



## ارزیابی مدل های خطی و غیر خطی در پیش بینی شاخص قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران

علی اکبر خسروی نژاد<sup>۱</sup>  
مرجان شعبانی صدر پیشه<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۳/۱۷

### چکیده

باتوجه به تاثیر بازار بورس در تامین مالی و توسعه کشور، یافتن روشی مناسب برای پیش بینی بازار سهام اهمیت بسیاری دارد. به دلیل امکان وجود روابط غیرخطی در بازارهای مالی، هدف این مقاله، ارزیابی قدرت پیش بینی مدل های خطی و غیرخطی در بازار سهام است. ابتدا با استفاده از مدل سری های زمانی و شبکه عصبی مصنوعی<sup>۱</sup>، متغیر هفتگی شاخص قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران در سال های ۸۳ تا ۸۷ برآورد شده و سپس قدرت پیش بینی دو مدل در سال های ۸۷ تا ۸۹ آزمون شده است. نتایج، بیانگر عدم اختلاف معنی دار دو مدل می باشد.

واژه های کلیدی: پیش بینی، سری های زمانی، شبکه های عصبی مصنوعی

طبقه بندی JEL: E37, C22, C45

۱- استادیار اقتصاد، دانشکده اقتصاد و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)

khosravinejad@gmail.com

۲- کارشناسی ارشد برنامه ریزی سیستم های اقتصادی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، تهران، ایران.

MarjanShabani@gmail.com

## ۱- مقدمه

امروزه، کشورها با نظام‌های سیاسی متفاوت، ضرورت تقویت بازار بورس را از اهداف اصلی خود به‌شمار می‌آورند؛ زیرا بورس اوراق بهادار، علاوه بر تجهیز و هدایت منابع، به عنوان یک نهاد مالی نقش تعیین‌کننده‌ای در تأمین منابع مالی بنگاه‌های اقتصادی دارد. از طرفی در اکثر کشورها، بیشترین مقدار سرمایه از طریق بازارهای بورس مبادله می‌شود. به‌علاوه بازار بورس یک ابزار سرمایه‌گذاری در دسترس، هم برای سرمایه‌گذاران کلان و هم برای عموم مردم است. هرچند سیستم بانکی در بسیاری از کشورها، یکی از مهم‌ترین منابع برای سرمایه‌گذاری‌های کلان است، اما نمی‌تواند به‌تنهایی منابع لازم جهت رشد و توسعه اقتصادی کشور را فراهم آورد. (نمازی، ۱۶، ۱۳۸۲) در صورتی که بازار بورس اوراق بهادار، پذیرای سرمایه‌گذاران مختلف، با انگیزه‌ها و درجه‌های ریسک‌پذیری متفاوت است و اگر این بازارها طوری عمل کنند که منابع به‌طور بهینه تخصیص یابد، بازار کارا می‌شود. (همان منبع، ۱۷)

بیشتر محققین معتقدند که بازارهای مالی از روندی غیرخطی پیروی می‌کنند (Thomaidis, 2007, 2)؛ بنابراین ممکن است از طریق پیش‌بینی‌های خطی، نتایج مناسبی برای بررسی مسیر آینده متغیرهای مالی، حاصل نشود. از مهم‌ترین مدل‌های غیرخطی که در سال‌های اخیر در بازارهای مالی بسیار مورد استفاده قرار گرفته و به نتایج مطلوبی نیز دست یافته است، مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی می‌باشد. کاربرد مدل‌های شبکه عصبی در علم اقتصاد، اغلب در زمینه پیش‌بینی و دسته‌بندی متغیرها در بازارهای پولی و مالی از قبیل قیمت‌های سهام و نرخ ارز بوده است. از شبکه‌های عصبی برای پیش‌بینی سری‌های زمانی در شرایط غیرایستایی متغیرها، عدم توجیه روش‌های کلاسیک و یا پیچیدگی سری‌های زمانی، بسیار استفاده شده است. دلیل عمده آن، وجود آمار بسیار زیاد در این بازارها و عدم توانایی کافی مدل‌های موجود در تبیین و پیش‌بینی رفتار متغیرهای پولی است. اولین بار وایت<sup>۲</sup> به‌دنبال این پرسش بود که آیا شبکه‌های عصبی قادرند قواعد غیرخطی در سری‌های زمانی و قواعد ناشناخته در حرکات قیمت دارایی‌ها و تغییرات قیمت سهام را شناسایی کنند؟ هدف وایت از ارایه این مقاله، نشان دادن این مطلب بود که چگونه یک شبکه عصبی قادر به انجام این کار است (Schwartz, 1977, 291).

در مقاله حاضر، در بخش دوم مقاله و در قسمت مروری بر ادبیات، ابتدا فرضیه بازار کارا و سپس مدل‌سازی پیش‌بینی و مقایسه مدل‌های مربوط به پیش‌بینی بیان شده است. در بخش سوم، مطالعات انجام شده در این زمینه ذکر شده است. بخش چهارم به برآورد مدل‌ها از روش سری‌های زمانی و شبکه عصبی می‌پردازد و سپس توان پیش‌بینی مدل‌ها مقایسه می‌شود. در نهایت در بخش پنجم مقاله، به نتیجه‌گیری و معرفی مدل مناسب می‌پردازیم.

## ۲- مروری بر ادبیات

انگیزه‌های بسیاری برای پیش‌بینی قیمت سهام وجود دارد. مهم‌ترین انگیزه، هدف مالی است. بسیاری افراد از جمله سرمایه‌گذاران، همواره در جستجوی روشی هستند که منجر به بازده بیشتر سرمایه‌گذاری شود. انگیزه دوم، وجود فرضیه بازار کارا<sup>۳</sup> است. (Lawrence, 1997, 2) در این بخش پس از بررسی فرضیه

بازار کارا، مدل‌سازی پیش‌بینی قیمت سهام و مقایسه مدل‌های مربوط به پیش‌بینی، مورد بررسی قرار می‌گیرند.

