دانشگاه فرهنگیان
فصل‌نامه پویش در آموزش علوم پایه
دوره ۷، شماره ۲۵، زمستان ۱۴۰۰

Farhangian University
Quarterly Journal of Education in Basic Sciences
Volume7, Issue25, Winter2022

بدفهمی‌های رایج در مثلثات در دوره متوسطه و چند راهکار برای مقابله با آن‌ها

دکتر منصوره موسی پور[۱]، سپیده شاه محمد زاده[۲]

دریافت: ۱۴۰۰/۶/۲ پذیرش: ۱۴۰۰/۷/۲۱

چکیده

مثلثات یکی از مفاهیم پایه‌ای و پرکاربرد در ریاضی و زندگی است. دانش‌آموزان با بدفهمی هایی در یادگیری مثلثات مواجه هستند که مانع از یادگیری کامل این درس توسط آن‌ها می‌شود. شناسایی این بدفهمی ها ضروری است و نقش دبیران برای رفع آن‌ها کلیدی است. در این مقاله به بررسی بدفهمی هایی می‌پردازیم که در هنگام یادگیری مثلثات برای دانش آموزان دوره متوسطه به وجود می آید. همچنین راهکارهایی برای رفع این بدفهمی در مقاله ارائه می‌شود که از جمله آن‌ها می‌توان استفاده از روش‌های تدریس مناسب، استفاده از ابزارهایی همانند ماشین حساب و نرم‌افزارهای ریاضی مانند جئوجبرا نام برد. به علاوه، استفاده از نقشه‌های مفهومی به عنوان یکی دیگر از راه‌های رفع بدفهمی ها توصیه می‌شود که می توان آن‌ها را هم در آموزش و هم در ارزیابی از دانش - آموزان، مورد استفاده قرار داد.

کلیدواژه‌ها: بدفهمی، مثلثات، ریاضی متوسطه، نرم افزارها، راهکارها

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. استادیار گروه ریاضی دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران، نویسنده مسئول، m.mosapour@cfu.ac.ir mosapor110@gmail.com,
۲. دانشجوی کارشناسی رشته آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، رشت، ایران، sepide.shahmohammadzade@yahoo.com

مقدمه

پیدایش و پیشرفت مثلثات را باید نتیجه‌ای از تلاش های ریاضیدانان در جهت رفع دشواری‌های مربوط به محاسبه هایی دانست که در هندسه و اخترشناسی، دانشمندان با آن‌ها مواجه بوده‌اند(ربانی فرد، ۱۳۸۶: ۹). مثلثات زاییده احتیاج به محاسبات عملی، به خصوص محاسبه اجزای مختلف اشکال هندسی وقتی تعداد کافی از آن اجزا معلوم است، می‌باشد. مطالعات نجومی، ریاضیدان‌های بابل قدیم و یونان را به سمت مطالبی کشانده بود که می توان آن را به عنوان مقدمه پیدایش مثلثات به حساب آورد. اگرچه ریاضیدانانی مانند ارشمیدس، هیپارک، بطلمیوس و ... کارهای مهمی در علم مثلثات انجام داده‌اند اما گام اصلی در پیشرفت مثلثات را خواجه نصیرالدین طوسی برداشت. او با تالیف کتاب"کشف القناع فی اسرار شکل القطاع"، در حقیقت اولین کتاب را در علم مثلثات نوشت(نصیری، ۱۳۸۸: ۱۲).

در دنیای امروزی نقش ریاضیات در صورت بندی نظام عالم و تبیین پدیده‌ها بر کسی پوشیده نیست و مثلثات برای صورت بندی پدیده‌های هارمونیک نقش ویژه‌ای دارد. بنا به اصول و استانداردهای برنامه شورای ملی معلمان ریاضی، برنامه ریاضی باید شامل مثلثاتی باشد که همه دانش‌آموزان بتوانند آن را برای حل مسائل مربوط به مثلث‌ها به کار ببرند و برای صورت بندی پدیده‌های متناوب از آن استفاده کنند(ربانی فرد و گویا، ۱۳۸۸: ۴).

نقش مثلثات در مهندسی، نقشه برداری و اخترشناسی انکارناپذیر است. همچنین مختصات به عنوان دانش پایه‌ای برای مختصات قطبی و توابع مختلط و آنالیز مختلط است. همان طور که علامه(۱۳۹۲) بیان می - کند:"یکی از موضوعات مهم در برنامه درسی ریاضیات دبیرستانی، مثلثات است که برای فهمیدن موضوع های دیگر درسی چون فیزیک نیوتونی، نقشه برداری و شاخه های مهندسی، لازم است و یکی از شاخه های ریاضی است که جبر را با هندسه پیوند می‌زند". در واقع، مثلثات در همه زمینه‌های دانش بشری(از علوم نظری گرفته تا صنایع و فنون) ریشه دوانیده و بدون استفاده از آن همه رشته‌های علمی دچار نوعی توقف می‌شوند(شهریاری، ۱۳۷۹: ۳۴).

