاه سینوپتیک و کلیماتولوژی با طول دوره آماری ۲۹ سال (۱۹۸۵-۲۰۱۳) که در کل کشور پراکنده اند، استفاده شده است (شکل ۱). داده های مفقود که درصد بسیار کمی از اطلاعات را شامل می شد، با استفاده از رگرسیون با اطلاعات ایستگاه های مجاور بازسازی گردید.

$$\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1 \quad (2)$$

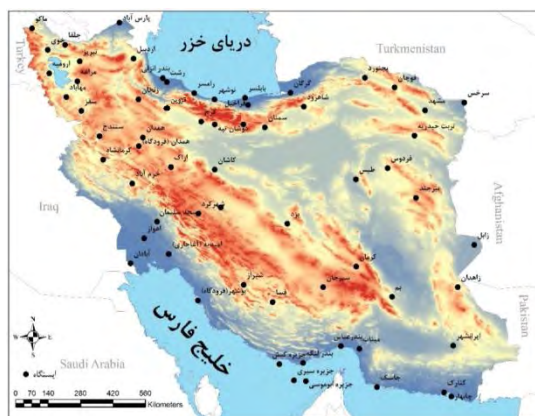
که در آن i تعداد خوشه ها و k تعداد داده ها است رابطه (۳). از طرف دیگر می توان نشان داد که با کمینه کردن تابع هدف زیر، داده های موجود در هر خوشه نسبت به داده های موجود در خوشه های دیگر از شباهت بیشتر برخوردار خواهند بود.

$$J(p) = \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^c [\mu_{ik}]^m \|x_k - V_i\|^2 \quad (3)$$

در این رابطه m عددی بزرگ تر از یک است که میزان درجه عضویت را کنترل می کند x_k بردار داده ها، V_i مرکز خوشه i ام و $\|x_k - V_i\|^2$ نیز فاصله اقلیدسی بین بردار داده های و مراکز خوشه ها است.

نگاشت تجزیه به مقادیر منفرد SVD: امروزه ماتریس ها و جبر خطی جایگاه ویژه ای در فرآیندهای علمی و تحقیقاتی یافته و از آن ها به عنوان ابزاری جهت تسهیل و تسریع محاسبات پیچیده و گاه سنگین استفاده می شود. از مزایای دیگر ماتریس ها و جبر ماتریسی، امکان سازگاری و سهولت ارتباط آن با محیط های نرم افزاری و به خصوص محیط های برنامه نویسی بوده و همین امر نیز دلیلی بر رشد استفاده از این ابزار جالب و کاربردی شده است. روش تبدیل جزء اصلی^۱ به شکل های متفاوت در پردازش داده های مختلف به کار رفته و نتایج مطلوبی از آن حاصل شده است (جونز، ۱۹۸۵؛ همون و ماک، ۱۹۸۷). SVD روش تبدیل جزء اصلی را از دیدگاه دیگری بررسی می کند (فریری و آلریچ، ۱۹۸۸) و در محاسبات ماتریسی ابزار بسیار قدرتمندی است (ریچاردسون و زانت، ۲۰۰۵؛ آندرو و هانت، ۱۹۷۷ و آستر و همکاران، ۲۰۰۰). در این پژوهش از این روش به منظور فشرده سازی اطلاعات خام و استخراج ویژگی استفاده شده است. روش نگاشت SVD به صورت غیر خطی داده ها را فشرده می کند و می تواند مقادیر

1. Principal component transformation
2. Freire and Ulrych,
3. Richardson and Zandt
4. Andrews and Hunt
5. Aster and etal



شکل ۱: پراکندگی نقاط ایستگاهی در محدوده مورد مطالعه

در صورتی که روش‌هایی مثل خوشه‌بندی فازی در اصل باهدف خوشه‌بندی داده‌های غیرقطعی پایه‌گذاری شده‌اند. در این تحقیق به منظور ارائه یک تقسیم‌بندی دقیق‌تر از روش خوشه‌بندی فازی استفاده شده است. در فرایند خوشه‌بندی می‌توان داده‌های خام اولیه را پردازش نمود و ویژگی‌های مناسبی که بتوانند با حجم کم بخش بیشتری از اطلاعات را در خود جای دهند استخراج نمود. روش‌های مختلفی برای استخراج ویژگی‌های مناسب در سیستم‌های شناسایی الگو وجود دارد. یکی از روش‌های مهم برای استخراج ویژگی، استفاده از مقادیر ویژه داده‌ها است. به نظر می‌رسد ابزار قدرتمندی مثل SVD به منظور فشرده‌سازی اطلاعات و استخراج ویژگی‌ها، با از دست دادن حداقل اطلاعات می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. در این پژوهش به منظور مدیریت بهتر داده‌ها برای خوشه‌بندی، با ارائه این تکنیک جدید، مقادیر ویژه مناسبی استخراج می‌شود.