### فرضیه بازار کارا (EMH)

اقتصاددانان، فرضیه بازار کارا را اواسط دهه ۱۹۶۰ مطرح کردند. (Timmermann, Granger, 2004, 15) در بازار سرمایه کارا، هیچ سرمایه‌گذاری توانایی به‌کارگیری اطلاعات موجود برای پیش‌بینی تغییرات قیمت سهام را به‌منظور کسب سود نداشته و بنابراین، غلبه بر بازار ممکن نیست. (Lawrence, 1997, 6) در صورت کارا بودن بازار، هم قیمت اوراق بهادار به‌درستی و عادلانه تعیین می‌شود و هم تخصیص سرمایه که مهم‌ترین عامل تولید و توسعه اقتصادی است، به‌صورت مطلوب و بهینه انجام می‌شود. در بازار کارا اطلاعاتی که در بازار پخش می‌شود، به‌سرعت بر قیمت اثر می‌گذارد. (حسینی مقدم، ۱۳۸۷، ۱۳)

فاما (۱۹۷۰) اطلاعات موثر در قیمت بازار را به سه بخش شامل اطلاعات قیمت‌های گذشته، اطلاعات عمومی انتشار یافته و اطلاعات موجود (محرمانه و خصوصی) تقسیم نمود. (LeRoy, 1989, 1592)

در مساله کارایی بازار، مراتب و درجه کارایی مطرح می‌باشد. بازار سرمایه‌ای کارای ضعیف است که نتوان با استفاده از قیمت‌های قبلی، قیمت‌های آینده را پیش‌بینی نمود؛ زیرا این اطلاعات بلافاصله در قیمت‌های جاری منعکس شده و همه سرمایه‌گذاران از آن مطلع می‌شوند. (Clarke, Jandik, Mandelker, 2000, 4)

بازار سرمایه‌ای کارای نیمه‌قوی است که نتوان با استفاده از اطلاعات عمومی و قیمت‌های قبلی، قیمت‌های آتی را پیش‌بینی نمود. (Khan, Ikram, 2010, 2) در بازار کارای قوی، فرض می‌شود که هیچ اطلاعات محرمانه‌ای وجود ندارد که برخی افراد بتوانند با استفاده از آن، بازدهی بیشتری به‌دست آورند. (Clarke, Jandik, Mandelker, 2000, 6)

از آن‌جاکه آزمون فرضیه بازارهای کارا در سطح نیمه‌قوی و قوی به‌دلایل مختلف از جمله نبود اطلاعات محرمانه و عمومی در مورد شرکت‌ها، به‌سادگی امکان پذیر نیست، معمولاً آزمون کارایی بازارها در سطح ضعیف انجام می‌شود. (Lawrence, 1997, 2)

### مدل‌سازی پیش‌بینی قیمت سهام

برای پاسخ به این سوال که تا چه حد می‌توان از قیمت‌های قبلی سهام برای پیش‌بینی قیمت‌های آینده استفاده نمود، مدل‌های مختلف مانند مدل‌های تکنیکی (نمودارگراها<sup>۱</sup>) و مدل‌های ساختاری (بنیادگراها<sup>۲</sup>) به‌وجود آمدند. تحلیل‌گران تکنیکی معتقدند تغییرات آینده قیمت سهام می‌تواند با توجه به قیمت‌های پیشین تعیین شوند؛ پس این تحلیل، فرضیه بازار کارا را رد می‌کند. (Ibid, 3) اما بنیادگراها معتقدند قیمت جاری (و آینده) سهام به ارزش ذاتی آن و بازده موردانتظار سرمایه‌گذاری بستگی دارد. برای تعیین ارزش

ذاتی سهام، علاوه بر در نظر گرفتن عوامل موثر در اقتصاد، باید اطلاع دقیقی در مورد شرکت‌ها و عوامل موثر بر درآمد شرکت‌ها در دسترس باشد. (Ibid,4)

هرچند از مدل‌های تکنیکی و ساختاری در پیش‌بینی بازار سهام بسیار استفاده شده است، اما نتایج مطالعات، نشان می‌دهد که این روش‌ها برای پیش‌بینی بازار سهام به اندازه کافی موفق نبوده‌اند. با پیشرفت علم، محققان از مدل‌های سری‌های زمانی و شبکه‌های عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی‌های بهتر استفاده نموده‌اند. (Lawrence,1997,1) در مدل سری‌های زمانی تک‌متغیره، فرض می‌شود متغیر مورد بررسی، دنباله‌ای از مشاهدات در طول زمان است که بر اساس ارزش‌ها و مقادیر گذشته آن، می‌توان مقادیر آینده دنباله را پیش‌بینی نمود. (Seiler,Rom,1997,51) اما بررسی متغیرهای مالی مانند نرخ بهره، نرخ ارز، شاخص قیمت سهام و ... نشان می‌دهد میانگین و واریانس این متغیرها در طول زمان ثابت نیست. به عبارتی هرچند بسیاری از سری‌های زمانی دارای روند صعودی هستند؛ اما روند برخی از سری‌ها در طول زمان نوسانی بوده و دوره‌هایی با نوسانات کم یا زیاد همراه هستند. (اندرس، ۱۳۸۹، ۲۵۲) متغیری تصادفی که در طول زمان، از واریانس ثابتی برخوردار باشد، واریانس همسان<sup>۸</sup> نام دارد و در صورتی که واریانس آن در طول زمان ثابت نباشد، واریانس ناهمسان<sup>۹</sup> نامیده می‌شود.