صرف نظر از کاربردهای عملی مثلثات در محاسبات و حل اشکال هندسی و استفاده از نتایج آن‌ها در دروس دیگر، طرح مثال‌های متنوع و زیبا از توابع مثلثاتی در بحث‌های حد و پیوستگی و مشتق و انتگرال، در تعمیق آموزش این مفاهیم، نقشی اساسی دارد. آموزش و طرح مثلثات در کتب درسی، ضرورتی انکارناپذیر است(نصیری، ۱۳۸۸: ۱۲).

اهمیت آموزش مثلثات در ریاضی دبیرستانی ضرورتی انکار ناپذیر است. اما متاسفانه فراگیران در مرحله اول یادگیری آن با مشکلاتی مواجه‌اند و برخی از پژوهش‌ها و تجربه‌های تدریس بسیاری از معلمان

ریاضی حاکی از آن است که دانش‌آموزان معمولاً در درک و فهم مفاهیم پایه‌ای مرتبط با آن با چالش‌های جدی مواجه هستند و برای آن‌ها در مقایسه با مباحث دیگر ریاضی مدرسه‌ای دشوارتر و انتزاعی‌تر است. دانش‌آموزان بدفهمی‌های متعددی در ارتباط با مثلثات دارند و شناسایی این بدفهمی‌ها اهمیت زیادی در شناخت و اتخاذ روش‌های تدریس مناسب خواهند داشت(امیری و یافتیان، ۱۳۹۸: ۱۵۳).

در برخی مطالعات خطا و بدفهمی به صورت نادرستی به جای یکدیگر به کار برده می‌شود. خطاها و بدفهمی‌ها اگر چه به هم مرتبط هستند اما باهم متفاوت بوده و نباید آن‌ها را یکسان دانست. خطا به عنوان اشتباه، خطای سهوی و بی دقتی تعریف می‌شود(لونتا و ماکونی ۲۰۱۰ به نقل از زهره وند و دیگران، ۱۳۸۷).

بدفهمی‌ها خطاهای نظام مندی هستند که دارای یک ساختار محکم‌اند و به راحتی اصلاح نمی‌شوند. فردی که دچار خطا میشود با اندکی تذکر میتواند به خطای خود پی ببرد وآان را اصلاح کند؛ اما کسی که دچار بدفهمی است، اشتباه خود را توجیه میکند. بدفهمی‌ها به صورت مستقل وجود ندارند و در قالب یک چارچوب مفهومی خاص بروز می‌کنند. بنابرین یکی از اهداف کلیدی در اصلاح بدفهمی‌های ریاضیات تغییرات چارچوبی مفهومی دانش‌آموزان از مطالب می‌باشد(سویگور، ۲۰۰۸، به نقل از زهره وند و دیگران، ۱۳۸۷).

مثلثات یکی از موضوعات ریاضی در مدرسه است که دانش‌آموزان کمی به آن علاقه دارند و تعدا کمی در آن موفق هستند. بیشتر دانش‌آموزان با دشواری‌هایی در یادگیری مثلثات مواجه هستند. مثلثات منطقه‌ای از ریاضیات است که دانش‌آموزان معتقدند در مقایسه با سایر دروس ریاضیات، بسیار دشوار و انتزاعی است(کارتیکیان، ۲۰۱۷: ۴۴). مثلثات موضوعی است که بیشتر دانش‌آموزان آن را دشوار می‌بینند(مکنان و دیگران، ۲۰۱۸: ۶۸۹). مثلثات شامل مفاهیم گوناگونی همچون تعریف نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس و قوانین بین آن‌ها، نمودار توابع مثلثاتی، معادلات مثلثاتی و ... است. به علاوه، مثلثات پیش نیاز حساب است چون در حساب با موضوعاتی مثل حد، مشتق و انتگرال توابع مثلثاتی سر و کار داریم. همچنین مثلثات در بردارها و انتقال در فضای سه بُعدی نیز کاربرد دارد. بنابراین عدم درک مثلثات در ریاضیات مدرسه‌ای، نه تنها مثلثات را تحت تاثیر قرار می‌دهد، بلکه بر یادگیری درس‌های مربوط به حساب مقدماتی نیز تاثیرگذار است(مکنان و دیگران، ۲۰۱۸: ۶۸۹).