از آنجایی که در سال‌های اخیر داده‌های هواشناسی به صورت طولانی‌مدت و به طور عمده با روش دستی ثبت و نگهداری می‌شوند به نظر می‌رسد که بخشی از داده‌ها قطعی و دقیق نباشند یا به اصطلاح عدم قطعیت بالایی داشته باشند. با توجه به این موضوع به جای استفاده از روش‌های صلب (Crisp) در خوشه‌بندی داده‌های هواشناسی، استفاده از روش‌هایی که قابلیت مدل‌سازی عدم قطعیت را داشته باشند، می‌تواند منجر به مدل‌سازی بهتری شوند. یکی از مهم‌ترین روش‌هایی که در مدل‌سازی عدم قطعیت مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش‌های فازی است. تئوری مجموعه‌های فازی و منطق فازی را اولین بار لطفی‌زاده در رساله‌ای با عنوان "مجموعه‌های فازی- اطلاعات و کنترل" در سال ۱۹۶۵ معرفی نمود. در گذر تاریخ افراد بسیاری به منظور خوشه‌بندی از روش‌های مختلفی مانند k-means و غیره استفاده کرده‌اند که این روش‌ها عدم قطعیت را مدل نمی‌کنند



شکل ۲: ساختار پیشنهادی از مراحل آماده‌سازی اطلاعات و خوشه‌بندی فازی

پیش‌پردازش صورت می‌گیرد تا ماتریس‌های مورد نیاز برای گرفتن SVD و استخراج ویژگی‌ها در مرحله بعد

بر اساس ساختار پیشنهادی که در (شکل ۲) ارائه شده است بعد از جمع‌آوری داده‌های خام مرحله

ویژگی‌ها (بارش، رطوبت نسبی، دمای نقطه شبنم) می‌باشند. با توجه به تعداد ۱۲ ماه و ۳ ویژگی موجود، برای هر ایستگاه تعداد ۳۶ ماتریس ساخته می‌شود که این ماتریس‌ها به SVD وارد خواهند شد. از ماتریس به دست آمده SVD گرفته و از بین ویژگی‌های استخراج شده بزرگ‌ترین و اولین ویژگی به عنوان ویژگی غیرخطی انتخاب می‌گردد که به آن بزرگ‌ترین مقدار منفرد (Large Singular Value) می‌گویند (شکل ۳). البته می‌توان تعداد مقادیر منفرد را بیش از یک در نظر گرفت و اگر دو عدد بزرگ اول انتخاب شود دو عدد بزرگ‌ترین گفته می‌شود. حاصل $F_{i-j}^{k,w}$ خواهد بود که در آن W بعد ویژگی را نشان می‌دهد.

آماده گردد و در واقع ویژگی‌های با تعداد کمتر و فشرده‌تر تبیین‌کننده اطلاعات باشند. در مرحله پیش‌پردازش برای هر ایستگاه و برای هر ماه به ازای هر ویژگی مورد استفاده در پژوهش یک ماتریس به دست می‌آید (رابطه ۶).

$$E_{i-j}^{k,w} = \begin{bmatrix} y_{1,1} & y_{2,1} & \dots & y_{n \times 1} \\ y_{1,2} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & y_{n \times m} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (6)$$

در این ماتریس $y=1985:2013$ بیانگر سال، m بیانگر تعداد روزهای ماه مورد نظر و $n=29$ تعداد سال‌های دوره آماری مورد مطالعه هست. $i=1:63$ تعداد ایستگاه، $j=1:12$ تعداد ماهها و $k=1:3$ تعداد



شکل ۳: مراحل استخراج ویژگی‌های غیرخطی از داده‌ها و خوشه‌بندی

$$\begin{bmatrix} Fi_{1,1} & Fi_{1,2} & \dots & Fi_{1,p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Fi_{w,1} & Fi_{w,2} & \dots & Fi_{w,p} \end{bmatrix}_{w \times p} \quad (8)$$

در این ماتریس، p تعداد کل ویژگی‌ها برای هر ایستگاه و w شماره ایستگاه را نشان می‌دهد. بعد از استخراج ویژگی‌های غیرخطی، در مرحله بعد، مشخصه‌های بارشی مورد نظر (جدول ۱) که ویژگی‌های خطی محسوب می‌شوند، در قالب یک ماتریس جدید (رابطه ۹) آماده می‌شود.

$$\begin{bmatrix} Fi_{1,1} & Fi_{1,2} & \dots & Fi_{1,9} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Fi_{63,1} & Fi_{63,2} & \dots & Fi_{63,9} \end{bmatrix}_{63 \times 9} \quad (9)$$

در این ماتریس نیز ۶۳ تعداد ایستگاهها و ۹ نیز تعداد ویژگی‌های خطی یا همان مشخصه‌های بارشی استخراج شده است (جدول ۱). در نهایت ماتریس ویژگی‌های خطی (رابطه ۹) به ماتریس ویژگی‌های غیرخطی (رابطه ۸) الحاق شده و در واقع این ماتریس

با توجه به تحلیل مؤلفه اصلی صورت گرفته برای هر ماه و برای هر ایستگاه و به ازای هر ویژگی ۱ عدد به دست خواهد آمد که برای هر ماه و همه ویژگی‌ها به صورت یک ماتریس وارد خوشه‌بندی فازی FCM خواهند شد. ماتریس حاصل از (LSV) به صورت زیر خواهد بود:

$$F_{i-j}^{k,w} = \begin{bmatrix} F_{1,1} & \dots & F_{1,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ F_{j,1} & \dots & F_{j,k} \end{bmatrix}_{j \times k} \quad (7)$$

zدر این ماتریس =1:12

ویژگی‌ها را نشان می‌دهد. ماتریس (۷) یک ماتریس 3×12 است که مجموع ۳۶ عدد را شامل می‌شود. در مرحله خوشه‌بندی یک ماتریس ایجاد نموده و اعداد حاصل از قسمت قبل برای هر ایستگاه در یک سطر آورده می‌شود. به عبارتی سطر اول ماتریس مربوط به ایستگاه اول و سطرها بعدی آن نیز به همین ترتیب مربوط به ایستگاههای بعدی می‌باشد. ماتریس مورد نظر به شکل زیر خواهد بود (رابطه ۸):

$$\begin{bmatrix} Fi_{1,1} & Fi_{1,2} & \vdots & Fi_{1,45} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Fi_{63,1} & Fi_{63,2} & \vdots & Fi_{63,45} \end{bmatrix}_{63 \times 45} \quad (10)$$