در مدل‌های واریانس ناهمسان شرطی اتورگرسیو تعمیم‌یافته<sup>۱۰</sup> (GARCH)، در معادله واریانس، هم اجزای خودهمبسته و هم اجزای میانگین متحرک وجود دارند. مزیت مدل GARCH آن است که در برخی موارد به جای یک مدل ARCH مرتبه بالا، یک مدل GARCH را جایگزین می‌کنیم که در آن، اصل صرفه‌جویی بیشتر رعایت شده و تخمین آن نیز آسان‌تر است. (همان منبع، ۲۶۴)

همچنین امروزه به موازات مدل‌های پیش‌بینی سنتی، مدل‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی در ادبیات پیش‌بینی‌های اقتصادی وارد شده‌اند. این مدل‌ها بر اساس محاسبات روی داده‌های عددی یا مثال‌ها، قوانین کلی را فرا می‌گیرند. (منهاج، ۲۰، ۱۳۸۸) مزیت روش شبکه عصبی آن است که می‌تواند قواعد را بدون آن که کاملاً فرمول‌بندی شده باشند، استخراج نماید و اساس کار، مبتنی بر آموزش تدریجی سیستم است. (Lawrence,1997,8) یک شبکه عصبی مصنوعی، مجموعه‌ای از نرون‌های<sup>۱۱</sup> به هم متصل در لایه‌های<sup>۱۲</sup> مختلف است که اطلاعاتی را برای یکدیگر ارسال می‌کنند. ساده‌ترین شکل شبکه فقط دو لایه دارد: لایه ورودی<sup>۱۳</sup> و لایه خروجی<sup>۱۴</sup>. (قدیمی و مشیری، ۴، ۱۳۸۱) معمولاً در طراحی شبکه‌های عصبی، از لایه‌های پنهان<sup>۱۵</sup> نیز استفاده می‌شود. در این لایه، واحدهای پردازشگر اطلاعات قرار دارند که نقش بسیار موثری در فرآیند یادگیری (برآورد) صحیح مدل ایفا می‌کنند. (Tan,2009,13) یادگیری شبکه عصبی، از طریق تعدیل وزن‌ها صورت می‌گیرد. هدف از انجام این کار، حداقل کردن تابع خطا با استفاده از تعدیل<sup>۱۶</sup> وزن‌های اولیه است. (Lawrence,1997,12)

#### مقایسه مدل‌های مربوط به پیش‌بینی

در بسیاری از مطالعات، از معیارهای مربوط به خطای پیش‌بینی به خصوص میانگین مجذور خطاها جهت تعیین قدرت پیش‌بینی استفاده می‌شود؛ اما محققان سال‌ها به دنبال استفاده از معیاری به غیر از

معیار میانگین مجذور خطاها جهت تعیین قدرت پیش‌بینی بوده‌اند؛ زیرا این معیار تنها زمانی قابل توجیه است که زیان ۱۷ ناشی از انجام یک پیش‌بینی نادرست تابعی از توان دوم اجزای خطا باشد؛ اما در عمل همواره این مسئله صادق نیست. (اندرس، ۱۹۹۱، ۱۳۸۹) از این‌رو، برای مقایسه پیش‌بینی‌های حاصل از مدل‌های مختلف، بخشی از مشاهدات را از فرآیند تخمین جدا نموده و برای ارزیابی پیش‌بینی مورد استفاده قرار می‌دهیم. لذا می‌توانیم با بخشی از مشاهدات، مدل‌های مختلف را تخمین بزنیم و با استفاده از مدل‌های برآوردشده، مقادیر بخش دیگر را پیش‌بینی کنیم. در این صورت امکان مقایسه خطای پیش‌بینی هر یک از مدل‌ها فراهم خواهد آمد. (همان منبع، ۱۸۵)

دیبولد و ماریانو<sup>۱۸</sup> (۱۹۹۵) آزمونی را طراحی نموده‌اند که در آن تابع هدف، دارای فرم غیر درجه دوم است. در حالت عادی که از میانگین مجذور خطاها استفاده می‌شود، مقدار زیان ناشی از خطای در پیش‌بینی برابر با  $e_i^2$  می‌باشد؛ حال با فرض آن که دو مدل پیش‌بینی وجود داشته باشد و زیان ناشی از خطای پیش‌بینی دوره  $i$  به اندازه  $g(e_i)$  باشد، تفاضل میان زیان دو مدل را به شکل  $d_i = g(e_{i1}) - g(e_{i2})$  نشان می‌دهیم. با فرض صفر برابری قدرت پیش‌بینی دو مدل، مقدار  $\bar{d}$  (میانگین زیان) برابر با صفر خواهد بود. اگر اجزای دنباله  $\{d_i\}$  همبسته نباشد و واریانس نمونه‌ای این دنباله برابر با  $\gamma_0$  باشد، برآورد  $\text{var}(\bar{d})$  برابر با

$$\frac{\gamma_0}{(H-1)} \text{ خواهد بود. لذا } \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{\gamma_0}{(H-1)}}} \text{ دارای توزیع } t \text{ با } H-1 \text{ درجه آزادی خواهد بود. (همان منبع، ۱۹۳)}$$

### ۳- مطالعات انجام‌شده

از آن‌جاکه بیشترین کاربرد مدل‌های شبکه‌عصبی مصنوعی، پیش‌بینی متغیرهای مالی می‌باشد، در این بخش، به معرفی برخی از مطالعات انجام‌شده در خصوص متغیرهای اقتصادی پرداخته شده است. گیووانیس<sup>۱۹</sup> (۲۰۰۹) در مقاله‌ای تحت عنوان "کاربرد مدل‌های ARCH-GARCH و شبکه‌های عصبی پیش‌خور در مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای"<sup>۲۰</sup>، به بررسی قیمت سهام در بازار بورس آتن در دوره ۱ ژانویه ۲۰۰۲ تا ۳۰ ژوئن ۲۰۰۸ برای شرکت‌های دیونیک ۲۱ و کوکاکولا ۲۲ پرداخته و سپس مقادیر قیمت سهام را در دوره ۱ ژوئیه تا ۲۴ ژوئیه ۲۰۰۸ پیش‌بینی نموده است. او در مورد سهام کوکاکولا، روش OLS و در مورد سهام دیونیک، واریانس ناهمسانی شرطی اتورگرسیو تعمیم‌یافته (GARCH) را به‌خاطر وجود واریانس ناهمسانی به‌کار برده و نتایج پیش‌بینی را به‌وسیله مدل شبکه عصبی پیش‌خور با تابع فعال‌سازی تانژانت هیپربولیک، الگوریتم پس‌انتشار ۲۳ خطا و ۱۵ لایه پنهان، شبیه‌سازی کرده است. درنهایت، پیش‌بینی به‌دست آمده از مدل شبکه‌عصبی را با پیش‌بینی‌های حاصل از مدل‌های OLS و GARCH از طریق معیارهای RMSE<sup>۲۴</sup> و MAE<sup>۲۵</sup> مقایسه کرده است. نتایج نشان‌دهنده آن است که مدل شبکه عصبی نسبت به دو مدل ذکر شده، خطای کمتری داشته و از برتری نسبی برخوردار بوده است.