تال و بلاکت(۱۹۹۱) دریافتند که دانش‌آموزان در نخستین مرحله یادگیری توابع مثلثاتی با مشکل روبه‌رو هستند. در نتیجه لازم است به این موضوع توجه ویژه شود و بدفهمی‌ها و مشکلات یادگیری دانش‌آموزان در رابطه با مثلثات مورد مطالعه قرار بگیرد(به نقل از ربانی فرد و گویا، ۱۳۸۸: ۴).

مثلثات دانش‌آموزان را با چالش‌هایی مواجه می‌کند که قبلاً تجربه نکرده بودند: آن‌ها باید نمودارهای مثلث‌ها را با روابط عددی مرتبط کنند و با نمادهای موجود در این روابط، دست‌ورزی کنند. علاوه بر این‌ها به‌طور معمول، توابع مثلثاتی جزو اولین توابعی هستند که دانش‌آموزان، نمی‌توانند مقادیر آن‌ها را مستقیماً با انجام اعمال حسابی، به‌دست آورند. با وجود اهمیت مثلثات و دشواری‌های بالقوه‌ای که دانش‌آموزان در یادگیری آن دارند، تحقیقات نسبتاً اندکی در این حوزه، انجام شده است (وبر، ۱۳۹۷: ۳۴).

وجود اشتباهات مفهومی و بدفهمی‌ها، دانش‌آموزان را در حل مسئله‌های مثلثاتی، دچار مشکل نموده و باعث می‌شود حتی برای حل بعضی از مسائل معمولی ریاضی که دانش مورد نیاز را هم برای حل آن‌ها در اختیار دارند، به نتیجه نرسند و تلاش آن‌ها، با شکست مواجه گردد (علامه و گویا، ۱۳۹۲: ۳). بنابراین ضروری است که هر چه بیشتر و بهتر با این بدفهمی‌ها آشنا شویم.

برخی از بدفهمی‌های شناسایی شده و مشکلات موجود در مثلثات

در این بخش، برخی از بدفهمی‌های مثلثات که در پژوهش‌ها شناسایی شده‌اند را بیان می‌کنیم. چون نخستین گام برای رفع بدفهمی‌ها را می‌توان شناسایی آن‌ها دانست.

امیری و یافتیان(۱۳۹۸) با بررسی دانش‌آموزان پایه یازدهم، بدفهمی‌هایی را درباره مثلثات در دانش‌آموزان، شناسایی کردند که می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- مفهوم اندازه زاویه را به خوبی درک نکرده‌اند.
- واحدهای اندازه گیری زاویه یعنی درجه و رادیان را به درستی نمی‌شناسند و به خصوص با رادیان ارتباط خوبی برقرار نمی‌کنند. به طور مثال، ۱ رادیان را به اشتباه برابر 180° در نظر می‌گرفتند و نتیجه می‌گرفتند که $sin\ ۱ = sin\ ۲ = sin\ ۳$.
- روش تعیین مقدار تقریبی سینوس یا کسینوس یک زاویه را روی دایره مثلثاتی و با توجه به محورهای سینوس و کسینوس نمی‌دانند.
- در تعیین حدود تغییرات نسبت‌های مثلثاتی زوایای نامشخص، توانایی کافی ندارند.

- قادر به تخمین مقدار تقریبی نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های نامشخص نیستند. به عنوان مثال به نادرست می‌نویسند که $\cos\frac{\pi}{8} < \cos\frac{\pi}{5}$ ، چون فکر می‌کنند که هرچه زاویه بزرگتر باشد، کسینوس آن بیشتر می‌شود.

رنجبر(۱۳۹۷) در پژوهش خود روی دانش‌آموزان سال یازدهم ریاضی دریافت که اغلب دانش‌آموزان درک و فهم مناسبی از رادیان ندارند. بدفهمی‌های دانش‌آموزان از مفهوم رادیان شامل تداخل زبانی، اشتباهات محاسباتی، عدم درک مناسب از تعریف درجه، ناتوانی در برقراری ارتباط بین مفهوم رادیان و مفهوم کمان، برابر گرفتن یک رادیان و ۱۸۰ درجه و درک رادیان محدود به فرمول میباشند.