۶۳×۳۶ به یک ماتریس ۶۳×۴۵ تبدیل می‌شود و این ماتریس وارد مرحله خوشه‌بندی خواهد شد (رابطه ۱۰).

جدول ۱: شاخص‌های بارش استخراج شده از بارش روزانه

ردیف	شاخص	علامت شاخص
۱	روزهای با بارش سنگین	R10mm
۲	روزهای با بارش خیلی سنگین	R20mm
۳	روزهای با بارش بیشتر از ۲۵ میلی‌متر	R25mm
۴	بزرگ‌ترین تعداد روزهای خشک متوالی	CDD
۵	بزرگ‌ترین تعداد روزهای تر متوالی	CWD
۶	تعداد روزهای بارش در فصل زمستان	RD1
۷	تعداد روزهای بارش در فصل بهار	RD2
۸	تعداد روزهای بارش در فصل تابستان	RD3
۹	تعداد روزهای بارش در فصل پاییز	RD4

بحث اصلی

با توجه به مراحل صورت گرفته بر روی اطلاعات خام و استخراج ویژگی و در نهایت خوشه‌بندی فازی، ایستگاهها به ۶ خوشه تقسیم شدند. نتایج خوشه‌بندی حاکی از آن است که وضعیت بارش در ایران از تنوع زمانی و مکانی بالایی برخوردار است به طوری که نواحی ساحلی خزر بیشترین بارش‌ها و نواحی مرکزی و کویری نیز کمترین بارش‌ها را دریافت می‌کنند. ایستگاههای واقع در نواحی کوهستانی و مرتفع نیز به نسبت ارتفاع و دسترسی به منابع رطوبتی از بارش‌های متفاوتی بهره می‌برند. وسعت بیشتری از کشور از بارندگی کم و مساحت بسیار محدودی از بارندگی بسیار خوب و مناسبی برخوردارند (شکل ۴). البته برای تحلیل خوشه‌ها به مقادیر ویژه خوشه‌ها و همچنین شاخص‌های بارش مورد استفاده نیز باید توجه نمود. مقادیر حاصل از نگاشت تجزیه به مقادیر منفرد، همبستگی مستقیمی با اطلاعاتی که مورد بررسی قرار می‌گیرد دارد و هرچه این اطلاعات همبستگی بیشتری را باهم نشان بدهند مقادیر منفرد حاصل، نیز اعداد بزرگ‌تری را نشان خواهند داد و به هر اندازه که اطلاعات پراکنده‌تر باشند این اعداد کوچک‌تر و کمتر خواهند بود. در نهایت ایستگاههایی

که ویژگی‌های یکسانی دارند در یک خوشه قرار گرفته و مقادیر ویژه استخراج شده نیز نماینده ایستگاهها می‌باشد.

در خوشه اول میانگین بارش سالانه کل ایستگاههای خوشه ۲۸۷ میلی‌متر است. بارش سالانه ایستگاههای اردبیل، پارس‌آباد، بجنورد، زنجان، خوی و جلفا کمتر از ۳۰۰ میلی‌متر و ایستگاههای قزوین، ارومیه، ماکو و قوچان بیشتر از ۳۰۰ میلی‌متر می‌باشد و در مجموع بارش میانگین این خوشه از میانگین بارش سالانه کل کشور که در حدود ۲۵۰ میلی‌متر است، کمی بیشتر است. به جز ایستگاههای بجنورد و قوچان که در شرق کشور واقع هستند سایر ایستگاهها در مناطق نیمه‌کوهستانی غرب و شمال غرب کشور قرار دارند که آب‌وهوای سرد و کوهستانی دارند و بیشترین بارش این ایستگاهها در فصل زمستان رخ می‌دهد و تابستان کم‌باران‌ترین فصل ناحیه می‌باشد. در مقایسه با تقسیم‌بندی صورت گرفته توسط علیجانی می‌توان گفت این خوشه با ناحیه آذربایجان و زاگرس با میانگین بارندگی سالانه ۳۱۳ میلی‌متر مطابقت نشان می‌دهد که در این ناحیه بیشتر بارندگی سالانه در زمستان می‌بارد و تابستان در اکثر نقاط ناحیه خشک است. با توجه به نمودار مقادیر ویژه