گورکا و اسمیت<sup>۲۴</sup> (۲۰۰۰) در مقاله‌ای با عنوان "پیش‌بینی نرخ ارز از طریق مدل‌های شبکه عصبی و آریمای<sup>۲۷</sup>"، از مدل شبکه عصبی چندلایه<sup>۲۸</sup> که از روش پس‌انتشار آموزش دیده و هم‌چنین مدل ARIMA برای پیش‌بینی نرخ ارز در لهستان استفاده کرده‌اند. آن‌ها از ۴ روش برای پیش‌بینی نرخ نام برده‌اند که عبارتند از: تحلیل تکنیکی، تحلیل اساسی، تحلیل اقتصادسنجی و روش‌های هوش مصنوعی. در پژوهش مذکور از مدل شبکه عصبی چندلایه با تعداد متفاوتی از لایه‌ها، انواع مختلف توابع فعال‌سازی، تعداد مختلف نرون در لایه‌ها و اطلاعات ورودی مختلف، استفاده شده است. در همه شبکه‌ها، ۵ متغیر خروجی وجود دارد که بیانگر نرخ‌های همان روز، یک، دو، سه و چهار روز بعد می‌باشند. به‌منظور جلوگیری از خطا در پیش‌بینی بر مبنای شبکه عصبی، فرآیند یادگیری (و پیش‌بینی) برای همه انواع شبکه‌ها ۳ بار تکرار شده است. برای مقایسه، نتایج حاصل از مراحل اول و دوم با فرآیند ARIMA مقایسه شده‌اند. در نهایت نتیجه گرفته‌اند که گرچه مدل شبکه عصبی ابزار مفیدی برای اقتصاددانان است؛ اما نمی‌تواند همواره جایگزینی برای مدل‌های کلاسیک آماری باشد.

ایگلی، از توران و بدور<sup>۲۹</sup> (۲۰۰۳) در مقاله‌ای با عنوان "پیش‌بینی بازار سهام با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی" به پیش‌بینی شاخص بازار سهام استانیول (ISE)<sup>۳۰</sup> با استفاده از شبکه‌های عصبی پرداختند. آن‌ها هدف از انجام این پژوهش را اهمیت پیش‌بینی بازده سهام در بخش مالی مطرح نموده‌اند. متغیرهای تحقیق شامل: مقدار شاخص در روز قبل، نرخ ارز روز قبل، نرخ بهره شبانه روز قبل و ۵ متغیر مجازی (روزهای کاری هفته) بوده که داده‌ها به‌صورت روزانه و در سال‌های ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۳ (در مجموع ۴۱۷ داده) جمع‌آوری شده‌اند. ۹۰ درصد از داده‌ها در مجموعه آموزشی و مابقی در مجموعه آزمون به‌کار رفته‌اند. شبکه عصبی به‌کاررفته، از نوع پرسپترون چند لایه و نیز شبکه پیش‌خور تعمیم‌یافته و تابع فعال‌سازی مورد استفاده، از نوع زیگموید بوده است. در نهایت، مدل‌های شبکه عصبی با دو مدل میانگین متحرک (۵ و ۱۰ روزه) مقایسه شده‌اند. نتایج حاکی از آن است که دو مدل شبکه عصبی، زمانی که یک لایه پنهان در شبکه وجود دارد، عملکرد بهتری دارند. با مقایسه خطاها، مشاهده می‌شود که مدل‌های شبکه عصبی نسبت به مدل‌های میانگین متحرک، از خطای کمتر و در نتیجه، عملکرد بهتری برخوردارند.

قدیمی و مشیری<sup>۳۱</sup> (۱۳۸۱) در مقاله خود با عنوان "مدل‌سازی و پیش‌بینی رشد اقتصادی در ایران با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی"، کارایی یک مدل شبکه عصبی را با یک مدل رگرسیون خطی برای پیش‌بینی نرخ رشد اقتصادی در ایران مقایسه می‌کنند. دوره مورد بررسی، سال‌های ۱۳۸۰-۱۳۱۵ است که شامل ۶۶ داده سالانه است. در این مطالعه، از متغیر نرخ رشد تولید ناخالص داخلی سرانه به‌عنوان متغیر وابسته و از متغیرهای سرمایه انسانی، نرخ تورم، نرخ سرمایه‌گذاری و متغیر مجازی سال‌های جنگ به‌عنوان متغیرهای مستقل، استفاده شده است. ابتدا یک مدل رگرسیون رشد برای دوره ۱۳۷۳-۱۳۱۵ برآورد شده است و دوره ۱۳۸۰-۱۳۷۴ به‌عنوان مجموعه آزمون انتخاب شده است. در ادامه، یک شبکه عصبی با همان مجموعه رگرسورها (متغیرهای ورودی) تخمین زده شده است. شبکه عصبی طراحی‌شده، از نوع پیش‌خور با

یک لایه پنهان و تابع فعال‌سازی تانژانت هیپربولیک بوده است. بر اساس کلیه معیارهای مرسوم ارزیابی، مدل شبکه عصبی در مقایسه با مدل رگرسیون، از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد.

مرزبان، اکبری‌ان و جواهری (۱۳۸۳) در مقاله خود با نام "یک مقایسه بین مدل‌های اقتصادسنجی ساختاری، سری زمانی و شبکه عصبی برای پیش‌بینی نرخ ارز"، عملکرد پنج الگوی باکس-جنکینز (الگوی میانگین متحرک انباشته خودهمبسته)، گام تصادفی و سه تصریح مختلف براساس نظریه برابری قدرت خرید (PPP) را در مقایسه با شبکه‌های عصبی مصنوعی، برای پیش‌بینی نرخ ارز اسمی ماهانه مورد بررسی قرار داده‌اند. شبکه عصبی به‌کاررفته، شبکه پیش‌خور با الگوریتم پس‌انتشار خطا بوده است. هدف این مقاله، آزمون این است که آیا شبکه‌های عصبی مصنوعی، در پیش‌بینی نرخ ارز، دارای نتایج بهتری یا خیر. در این مطالعه از داده‌های ماهانه نرخ ارز اسمی در بازار سیاه برای دوره مهر ماه ۱۳۵۹ تا دی ماه ۱۳۸۱، داده‌های شاخص ماهانه قیمت مصرف‌کننده ایران (سال پایه ۱۳۷۶) و داده‌های مربوط به شاخص قیمت مصرف‌کننده ایالات متحده آمریکا (سال پایه ۱۹۹۶) استفاده شده که تمام متغیرها به‌صورت لگاریتمی در نظر گرفته شده‌اند. متغیرهای توضیحی مورد استفاده در مدل‌های خطی، به‌عنوان ورودی شبکه عصبی به‌کار رفته‌اند. نتایج نشان می‌دهد مدل شبکه‌های عصبی در مقایسه با مدل‌های خطی اقتصادسنجی نظیر مدل‌های ساختاری و سری زمانی، به وضوح از قدرت بیشتری در زمینه پیش‌بینی نرخ ارز برخوردار است.