علامه و گویا(۱۳۹۳) در پژوهش خود روی دانش‌آموزان سال دهم متوسطه، بدفهمی‌های زیر را در مثلثات شناسایی کردند:

- مفهوم اندازه زاویه را به خوبی درک نمی‌کنند.
- با مقیاس رادیان برای اندازه زاویه، ارتباط برقرار نمی‌کنند و با مشکل مواجه هستند.
- در تخمین و تعیین محدوده نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های ناشناخته، ناتوان‌اند و دچار مشکل می‌شوند.
- در مقایسه با دایره مثلثاتی، بیشتر برای حل مسئله‌های مثلثاتی از مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنند و به خوبی از دایره مثلثاتی برای حل مساله نمی‌توانند استفاده کنند.
- نسبت‌های مثلثاتی را توابع خطی می‌دانند.

از جمله بدفهمی‌هایی که ریحانی و همکاران(۱۳۹۱) در دانش‌آموزان دبیرستانی مشاهده کردند می‌توان عدم درک نمادهای ریاضی و چگونگی به کارگیری آن‌ها در بیان گزاره‌های ریاضی را نام برد. دیگر بدفهمی مشاهده شده در دانش‌آموزان، بیش تعمیمی یا تعمیم نابجای قواعد به کار رفته در مورد مفاهیم ریاضی بود. به طور مثال دانش‌آموزی عبارت‌های زیر را نوشته بود:

$$3y = cosx \rightarrow y = \frac{1}{3}cosx \rightarrow y = cosx$$

این مثال نشان می‌دهد که دانش‌آموز، مفهوم کسینوس یک زاویه را درک نکرده است. به علاوه در ساده کردن عبارت‌ها دچار اشتباه شده است که این اشتباه ممکن است ناشی از تعمیم نادرست قوانین ساده کردن کسرها باشد. یا دانش‌آموزان در پاسخ به این سوال که "آیا تابع $y = cosx$ معکوس پذیر است؟" پاسخ داده بودند که چون شرط معکوس پذیری یک تابع، یک به یک بودن آن است و تابع $y = cosx$ یک به یک نیست پس معکوس پذیر هم نیست. به نظر می‌رسد که این دانش‌آموزان از

گزاره "اگر تابعی یک به یک باشد، معکوس پذیر است" به صورت طوطی وار در پاسخ‌های خود استفاده کردند(ریحانی و همکاران، ۱۳۹۱: ۴۰-۴۱).

داده‌های حاصل از پژوهش ربانی فرد(۱۳۸۶) نشان داد که اشتباهات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مثلثات نسبتاً زیاد است و اغلب آن‌ها درک صحیحی از مفاهیم مثلثاتی ندارند. عمده‌ترین بدفهمی‌های شناسایی شده در پژوهش وی به این صورت بود که دانش‌آموزان:

- درک صحیحی از مفهوم رادیان نداشتند.
- توابع مثلثاتی را خطی در نظر می گرفتند.
- در تخمین سینوس و کسینوس زوایایی که غیر معمول است، مانند زاویه ۲۳ درجه، با مشکل مواجه بودند.
-تصور خوبی از دایره مثلثاتی نداشتند و نمی‌توانستند آن را برای حل مسائل مثلثاتی به کار ببرند.

فارودین و همکاران(۲۰۱۹) در پژوهش خود با بدفهمی‌های زیر در دانش‌آموزان مواجه شدند:

دانش‌آموزان مفهوم دوره تناوب را در توابع مثلثاتی درک نمی‌کنند. مقادیر مثلثاتی را در زاویه‌های خاص، فراموش می‌کنند. اسامی توابع مثلثاتی را به اشتباه می‌نویسند و فرمول‌های مثلثاتی را برای حل مسائل به درستی انتخاب نمی‌کنند.

هدف ریاضی تنها حفظ رویه‌ها نیست بلکه دانش‌آموزان بایستی ریاضی را بفهمند و کامل درک کنند بتوانند توضیح دهند چرا رویه‌هایی که به کار میبرند مناسب‌اند و استدلال کنند چرا مفاهیم ریاضی خواصی دارد که به آن‌ها اجازه استفاده از آن رویه‌ها را می‌دهد(NCTM 2000، به نقل ربانی فرد و گویا، ۱۳۸۸: ۷).

نتایج پژوهش مکنان و همکاران(۲۰۱۸)نشان داد که دانش‌آموزان یادگیری ضعیفی از مثلثات به ویژه در خواص مثلثاتی دارند. به علاوه، دانش‌آموزان نمی‌توانستند دلیل درستی عبارت‌هایی را که نوشتند توضیح دهند.