ایستگاههای دیگر در این ماه است. در این نمودار کوچک ترین مقادیر منفرد در ماههای ژوئن، جولای، آگوست و سپتامبر دیده می‌شود که ماه سپتامبر کوچک ترین مقادیر را نشان می‌دهد. در خوشه دوم ماههای میانی بسیار شبیه به هم و ماههای دیگر هم شباهت نسبتاً قابل قبولی را دارند. این امر نشان می‌دهد که مقادیر ویژه داده‌های این خوشه‌ها را به خوبی تبیین کرده‌اند. بزرگ‌تر بودن مقادیر SVD در هر ماه بیانگر این امر است که بیشترین بارش‌ها نیز در آن ماه رخ داده است. مقادیر SVD در این خوشه بین ۰ تا ۲۰۰ را شامل می‌شود و نسبت به خوشه اول بازه بیشتری دارد. پایین ترین مقادیر ویژه ایستگاه‌های این خوشه در ماههای ژوئن، جولای، آگوست و سپتامبر قرار دارند که در این ماهها بارش کمتری را دریافت می‌کنند و این شباهت یکی از دلایل قرارگیری این شهرها در یک خوشه می‌باشد (شکل ۶).

ایستگاههای خوشه سوم به‌طور کلی از منابع رطوبتی به دور بوده و در مرکز ایران و مناطق خشک و بیابانی قرار دارند که میزان بارش سالانه این ایستگاهها گواهی بر این مسئله می‌باشد. همه این شهرها بارش‌های کمتر از ۱۵۰ میلی‌متر در سال را دارند و میانگین بارش کل خوشه ۱۰۳ میلی‌متر است و از این عنصر حیاتی بهره کمتری می‌برند. در نمودار مقادیر ویژه خوشه سوم می‌توان ملاحظه نمود که این مقادیر بین بازه ۰ تا ۹۰ پراکنده شده‌اند و نسبت به خوشه اول و دوم اعداد کمتری را شامل می‌شود. بزرگ ترین مقدار ویژه ۸۳,۲۴ مربوط به ایرانشهر و در ماه ژانویه می‌باشد. در این نمودار نیز شباهت در میزان مقادیر ویژه هر شهر در ماههای مختلف و همچنین قرارگیری این مقادیر در یک بازه مشابه تایید کننده موفقیت روش تجزیه SVD می‌باشد (شکل ۷).

خوشه چهارم ایستگاههای این خوشه از جمله، سنندج، همدان، شهرکرد و ... در مناطق مرتفع و کوهستانی زاگرس در غرب کشور و دیگر ایستگاه‌های این خوشه در نقاط مرتفع در شرق کشور واقع می‌باشند. قرار گرفتن در ارتفاعات باعث برخورد توده‌های هوای مرطوب با ارتفاعات شده و در صورت

خوشه اول می‌توان دریافت بیشتر بارندگی این خوشه همانند ناحیه زاگرس و آذربایجان در زمستان رخ می‌دهد. در این پژوهش علاوه بر بارش میزان رطوبت نسبی و دمای نقطه شبنم به یک‌میزان در خوشه‌بندی دخالت داده شده‌اند و این خود باعث تفاوتی در نوع خوشه‌بندی صورت گرفته با ناحیه‌بندی انجام شده توسط علیجانی می‌باشد. توجه به مقادیر ویژه شهرهای خوشه اول نشان می‌دهد در این خوشه بزرگ ترین مقدار منفرد مربوط به شهر جلفا با مقدار ۹۶,۷۵ است که در ماه می (اردیبهشت) قرار دارد و این نشان‌دهنده همبستگی بیشتر اطلاعات بارش در این ماه نسبت به ماههای دیگر است. بزرگ ترین مقدار منفرد شهر ارومیه نیز در ماه می و با مقدار ۸۱/۱۷ قرار گرفته است. نوسان مقادیر منفرد در این خوشه بین ۰ تا ۱۰۰ را نشان می‌دهد. نزدیک بودن ویژگی‌های شهرهای این خوشه و شباهت روند آن‌ها در ماههای مختلف را می‌توان از روی این نمودار دریافت نمود (شکل ۵).

ایستگاههای واقع در خوشه دوم به‌طور کلی دور از ارتفاعات بزرگ و مهم ایران قرار دارند و این مسئله را می‌توان عاملی مهم در کم‌تر بودن بارش سالانه اکثر این ایستگاهها نسبت به ایستگاههای اطراف رشته‌کوههای البرز و زاگرس دانست. البته سایر عوامل از جمله دوری و نزدیکی به منابع رطوبتی و عرض جغرافیایی نیز نباید نادیده گرفته شود. ایستگاههای مسجدسلیمان و شیراز در این گروه بارش بیشتر از ۳۰۰ میلی‌متر را نشان می‌دهند که از میزان میانگین این خوشه بیشتر است که به دلیل نزدیکی به منابع رطوبتی خلیج فارس و قرار گرفتن در نزدیکی کوههای زاگرس می‌باشد. در مجموع ایستگاههای واقع در این خوشه بر اساس ویژگی‌های رطوبتی و بارشی به یکدیگر شباهت دارند و میانگین بارش سالانه کل خوشه ۲۰۰ میلی‌متر می‌باشد. با توجه به مقادیر ویژه خوشه دوم مشاهده می‌شود که بزرگ ترین مقدار منفرد به ایستگاه فسا با مقدار ۲۱۴,۸۵ اختصاص دارد و نشان از همبستگی بالای اطلاعات بارش و عدم تفرق و پراکندگی اطلاعات بارشی این ایستگاه نسبت به

این امر استیلائی پرفشار جنب‌حاره‌ای در این مناطق است که با جلوگیری از صعود هوا به‌منظور ایجاد بارندگی، باعث بارش‌های کم در این نواحی می‌شود. میانگین بارش کل خوشه ۱۵۰ میلی‌متر است و شهرهای این خوشه به‌طور کلی از حالت شرعی و رطوبت بالایی برخوردارند. همسویی و یکسانی قابل قبولی در میان مقادیر ویژه درون‌گروهی شهرهای خوشه ششم مشاهده می‌شود و آهنگ تغییرات مقادیر ویژه شهرها با یکدیگر مشابه و حاکی از شباهت اقلیم بارش در این شهرها می‌باشد. همه ایستگاه‌های این خوشه در حاشیه خلیج فارس و در سواحل دریای عمان قرار دارند که نزدیکی به دریا و قرار گرفتن در طول و عرض جغرافیایی مشابه باعث شباهت اقلیم این مناطق و قرار گرفتن در یک خوشه می‌باشد (شکل ۱۰).

با مقایسه کلی بین میانگین مقادیر ویژه خوشه‌ها، تفاوت بین خوشه‌ها مشخص شده و مرز جدایی آن‌ها به شکل محسوس‌تری دیده شود. طبق این نمودار مشاهده می‌شود که خوشه پنجم تفاوت بارزی را در ماه‌های نیمه دوم سال نسبت به خوشه‌های دیگر دارد و این بزرگ‌تر بودن مقادیر ویژه حاکی از ریزش بارش‌های بیشتر در این مناطق نسبت به دیگر مناطق ایران است. این نمودار تأیید کننده کارآمد بودن روش تجزیه به مقادیر منفرد است که به‌خوبی از عهده استخراج ویژگی برآمده است (شکل ۱۱). با بررسی شاخص‌های بارشی مربوط به هر خوشه تفاوت بین خوشه‌ها نیز قابل مشاهده است (جدول ۲). مقایسه میانگین شاخص‌های بارشی به‌خوبی تفاوت بین خوشه‌ها را در طول دوره آماری مورد نظر که ۲۹ سال است، نشان می‌دهد. بیشترین تعداد روزهای بارش سنگین مربوط به خوشه پنجم با ۹۲۷ روز و کمترین تعداد نیز مربوط به خوشه سوم با ۷۸ روز می‌باشد. بیشترین تعداد روزهای بارش خیلی سنگین هم مربوط به خوشه پنجم با ۴۷۲ روز و خوشه چهارم با ۸۳ روز است، این اختلاف چشمگیر بین دو خوشه پنجم و چهارم نشان‌دهنده این مسئله است که شهرهای خوشه پنجم که شامل شهرهای قراخیل،

مهیا بودن سایر عوامل بارش بارندگی رخ می‌دهد که بیشتر بارندگی‌ها در این مناطق به شکل جامد و برف است و میزان متوسط بارندگی در این گروه کمی بیشتر از ۳۰۰ میلی‌متر است. مقادیر ویژه خوشه چهارم به‌وضوح بیانگر شباهت شهرهای قرارگرفته در این خوشه در ماه‌های مختلف سال می‌باشد. بازه مقادیر ویژه بین ۰ تا ۱۲۰ را نشان می‌دهد. کمترین مقادیر ویژه شهرها به ماه‌های ژوئن، جولای، آگوست و سپتامبر مربوط می‌شود و در ماه‌های دیگر این مقادیر اعداد بزرگ‌تری را نشان می‌دهند که حاکی از بیشتر بودن بارش در این زمان از سال می‌باشد و در ماه‌های ژوئن، جولای، آگوست و سپتامبر بارش‌های کمتری صورت گرفته است (شکل ۸).

ایستگاه‌های قرارگرفته در خوشه پنجم وضعیت بارشی خوبی دارند که این امر در نتیجه قرار گرفتن این شهرها در سواحل دریای خزر می‌باشد و با نزدیکی به این منبع رطوبتی بزرگ از بارش‌های بسیار خوبی برخوردار می‌شوند و یک سرزمین پرآب و سرسبز را در شمال ایران پدید آورده است. میانگین بارش سالانه این نواحی ۱۰۹۳ میلی‌متر را نشان می‌دهد و بیشترین بارش نیز با ۱۷۲۷ میلی‌متر در بندر انزلی رخ می‌دهد. بارندگی در این مناطق به‌ویژه در قسمت غرب دریای خزر از فعالیت پرفشار سیبری متأثر است و بیشترین بارندگی‌ها در زمان گسترش این سامانه ریزش می‌یابد. با توجه به روند مقادیر ویژه این خوشه مشاهده می‌شود که در ماه‌های نیمه اول سال مقادیر ویژه کمتر و ماه‌های نیمه دوم سال مقادیر ویژه بیشتری را دارند و بین بازه ۰ تا ۳۵۰ را نشان می‌دهد. این هماهنگی و یکسانی در تغییرات مقادیر ویژه درون‌گروهی باعث قرارگیری این شهرها در یک خوشه است. شهرهای این خوشه جزء پرباران‌ترین شهرهای کشور بوده و این خوشه پرباران‌ترین خوشه می‌باشد (شکل ۹).

ایستگاه‌های نواحی ساحلی خلیج فارس و دریای عمان که در جنوب کشور قرارگرفته‌اند در خوشه ششم قرار دارند. در این منطقه علیرغم وجود منبع رطوبتی خلیج فارس بارش‌های اندکی رخ می‌دهد یکی از دلایل

می‌نمایند. در خوشه‌های دوم تا ششم زمستان پرباران‌ترین فصل و پاییز دومین فصل پرباران می‌باشد و بهار و تابستان کمتر از فصول دیگر بارش دریافت می‌کنند. در همه خوشه‌ها کمترین روزهای بارشی در فصل تابستان قرار دارد که این امر ناشی از نبود رطوبت کافی و فراهم نبودن شرایط صعود و بارندگی در این فصل می‌باشد و ایستگاهها در زمستان و پاییز به دلیل ورود بادهای غربی و همراه داشتن توده‌های هوای حامل رطوبت، از باران بهره بیشتری می‌برند.

رامسر، نوشهر، بابلسر، رشت، بندر انزلی و گرگان می‌باشند از بارش‌های خیلی سنگین بیشتر برخوردار می‌باشند. در مورد تعداد روزهای با بارش بیشتر از ۲۵ میلی‌متر هم این مسئله به‌وضوح دیده می‌شود. خوشه پنجم بیشترین روزهای تر متوالی و کمترین روزهای خشک متوالی را دارد. بیشترین روزهای خشک متوالی مربوط به خوشه ششم با ۳۴۷ روز می‌باشد.

در مورد تعداد روزهای بارشی در فصول سال، ایستگاههای خوشه اول بیشترین بارش خود را به ترتیب در زمستان، بهار، پاییز و تابستان دریافت

جدول ۲: میانگین شاخص‌های بارش

تعداد روزهای بارش در فصل پاییز	تعداد روزهای بارش در فصل تابستان	تعداد روزهای بارش در فصل بهار	تعداد روزهای بارش در فصل زمستان	روزهای خشک متوالی	روزهای تر متوالی	روزهای با بارش بیشتر از ۲۵ میلی‌متر	روزهای با بارش خیلی سنگین	روزهای با بارش سنگین	خوشه‌ها	رتبه
۶۹۳	۲۹۹	۸۰۶	۸۶۸	۱۳۴	۸	۲۳	۴۸	۲۳۱	خوشه اول	۱
۴۲۸	۶۰	۲۵۶	۶۰۴	۲۳۳	۶	۴۹	۷۵	۱۹۸	خوشه دوم	۲
۲۳۰	۳۲	۱۶۸	۴۷۴	۲۹۷	۵	۹	۱۸	۷۸	خوشه سوم	۳
۶۵۵	۱۰۳	۵۱۷	۹۲۵	۱۸۶	۸	۴۷	۸۳	۲۹۳	خوشه چهارم	۴
۱۰۲۳	۸۱۱	۸۵۶	۱۱۱۲	۵۸	۹	۳۵۷	۴۷۲	۹۲۷	خوشه پنجم	۵
۱۹۱	۲۰	۴۱	۳۴۶	۳۴۷	۶	۴۶	۶۵	۱۳۱	خوشه ششم	۶

خوشه واحد و با میانگین بارش ۱۰۹۳ میلی‌متر و به‌عنوان خوشه پنجم معرفی شده است. ایستگاههای جنوبی و اطراف خلیج فارس نیز با میانگین بارش ۱۵۰ میلی‌متر به‌عنوان خوشه ششم مشخص می‌باشد. خوشه سوم کم‌باران‌ترین ایستگاهها و خوشه پنجم پرباران‌ترین ایستگاهها را در خود جای داده‌اند. در این خوشه‌ها بیشترین بارش ایستگاهها در فصل زمستان رخ می‌دهد. در خوشه اول فصل پاییز و در ۵ خوشه دیگر فصل بهار، دومین فصل پرباران ایستگاهها است و کم‌باران‌ترین فصل نیز به فصل تابستان اختصاص دارد. با بررسی پهنه‌بندی‌های بارشی و اقلیمی صورت گرفته در ایران می‌توان دریافت اکثر محققان، ایران را به ۶ ناحیه بارشی و اقلیمی تقسیم نموده‌اند که از آن جمله می‌توان به تقسیم‌بندی صورت گرفته توسط علیجانی اشاره نمود. نواحی مشخص شده توسط ایشان به‌صورت زیر می‌باشند: ۱- ناحیه خزر غربی ۲- ناحیه خزر

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

پراکندگی مکانی بارش تنوع بالایی دارد، به‌ویژه این که قسمت‌های بیشتری از کشور از بارندگی کمتری دارند و در هر نوع طبقه‌بندی که انجام شود، قسمت‌های با دامنه بارندگی بالا در یک گروه قرار می‌گیرند. در این پژوهش در خوشه اول ایستگاههایی از شمال غرب و دو ایستگاه از شمال شرق کشور که از نظر شرایط توپوگرافیکی شباهت دارند قرار دارند. ایستگاههای کم‌باران با شرایط بارش بهتر از نواحی بسیار خشک با میانگین بارش ۲۰۰ میلی‌متر در خوشه دوم قرار گرفته‌اند و مناطق بسیار خشک در نواحی مرکزی ایران با میانگین بارش ۱۰۰ میلی‌متر در خوشه سوم، و خوشه چهارم با قرار گرفتن ایستگاههای غرب و برخی ایستگاههای شرق مشخص شده است، کل سواحل دریای خزر که نسبت به مناطق دیگر بارش‌های بالایی دارند به‌عنوان یک

توسط نگاشت SVD هم به‌عنوان نقطه قوت به خوشه‌بندی کمک کرده است؛ بنابراین نتایج حاصل از این مطالعه علاوه بر آن که تاییدی بر یافته‌های تحقیقات صورت گرفته در این زمینه می‌باشد گویای کارآمدی این روش است که به خوبی ایستگاههای یکسان از نظر ویژگی‌های بارشی و اقلیمی را در یک خوشه قرار داد و تقسیم‌بندی قابل قبولی را ارائه نمود.

منابع

۱. اشرفی، سعیده. ۱۳۸۹. پهنه‌بندی بارش شمال غرب ایران با استفاده از روش‌های تحلیل خوشه‌ای و تحلیل ممیزی. نشریه پژوهش‌های اقلیم‌شناسی، سال اول، شماره سوم و چهارم، پائیز و زمستان ۱۳۸۹ (دو فصلنامه).
۲. بهاروند، سیامک. سلمان سوری. ۱۳۹۴. پهنه‌بندی خطر زمین‌لغزش با استفاده از منطق فازی مدل تراکم سطح (مطالعه موردی حوضه کاکاشرف، جنوب شرقی شهر خرم‌آباد). مجله زمین‌شناسی مهندسی، سال نهم، شماره ۴، سال ۱۳۹۴. صفحه ۲.
۳. خورشید دوست، محمدعلی. علی‌اصغر شیرزاد. ۱۳۹۳. بررسی و تحلیل بارش‌های ناحیه شمال ایران با استفاده از تحلیل خوشه‌ای و تجزیه تابع تشخیص. نشریه علمی-پژوهشی جغرافیا و برنامه‌ریزی، سال ۱۸، پائیز ۱۳۹۳، صفحات ۱۱۸-۱۰۱.
۴. دین‌پژوه، یعقوب. احمد فاخری فرد. محمد مقدم واحد. سعید جهان‌بخش. میرکمال میرنیا. ۱۳۸۲. انتخاب متغیرها به‌منظور پهنه‌بندی اقلیم بارش ایران با روش‌های چندمتغیره. مجله علوم کشاورزی ایران، جلد ۳۴، شماره ۴، صفحات ۸۲۳-۸۰۹.
۵. صمدی، زهرا. حسین محمدی. ۱۳۸۹. پهنه‌بندی بارش پاییزه نیمه غربی ایران: کاربرد توابع متعامد تجربی در مطالعات اقلیم‌شناسی، نشریه تحقیقات کاربردی علوم جغرافیایی، جلد ۱۶، شماره ۱۹، زمستان ۱۳۸۹، صفحات ۴۴-۲۷.
۶. طاهائی، فاطمه. هیوا سلکی. زهرا حجازی زاده. ۱۳۹۵. بررسی الگوهای هم‌دید بارش‌های فوق سنگین غرب و جنوب غرب حوضه آبریز دریاچه ارومیه. برنامه‌ریزی و آمایش فضا، دوره ۲۰، شماره ۱، صفحات ۹۶-۷۹.

شرقی ۳- ناحیه کردستان ۴- ناحیه آذربایجان و زاگرس اصلی ۵- ناحیه خراسان شمالی ۶- ناحیه خشک. ناحیه خزر غربی پرباران‌ترین و ناحیه خشک کم‌باران‌ترین ناحیه به شمار می‌روند. در ناحیه خزر غربی پائیز بیشترین بارندگی را دارد در صورتی که در نواحی دیگر بیشتر سهم بارش سالانه به زمستان اختصاص دارد. کم باران‌ترین فصل در ناحیه خزر غربی فصل بهار و در سایر نواحی تابستان است. شدت بارندگی روزانه و نیز مقدار بالاترین بارش روزانه در ناحیه خزر غربی از همه نواحی بیشتر است. بی‌نظمی و بی‌ثباتی بارندگی هم در ناحیه خزر غربی کمتر از سایر نواحی و در ناحیه خشک بالاترین درجه ممکن در کشور است. در مقایسه بین تحقیق صورت گرفته و پژوهش انجام‌شده توسط علیجانی مشاهده می‌شود که خوشه‌های حاصل از خوشه‌بندی فازی با چند تفاوت به تقسیم‌بندی انجام‌شده توسط ایشان شباهت دارد. در کار ایشان سواحل خزر به دو ناحیه مجزا تقسیم‌شده ولی در کار حاضر کل نواحی خزر در یک خوشه آورده شده است. نواحی داخلی و مرکزی ایران با هم با عنوان نواحی داخلی معرفی شده است ولی در این کار این مناطق در دو خوشه مجزا جای گرفته‌اند و ایستگاههایی از غرب و شرق کشور که از نظر شرایط توپوگرافیکی شباهت دارند در یک خوشه قرار گرفته‌اند و این در حالی است که در کار علیجانی ناحیه آذربایجان و زاگرس و ناحیه خراسان شمالی در دو خوشه مجزا قرار دارند؛ با توجه به شباهت‌ها و تفاوت‌های موجود بین دو تقسیم‌بندی بررسی شده می‌توان دریافت که خوشه‌بندی فازی بدون توجه به همجواری ایستگاههای مورد مطالعه به‌طور دقیق و شفاف ایستگاههای مشابه را از نظر رفتار بارشی در کنار هم قرار داده است.

روش خوشه‌بندی فازی، قادر به مدیریت داده‌های با عدم قطعیت است. در اینجا نشان دادیم با اینکه عدم قطعیت در داده‌ها کاملاً مشخص بود بعد از خوشه‌بندی، جواب‌های مناسبی حاصل شد و این مسئله نشان می‌دهد که خوشه‌بندی فازی روش موثقی برای این کار است و فشرده‌سازی اطلاعات

۷. کلانتری، خلیل. ۱۳۸۷. پردازش و تحلیل داده‌ها در تحقیقات اجتماعی و اقتصادی، تهران، انتشارات فرهنگ صبا، چاپ سوم.
۸. کیانیان، محمدکیا، امین صالح پورجم، حسن حاجی محمدی، فهیمه رسولی. ۱۳۹۵. بررسی و ارتباط خشک سالی و ترسالی های غرب ایران با الگوهای سینوپتیکی جو، مجله آمایش جغرافیایی فضا، سال ششم / شماره مسلسل بیست و دوم، گرگان، دانشگاه گلستان، صفحات ۱۹۲-۱۷۵.
۹. مانلی، بی اف جی. ۱۹۴۴. آشنایی با روش‌های آماری چند متغیره ترجمه محمد مقدم، ابوالقاسم محمدی. مصطفی سرریزه. ۱۳۸۸. انتشارات پریور، چاپ دوم، ویراست سوم.
۱۰. محمودی، پیمان. بهلول علیجانی. ۱۳۹۳. شناسایی و پهنه‌بندی رژیم‌های بارشی استان کردستان با استفاده از تحلیل خوشه‌ای. نشریه علمی- پژوهشی علوم و مهندسی آبخیزداری ایران، سال هشتم، شماره ۲۶، پائیز ۱۳۹۳، صفحات ۶۴-۶۱.
۱۱. مدرس، رضا. ۱۳۸۶. توابع توزیع منطقه‌ای بارش ایران. نشریه‌ی پژوهش و سازندگی در منابع طبیعی، شماره ۷۵، تابستان ۱۳۸۶.
۱۲. مسعودیان، سیدابوالفضل. ۱۳۸۶. اقلیم شناسی ایران، اصفهان، انتشارات دانشگاه اصفهان.
۱۳. مسعودیان، سیدابوالفضل. هوشمند عطایی. ۱۳۸۴. شناسایی فصول بارشی ایران به روش تحلیل خوشه‌ای. مجله علوم انسانی دانشگاه اصفهان، جلد هجدهم، شماره ۱، صفحات ۱-۱۲.
۱۴. نادی، مهدی. علی خلیلی. ۱۳۹۲. طبقه‌بندی اقلیم بارش ایران با روش تحلیل عاملی- خوشه‌ای. نشریه تحقیقات آب و خاک، دوره‌ی ۴۴، شماره ۳، پائیز ۱۳۹۲، صفحات ۲۴۴-۲۳۷.
۱۵. نظم‌فر، حسین. اکبر گلدوست. ۱۳۹۳. پهنه‌بندی آب و هوایی شمال و شمال غرب ایران با استفاده از تحلیل عاملی و تحلیل خوشه‌ای. اهر، فصلنامه فضای جغرافیایی، شماره ۴۸، زمستان ۱۳۹۳، صفحات ۱۶۱-۱۴۷.
16. Aster, R.C., Borchers, B. and Thurber, C. 2000. Parameter estimation and inverse problems, course note.
17. Andrews, H.C. and Hunt, B.R. 1977. Digital image restoration: Prentice-Hall, New Jersey.
18. Domroes, M., Kaviani, M. and Schaefer, D. 1998. An analysis of regional and intra-annual precipitation variability over Iran using multivariate statistical methods. Theoretical and Applied Climatology, 61(3-4): 151-159.
19. Dikbas, F., Firat, M., Koc, A.C. and Gungor, M. 2012. Classification of precipitation series using fuzzy cluster method. International Journal of Climatology, 32(10): 1596-1603.
20. Freire, S.L.M., and Ulrych, T.J. 1988, Application of singular value decomposition to vertical seismic profiling: Geophysics, 53: 778-785.
21. Hemon, C. and Mace, D. 1978. The use of the Karhunen-Loeve transformation in seismic dataprocessing: Geophys. Prospect. 26: 600-626
22. Jones, I.F. 1985. Applications of the Karhunen-Loeve transform in reflection seismology: Ph.D. thesis, Univ. of British Columbia.
23. Kettenring, Jon R. 2006. The Practice of Cluster Analysis, Journal of Classification 23, 3-30.
24. Richardson, M.R., and Zandt, G. 2005. Inverse problems in geophysics, A set of lecture notes.
25. Seibert, P., Frank, A., and Formayer, H. 2007. Synoptic and regional patterns of heavy precipitation in Austria. Theoretical and applied climatology, 87(1-4): 139-153.
26. Um, M.J., Markus, M., Wuebbles, D.J., and Kim, Y. 2016. Projected variations in the regional clustering of precipitation stations around Chicago. Climate Research, 67(2): 151-163.
27. Yadav, R.K., Kumar, R.K. and Rajeevan, M. 2012. Characteristic features of winter precipitation and its variability over northwest India. Journal of earth system science, 121(3): 611-623.