#### ۴- برآورد مدل

متغیر مورد استفاده در این مقاله برای پیش‌بینی شاخص قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران، متغیر شاخص کل قیمت سهام در بازه زمانی ۱۳۸۳/۱/۱۰ تا ۱۳۸۷/۱۰/۱۹ به‌صورت هفتگی می‌باشد. داده‌ها از سایت بورس اوراق بهادار تهران استخراج شده و در مجموع ۲۵۰ داده مورد استفاده قرار گرفته است. برای پیش‌بینی شاخص قیمت سهام، ابتدا از مدل سری‌های زمانی تک‌متغیره‌ی ARIMA استفاده شده است؛ اما پس از انجام آزمون‌های مربوط به پسماندها، به‌دلیل وجود واریانس ناهمسانی، مدل مناسب، GARCH تشخیص داده شد. همچنین برای پیش‌بینی شاخص قیمت سهام به روش شبکه عصبی، با توجه به تئوری موجود در مدل سری‌های زمانی، بر اساس روند گذشته شاخص قیمت سهام، به پیش‌بینی مقادیر سری پرداخته‌ایم.<sup>۳۱</sup>

#### برآورد با استفاده از روش سری‌های زمانی تک‌متغیره:

فرض مهم در مدل سری‌های زمانی، بررسی ایستایی متغیر است که این کار با استفاده از آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته انجام شده است.

آماره آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته نشان می‌دهد که ناپیوستگی در سطح سری موردنظر وجود دارد. بنابراین با یک‌بار تفاضل‌گیری از سری موردنظر به نتایج جدول (۲) دست یافتیم که بیانگر آن است که متغیر شاخص قیمت سهام با یک‌بار تفاضل‌گیری، ایستا می‌شود.

جدول ۱- آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته برای بررسی ایستایی متغیر شاخص قیمت سهام

نتیجه آزمون	Prob.	آماره آزمون ADF	شرح
عدم رد H0	۰/۶۳۵۸	-۱/۲۸۷۶۵۴	شاخص قیمت سهام با عرض از مبدا
عدم رد H0	۰/۶۳۵۶	-۱/۹۳۰۲۷۴	شاخص قیمت سهام با روند و عرض از مبدا
عدم رد H0	۰/۳۱۹۱	-۰/۹۱۵۱۶۲	شاخص قیمت سهام بدون روند و عرض از مبدا

منبع: یافته‌های پژوهش

جدول ۲- آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته برای بررسی ایستایی تفاضل اول متغیر شاخص قیمت

سهام

نتیجه آزمون	Prob.	آماره آزمون ADF	شرح
عدم قبول فرضیه H0	۰/۰۰۰۰	-۱۰/۴۸۰۵۱	تفاضل اول شاخص با در نظر گرفتن عرض از مبدا
عدم قبول فرضیه H0	۰/۰۰۰۰	-۱۰/۴۸۶۶۰	تفاضل اول شاخص با در نظر گرفتن روند و عرض از مبدا
عدم قبول فرضیه H0	۰/۰۰۰۰	-۱۰/۴۵۸۴۰	تفاضل اول شاخص بدون روند و عرض از مبدا

منبع: یافته‌های پژوهش

برآورد مدل سری زمانی ARIMA

برای تعیین وقفه‌های بهینه جهت تخمین مدل، از نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی استفاده می‌کنیم. اضافه کردن وقفه‌های  $p$  یا  $q$  به یک مدل، موجب کاهش مجذور پسماندهای تخمین می‌شود؛ اما به‌طور هم‌زمان، موجب تخمین ضرایب اضافی و لذا کاهش درجه اطمینان خواهد شد. به‌علاوه لحاظ ضرایب اضافی در مدل، قدرت پیش‌بینی را نیز کاهش خواهد داد. معیارهای متعددی برای انتخاب مدل مناسب وجود دارد. دو معیار انتخاب مدل که عموماً مورد استفاده قرار می‌گیرند، عبارتند از معیار آکائیک (AIC) و معیار شوارتز (SBC). (اندرس، ۱۳۸۹، ۱۵۴) مدلی که مقادیر AIC و SBC کوچک‌تری دارد، مدل بهتری است. اگر بر اساس هر دو معیار، یک مدل انتخاب شود، دیگر هیچ شکی برای پذیرش مدل انتخاب شده وجود نخواهد داشت. (همان منبع، ۱۵۶)

با مشاهده تابع خودهمبستگی جزئی و این‌که به ازای تمام وقفه‌های بزرگ‌تر از یک، این تابع برابر با صفر است، مرتبه اتورگرسیون، یک تشخیص داده می‌شود. همچنین مرتبه میانگین متحرک نیز با توجه به تابع خودهمبستگی، یک در نظر گرفته می‌شود. پس با یک‌بار تفاضل‌گیری از سری شاخص قیمت سهام و براساس نمودارهای خودهمبستگی و خودهمبستگی جزئی، مرتبه مدل موردنظر  $ARIMA(1,1,1)$  تشخیص داده می‌شود.

با بررسی نمودار شاخص قیمت سهام در دوره مورد مطالعه، رونق سری در ماه چهارم از سال ۱۳۸۷ مشاهده می‌شود. علت این افزایش، ورود شرکت‌های مشمول واگذاری (مطابق با اصل ۴۴ قانون اساسی) به



بورس اوراق بهادار بوده است. به همین دلیل، ابتدا مدل ARIMA(1,1,1) را بدون متغیر مجازی و سپس با متغیر مجازی مرتبط با شوک سال ۱۳۸۷، برآورد می‌نماییم. نتایج دو مدل به شرح جدول زیر می‌باشد:

جدول ۳- مقادیر آکائیک و شوارتز مربوط به دو مدل ARIMA

مدل	AIC	SBC
ARIMA(1,1,1) بدون متغیر مجازی	۱۲/۹۱۵۲۱	۱۲/۹۴۳۵۴
ARIMA(1,1,1) با متغیر مجازی	۱۲/۸۹۴۳۱	۱۲/۹۳۶۸۱

براساس جدول فوق، مدلی که با متغیر مجازی برآورد شده، معیارهای آکائیک و شوارتز کوچک‌تری دارد و بنابراین مدل ARIMA به صورت زیر برآورد می‌شود:

$$y_t = 0.74y_{t-1} - 0.43\varepsilon_{t-1} + 284.2d \quad (1)$$

(۰.۰۹۹)      (۰.۱۳)      (۱۰۹۱۰)

که  $y_t$  و  $y_{t-1}$  به ترتیب متغیر شاخص قیمت سهام و وقفه اول آن،  $\varepsilon_{t-1}$  فرآیند پارازیت و  $d$  متغیر مجازی وارد شده در مدل می‌باشد. ضرایب بیانگر آن است که در مدل حاصل، مقادیر هفتگی شاخص قیمت سهام در بورس تهران، با یک دوره قبل ارتباط دارند.

پس از مدل‌سازی و تخمین مدل، به بررسی پسماندها می‌پردازیم. برای بررسی وجود خودهمبستگی در اجزای اختلال از آماره  $Q$  لیانگ-باکس استفاده شده است. با توجه به این که این آماره در هیچ یک از وقفه‌ها معنی‌دار نمی‌باشد، لذا پسماندهای مدل فاقد خودهمبستگی هستند. همچنین برای آزمون وجود واریانس شرطی در پسماندهای مدل ARIMA، آماره  $Q$  لیانگ-باکس برای مجذور پسماندهای استاندارد شده محاسبه گردید. نتایج حاکی از آن است که همه مقادیر آماره  $Q$  معنی‌دار بوده و وجود الگوی ARCH تایید می‌شود.

#### برآورد مدل سری زمانی GARCH

از آن جاکه به دلیل وجود پدیده واریانس ناهمسانی در مدل ARIMA، این مدل از اعتبار کافی برای پیش‌بینی برخوردار نیست، می‌بایست از گروه مدل‌های واریانس ناهمسان شرطی برای تخمین مدل استفاده شود. در این مقاله، با توجه به رفتار پسماندهای سری و وجود هر دو جزء اتورگرسیو و میانگین متحرک در آن، به مدلی غیرخطی از نوع GARCH(1,1) دست می‌یابیم. الگوی GARCH(1,1) رایج‌ترین فرم نوسانات شرطی به خصوص در مورد داده‌های مالی است که در آن شوک‌های نوسانی بسیار پایدار هستند. (همان منبع، ۲۹۳)

نتایج حاصل از تخمین مدل GARCH(1,1) و مدل میانگین حاصل به صورت معادله (۲) می‌باشد:

$$y_t = 0.84.y_{t-1} - 0.55\varepsilon_{t-1} + 414.29d \quad (2)$$

(۰.۰۸)      (۰.۱۴)      (۷۸.۲۲)

با تخمین مدل GARCH(1,1) به معادله واریانس زیر دست می‌یابیم:

$$h_t = 5897.55 + 0.27\varepsilon_{t-1}^2 + 0.46h_{t-1} \quad (3)$$

پس از برآورد مدل GARCH، لازم است میزان دقت مدل سنجیده شود. برای آزمون مدل میانگین، از آماره Q لیانگ-باکس برای دنباله‌ی پسماندهای استاندارد شده استفاده شده است. با توجه به این که هیچ‌یک از مقادیر آماره Q در سطح ۰/۰۵ معنی‌دار نشده‌اند، نتیجه می‌گیریم همبستگی پیاپی در پسماندها وجود ندارد. هم‌چنین در پسماندهای مدل GARCH برآورد شده، نباید واریانس شرطی مشاهده شود. برای بررسی این مساله، آماره Q لیانگ-باکس را برای مجذور پسماندهای استاندارد شده تشکیل داده‌ایم. در این‌جا نیز هیچ‌یک از مقادیر آماره Q در سطح ۰/۰۵ معنی‌دار نیستند. پس مدل GARCH(1,1) برآورد شده، مدلی مناسب برای پیش‌بینی سری موردنظر می‌باشد و از اعتبار کافی برخوردار است.

#### برآورد مدل با استفاده از روش شبکه‌های عصبی مصنوعی

با توجه به مدل GARCH برآورد شده در قسمت قبل و معنی‌داری ضریب اتورگرسیو مرتبه اول در مدل مذکور، ورودی شبکه عصبی، وقفه اول شاخص قیمت سهام و خروجی شبکه، شاخص قیمت سهام در نظر گرفته شده است. در این پژوهش، ۸۰ درصد داده‌ها برای آموزش و مابقی برای آزمون نتایج به‌کار رفته‌اند. با توجه به نوع داده‌های تحقیق و این که مقادیر مثبت را اختیار می‌کنند، از تابع تبدیل زیگموئید ۳۲ در لایه پنهان و از تابع تبدیل خطی ۳۳ در لایه خروجی استفاده شده است. از آن‌جاکه رایج‌ترین الگوریتم آموزش هنگام طراحی شبکه‌های عصبی مالی، الگوریتم پس‌انتشار خطا و نیز رایج‌ترین ساختار شبکه برای آن‌ها، یک شبکه پیش‌خور چندلایه است که با استفاده از پس‌انتشار، آموزش دیده است (Lawrence, 1997, 12)، در مدل طراحی شده از یک شبکه پیش‌خور چندلایه (MLP) که با الگوریتم پس‌انتشار (BP) آموزش دیده و نیز تابع آموزش tranlim که سریع‌ترین تابع آموزش در الگوریتم پس‌انتشار است، استفاده شده است.

پس از نرمال‌سازی داده‌ها، برای تعیین تعداد واحدهای پردازش اطلاعات مناسب، تعداد نرون‌های پنهان را از ۲ تا ۱۵ تغییر دادیم. به‌منظور جلوگیری از خطا، فرآیند یادگیری برای هر مدل، ۲۰ بار تکرار شده است. میانگین شاخص جذر میانگین مجذور خطا (RMSE) در مدل‌های برآورد شده با تعداد نرون‌های مختلف، به شرح زیر حاصل شده است:

جدول ۴- محاسبه معیار جذر میانگین مجذور خطا با تعداد مختلف نرون

تعداد نرون	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
میانگین RMSE	۱۶۴/۶	۱۶۴/۹	۱۶۴/۶	۱۶۶/۳	۱۶۳/۹	۱۶۴/۵	۱۶۴/۵	۱۶۴/۶	۱۶۴/۱

باتوجه به مقادیر خطا، درنهایت تعداد واحدهای پردازش اطلاعات بهینه، ۶ درنظر گرفته شده است. جدول (۵) مدل شبکه عصبی به‌کاررفته در مقاله حاضر را به‌طور خلاصه بیان می‌کند:

جدول ۵- مدل شبکه عصبی به‌کاررفته در پژوهش

تعداد نرون لایه پنهان	داده‌های آموزش	تابع تبدیل لایه پنهان	تابع تبدیل لایه خروجی	نوع شبکه	الگوریتم آموزش	تابع آموزش
۱۰	۸۰ درصد	زیگموئید	خطی	چندلایه پیش‌خور	پس‌انتشار خطا	tranlim.

منبع: یافته‌های پژوهش

#### مقایسه مدل‌ها

برای مقایسه روش‌های مختلف پیش‌بینی شاخص قیمت سهام و معرفی بهترین مدل، خطای پیش‌بینی مدل‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. ارزیابی خطا از راه‌های متعددی امکان‌پذیر است؛ اما معمولاً توابعی از خطا را برای مقایسه توانایی مدل‌ها در پیش‌بینی محاسبه می‌نمایند. معیارهای رایج برای ارزیابی خطای پیش‌بینی که در این مقاله محاسبه شده‌اند، عبارتند از: جذر میانگین مجذور خطا (RMSE)، میانگین مجذور خطا (MSE)، میانگین قدرمطلق خطا (MAE)، میانگین قدرمطلق درصد خطا (MAPE) و ضریب نابرابری U.

جدول ۶- نتایج حاصل از پیش‌بینی با استفاده از مدل سری زمانی و شبکه عصبی مصنوعی

U-THEIL	MAPE.	MAE.	MSE.	RMSE.	معیار / مدل
۰/۰۰۷۴۲۳	۱/۰۴۶	۱۱۳/۰۷	۲۵,۱۴۶	۱۵۸/۶	GARCH(1,1).
۰/۰۰۶۹۵۷	۱/۰۱۹	۱۰۹/۰۸	۲۲,۱۴۸	۱۴۸/۸	ANN.

منبع: یافته‌های پژوهش

بر اساس جدول (۶) هر ۵ شاخص ارزیابی در مدل شبکه عصبی مصنوعی نسبت به مدل GARCH(1,1) کوچک‌تر بوده و بنابراین در چارچوب مطالعه حاضر، می‌توان نتیجه گرفت که توان پیش‌بینی مدل شبکه عصبی مصنوعی، بیش از مدل سری زمانی GARCH(1,1) می‌باشد.

برای مقایسه پیش‌بینی‌های حاصل از دو مدل، ۹۰ مشاهده مربوط به بازه زمانی ۱۳۸۳/۱/۱۰ تا ۱۳۸۹/۷/۱۰ را به‌عنوان مشاهدات برون نمونه‌ای درنظر گرفته و با استفاده از دو مدل GARCH و شبکه عصبی که برآورد نموده‌ایم، پیش‌بینی‌های جدیدی به‌دست می‌آوریم. آماره دیبولد و ماریانو برای ۹۰ مشاهده برون نمونه‌ای،  $DM = -1/11$  محاسبه شده است. مقدار آماره فوق براساس آزمون  $t$  با ۸۹ درجه آزادی

معنادار نمی‌باشد؛ به عبارتی می‌توان نتیجه گرفت قدرت پیش‌بینی مدل GARCH از نظر آماری تفاوت معناداری با مدل شبکه عصبی ندارد.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله شاخص هفتگی قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران در سال‌های ۸۷-۸۳ به روش سری‌های زمانی تک‌متغیره و شبکه عصبی مصنوعی پیش‌بینی شده است. هدف از انجام این مطالعه، معرفی بهترین روش برای پیش‌بینی شاخص کل بورس و نیز مقایسه توان آزمون‌های خطی و غیرخطی در پیش‌بینی بازارهای مالی می‌باشد. نتایج حاکی از آن است که مدل شبکه‌عصبی مصنوعی نسبت به مدل سری‌زمانی GARCH، به خطای کمتری در پیش‌بینی دست یافته است. برای مقایسه پیش‌بینی‌های حاصل از دو مدل، ۹۰ مشاهده مربوط به سال‌های ۸۷ تا ۸۹ را به‌عنوان مشاهدات برون نمونه‌ای در نظر گرفتیم و آماره دیبولد و ماریانو را برای این مشاهدات محاسبه نمودیم. نتایج حاکی از آن است که قدرت پیش‌بینی دو مدل از لحاظ آماری اختلاف معناداری با یکدیگر ندارد. با توجه به کارایی بالای مدل‌های مبتنی بر هوش مصنوعی در مقایسه با مدل‌های کلاسیک در بازارهای مالی، این امکان وجود دارد که علاوه بر استفاده از دو مدل سری‌های زمانی و شبکه‌های عصبی مصنوعی، از مدل‌های منطق فازی مانند فاریما نیز برای پیش‌بینی شاخص قیمت سهام در بورس اوراق بهادار استفاده نمود و با مقایسه توان آزمون‌ها، بهترین مدل را انتخاب کرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

### فهرست منابع

- ۱) اندرس، و.، ۱۳۸۹، اقتصادسنجی سری‌های زمانی با رویکرد کاربردی، جلد اول، ترجمه دکتر مهدی صادقی شاهدانی، سعید شوال پور، انتشارات دانشگاه امام صادق.
- ۲) جانستون، ج.، دیناردو، ج.، ۱۳۸۹، روش‌های اقتصادسنجی، ترجمه: اهرابی، فریدون، خسروی نژاد، علی اکبر، انتشارات نورعلم.
- ۳) حسینی مقدم، ر.، ۱۳۸۷، بازارگردانی (در بازار اوراق بهادار)، انتشارات جنگل.
- ۴) خالوزاده، ح.، ۱۳۷۷، مدل سازی غیرخطی و پیش‌بینی رفتار قیمت سهام در بازار بورس تهران، پایان‌نامه دوره دکتری مهندسی برق - کنترل و سیستم، دانشگاه تربیت مدرس.
- ۵) سینایی، ح.، مرتضوی، س.، تیموری اصل، ی.، ۱۳۸۴، پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، بررسی‌های حسابداری و حسابرسی، شماره ۴۱، ص ۷۴-۶۰.
- ۶) قدیمی، م.ر.، مشیری، س.، ۱۳۸۱، مدل‌سازی و پیش‌بینی رشد اقتصادی در ایران با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۱۲.
- ۷) مرزبان، ح.، اکبری‌ان، ر.، جواهری، ب.، ۱۳۸۳، یک مقایسه بین مدل‌های اقتصادسنجی ساختاری، سری زمانی و شبکه عصبی برای پیش‌بینی نرخ ارز، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۶۹.
- ۸) منهج، م.ب.، ۱۳۸۸، مبانی شبکه‌های عصبی، انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، جلد اول.
- ۹) نمازی، م.، ۱۳۸۲، بررسی عملکرد اقتصادی بازار بورس اوراق بهادار در ایران، انتشارات معاونت امور اقتصادی وزارت امور اقتصادی و دارایی.

- 10) Box, G.E.P., Jenkins, G.M., 1976, Time Series Analysis, Forecasting and Control.
- 11) Clarke, J., Jandik, T., Mandelker, G., 2000, The Efficient Markets Hypothesis, PP: 4-6.
- 12) Egeli, B., Ozturan, M., Badur, B., 2003, Stock Market Prediction Using Artificial Neural Networks.
- 13) Fama, E., 1970, Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work.
- 14) Franses, Ph., Dijk, D., 2003, Nonlinear Time Series Models in Empirical Finance, PP:157-170.
- 15) Giovanis, E., 2009, Application of ARCH-GARCH models and feedforward neural networks with Bayesian regularization in Capital Asset Pricing Model: The case of two stocks in Athens exchange stock market.
- 16) Górecka, A., Szmít, M., 2000, Exchange Rates Prediction by Arima and Neural Networks Models.
- 17) Kasabov, N., 1998, Foundations of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Knowledge Engineering, PP: 84-89.
- 18) Khan, A., Ikram, S., 2010, Testing Semi-Strong form of efficient market hypothesis in relation to the impact of foreign institutional investors' (FII's) investments on Indian capital market, International Journal of Trade, Economics and Finance, P: 374.
- 19) Lawrence, R., 1997, Using Neural Networks to Forecast Stock Market Prices, PP: 1-12.
- 20) LeRoy, S., 1989, Efficient Capital Markets and Martingales, Journal of Economic Literature, PP: 1583-1621.
- 21) Schwartz, R.A., Whitcomb, D. K., 1977, Evidence on the Presence and Causes of Serial Correlation in Market Model Residuals, Journal of Financial and Quantitative Analysis, PP: 291-313.

- 22) Seiler, M., Rom, W., 1997, A Historical Analysis Of Market Efficiency: Do Historical Returns Follow A Random Walk? PP: 50-51.
- 23) Tan, Ch., 2009, Financial Time Series Forecasting Using Improved Wavelet Neural Network, P: 13.
- 24) Timmermann, A., Granger, W.J., 2004, Efficient market hypothesis and forecasting, International Journal of Forecasting, PP: 15-27.
- 25) Thomaidis, N., 2007, Efficient Statistical Analysis of Financial Time-Series using Neural Networks and GARCH models, PP: 2-6.
- 26) Tsay, R. S., 2002, Analysis of Financial Time Series, PP: 93-98

## یادداشت‌ها

1. Artificial Neural Network
2. White
3. Efficient Market Hypothesis
4. Technical Models
5. Chartists
6. Fundamental Analysis
7. Fundamentalists
8. Homoscedasticity
9. Heteroscedasticity
10. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
11. Neurons
12. Layers
13. Input Layer
14. Output Layer
15. Hidden Layer
16. Adjusting
17. Loss
18. Diebold and Mariano
19. Giovanis(2009)
20. Capital Asset Pricing Model
21. Dionic
22. Coca-Cola
23. Back Propagation Algorithm
24. Root Mean Square Error
25. Mean Absolute Error
26. Gorecka & Szmit (2000)
27. Auto-Regressive Integrated Moving Average
28. Multi-Layer ANN
29. Egeli, Ozturan, Badur(2003)
30. Istanbul Stock Exchange

۳۱- به دلیل زیاد بودن تعداد مشاهدات در برآورد مدل‌ها، مقادیر پیش‌بینی شده متغیر شاخص قیمت سهام در پیوست مقاله آورده شده است.

۳۲. فرمول تابع تبدیل زیگموئید (Sigmoid Transfer Function) به صورت  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$  می‌باشد. این تابع در شبکه‌های عصبی

مورد استفاده زیادی دارد که به عنوان مثال، می‌توان به شبکه‌های عصبی چندلایه با قانون یادگیری پس‌انتشار خطا اشاره کرد. مقدار این تابع، در محدوده صفر و یک قرار دارد. (منهاج، ۴۵، ۱۳۸۸)

۳۳. فرمول تابع تبدیل خطی (Linear Transfer Function) به صورت  $f(x) = x$  می‌باشد. خروجی این تابع برابر ورودی آن است. (منهاج، ۴۳، ۱۳۸۸)