نتایج پژوهش کارتینان(۲۰۱۷) نشان داد که دانش‌آموزان در مثلثات فقط به حفظ کردن فرمول اکتفا می‌کنند و اغلب نمی‌توانند آن را توضیح دهند. به طور مثال دانش‌آموزان فرمول $sin^2 x + cos^2 x = 1$ را می‌دانستند ولی تعداد کمی از آن‌ها می‌توانستند نحوه به دست آوردن آن را شرح بدهند.

کندل و استیسی(۱۹۹۷) مشاهده کردند که بیشتر دیدگاه‌ها برای تدریس مثلثات از جمله دیدگاه مثلث قائم الزاویه، به دانش‌آموزان اجازه نمی‌دهند که سینوس و کسینوس را به عنوان تابع، درک کنند (به نقل از ربانی فرد، ۱۳۸۶: ۶).

راهکارهایی برای رفع بدفهمی‌های موجود در مثلثات

در این بخش به شرح سه راهکار پیشنهادی برای رفع بدفهمی‌های مثلثات می‌پردازیم که دبیران در آن‌ها دارای نقش کلیدی هستند.

۱. انتخاب روش تدریس مناسب

برای شناخت و رفع اشکالات مفهومی دانش‌آموزان، آن‌ها باید مجال طرح ایده‌هایشان را پیدا کنند و فعالیت‌های گروهی در کلاس درس، می‌تواند چنین وضعیتی را فراهم کند. به همین دلیل، به نظر می‌رسد که روش سخنرانی که در آن معلم به صورت یکطرفه به توضیح و تکرار یک موضوع می‌پردازد، کمکی به رفع بدفهمی‌های دانش‌آموزان نمی‌کند و بنابراین اتخاذ روش‌های دیگر تدریس، ضروری به نظر می‌رسد(ربانی فرد و گویا، ۱۳۸۸: ۹). بنابراین استفاده از روش‌های تدریس فعال و گروهی می‌تواند در بهبود یادگیری مثلثات موثر باشد.

اگر مثلثات را فقط به روش سخنرانی تدریس کنیم، این درس برای دانش‌آموزان خیلی انتزاعی می‌شود. روش سخنرانی، امکانات خیلی محدودی برای تدریس مثلثات دارد(وبر، ۲۰۰۵ به نقل از فارودین و همکاران، ۲۰۱۹: ۶).

ربانی فرد(۱۳۸۶) پیشنهاد می‌کند که معلمان باید در روش‌های تدریس ریاضی تجدید نظر کنند و با استفاده از رهیافت یادگیری هوشمند معنادار، در کاهش بدفهمی‌های مثلثاتی دانش‌آموزان بکوشند.

فارودین و همکاران(۲۰۱۹) یکی از علت‌های بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مثلثات را یادگیری حافظه‌ای و طوطی وار و فراموش کردن مطالبی می‌دانند که آموخته‌اند. بنابراین یکی از راه‌های پیشنهادی این پژوهشگران، روش‌های فعال یادگیری است. چون در یادگیری اکتشافی مطالب در ابتدابه صورت نهایی خود ارائه نمی‌شوند و این فرصت را فراهم می‌کند که دانش‌آموزان خودشان مفهوم را پیدا و کشف کنند.

همان طور که پژوهش یوسف زاده(۱۳۹۵) نشان داد، آموزش مثلثات با تاکید بر فهم و درک مفهومی روابط مثلثاتی، شناخت مفهوم زاویه و دایره مثلثاتی و همچنین شناخت معلم از بدفهمی‌های دانش‌آموزان

در مبحث مثلثات باعث تغییر در روش تدریس و در نتیجه جلوگیری از ایجاد بدفهمی دانش‌آموزان خواهد شد.

ماهیت سلسله مراتبی ریاضی باعث می‌شود تا هرگونه نقص در مراحل یادگیری یک مفهوم ریاضی، به مراحل بالاتر انتقال پیدا کرده و یادگیری را دچار اختلال کند. بنابراین مهم است که سنگ بنای یادگیری مثلثات را به طور درست و اصولی و مفهومی پایه گذاری کنیم.

۲. استفاده از ماشین حساب و نرم افزارها

استفاده از ابزارهایی مانند ماشین حساب، این امکان را برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند که توجه خود را از محاسبات طولانی و خسته کننده و رسم نمودارهای پیچیده به یادگیری مفاهیم مثلثاتی بیشتر معطوف کنند. درک مفهومی مثلثات باعث بهبود یادگیری آن می‌شود.

علامه و گویا (۱۳۹۳)، اظهار کرده‌اند که به احتمال زیاد، مشکلات دانش‌آموزان در توسعه روابط مثلثاتی، چند وجهی بودن دانش لازم برای درک آن‌هاست. دانش‌آموزان با درک نسبت‌های مثلثاتی و کمک گرفتن از ماشین حساب، قادر خواهند بود تا طول اضلاع مجهول، زاویه مجهول و در مسائل کلامی، با مدل‌سازی مسئله به کمک مثلث قائم‌الزاویه، مقادیر مجهول مسئله را بیابند.

معلمان با استفاده از نرم افزارها و رایانه به جای سخنرانی و ارائه اطلاعات، فرصت کافی پیدا می‌کنند تا به راهنمایی دانش‌آموزان و مدیریت منابع بپردازند. به علاوه با انجام این کار معلم با تغییر نقش خود از "انتقال دهنده" به "تسهیل کننده" می‌تواند فعالیت‌های دانش‌آموز را که نتیجه آن یادگیری است، بهتر هدایت کند. همچنین فرآیند یادگیری از طریق امکانات جبری و ترسیمی، باعث استفاده بهینه از وقت کلاس و تثبیت آموخته‌های دانش‌آموزان می‌گردد. بنابراین استفاده از نرم افزارهای ریاضی مانند جئوجبرا می‌تواند گامی موثر در ارتقای یادگیری درس ریاضی ایفا کند(موسی پور، ۱۳۹۵).

جئوجبرا یک نرم افزار ریاضی پویا در یک بسته آموزشی یکپارچه و برای یادگیری آسان ریاضی در همه پایه‌های دوره متوسطه است. این نرم افزار پیوند دهنده هندسه، جبر، جداول و ترسیمات گرافیکی است. جئوجبرا یک نرم افزار کدباز، رایگان و قابل دسترس است. این نرم افزار در مقایسه با دیگر نرم افزارهای مشابه، از نظر توانمندی‌ها، امکانات ترسیمی، رابط کاربردی، وسعت عمل و محتوای آموزشی، مناسب‌ترین گزینه برای معلمان و دانش‌آموزان در آموزش و یادگیری ریاضیات محسوب می‌شود(قربانی،۱۳۹۱).

رحمان و همکاران(۲۰۱۶) بیان می‌کنند که جئوجبرا می‌تواند کمک کند تا دانش‌آموزان ضعیف‌تر، مثلثات را به روشی ساده و جالب فرابگیرند. نرم افزار جئوجبرا می‌تواند انگیزه این دانش‌آموزان را برای یادگیری مثلثات افزایش دهد.

برای اینکه مطالب مربوط به مثلثات عینی‌تر شود، معلمان می‌توانند از جئوجبرا استفاده کنند. در جئوجبرا می‌توان به آسانی تابع‌ها را برای یادگیری موضوعاتی همچون دوره تناوب، مورد بررسی قرار داد. عینی سازی مفاهیم مثلثاتی و همچنین ترسیم نمودارهای توابع مثلثاتی می‌تواند دانش‌آموزان را به یادگیری بیشتر، ترغیب کند(فارودین و همکاران، ۲۰۱۹: ۶).

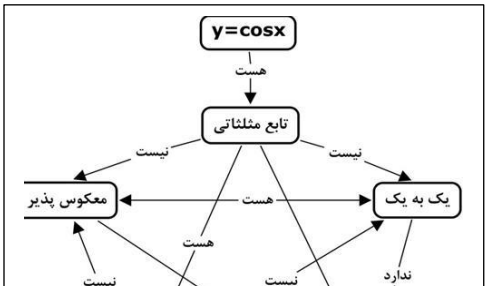
۳. استفاده از نقشه‌های مفهومی

برای اینکه یادگیری معنادار تحقق یابد، باید از روش‌هایی استفاده کنیم که اطلاعات جدید را به دانسته‌های قبلی مرتبط کنند. یکی از روش‌هایی که می‌تواند این ارتباط را برقرار کند، نقشه مفهومی است. معلمان نیز می‌توانند با کمک نقشه مفهومی ترتیب و توالی موضوعی بهتری را طراحی کنند(موسی پور و همکاران، ۱۳۹۸: ۳۹).

نقشه‌ی مفهومی ابتدا با هدف بهبود یادگیری ایجاد شد ولی مطالعات بعدی نشان داد که این نقشه‌ها ابزار مفیدی برای خلاصه کردن مطالب آموخته شده، افزایش درک و فهم، حمایت از یادگیری مشارکتی و ... هستند(سعیدی و دیگران، ۱۳۹۲).

ساختار نقشه‌های مفهومی معمولاً سلسله مراتبی است یعنی مطالب کلی‌تر و جامع‌تر در راس آن قرار می‌گیرد و هرچه به پایین نقشه نزدیک می‌شویم مفاهیم و مطالب جزئی‌تر می‌شود. مفاهیم که با نام گره یا هسته نیز شناخته می‌شوند یک کلمه یا عبارت کوتاه هستند که در داخل یک کادر بسته مثل بیضی یا مستطیل قرار می‌گیرند.

مفاهیم به وسیله‌ی خطوط پیوندی برچسب دار که ماهیت رابطه بین دو مفهوم را نشان می‌دهند با یکدیگر ارتباط پیدا می‌کند. گاهی اوقات از خطوط پیکان‌دار برای پیوندها استفاده می‌شود(سعیدی و دیگران، ۱۳۹۲). در شکل ۱، نمونه‌ای از یک نقشه مفهومی در مثلثات نشان داده شده است.



شکل۱. نقشه‌ای مفهومی از تابع مثلثاتی کسینوس(ریحانی و همکاران، ۱۳۹۱: ۳۵)

پژوهش ریحانی و همکاران(۱۳۹۱)نشان داد که نقشه‌های مفهومی قادرند بدفهمی‌های دانش‌آموزان را در مورد توابع مثلثاتی نشان دهند به گونه‌ای که تشخیص برخی از این بدفهمی‌ها تنها با استفاده از آزمون کتبی امکان پذیر نبود. همچنین نتایج تحقیق آنان نشان داد که استفاده از نقشه‌های مفهومی به عنوان ابزار ارزیابی، باعث ارتقای یادگیری دانش‌آموزان می‌شود.نقشه‌های مفهومی‌به عنوان ابزار ارزیابی، موقعیتی را برای دانش‌آموزان فراهم کردند که در آن همزمان با ارزیابی یادگیری، یادگیری هم صورت گرفته است(ریحانی و همکاران، ۱۳۹۱: ۴۶).

کامل کردن نقشه‌های مفهومی قبل از آزمون کتبی باعث شده است که دانش‌آموزان سازماندهی ذهنی بهتری نسبت به موضوع پیدا کنند و در نتیجه به سوالات آزمون کتبی، بهتر جواب بدهند(ریحانی و همکاران، ۱۳۹۱: ۳۷). در واقع همان طور که کیمچین(۲۰۰۶) نیز اشاره می‌کند، زمانی که در فرآیند آموزش، معلمان از نقشه‌های مفهومی جهت ارائه درس استفاده می‌کنند به مفاهیم مهم و رابطه‌ی آن‌ها با سایر مفاهیم توجه بیشتری خواهند کرد که این سبب بهره‌وری در برنامه‌های کلاسی شده و افزایش حس رضایت دانش‌آموزان و بیشتر شدن انگیزه آن‌ها در یادگیری مطالب ارائه شده را نیز در پی دارد.

بحث و نتیجه‌گیری

همواره در آموزش مفاهیم ریاضی به دانش‌آموزان، با بدفهمی‌هایی مواجه می‌شویم که در ذهن دانش‌آموزان به وجود می‌آید. بنابراین اگر بتوانیم این بدفهمی‌ها را بشناسیم و برای رفع آن‌ها اقدام کنیم، به یادگیری بهتر آن‌ها کمک کرده‌ایم. مثلثات از جمله مفاهیم موضوعات ریاضی در دوره متوسطه که دانش‌آموزان آن را سخت و

انتزاعی می‌بینند و با بدفهمی‌هایی در یادگیری آن رو به رو هستند، که دبیران می‌توانند نقش کلیدی در رفع بدفهمی‌ها در مثلثات ایفا کنند.

در این راه استفاده از روش‌های تدریس فعال و مشارکتی، بسیار کمک کننده است. به ویژه استفاده از ابزارهایی مانند ماشین حساب و نرم افزارها می‌تواند آموزش را برای دانش‌آموزان جالب‌تر و جذاب‌تر کند که این امر به نوبه خود باعث افزایش دقت و تمرکز دانش‌آموزان و کاهش بدفهمی‌های ایجاد شده در آنان می‌شود. استفاده از روش‌های جدید برای ارزیابی نیز می‌توان کمک کننده باشد. یادگیری ضمن ارزیابی هم از نکاتی است که می‌تواند برای شناسایی و رفع بدفهمی‌ها، مد نظر آموزشگران قرار بگیرد. استفاده از نقشه‌های مفهومی را می‌توان به عنوان روش جدیدی برای ارزیابی در نظر گرفت که در آن ضمن ارزیابی، یادگیری هم رخ خواهد داد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

امیری، پریسا و یافتیان، نرگس (۱۳۹۸). شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان از نسبت‌های مثلثاتی. *هفدهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران*، تبریز، ۱۵۹-۱۵۳.

ربانی فرد، علی اکبر و گویا، زهرا (۱۳۸۸). بررسی بد فهمی ها به عنوان یکی از موانع اصلی ایجاد درک مثلثات در دانش آموزان. *رشد آموزش ریاضی*. دوره بیست و ششم، شماره۴. ۱۱-۴.

ربانی فرد، علی اکبر (۱۳۸۶). *مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در رابطه با مثلثات*. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی تهران.

رضائی، مانی (۱۳۹۳). بررسی کتاب های درسی ریاضی دوره متوسطه از شروع آموزش رسمی در ایران. *دو فصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی*. سال دوم شماره ۳. ۹۲-۷۱.

ریحانی، ابراهیم،بخشعلی زاده، شهرناز و استادی،مریم (۱۳۹۱). تاثیر کاربرد نقشه‌های مفهومی بر درک دانش - آموزان رشته ریاضی از توابع مثلثاتی. *رویکردهای نوین آموزشی*. سال هفتم شماره ۲. ۵۲-۲۳.

رنجبر، حسن (۱۳۹۷). *بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه یازدهم رشته ریاضی از مفهوم رادیان*. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی تهران.

زهره‌وند، شیما، مشهودی، شاهد و حیدری،محمد جواد (۱۳۸۷). چرا و چگونه دانش‌آموزان در درس ریاضی بیشتر اشتباه می کنند؟ (تجربه‌هایی از بدفهمی های آموزش کسرها از کتاب جدید پنجم ابتدایی). *دهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران*، دانشگاه یزد.

سعیدی، علی، سیف، علی اکبر، اسدزاده، حسن و ابراهیمی قوام، صغری (۱۳۹۲). مقایسه اثربخشی شیوه‌های ارائه و تهیه نقشه‌های مفهومی بر درک مطلب. *مجله روان شناسی مدرسه*. دوره ۲ شماره۳. ۱۴۳-۱۲۵.

شهریاری، پرویز (۱۳۷۹). *سرگذشت ریاضیات*. تهران: انتشارات مهاجر.

علامه، مجتبی و گویا، زهرا (۱۳۹۳). بدفهمی های دانش‌آموزان از مباحث مثلثات. *مجله رشد آموزش ریاضی*. دوره ۳۲ شماره ۲. ۲۷-۱۳.

قربانی، مهدی (۱۳۹۱)، *کارگاه ریاضی با Geogebra*. تهران: نشر کیان دانش.

موسی پور، منصوره، پور تقی کوهبنه، بهاره و تقی پور، آمنه (۱۳۹۸). راهبردهایی برای ارتقای توانایی حل مسئله در ریاضی. *پویش در آموزش علوم پایه*. دوره پنجم شماره ۱۷. ۴۶-۳۵.

موسی پور، منصوره (۱۳۹۵). جئوجبرا و آموزش خط و معادله‌های خطی ریاضی نهم دوره اول متوسطه. *چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران*، شیراز.

نصیری، قربانعلی (۱۳۸۸). نیاز به توجه بیشتر به آموزش مثلثات. *رشد آموزش ریاضی*. دوره بیست و ششم شماره۴. ۱۴-۱۲.

وبر، کیت (۱۳۹۷). تدریس توابع مثلثاتی؛ درس‌های برگرفته از تحقیق. ترجمه: حسینی،فرید و فرهادی، حمید، *رشد آموزش ریاضی*. دوره ۳۶ شماره۲. ۴۰-۳۴.

یوسف زاده، درنه (۱۳۹۵). *بررسی بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه دوم متوسطه رشته ریاضی در مبحث مثلثات(مطالعه موردی: مدارس دخترانه آموزش و پرورش ناحیه یک بندرعباس در سال تحصیلی ۱۳۹۵ -۱۳۹۴)*. پایان نامه کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندر عباس.

Kimchin, I. M. (2006), Concept mapping, Powerpoint, and Pedagogy of access. *Journal of Biology Education*, 40, 79-83.

Fahrudin, D., Mardiyana, and Pramudya, I. (2019), Profile of students' errors in trigonometry Equations. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series*, **1188**012044.

Rahman, M. H., Puteh, M. (2016), Learnign trigonometry using GeoGebra learning module: Are under achieve pupils moyivated? *AIP Cof. Proc.* **1750**040001.

Karthikeyan, R. (2017), Trigonometry learning for the school students in mathematics .*IRE Journals*, 1(5), 44-49.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی