

# Optimal Pricing for Services of Iran's Internet Exchange Points: A Fuzzy Geometric Programming Approach

Akbar Ahmadi<sup>1</sup>

| a.ahmadi@atu.ac.ir

Received: 2021/01/26 | Accepted: 2021/08/01

**Abstract** The optimal pricing of goods and services is one of the most challenging issues in economics. Scarcity of resources which causes a good or a service priced more expensive, on the one hand, and its costs of production on the other, motivate researchers to find optimum price. This paper investigates an optimal pricing scheme for Iran's IXP services including 1Ge ports, 10GE, and 100GE ports through a Fuzzy Geometric Programming model. "Internet exchange points" (IXPs) are infrastructures through which Autonomous Systems (AS) such as Internet Service Providers (ISPs), Content Delivery Networks (CDNs), Content Providers (CPs), and other internet networks, peer with each other to exchange internet traffic more efficiently. These points provide their members with a wide variety of services. How should these services be priced so that the maximum number of potential members can be connected to IXP and also the profit of IXP is maximized? The FGP model answers these questions. According to the results of this paper, the demand for the services of IXPs is a function of the price of ports and the number of services provided in each IXP. This demand function is normal; i.e., the quantity demanded has a negative relationship with the port price and a positive relationship with the number of services. The demand function for 1GE ports is price inelastic, while the elasticities of the price for 10GE and 100GE is greater than 1. Also, it has been shown that the optimal price of the Iranian IXP services based on the FGP model proposes a higher price of 10.3% compared to its current price, and a lower price for 10GE and 100GE ports of 1.75% and 14.5% respectively compared to the current price. The sensitivity analysis shows that the changes of price elasticity up to 90%, have no impact on the profit of IXP, but it has a small effect on the optimum price.

**Keywords:** Internet Pricing, Internet Exchange Points, Demand for IXP, Mathematical Optimization, Fuzzy Geometric Programming.

**JEL Classification:** C02, D42, D22, D24.

1. Faculty Member of Economics, Researches Institute, Allameh Tabatabaee University, Tehran, Iran.

# قیمتگذاری بهینه خدمات مراکز تبادل ترافیک اینترنت: رویکرد برنامه‌ریزی هندسی فازی

a.ahmadi@atu.ac.ir

اکبر احمدی

عضو هیئت علمی پژوهشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی

مقاله پژوهشی

پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۱۰

دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۰۷

**چکیده:** قیمتگذاری کالاها و خدمات برای تخصیص بهینه منابع از چالشی ترین موضوع‌های علم اقتصاد است. یکی از زمینه‌های تعیین قیمت، خدمات «نقاط تبادل ترافیک اینترنت» است که امکان تبادل کارا تر اطلاعات و داده را در یک نقطه مشترک برای شبکه‌های محلی فراهم می‌سازد. در ایران، فعالیت مراکز تبادل ترافیک اینترنت از سال ۱۳۹۵ شروع شده و در حال حاضر تنها حدود ۱۰ درصد از کل مشتریان بالقوه به این نقاط متصل شده‌اند. یکی از دلایل عدم استقبال از این نقاط در کشور، قیمت خدمات آن‌هاست. در این پژوهش با استفاده از برنامه‌ریزی هندسی فازی، ضمن مدل‌سازی ریاضی تعیین قیمت خدمات این نقاط، قیمت بهینه خدمات واگذاری «پورت» به مشترکان با هدف بیشینه‌سازی سود شرکت ارتباطات زیرساخت محاسبه شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، تقاضا برای خدمات مراکز تبادل ترافیک تابعی از قیمت پورت و تعداد خدمات هر مرکز است. این تابع تقاضا نرمال است، به طوری که با قیمت پورت رابطه منفی و با تعدد خدمات آن‌ها رابطه مستقیم و مثبت دارد. کشش قیمتی تقاضا برای خدمات این مراکز در کشور برای پورت‌های ۱ گیگابیت در ثانیه کم‌کشش و برای پورت‌های ۱۰ و ۱۰۰ گیگابیت بیش از واحد است. قیمت بهینه خدمات مراکز تبادل ترافیک اینترنت کشور به تفکیک پورت‌های ۱، ۱۰، و ۱۰۰ پیگابیت در ثانیه نسبت به قیمت‌های فعلی این پورت‌ها به ترتیب ۱۰/۳ درصد بالاتر، و ۱/۷۵ درصد و ۱۴/۵ درصد پایین‌تر است.

**کلیدواژه‌ها:** قیمتگذاری، نقاط تبادل ترافیک اینترنت، تقاضای خدمات IXP، بهینه‌یابی

ریاضی، برنامه‌ریزی هندسی فازی

طبقه‌بندی JEL: C02, D42, D22, D24

**مقدمه**

تعیین قیمت بهینه برای کالاها و خدماتی که تولید و مصرف آن‌ها در شرایط بازار رقابت کامل صورت نمی‌گیرد، از مباحث مهم علم اقتصاد است. یکی از زمینه‌های تعیین قیمت مناسب برای خدمات، اینترنت است که با توجه به روند افزایش بسیار سریع و چشمگیر استفاده از آن برای انجام فعالیت‌های تجاری و سرگرمی، به عنوان یکی از مهم‌ترین پدیده‌های اجتماعی چند دهه اخیر دارای اهمیتی مضاعف است. توسعه فناوری‌های فیبر نوری برای کاهش هزینه‌ها از یک‌سو، و مقبولیت عمومی و گسترده استفاده از پروتکل‌های اینترنتی به عنوان پلتفرم برتر در ارتباطات از سوی دیگر، به ایجاد یک شبکه همگرا منجر شده که می‌تواند خدمات ارتباطی متعددی ارائه کند و برنامه‌های فراوانی را پشتیبانی نماید. این خدمات ارتباطی، مسیر و سبک زندگی فردی و جمعی مردم را در حوزه‌های مختلف اقتصادی، سیاسی، و تجاری تحت تاثیر و گاه تغییر داده است. خدماتی مانند تماس‌های صوتی و تصویری، ارسال و دریافت عکس و متن به صورت برخط، و انواع بازی‌ها و سرگرمی‌های فردی و جمعی در زمان حقیقی (Zhang, 2011). ارائه این خدمات مستلزم دانش فنی و ایجاد زیرساخت‌هایی است که علاوه بر هزینه‌بر بودن، ظرفیت محدودی برای استفاده دارند. تامین‌کنندگان و ارائه‌دهندگان خدمات شبکه، برای جبران هزینه‌های فیزیکی و دانش فنی، و به منظور کنترل میزان استفاده کاربران در چارچوب محدودیت‌های ظرفیت فنی ایجادشده، خدمات را قیمتگذاری می‌کنند. این کار به تامین هزینه‌ها و سودآوری تامین‌کنندگان و بقای آن‌ها در بازار برای تداوم و بهبود کیفیت خدمات می‌انجامد، و از سوی دیگر به شکل‌دهی تقاضای کاربران و در نتیجه کنترل ازدحام و تراکم<sup>۱</sup> شبکه منجر می‌شود (Hande et al., 2010). این تنها کاربرد قیمتگذاری در شبکه‌های ارتباطی نیست، بلکه با شناخت بیش‌تر از ویژگی‌ها و خدمات شبکه می‌توان نقش‌های دیگری نیز برای قیمتگذاری این شبکه‌ها برشمرد. ویژگی‌هایی نظیر اثرات جانبی بزرگ شدن شبکه، به صفر میل کردن هزینه نهایی تولید خدمات، تسهیم آماری<sup>۲</sup>، و امکان تعامل تقاضای کاربران برای استفاده از خدمات شبکه با تامین‌کنندگان این خدمات (Courcoubetis & Weber, 2003).

در نتیجه تحولات سریع در دنیای دیجیتال و با هدف بهبود و افزایش کارایی سیستم‌ها و شبکه‌های اطلاعاتی، ظهور فناوری‌های جدیدی شکل گرفته‌اند که تعیین قیمت منصفانه و بهینه آن‌ها چالش‌های فکری جدیدی را در حوزه اینترنت و اقتصاد دیجیتال موجب شده است. یکی از

1. Congestion
2. Multiplexing

فناوری‌های به‌نسبت جدید که به منظور کاهش هزینه‌های انتقال داده و نیز افزایش کارایی آن از اواسط دهه ۱۹۹۰ به دنیا معرفی شده، «نقاط تبادل ترافیک اینترنت» (IXP) است که به عنوان بخشی از زیرساخت ارتباطات اینترنتی کمک شایانی به افزایش کارایی و سرعت انتقال داده‌ها کرده است (Böttger et al., 2018). هدف اصلی این زیرساخت ارتباطی این است که شبکه‌ها به‌جای این‌که با واسطه و به صورت غیرمستقیم با یکدیگر به تبادل اطلاعات بپردازند، بتوانند به صورت مستقیم به هم متصل شوند تا هم از ایجاد هزینه‌های بیش‌تر جلوگیری کنند و هم با سرعت بیش‌تری به تبادل داده بپردازند (Böttger et al., 2018). تا اوایل سال ۲۰۲۱ حدود ۸۷۰ مرکز تبادل ترافیک اینترنت در سراسر جهان ایجاد شده است (www.peeringdb.com).

با وجود نوظهور بودن نقاط تبادل ترافیک اینترنت، به دلیل تاثیری که بر کاهش هزینه‌های ترانزیت و افزایش کارایی و سرعت انتقال داده‌ها داشته، در طی مدت کوتاهی رشد به‌نسبت قابل‌توجهی کرده است. تعداد این نقاط در جهان طی سال‌های ۲۰۰۸ تا ۲۰۲۱ از ۱۷۸ عدد با رشدی ۳۸۰ درصدی به ۸۷۰ عدد و تعداد مشترکان آن هم در طی این مدت از ۲۸۰۰ ASN به ۲۱۶۵۲ ASN افزایش یافته است (www.peeringdb.com). با تجاری شدن فعالیت نقاط تبادل ترافیک اینترنت، موضوع تامین هزینه‌های سرمایه‌ای و زیرساختی جای خود را به بیشینه‌سازی درآمد و سود از طریق تعیین قیمت خدمات داد (Muttitanon & Samanchuen, 2020).

الگوهای مختلفی برای تعیین قیمت خدمات اینترنت مورد استفاده قرار گرفته که می‌توان به الگوی قیمتگذاری ایستا با نرخ یکنواخت (Shakkottai et al., 2008)، قیمتگذاری بر مبنای میزان استفاده (Hande et al., 2010)، قیمتگذاری پویا مبتنی بر پیش‌فروش برای روز بعد (Ha et al., 2012)، قیمتگذاری پویای مبتنی بر حراج (MacKie-Mason & Varian, 1995) اشاره کرد. با این حال، تاکنون مدلی برای تعیین قیمت بهینه خدمات نقاط تبادل ترافیک اینترنت بر مبنای الگوهای بهینه‌یابی ریاضی ارائه نشده و قیمت خدمات این نقاط نه بر مبنای نظریه‌های اقتصادی، که عموماً بر اساس هزینه‌های حسابداری و بهای تمام‌شده خدمات و به صورت ایستا انجام گرفته است (Sen et al., 2013).

قیمت خدمات این مراکز در ایران توسط کمیسیون تنظیم مقررات ارتباطات و بدون مبنای دقیقی تعیین می‌شود. این کمیسیون در دو مقطع زمانی سال‌های ۱۳۹۳ و ۱۳۹۹ تعرفه ایجاد و اتصال به نقاط تبادل ترافیک داده کشور را برای مشترکان این نقاط به شرح جدول (۱) تصویب کرده است.

جدول ۱: تعرفه ایجاد و اتصال به نقاط تبادل ترافیک داده کشور

سال ۱۳۹۹		سال ۱۳۹۳		
تعرفه ماهانه	تعرفه ماهانه	تعرفه ماهانه	تعرفه ماهانه	نوع پورت
اتصال به‌ازای هر پورت (ریال)	اتصال به‌ازای هر پورت (ریال)	اتصال به‌ازای هر پورت (ریال)	اتصال به‌ازای هر پورت (ریال)	
۱۰/۰۰۰/۰۰۰	۶/۰۰۰/۰۰۰	۲۰/۰۰۰/۰۰۰	۹۵/۰۰۰/۰۰۰	1Gbps
۴۰/۰۰۰/۰۰۰	۲۸/۵۰۰/۰۰۰	۲۰/۰۰۰/۰۰۰	۹۵/۰۰۰/۰۰۰	10Gbps
۲۰/۰۰۰/۰۰۰	۱۲۰/۰۰۰/۰۰۰	-	-	40Gbps
-	۲۵۰/۰۰۰/۰۰۰	-	-	100Gbps

منبع: صورت‌جلسات شماره ۲۱۴ و ۳۱۰ کمیسیون تنظیم مقررات ارتباطات

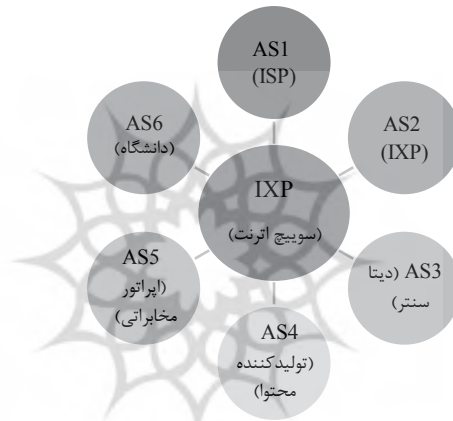
تعرفه‌های فوق به صورت یکنواخت و بدون تغییر نسبت به میزان تقاضا یا میزان مصرف مشترکان تعیین شده‌اند. آیا این تعرفه‌ها بر اساس نظریه‌های اقتصادی متضمن بیش‌ترین سود برای شرکت ارتباطات زیرساخت است؟ به نظر می‌رسد این تعرفه‌ها با توجه به ساختار مالکیت و نحوه اداره آن توسط نهاد بالادست، با هدف نفوذ در بازار و در چارچوب راهبرد تامین نیاز مشتریان به شکل یکنواخت و ثابت برای پورت‌های مورد درخواست انجام می‌شود. بنابراین، با توجه به خلأ موجود در تعیین قیمت بهینه خدمات IXP‌های کشور و نامشخص بودن تکنیک‌های محاسبه و تعیین آن، این پژوهش ضمن معرفی نقاط تبادل ترافیک اینترنت، و خدمات و اهمیت آن‌ها در فضای اقتصاد دیجیتال کشور، اولاً با اقتباس از رویکرد سجادی و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۱۱) چارچوبی برای تخمین کسب قیمتی تقاضا برای پورت‌های IXP ارائه می‌کند، ثانیاً با مدلسازی ریاضی الگوی تعیین قیمت خدمات IXP ایران، قیمت بهینه این خدمات را در شرایط فازی و ابهام در داده‌ها محاسبه و با قیمت‌های ابلاغی مقایسه می‌کند.

### معرفی نقاط تبادل ترافیک اینترنت

نقاط تبادل ترافیک اینترنت یا IXP‌ها به‌طور ساده مکان‌های فیزیکی با تجهیزات خاصی نظیر انواع سویچ‌ها هستند که در آن‌جا شبکه‌های مختلف از سامانه‌های خودگردان<sup>۲</sup> (AS) مانند شبکه‌های

1. Sadjadi *et al.*  
2. Autonomous System

تولیدکننده محتوای اینترنت، شبکه‌های مختلف مخابراتی، ارائه‌دهندگان خدمات اینترنتی، دانشگاه‌ها و مراکز داده<sup>۱</sup> با کابل‌های مسی یا فیبر نوری به یکدیگر متصل می‌شوند تا به وسیله سویچ‌ها و سایر امکانات شبکه‌ای و فنی موجود در IXP به تبادل ترافیک اینترنتی با یکدیگر بپردازند. در حقیقت، IXP سامانه‌های خودگردان را به‌جای این‌که با واسطه و غیرمستقیم به یکدیگر متصل شوند، از طریق «سویچ‌های اترنت<sup>۲</sup>» به‌طور مستقیم به یکدیگر متصل می‌کند تا علاوه بر افزایش کارایی و سرعت انتقال داده‌ها، موجب کاهش هزینه‌های ذی‌نفعان شبکه اینترنت را هم فراهم سازد (شکل ۱).



شکل ۱: نمونه‌ای از اتصالات سامانه‌های خودگردان به IXP

منبع: اقتباس از زعیم کهن و همکاران (۱۳۹۸)

سویچ اترنت وظیفه ارسال، پردازش، و انتقال داده را بین دستگاه‌های موجود روی یک شبکه کامپیوتری متصل به یکدیگر بر عهده دارد. دو ویژگی اصلی سویچ‌های اترنت، تعداد پورت‌های (درگاه) آن و سرعت انتقال داده است. پورت امکانی است که برای رد و بدل کردن اطلاعات بین دو کامپیوتر استفاده می‌شود و به دو دسته پورت‌های فیزیکی مانند پورت‌های مودم (که امکان اتصال لپ‌تاپ یا گوشی همراه را به خط تلفن فراهم می‌کنند)، پورت شبکه، پورت کارت حافظه، و پورت USB، و پورت‌های مجازی تقسیم می‌شوند. از نظر سرعت

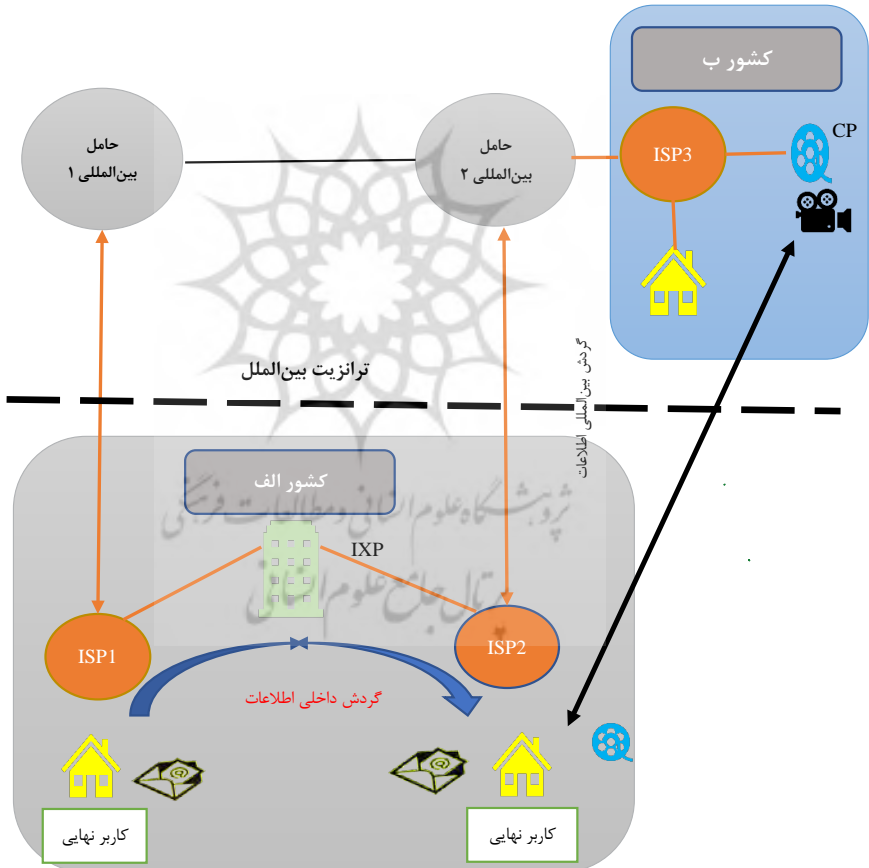
1. Data Centers
2. Ethernet Switches

می‌توان به سوییچ‌های اترنت سریع<sup>۱</sup> و گیگابیت اترنت اشاره کرد که امکان ارسال و دریافت داده را در اولی با سرعت ۱۰۰ مگابیت در ثانیه و در دومی با سرعت‌های ۱۰، ۱۰۰، و ۱۰۰۰ گیگابیت در ثانیه ممکن می‌سازد. برای درک بهتری از عملکرد «نقاط تبادل ترافیک اینترنت» لازم است به‌طور خلاصه به خاستگاه آن اشاره شود. شبکه جهانی اینترنت شبکه‌ای از سامانه‌های خودگردان یا خودکار (AS) است که در چارچوب قواعد و نظم خاصی که پروتکل اینترنت نامیده می‌شود، امکان ارتباط بین این سامانه‌ها و نقل و انتقال داده و اطلاعات و محتوا را فراهم می‌سازد. سامانه‌های خودگردان که مشتریان بالقوه نقاط تبادل ترافیک اینترنت هستند، شبکه بزرگ یا گروهی از شبکه‌ها مانند ارائه‌دهندگان خدمات اینترنتی (ISP)، خدمات ابری، ارائه‌دهندگان خدمات ارتباط صوتی و تصویری از راه دور، شبکه‌های توزیع محتوا (CDN)، ارائه‌دهندگان خدمات میزبانی (هاستینگ)، و موسسه‌های آموزشی و پژوهشی هستند که از خط‌مشی و سیاست مسیریابی واحدی تبعیت می‌کنند و تحت یک مدیریت واحد اداره می‌شوند. هر رایانه یا وسیله‌ای که به اینترنت متصل است، در واقع به یک AS متصل شده است. هر AS دارای یک شناسه انحصاری است که با ASN<sup>۲</sup> نشان داده می‌شود و برای شناسایی و تشخیص آن‌ها از دیگر ASها استفاده می‌شود. خدمات‌دهنده‌های اینترنتی یا ISPها سازمان‌هایی هستند که خدماتی نظیر دسترسی به اینترنت، ترانزیت اینترنت، ثبت نام دامنه، و میزبانی وب<sup>۳</sup> ارائه می‌کنند. خدمت دسترسی ارائه‌شده توسط ISPها در سطوح داخلی و بین‌المللی و از طریق اتصالات به یکدیگر یا به مراکز واسطه انجام می‌شود که مستلزم پرداخت هزینه است. با بالا رفتن هزینه‌های اتصالات و ارائه خدمات، یا به عبارتی، بالا رفتن هزینه‌های اینترنت، کشورها به سمت راهکارهای جدید برای کاهش هزینه‌ها و در عین حال حفظ یا بهبود کیفیت ارائه خدمات رفته‌اند. اولین گام در این مسیر، محلی کردن ارتباطات و اتصالات از طریق ایجاد یک بستر ارتباطی با نام نقاط تبادل ترافیک اینترنت بوده که به کاهش هزینه‌های ناشی

۱. پورت‌های اترنت سریع (Fast Ethernet) از نرخ تبادل داده ۱۰۰ مگابیت در ثانیه پشتیبانی می‌کنند، یعنی در هر ثانیه توانایی تبادل ۱۰۰ مگابیت داده را دارند. این نوع پورت‌ها رایج‌ترین پورت‌های استفاده‌شده در شبکه‌های کامپیوتری با تعداد دستگاه‌های متصل کم هستند. همچنین، بیش‌تر پورت‌های شبکه کامپیوترها، سوییچ‌ها، مودم‌ها، و روترها از نوع اترنت سریع هستند. در مقابل، پورت‌های گیگابیت اترنت (Giga Ethernet) نسل بعدی پورت‌های شبکه هستند که از توانایی پشتیبانی نرخ تبادل داده ۱۰۰۰ مگابیت در ثانیه برخوردار هستند، یعنی می‌تواند در هر ثانیه ۱ گیگابیت داده را جابه‌جا کند. پورت‌های 10GE و 100GE به معنای این است که در هر ثانیه توانایی جابه‌جایی ۱۰ گیگابیت و ۱۰۰ گیگابیت در ثانیه را دارند.

2. AS Number
3. Web Hosting

از اتصال به شبکه‌های بین‌المللی انجامیده است (Muttitanon & Samanchuen, 2020). در شکل (۲)، گردش اطلاعات بین دو کاربر برای ارسال و دریافت ایمیل نشان داده شده است. اگر IXP نباشد، ISP1 ایمیل را از طریق ترانزیت بین‌المللی، ابتدا به حامل بین‌المللی ۱ ارسال می‌کند و این حامل، ایمیل را از طریق حامل بین‌المللی ۲ به ISP2 و نهایتاً کاربر ۲ انتقال می‌دهد. این ارسال و دریافت اطلاعات با واسطهٔ بین‌المللی مستلزم پرداخت هزینه از سوی ISP‌های داخلی است. در صورتی که با استقرار IXP در داخل، تبادل اطلاعات بین دو کاربر با اتصال مستقیم این دو ISP از طریق IXP انجام می‌شود.



شکل ۲: گردش داخلی اطلاعات از طریق IXP

منبع: [www.internetsociety.org](http://www.internetsociety.org)



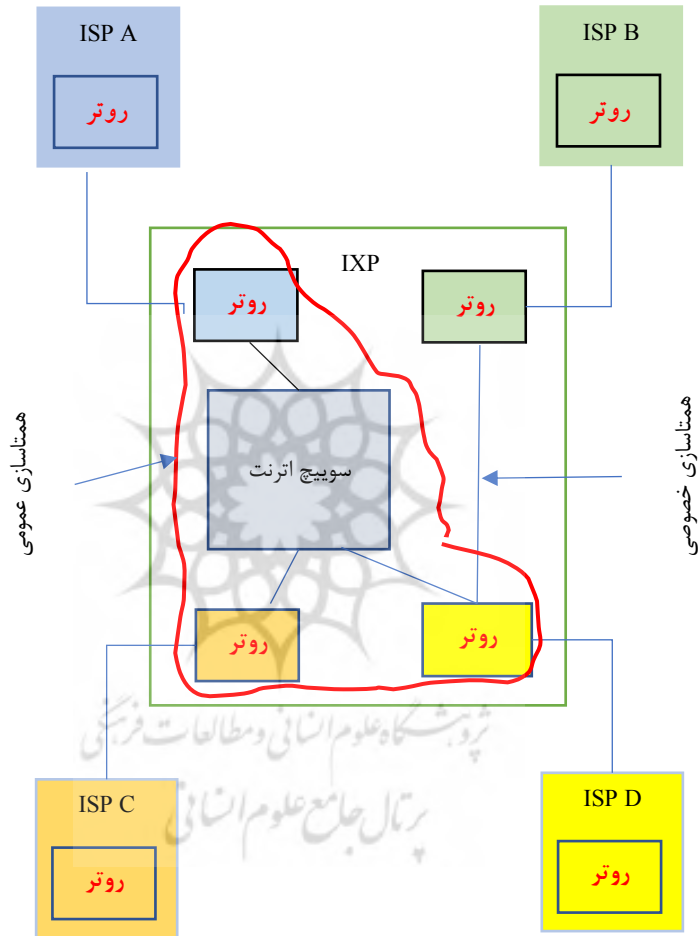
مهم‌ترین تجهیزات مورد نیاز برای راه‌اندازی IXP که بیش‌ترین بار هزینه‌ای را نیز دارد، مربوط به سویچ‌ها، کابل‌کشی و تجهیزات مسیریابی و انتقال است. هر یک از سویچ‌های مورد استفاده در نقاط تبادل ترافیک اینترنت دارای مشخصات خاصی هستند و بیش‌ترین بار هزینه‌ای را در بخش تجهیزات سرمایه‌ای به خود اختصاص می‌دهند. به‌طور معمول، برای راه‌اندازی یک نقطه تبادل ترافیک اینترنت مانند IXP مرکز انقلاب تهران و تجهیزات مشابه آن به رقمی در حدود ۴۰۰ هزار دلار برای خرید تجهیزات سرمایه‌ای نیاز است. علاوه بر هزینه‌های سرمایه‌ای، اداره این مراکز مستلزم هزینه‌های عملیاتی شامل دستمزد، اجاره محل، هزینه‌های انرژی، نگهداری شبکه، و به‌روزرسانی نرم‌افزارها، هزینه‌های اداری بازاریابی و فروش است (سپاسی و احمدی، ۱۳۹۹).

شرکت ارتباطات زیرساخت بر اساس مصوبه سال ۱۳۹۱ شورای عالی فضای مجازی مجموعاً ۱۰ مرکز تبادل ترافیک داده‌های اینترنت در شهرهای تهران، تبریز، شیراز، اصفهان، قم، مشهد، و اهواز با مجموع ۹۳۸ پورت در سرعت‌های مختلف و ظرفیت ۲۰۳۲۴ گیگابیت (۲۰ ترابیت در ثانیه) راه‌اندازی کرده است. در حال حاضر ۷۳ سامانه خودگردان AS با دسترسی به ۱۱۸ پورت متقاضی ظرفیت اسمی ۵۳۷۰ گیگابیت در ثانیه (ظرفیت واقعی مورد استفاده ۱۶۱۹ گیگابیت در ثانیه) از کل ظرفیت ایجادشده هستند (<https://tehran-ix.ir>). این مراکز به استناد سیاست‌های مصوب شورای عالی فضای مجازی، «مجاز به راه‌اندازی هیچ‌گونه خدمات محتوایی یا داده‌ای نظیر موتور جستجو، داده‌کاوی، پست الکترونیکی، و میزبانی که درآمد مشترکان را محدود کند نیستند» و صرفاً می‌توانند در ازای هزینه‌هایی که انجام می‌دهند، از مشترکان وجوهی اخذ کنند. اما چه خدماتی توسط این مراکز ارائه می‌شود؟ هدف مشتریان از اتصال به IXPها، به‌اشتراک‌گذاری امکانات تبادل داده‌های اینترنتی خود با یکدیگر به صورت عمومی یا خصوصی<sup>۱</sup> (شکل ۳)، به‌اشتراک‌گذاری مکان (هم‌مکانی)<sup>۲</sup>، و دسترسی

۱. Private and Public Peering: در توافقات هم‌تاسازی خصوصی، دو یا چند اپراتور شبکه با یکدیگر توافق می‌کنند که امکان دسترسی و تبادل ترافیک اینترنتی مشتریان یکدیگر را به صورت اختصاصی و بدون تحمیل هزینه فراهم سازند. توافقات هم‌تاسازی عمومی، از نظر فنی همانند توافق هم‌تاسازی خصوصی است، اما برخلاف هم‌تاسازی خصوصی که فقط ASهای خاص به یکدیگر به صورت مستقیم متصل هستند، ارائه خدمات برای تمام مشتریان IXP به صورت یکسان فراهم است.

۲. هم‌مکانی یا Colocation عبارت است از در اختیار قرار دادن یک ساختمان یا یک محیط امن با امکاناتی نظیر سیستم‌های تامین برق و خنک‌کننده یا کابل‌کشی و اتصالات لازم برای اتصال سرورهای مشتریان به شبکه‌های اینترنت. ظرفیت‌های موجود در این فضاها برحسب تعداد یا مترائز اتاق، قفسه یا کابینت اجاره داده می‌شود. در واقع، نوعی مرکز داده است که تجهیزات، فضا، و پهنای باند برای اجاره به مشتریان در دسترس است.

به مراکز داده و شبکه‌های تحویل محتواست<sup>۱</sup>.



شکل ۳: نحوه اتصالات و هم‌سازی خصوصی و عمومی در مراکز تبادل ترافیک اینترنت

منبع: [www.internetsociety.org](http://www.internetsociety.org)

۱. شبکه تحویل/ توزیع محتوا (Content Delivery Network/ Content Distribution Network) شبکه‌ای است با سرورهای بزرگ در نقاط مختلف جغرافیایی که محتوای دیجیتالی به وبگاه‌های مختلف عرضه می‌کنند. برخی از این CDNها فقط برای مصرف یک مجموعه وبگاه توسعه پیدا کرده‌اند مانند شبکه تحویل محتوای گوگل.

در مقابل این هزینه‌ها، انتظار می‌رود که مشتریان برای دریافت خدمات با کیفیت بهتر ضمن تمایل پیدا کردن برای اتصال به این نقاط، بخشی از هزینه‌ها را نیز جبران کنند. تمایل مشتریان برای اتصال به نقاط تبادل ترافیک اینترنت، تقاضای آن‌ها را شکل می‌دهد و این تقاضا ارتباط مستقیم دارد با قیمت خدماتی که دریافت می‌کنند. **سیاسی و همکاران (۱۳۹۹)**، بر اساس نظرسنجی انجام‌داده از مشتریان IXP های داخلی، مهم‌ترین عوامل موثر بر تقاضا برای اتصال به این نقاط را به ترتیب اهمیت فهرست کرده‌اند: ۱. تعرفه (قیمت) اتصال به پورت‌های موجود؛ ۲. امکان ارائه خدمات مختلف نظیر هم‌مکانی، سرورهای مسیریاب، هم‌تاسازی خصوصی و هم‌تاسازی عمومی؛ ۳. هزینه دسترسی به IXP؛ ۴. وجود پورت‌هایی با ظرفیت‌های متنوع (۱ و ۱۰ و ۱۰۰ گیگابیت در ثانیه)؛ ۵. حضور داشتن در چندین نقطه شهر به منظور دسترسی آسان‌تر مشتریان؛ ۶. امکان ارائه خطوط انتقال برای مشتریان خارج از کشور. اگرچه به استناد مصوبه نشست مورخ ۱۳۹۱/۱۱/۲۸ کمیسیون عالی تنظیم مقررات فضای مجازی، «از تاریخ راه‌اندازی نقاط تبادل ترافیک داده در کشور... اتصال متقابل شبکه‌ها و تبادل ترافیک داده بین کلیه شرکت‌های ارائه‌دهنده خدمات داده و اینترنت در داخل کشور، جز از طریق شبکه شرکت ارتباطات زیرساخت یا از طریق اتصال به نقاط تبادل ترافیک داده تعریف شده در مصوبه مزبور ممنوع شده است»، اما همچنان تعداد زیادی از ISP ها و تولیدکننده‌های محتوا و سایر ذی‌نفعان به دلایل عمدتاً هزینه‌ای و همچنین قیمت به این نقاط متصل نشده‌اند. با توجه به هزینه‌هایی که برای راه‌اندازی این مراکز شده، و همچنین با توجه به نقش مهمی که این مراکز در کنترل گردش داخلی اطلاعات و جلوگیری از انتقال آن‌ها به سرورها و مراکز داده‌ای خارج از کشور داشته است، تکمیل ظرفیت این مراکز و همچنین ترغیب ذی‌نفعان به اتصال به این نقاط اهمیت پیدا کرده و از این منظر تعیین قیمت مناسب خدمات این مراکز نیز نه تنها از بُعد خصوصی و خرد بلکه از جنبه عمومی و کلان هم دارای اهمیت بوده است.

## مبانی نظری پژوهش

### قیمتگذاری خدمات نقاط تبادل ترافیک اینترنت (IXP)

فرایند تعیین قیمت یک محصول یا خدمت در عمل شامل مراحل مختلفی از جمله تعیین هدف (مثلاً بیشینه سود یا جلب رضایت مشتری یا کسب سهم بازار)، تخمین تقاضا، تخمین هزینه‌ها، بررسی محیط قیمتگذاری (وضعیت بازار محصول، وضعیت اقتصادی) انتخاب راهبرد قیمتگذاری

مبتنی بر پوشش هزینه، مبتنی بر تامین تقاضای بازار، مبتنی بر نیاز مشتریان، مبتنی بر کشش قیمتی، قیمتگذاری محصول جدید)، و انتخاب تکنیک قیمتگذاری (بر اساس هدف و راهبردهای تعیین شده) است. در علم اقتصاد، راهبردها و رویکردهای متعددی برای تعیین قیمت کالا و خدمات وجود دارد که از میان آنها می‌توان به راهبردهای قیمتگذاری معطوف به کمینه‌سازی هزینه، راهبردهای قیمتگذاری معطوف به بیشینه‌سازی سود، و راهبردهای قیمتگذاری مبتنی بر عرضه و تقاضا و ساختار بازار اشاره کرد. در راهبرد معطوف به هزینه، مهم‌ترین اجزای موثر بر خدمات اینترنتی قیمتی که بتواند تمام این عوامل را در بطن خود پوشش دهد، به عنوان قیمت خوب در نظر گرفته می‌شود (He et al., 2012).

در راهبرد بیشینه‌سازی سود، با توجه به ساختار بازار و محیط قیمتگذاری، پس از تخمین توابع هزینه و تقاضا و محاسبه کشش قیمتی، عرضه‌کننده به محاسبه قیمتی که متضمن بیش‌ترین سود برای او باشد، می‌پردازد (Sadjadi et al., 2011; Sato & Nakashima, 2020). در راهبرد مبتنی بر عرضه و تقاضا، قیمت خدمات متناسب با ساختار بازار و بر اساس الگوی عرضه و تقاضا تعیین می‌شود. این روش‌ها که مبتنی بر مدلسازی ریاضی هستند، به دو روش عمده تقسیم می‌شوند: بهینه‌یابی سیستمی و بهینه‌یابی راهبردی. هدف در الگوهای بهینه‌یابی سیستمی، تعیین قیمتی است که به تعادل عرضه و تقاضای کل منابع یا بیش‌ترین درآمد منجر می‌شود. این کار با استفاده از مفهوم بیشینه‌سازی مطلوبیت شبکه<sup>۱</sup> انجام می‌شود و بر اساس این نظریه اقتصادی است که در نقطه تعادل بازار، مطلوبیت شبکه در مقدار بیشینه خود است (Kelly et al. 1998). در بهینه‌یابی راهبردی، قیمتگذاری در چارچوب نظریه بازی‌ها و بر اساس دو رویکرد مختلف بازی‌های غیرهمکارانه<sup>۲</sup> و بازی‌های همکارانه<sup>۳</sup> دنبال می‌شود (He et al., 2012). در این پژوهش در قالب راهبرد بهینه‌سازی سود، تعیین قیمت خدمات IXP مدلسازی می‌شود.

هر مرکز تبادل ترافیک اینترنت دارای تعداد محدودی پورت قابل‌واگذاری روی سویچ‌های خود است. اتصال مشتریان به سویچ‌های مرکز از طریق این پورت‌ها امکان هم‌تاسازی عمومی و خصوصی و سایر خدمات را برای آنها فراهم می‌سازد. هر پورت دارای سرعت و ظرفیت خاصی است که قیمت آن را از سایر پورت‌ها متمایز می‌کند. مشتریان متناسب با ظرفیت مورد نیاز خود و قیمت پورت‌ها به IXP متصل می‌شوند. اتصال مشتریان موجب درآمدزایی IXPها می‌شود که مقدار آن اداره‌کنندگان

1. Network Utility Maximization (NUM)
2. Non-Cooperative Game
3. Cooperative

آن‌ها را به ادامه فعالیت‌های خود و نحوه توسعه این نقاط ترغیب یا دلسرد می‌کند. مرکز تبادل ترافیک اینترنت به دنبال بیشینه‌سازی سود حاصل از واگذاری این پورت‌ها به مشتریان است.

فرض کنید که در یک IXP تعداد محدودی سویچ دسترسی مجموعاً با  $N$  پورت در سرعت‌های مختلف وجود دارد که هر یک از آن‌ها با قیمت  $P_i$  به مشتریان عرضه می‌شود. به دلیل تفاوت در سرعت پورت‌های IXP تقاضای مشتریان برای هر پورت مستقل از پورت‌های دیگر است. تعداد خدماتی که در هر IXP عرضه می‌شود، با تقاضای کاربران رابطه مستقیم دارد، به طوری که هر چقدر تعداد خدمات یک IXP بیش‌تر باشد، تقاضا برای اتصال به آن IXP بیش‌تر می‌شود، زیرا می‌تواند با مشتریان بیش‌تری از طریق اتصال و هم‌تاسازی عمومی یا خصوصی، به تبادل اطلاعات بپردازد. بنابراین، تقاضا برای پورت  $i$  تابعی از قیمت همان پورت یعنی  $P_i$ ، و همچنین تعداد کل خدمات یعنی  $K$  است، یعنی:  $Q_i = f(P_i, K); i = \{1, 2, \dots, N\}$ .

انتظار می‌رود تقاضا برای این خدمات عادی باشد، یعنی با افزایش قیمت پورت تقاضا برای آن کاهش و با کاهش قیمت آن تقاضا افزایش یابد. فرض می‌کنیم که اطلاعات انحصارگر از مطلوبیت و تقاضای مشتریان کامل است.

تابع هدف: اگر در هر بردار قیمتی مانند  $P = (P_1, P_2, \dots, P_N)$ ، مقدار تقاضا برای تمام پورت‌ها  $Q_i$  باشد، در این صورت درآمد کل برابر رابطه (۱) خواهد بود.

$$R = P'Q = \sum_{i=1}^N P_i Q_i \quad (1)$$

از طرف دیگر، مهم‌ترین بخش هزینه IXP مربوط به تجهیزات آن است که فرض شده است به‌طور مستقیم با تعداد پورت‌ها رابطه دارد، یعنی  $C = C(N), C' > 0$ . بر اساس این، تابع هدف (سود) IXP به شکل رابطه (۲) خواهد بود:

$$\pi = P'Q(P, K) - C(N) \quad (2)$$

هدف انحصارگر بیشینه‌سازی سود است. اما سود IXP باید نسبت به برخی قیود و محدودیت‌های فیزیکی و قانونی آن بیشینه شود. اولین قید مسئله مربوط به ظرفیت IXP است. کل تقاضا نمی‌تواند بیش‌تر از ظرفیت کل در این مراکز قابل تخصیص باشد. یعنی  $Q(P, K) \leq N$ . علاوه بر این، اداره‌کنندگان نقاط تبادل ترافیک اینترنت می‌خواهند قیمت بهینه در سطحی تعیین شود که دست‌کم بخشی از ظرفیت ایجادشده برای هر پورت مورد استفاده قرار گیرد. فرض کنید مدیران IXP بخواهند دست‌کم  $0 < \delta \leq 100$  درصد از ظرفیت کل توسط مشترکان جذب شود، یعنی:  $Q_i(P, K) \geq \delta N$ . با تلفیق این دو قید خواهیم داشت:  $\delta N \leq Q_i(P, K) \leq N$ .

از سوی دیگر، قیمت بهینه باید به گونه‌ای تعیین شود که علاوه بر پوشش هزینه نهایی، از مقدار معینی از متوسط قیمت‌های IXP‌های مشابه  $\bar{P}$  بیش تر نشود. یعنی:  $\forall i, \frac{\partial C}{\partial N} \leq P_i \leq (1 + \mu)\bar{P}_i$ ؛ بنابراین، مسئله IXP حل برنامه (۳) است:

$$\text{Max } \pi = \mathbf{P}'\mathbf{Q}(P, K) - C(N) \quad (3)$$

s. t.

$$\delta N \leq Q(P, K) \leq N$$

$$\frac{\partial C}{\partial N} \leq P_i \leq (1 + \mu)\bar{P}_i; \forall i = 1, \dots, N$$

که با انجام چند محاسبه ساده می‌توان برنامه (۳) را به شکل مسئله برنامه‌ریزی (۴) تبدیل کرد:

$$\text{Min } -\pi = C(N) - \mathbf{P}'\mathbf{Q}(P, K) \quad (4)$$

s. t.

$$\delta N \mathbf{Q}^{-1}(P, K) \leq 1$$

$$N^{-1} \mathbf{Q}(P, K) \leq 1$$

$$\frac{\partial C}{\partial N} \cdot P^{-1} \leq 1$$

$$P_i [(1 + \mu)\bar{P}_i]^{-1} \leq 1; \forall i = 1, \dots, N$$

$$\delta, \mu, G > 0$$

برنامه (۴)، یک مسئله بهینه‌یابی ریاضی است و از روش‌های مختلفی می‌توان آن را حل کرد. اما با توجه به ماهیت عموماً غیرخطی توابع تقاضا در چنین مواردی و ساختار برنامه (۴)، عموماً روش برنامه‌ریزی هندسی که در مقایسه با روش‌های دیگر برنامه‌ریزی ریاضی، مانند برنامه‌ریزی غیرخطی، از کارایی بیش‌تری برخوردار است، بکار گرفته می‌شود (Rao, 2019).

### روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از منظر هدف کاربردی، از منظر گردآوری داده‌ها پیمایشی، و از منظر تکنیک مدل‌سازی در قالب یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی عمومی با ضرایب فازی است. تصریح تابع هدف این مسئله مستلزم تخمین ضرایب توابع تقاضا و هزینه است که در حالت ایده‌آل با استفاده از اطلاعات سری زمانی قابل‌حصول است. اما در این‌جا به دلیل فقدان اطلاعات سری زمانی ثبتي تغییرات قیمت و تقاضا برای اتصال به IXP‌های کشور، تخمین ضرایب مزبور با استفاده از داده‌های مقطعی مربوط به آخرین اطلاعات منتشرشده از قیمت پورت‌ها، تعداد مشترکان و خدمات ۲۰ نقطه تبادل ترافیک اینترنت دنیا از جمله ایران (به شرح جدول ۱پ) که در سال ۲۰۲۱ مبادرت به انتشار اطلاعات مالی

و اقتصادی خود می‌کنند، انجام شده است. بسیاری از IXP‌های دنیا به دلایلی از انتشار اطلاعات و جزییات مربوط به قیمت و خدمات خود به صورت باز و کامل خودداری می‌کنند. بنابراین، در پژوهش حاضر صرفاً نقاطی که اطلاعات مربوط به نوع خدمات، قیمت، و تعداد اعضای خود را منتشر کرده‌اند، از طریق مراجعه به سایت آن‌ها به صورت مستقل به عنوان نمونه انتخاب شده‌اند. از سوی دیگر، هزینه‌های ترانزیت بین‌المللی داده برای تمام ISP‌ها در سراسر دنیا تقریباً یکسان است. بنابراین، فرض شده است که واکنش اعضای IXP به تغییرات قیمت خدمات دریافتی، از جمله مشترکان ایرانی، مشابه است. این‌که تا چه حد خطای برآورد در کشش قیمتی تقاضا بر نتایج مدل و قیمت‌های بهینه اثر می‌گذارد، در بخش تحلیل حساسیت بررسی شده است. پس از جمع‌آوری اطلاعات تخمین ضرایب و پارامترهای توابع تقاضا و هزینه با استفاده از نرم‌افزار Eviews، ابتدا مسئله بهینه‌سازی سود IXP‌های کشور با توجه به قیدهای مربوطه در قالب الگوی برنامه‌ریزی هندسی با ضرایب قطعی و ضرایب فازی فرموله می‌شود و مقادیر بهینه با استفاده از نرم‌افزار GPPLAB و CVX در محیط MATLAB محاسبه و با قیمت‌های فعلی ابلاغی مقایسه می‌شوند.

### برنامه‌ریزی هندسی

برنامه‌ریزی هندسی در کنار روش‌های کلاسیک بهینه‌یابی مبتنی بر حسابان، حساب تغییرات و کنترل بهینه، برنامه‌ریزی غیرخطی، برنامه‌ریزی درجه دو، برنامه‌ریزی پویا، برنامه‌ریزی عدد صحیح، برنامه‌ریزی تفکیک‌پذیر، برنامه‌ریزی چندهدفه، برنامه‌ریزی تصادفی، روش‌های شبکه، و نظریه بازی یکی از زیرشاخه‌های برنامه‌ریزی ریاضی و از فنون بهینه‌یابی است که توسط زینر<sup>۱</sup> (۱۹۶۱) به عنوان روشی برای حل گروهی از معادلات غیرخطی مهندسی، که توابع آن‌ها مجموعی از توابع خطی - لگاریتمی مثبت بودند، معرفی شد و بعدها در توسط دافین و پیترسون<sup>۲</sup> (۱۹۶۶) با استفاده از نامساوی میانگین‌های حسابی - هندسی<sup>۳</sup> و مفهوم دوگان<sup>۴</sup> توسعه داده شد. روش دافین و پیترسون (۱۹۶۶) با کشف ماهیت خطی پنهان در مسائل برنامه‌ریزی هندسی از طریق دوگان آن‌ها همراه بود. این روش برای مواردی که با کمینه‌سازی توابعی به شکل چندجمله‌ای غیرخطی مثبت نسبت به قیودی از همان نوع مواجه هستیم، بکار می‌رود. تفاوت این روش با سایر روش‌های بهینه‌یابی این است که در

1. Zener
2. Duffin & Peterson
3. Inequality of Arithmetic-Geometric Means
4. Dual

این نوع مدلسازی، به جای متغیرهای تصمیم، بر اندازه و مقدار نسبی هر یک از جملات تابع هدف تأکید می‌شود. در برنامه‌ریزی هندسی به جای یافتن مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم، ابتدا مقدار بهینه تابع هدف محاسبه می‌شود، به‌ویژه این روش برای مواردی که یافتن مقدار هدف بیش‌تر از متغیرهای تصمیم اهمیت داشته باشد، مناسب است. دیگر مزیت این روش در تقلیل مسئله پیچیده بهینه‌یابی توابع غیرخطی به دستگاهی از معادلات جبری خطی است (Rao, 2020). می‌توان نمونه‌های فراوانی از مسائل غیرخطی را در اقتصاد (مثلاً بیشینه کردن سود یا درآمد که در آن توابع تولید یا فروش به صورت کاب داگلاس در نظر گرفته می‌شود) برشمرد که جواب‌های بهینه آن‌ها به روش برنامه‌ریزی هندسی به دست می‌آید. برنامه‌ریزی هندسی به صورت یک مسئله بهینه‌یابی نامقید یا مقید تعریف می‌شود. ضرایب و پارامترهای این نوع برنامه‌ریزی می‌توانند به صورت قطعی، فازی یا تصادفی در نظر گرفته شود. ما در این‌جا ابتدا به معرفی مدل برنامه‌ریزی هندسی با ضرایب قطعی می‌پردازیم و سپس الگوی فازی آن را مطرح می‌کنیم.

در مسائل بهینه‌یابی اغلب اوقات تابع هدف  $f(X)$  را می‌توان به صورت مجموعی از  $N$  جزء مانند  $U_j(X)$  تعریف کرد. اگر هر یک از این اجزا را به صورت توابع توانی مثل  $U_j(X) = c_j x_1^{a_{1j}} \dots x_n^{a_{nj}}$  در نظر بگیریم که در آن همه  $c_j$ ها مثبت باشند، یک تابع چندجمله‌ای مثبت یا  $^1$ posynomial خواهیم داشت. برنامه‌ریزی هندسی، کمینه کردن یک تابع چندجمله‌ای مثبت به شکل رابطه (۵) است.

$$\text{Min } y = f(X) = \sum_{j=1}^N c_j U_j(X) \quad , \quad X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T \quad (5)$$

نقطه بهینه را می‌توان با روش‌های کلاسیک بهینه‌یابی (مشتق مرتبه اول نسبت به  $X$  به دست آورد.

$$\nabla f(X^*) = \left[ \sum_{j=1}^N \frac{\partial U_j}{\partial x_1}, \dots, \sum_{j=1}^N \frac{\partial U_j}{\partial x_n} \right]^T = \left[ \frac{1}{x_1} \sum_{j=1}^N a_{1j} c_j \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}}, \dots, \frac{1}{x_n} \sum_{j=1}^N a_{nj} c_j \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}} \right]^T = 0 \quad (6)$$

اگر تعداد جملات با تعداد متغیرهای تصمیم به اضافه یک برابر باشد، در آن صورت جواب یکتا برای متغیرها به دست می‌آید. چون در این حالت، یک دستگاه جبری غیرخطی به دست می‌آید که تضمینی برای همگرایی و یافتن پاسخ آن وجود ندارد، برای حل آن، دو طرف رابطه (۱) را با تقسیم بر  $y = f(X)$  و تعریف وزن هر یک از اجزای تابع هدف برحسب نسبتی از مقدار کل تابع بازنویسی می‌کنند.



$$w_j = c_j \prod_{i=1}^n (x_i^{a_{ij}} / y) = \frac{U_j(X)}{y} \quad (7)$$

مجموع وزن‌های فوق برای تمام  $j$ ها برابر ۱ است که به‌طور ساده از تعریف تابع چندجمله‌ای مثبت نتیجه می‌شود.

$$\sum_{j=1}^n w_j = \sum_{j=1}^n \left[ c_j \prod_{i=1}^n (x_i^{a_{ij}} / y) \right] = 1 \quad (8)$$

معادله (۸) را شرط تعامد<sup>۱</sup> گویند. با در نظر گرفتن شرط لازم برای حل مسئله و تعریف فوق می‌توانیم به شرط رابطه (۹) که آن را شرط نرمال بودن<sup>۲</sup> می‌نامند، برسیم.

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j = 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

با استفاده از شرط تعامد و تعریف وزن نسبی می‌توانیم تابع هدف را به صورت رابطه (۱۰) تعریف کنیم:

$$y = y^{\sum w_j} = \prod_{j=1}^n y^{w_j} = \prod_{j=1}^n \left( \frac{U_j(X)}{w_j} \right)^{w_j} = \prod_{j=1}^n \left( \frac{c_j}{w_j} \right)^{w_j} \prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij} w_j} \quad (10)$$

آخرین عبارت فوق که به صورت ضرب دوگانه ظاهر شده است را می‌توان به شکل ساده‌تری بازنویسی کرد:

$$\prod_{j=1}^n \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij} w_j} = \prod_{i=1}^n x_i^{\left( \sum_{j=1}^n a_{ij} w_j \right)}$$

در نتیجه، تابع هدف در نقطه بهینه عبارت خواهد بود از:

$$y^* = \prod_{j=1}^n \left( \frac{c_j}{w_j^*} \right)^{w_j^*} \prod_{i=1}^n x_i^{\left( \sum_{j=1}^n a_{ij} w_j^* \right)} = \prod_{j=1}^n \left( \frac{c_j}{w_j^*} \right)^{w_j^*} \quad (11)$$

با توجه به رابطه (۹)  $\prod_{i=1}^n x_i^{\left( \sum_{j=1}^n a_{ij} w_j^* \right)}$  برابر ۱ است و در نتیجه مسئله (۷)، به یافتن مقادیر وزن‌های نسبی  $w_j$  تقلیل می‌یابد که آن‌ها را می‌توان با استفاده از شرط تعامد و نرمال بودن که خطی هستند، به‌دست آورد (Rao, 2019). از آن جایی که  $y^*$  و  $w_j^*$  معلوم هستند، می‌توانیم مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم را از رابطه (۷) به‌دست آوریم.  $U_j^*(X) = w_j^* y^* = c_j \prod_{i=1}^n (x_i^*)^{a_{ij}}$  و با تقسیم بر  $c_j$  و لگاریتم‌گیری از دو طرف به یک دستگاه  $n$  معادله‌ای خطی نسبت به ضرایب می‌رسیم. یعنی:

$$\ln \left( \frac{w_j^* y^*}{c_j} \right) = a_{1j} \ln(x_1^*) + \dots + a_{nj} \ln(x_n^*)$$

اگر  $\ln(x_i^*)$  را برابر  $\lambda_i$  فرض کنیم، مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم از رابطه  $x_i^* = e^{\lambda_i}$  به‌دست می‌آید. در تعداد معادلات برابر  $n+1$  و تعداد مجهولات  $N$  است. اگر این دو با هم برابر باشند، می‌توان

1. Orthogonality Condition
2. Normality

به جواب یکتا برای مسئله دست یافت. کمیت  $N-n-1$  را در برنامه‌ریزی هندسی درجه سختی<sup>۱</sup> می‌نامند و با  $df$  نشان می‌دهند. در حالت‌های عمومی‌تر، ضرایب تابع هدف ممکن است دارای علامت منفی باشند. برای مثال، بیشینه کردن تابع سود مستلزم نسبت دادن ضرایب منفی به تابع هزینه است، بنابراین از حالت چندجمله‌ای مثبت خارج می‌شود. در این شرایط، با شکل عمومی‌تر مدل‌های برنامه‌ریزی هندسی مواجه هستیم که با عنوان برنامه‌ریزی هندسی تعمیم‌یافته یا برنامه‌ریزی هندسی عمومی از آن‌ها یاد می‌شود.

### برنامه‌ریزی هندسی عمومی<sup>۲</sup>

یک مدل برنامه‌ریزی هندسی مقید عمومی با  $m$  قید نامساوی در حالت کلی به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Min}_x \quad & y = \sum_{j=1}^{N_0} \sigma_{oj} c_{oj} \prod_{i=1}^n x_i^{a_{oij}} \\ & \text{s. t.} \\ g_k(x) = \sum_{j=1}^{N_k} (\sigma_{kj} \beta_{kj} / \sigma_k) \prod_{i=1}^n x_i^{\gamma_{kij}} \leq 1, \quad & k = 1, \dots, m, \\ x_j > 0, \quad & j = 1, \dots, N_k. \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن  $m$ : تعداد قیود مسئله،  $n$ : تعداد متغیرهای تصمیم،  $N_0$ : تعداد چندجمله‌ای‌های تابع هدف،  $N_k$ : تعداد چندجمله‌ای‌های توابع قید،  $c_{oj} > 0$  و علامت  $\sigma_{oj} = \pm 1$   $j = 1, 2, \dots, N_0$  ضرایب تابع هدف،  $\beta_{kj} > 0$  ضرایب توابع قید،  $\gamma_{kij}$  و  $a_{oij}$ : توان متغیرها و اعدادی حقیقی، و  $\sigma_k$  و  $\sigma_{oj}$  به توابع علامت<sup>۳</sup> اشاره دارند.

اگر توابع علامت مثبت و منفی باشند، مسئله فوق را برنامه‌ریزی هندسی signomial می‌نامند. اگر تمام ضرایب تابع علامت مثبت باشند، برنامه فوق به یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی چندجمله‌ای مثبت تقلیل می‌یابد. برای حل مسئله اولیه، استفاده از شرایط لازم کاروش-کان-تاکر<sup>۴</sup> ما را به سیستمی از معادلات غیرخطی می‌رساند که حل آن‌ها دشوار است. اما می‌توان با تبدیل مسئله اولیه به دوگان، برنامه را به مسئله‌ای با قیود خطی تبدیل کرد که حل آن ساده است.

$$\text{Max } d(w) = \prod_{j=1}^{N_k} \left( \frac{c_{oj}}{w_{oj}} \right)^{w_{oj} \sigma_{oj}} \prod_{j=1}^{N_k} \left( \frac{\beta_{kj}}{w_{kj}} \right)^{w_{kj} \sigma_{kj}} \prod_k^m \sum_j^{N_k} (w_{kj})^{\sum_j^{N_k} (w_{kj})} \quad (13)$$

1. Degree of Difficulty
2. General Geometric Programming
3. Signum Functions
4. Karush- Kuhn-Tucker

Subject to:

$$\sum_{j=1}^n \sigma_{ij} w_j = 1, \quad \forall i = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^n \sigma_{ij} a_{ij} w_j = 0, \quad \forall i = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$w_j > 0$$

اگر درجه سختی مسئله دوگان صفر باشد، شرایط تعامد و نرمال بودن، جواب یکتایی برای بردار بهینه  $w^*$  به دست می‌دهند که می‌توان بر اساس آن‌ها، جواب بهینه تابع هدف اولیه یعنی  $X^*$  را به دست آورد.

### برنامه‌ریزی هندسی با پارامترهای فازی

در برنامه‌ریزی هندسی با پارامترهای فازی ضرایب تابع هدف و قیدها، به صورت اعداد فازی در نظر گرفته می‌شوند. در این پژوهش از اعداد فازی مثلثی به شکل  $\tilde{x} = (x^l, x^m, x^u)$  استفاده می‌شود که  $x^m$  عدد وسط، میانگین دو عدد دیگر است. در این صورت مسئله (۳) را می‌توان به شکل رابطه (۱۴) بیان کرد (Ojha & Biswal, 2010; Islam & Mandal, 2019). مسئله اولیه برنامه‌ریزی هندسی با پارامترهای چندگانه زیر را در نظر بگیرید:

$$\text{Min} \sum_{j=1}^{N_o} \tilde{c}_{oj} \prod_{i=1}^n x_i^{\tilde{a}_{ij}} \quad (14)$$

$$\text{s. t.} \sum_{j=1}^{N_i} \tilde{c}_{kj} \prod_{i=1}^n x_i^{\tilde{a}_{ij}} \leq 1; \quad x_j \geq 0; \quad k = 1, 2, \dots, m$$

که در آن ضرایب در تابع هدف و قیدها اعداد فازی مثلثی هستند. برای هر ترکیب سه تایی  $(\tilde{c}_o, \tilde{c}_k, \tilde{a})$  تابع هدف متناظر با هر مقدار عبارت است از  $y(\tilde{c}_o, \tilde{c}_k, \tilde{a})$ . در این صورت سه مقدار  $y$  قابل تعریف است:

$$y^l = \text{Min}_x \sum_{j=1}^{N_o} c_{oj}^l \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^l} \quad \text{s. t.} \sum_{j=1}^{N_i} c_{kj}^l \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^l} \leq 1; \quad k = 1, 2, \dots, m$$

$$y^u = \text{Min}_x \sum_{j=1}^{N_o} c_{oj}^u \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^u} \quad \text{s. t.} \sum_{j=1}^{N_i} c_{kj}^u \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^u} \leq 1; \quad k = 1, 2, \dots, m$$

$$y^m = \text{Min}_x \sum_{j=1}^{N_o} c_{oj}^m \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^m} \quad \text{s. t.} \sum_{j=1}^{N_i} c_{kj}^m \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^m} \leq 1; \quad k = 1, 2, \dots, m$$

میانگین حسابی این سه مقدار برابر است با برابر  $\bar{y} = \frac{y^l + y^m + y^u}{3}$  می‌توان تابع هدف را به صورت

کمینه‌سازی کمیتی مانند  $\delta$  در نظر گرفت که کوچک‌تر یا مساوی  $\bar{y}$  باشد و سه مقدار متناظر تابع هدف نیز به صورت قید به مسئله اضافه شود، یعنی:

$$\text{Min } \delta \quad (15)$$

s.t.

$$\frac{y^l + y^m + y^u}{3} \leq \delta$$

$$\sum_{j=1}^{N_o} c^l_{oj} \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^l} \leq y^l$$

$$\sum_{j=1}^{N_o} c^u_{oj} \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^u} \leq y^u$$

$$\sum_{j=1}^{N_o} c^m_{oj} \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^m} \leq y^m$$

$$\sum_{j=1}^{N_i} c_{kj}^m \prod_{i=1}^n x_i^{a_{ij}^m} \leq 1; k = 1, 2, \dots, m$$

برنامه (۱۵) با تبدیل چهار قید ابتدایی به حالت نامساوی (کوچک‌تر از ۱) به یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی استاندارد تبدیل می‌شود که با تبدیل دوگان آن می‌توان جواب بهینه را به دست آورد (Islam & Mandal, 2019).

### مروری بر پژوهش‌های پیشین

در این بخش نگاهی به چند پژوهش که به الگوهای قیمتگذاری بهینه خدمات اینترنت یا مطالعاتی که مبتنی بر روش‌های حل برنامه‌ریزی هندسی هستند اشاره می‌شود.

اکونگی‌گیاکو و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۱۴)، چارچوبی نظری بر مبنای نظریه بازی‌ها برای بررسی هم‌تاسازی یا انتقال ترافیک داده‌های اینترنت ارائه می‌کنند. الگوی آن‌ها به صورت بهینه‌سازی شبکه در قالب یک بازی غیرهمکارانه تنظیم شده است که در آن تصمیم سامانه‌های خودگردان AS برای ارتباط بین یکدیگر و انتقال ترافیک یک مسئله راهبردی توصیف می‌شود و مبتنی بر هزینه‌های اتصال متقابل با در نظر گرفتن دوگانگی «همتایی - انتقال» انجام می‌گیرد. مزومدار و همکاران<sup>۲</sup> (۱۹۹۱)، در چارچوب نظریه بازی‌ها، موضوعات انصاف را در قیمت خدمات شبکه‌های ارتباطی بررسی می‌کنند. آن‌ها مطرح می‌کنند که در بازی‌های غیرهمکارانه، افراد به صورت مستقل و بدون توجه به واکنش

1. Accongiagioco et al.  
2. Mazumdar et al.

دیگران، راهبردهای خود را انتخاب می‌کنند که این مسئله اگرچه تعادل نش<sup>۱</sup> را به صورت محض یا مخلوط در پی دارد، اما می‌تواند به ناکارایی پارتو<sup>۲</sup> منجر شود. بنابراین از نظر آن‌ها، قیمتگذاری از طریق فرمول‌بندی مسئله در قالب یک بازی همکاریانه ارجح است. در انتها نتیجه‌ای که می‌گیرند این است که راه‌حل چانه‌زنی نش، کاندیدای مناسبی برای دستیابی به یک نقطه عملیاتی منصفانه و بهینه است. **کیم و لی<sup>۳</sup> (۱۹۹۸)**، به تعیین همزمان قیمت و اندازه یک بنگاه دارای ظرفیت محدود با هدف بیشینه کردن سود بنگاه می‌پردازند. این دو از مدل برنامه‌ریزی هندسی مقید برای تعیین جواب بهینه استفاده می‌کنند. در مدل آن‌ها تقاضا به صورت تابعی نمایشی از قیمت و مخارج بازاریابی تعریف می‌شود و هزینه تولید نیز تابعی از تقاضاست. با استفاده از کاروش - کان - تاکر و تحلیل‌های حساسیت و حاشیه‌ای، آن‌ها نشان می‌دهند که برنامه‌های کاهش هزینه واحد تولید بنگاه نه تنها به کاهش هزینه‌های کل بنگاه منجر می‌شود، بلکه استفاده از ظرفیت بنگاه را نیز بهبود می‌بخشد و در نهایت موجب افزایش سود بنگاه می‌گردد. **چن<sup>۴</sup> (۲۰۰۰)**، با معرفی یک مدل بیشینه‌ساز سود از موجودی انبار در قالب مسئله برنامه‌ریزی هندسی، به تعیین مقدار بهینه قیمت خرید و فروش محصول در یک بنگاه واسطه‌ای می‌پردازد. در پژوهش **چن (۲۰۰۰)**، تابع سود از تفاضل درآمد و مجموع هزینه‌های ثابت، هزینه‌های خرید، و هزینه‌های نگهداری انبار به دست می‌آید. نرخ عرضه به صورت تابعی نمایشی از قیمت و مقدار، و تابع تقاضای معکوس نیز به شکل کاب داگلاس و تابعی از مجموع مقادیر واسطه فروش رفته در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از تکنیک‌های برنامه‌ریزی هندسی و روش دوگان، قیمت‌های بهینه فروش و خرید محصول به دست آمده است. **یو و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۰۹)**، از یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مقید برای تخصیص پهنای باند اینترنت استفاده می‌کنند تا درآمد انتظاری ISPها بیشینه شود. در پژوهش آن‌ها منابع پهنای باند (مصارف پهنای باند) به چند طبقه و گروه تقسیم شده و برای هر طبقه یک قیمت در نظر گرفته شده است. همچنین، مجموع پهنای باند ثابت است. برای پیشگیری از ازدحام و کنترل پهنای باند تخصیصی، آن‌ها برای ISPها قید سقف فروش در یک افق محدود را در نظر گرفته‌اند. در این پژوهش یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مقید معرفی شده و با الگوریتم (بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۶</sup>) مقادیر بهینه را محاسبه کرده‌اند.

1. Nash Equilibrium
2. Pareto Inefficiency
3. Kim & Lee
4. Chen
5. You *et al.*
6. Particle Swarm Optimization (PSO)

سجادی و همکاران (۲۰۱۱)، به تعیین قیمت بهینه خدمات ISP با استفاده از برنامه‌ریزی هندسی فازی می‌پردازند. آن‌ها ابتدا مدل ریاضی قیمتگذاری خدمات ADSL را در قالب یک الگوی برنامه‌ریزی هندسی با هدف بیشینه‌سازی درآمد ISP فرموله می‌کنند و سپس با تبدیل ضرایب و پارامترهای تابع تقاضا در مدل قطعی به اعداد فازی مثلثی، با داده‌های فرضی مدل را با کمک نرم‌افزار CVX حل می‌کنند و مقادیر بهینه را به‌دست می‌آورند. اکرا<sup>۱</sup> (۱۹۸۰)، به بررسی برنامه‌ریزی هندسی با رویکرد کاربردی می‌پردازد. وی بر برنامه‌های چندجمله‌ای مثبت و چندجمله‌ای چندعلامتی متمرکز است. هدف پژوهش او، ارائه شناخت جامعی از نتایج اساسی برنامه‌ریزی هندسی به خواننده از طریق پرداختن به نمونه‌های کاربردی این نوع برنامه‌ریزی ریاضی است. رحمانیانی و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۱۲)، یک الگوی برنامه‌ریزی هندسی فازی برای تعیین قیمت بهینه ISPها مورد استفاده قرار می‌دهند. در پژوهش آن‌ها تقاضا برای یک خدمت ISP به صورت تابعی نمایی از قیمت با اثر معکوس و مخارج بازاریابی با اثر مثبت در نظر گرفته می‌شود. پژوهشگران با در نظر گرفتن قیدهای بودجه‌ای بازاریابی و پهنای باند و نیز اعتمادپذیری، قیمت بهینه خدمات ISP را در قالب یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی فازی و با داده‌های فرضی تعیین می‌کنند. کمایی و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۱۹)، به حل یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی چندجمله‌ای مثبت با ضرایب و پارامترهای فازی می‌پردازند. در پژوهش آن‌ها گروهی از مسائل برنامه‌ریزی هندسی که تمام پارامترها اعداد فازی هستند مورد بررسی قرار می‌گیرد. پس از تبدیل مسئله اولیه برنامه‌ریزی هندسی فازی به دوگان، مسئله را با استفاده از اصل گسترش لطفی‌زاده<sup>۴</sup> (۱۹۷۸)، به یک جفت مسئله برنامه‌ریزی ریاضی تبدیل می‌کنند و با استفاده از برش  $\alpha$  در تابع هدف و برش  $\tau$  در محدودیت‌های فرم دوگان برنامه‌ریزی هندسی، مقادیر بهینه را در سطح قابل قبولی از  $\alpha$  و  $\tau$  به‌دست می‌آورند.

جهانگرد (۱۳۸۶)، ضمن برشمردن اهمیت اطلاعات و شبکه جهانی اینترنت و ارائه تعاریفی از شبکه‌های ارتباطی، به موضوع قیمتگذاری در شبکه‌ها، انواع روش‌های نظری قیمتگذاری مانند قیمتگذاری با تعرفه‌های دویبخشی، قیمتگذاری رمزی، و قیمتگذاری تضمینی می‌پردازد. باقری و ناظم‌ان<sup>۵</sup> (۲۰۲۰)، در قالب یک الگوی بیشینه‌سازی سود نیروگاه‌های کشور، به بررسی عملکرد بازار عمده‌فروشی برق ایران از جنبه انحراف از معیار رقابت کامل و مقایسه قیمت‌ها می‌پردازند و نشان می‌دهند که قیمت

1. Ecker
2. Rahmaniyan *et al.*
3. Kamaei *et al.*
4. Zadeh
5. Bagheri & Nazeman

برق نیروگاه‌های دولتی در ۶۵ درصد ساعات و نیروگاه‌های غیردولتی در ۸۵ درصد ساعات کم‌تر از ۱۰ درصد با هزینه نهایی انحراف دارند. به عبارتی، بازار برق ایران دارای انحراف اندکی از معیار رقابتی است.

## تحلیل داده‌ها و حل مدل

### مدل تعیین قیمت با ضرایب قطعی

در چارچوب مدل برنامه‌ریزی (۴)، ابتدا باید تابع هدف یعنی تابع تقاضا و تابع هزینه را تصریح کنیم و ضرایب آن را تخمین بزنیم.

**تابع تقاضا:** در IXP تقاضا برای هر پورت مستقل از تقاضای پورت‌های دیگر است، زیرا پورت‌ها دارای قابلیت و سرعت انتقال داده خاصی هستند. مشترکی که حجم فعالیت‌هایش برای هم‌تاسازی عمومی یا خصوصی با پورت 1G پوشش داده می‌شود، برای پورت 10G و بالاتر تقاضایی نخواهد داشت، چرا که فقط هزینه‌های بیش‌تری را باید پرداخت کند. بنابراین، فرض می‌کنیم که تابع تقاضا برای هر پورت به شکل  $Q = f(P, K)$  خواهد بود که در آن P قیمت پورت مورد تقاضا، و K تعداد خدمات قابل ارائه فعلی IXP است. با فرض نرمال بودن تقاضا برای اتصال به IXP و استفاده از خدمات آن می‌توانیم تابع تقاضا را به صورت تابع (۱۶) در نظر بگیریم:

$$Q(P, K) = AP^{-\alpha}K^{\beta} \quad (16)$$

که در آن  $\alpha$  کشش قیمتی تقاضا و  $\beta$  کشش تقاضا نسبت به تعداد خدمات موجود در IXP و ضرایبی مثبت هستند. A ثابت تقاضا و معرف سایر عوامل موثر بر تقاضاست. برای تعیین تابع سود، لازم است هزینه این نقاط را در نظر بگیریم.

**تابع هزینه:** بیش‌ترین بار هزینه‌ای IXPها مربوط به خرید تجهیزات سوئیچ و تعداد پورت‌های آن است. به همین خاطر و برای سادگی محاسبات، هزینه را تابعی خطی از تعداد پورت‌ها در نظر می‌گیریم:

$$C(N) = cN ; c \geq 0 \quad (17)$$

که در آن C متوسط هزینه واحد هر پورت (و در این حالت خاص برابر هزینه نهایی پورت) و N تعداد کل پورت‌هاست.

مدل قطعی تعیین قیمت خدمات IXP: با توجه به توضیحاتی که در بخش مبانی نظری ارائه شد، با جایگذاری توابع تقاضا و هزینه فوق در برنامه (۳)، به الگوی (۱۸) برای تعیین قیمت بهینه خدمات

می‌رسیم:

$$\begin{aligned}
 \text{Max } \pi &= AP^{1-\alpha}K^\beta - cN & (18) \\
 \text{Subject to} \\
 \delta N &\leq AP^{-\alpha}K^\beta \leq N \\
 c &\leq P \leq (1 + \mu)\bar{P} \\
 (\mu, \alpha, \beta, \delta) &\in \mathbb{R}; (A, P, c, K, N, \bar{P}) \in \mathbb{R}^+
 \end{aligned}$$

مدل (۱۸)، که در آن ضرایب تابع هدف منفی هم هستند، یک مدل از نوع برنامه‌ریزی هندسی signomial است و جواب بهینه آن محلی است. این جواب بهینه محلی با روش تکراری و حدس جواب اولیه قابل حصول است (Boyd et al., 2007). اما برای حل برنامه (۱۸) از طریق تبدیل آن به یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی posynomial که متضمن جواب بهینه جهانی است، ابتدا باید مدل را به شکل استاندارد (۸) تبدیل کنیم. چون تابع هدف از نوع سود است و سود منفی (زیان) مورد نظر عرضه‌کننده نیست، بنابراین متغیر مثبت ناصفری مثل  $G$  را در نظر می‌گیریم و تابع هدف را به شکل  $\pi \geq G$  به عنوان یک قید به مسئله تعریف می‌کنیم. تابع هدف در این حالت عبارت است از بیشینه کردن مقدار  $G$ .  
**لم ۱:** فرض کنید  $G = \{x/x \in \mathbb{R}^+ - \{0\}\}$ . مسئله بیشینه‌یابی نامقید  $\text{Max } f(x)$  با جواب شدنی  $x^*$  معادل مسئله بهینه‌یابی مقید (۱۹) است:

$$\begin{aligned}
 \text{Max } G & & (19) \\
 \text{s. t.} \\
 f(x) &\geq G \\
 G &> 0
 \end{aligned}$$

با استفاده از لم ۱ و توجه به این نکته که بیشینه  $G$  با کمینه  $G^{-1}$  معادل است، مسئله (۱۸) با اندکی عملیات جبری به راحتی به مسئله نهایی برنامه‌ریزی هندسی (۲۰) با ضرایب قطعی تبدیل می‌شود. مسئله اخیر با استفاده از شرایط تعامد و نرمال بودن برنامه (۱۳) از طریق دوگان حل می‌شود:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } G^{-1} & & (20) \\
 \text{S.t:} \\
 GA^{-1}P^{\alpha-1}K^{-\beta} + cNA^{-1}P^{\alpha-1}K^{-\beta} &\leq 1 \\
 N^{-1}AP^{-\alpha}K^\beta &\leq 1 \\
 \delta NA^{-1}P^\alpha N^{-\beta} &\leq 1 \\
 [(1 + \mu)\bar{P}]^{-1}P &\leq 1 \\
 cP^{-1} &\leq 1 \\
 (\mu, \alpha, \beta, \delta) &\in \mathbb{R}; (A, P, c, K, N, \bar{P}, G, FC) \in \mathbb{R}^+
 \end{aligned}$$



### مدل تعیین قیمت بهینه فازی

برای لحاظ کردن نااطمینانی و خطای اندازه‌گیری، در این بخش پارامتر A و کشش‌های تابع تقاضای خدمات IXP و همچنین هزینه واحد و مقدار تابع هدف G را اعداد مثلثی فازی در نظر می‌گیریم و مدل قیمتگذاری را با ضرایب قطعی (۱۸) به صورت رابطه (۲۱) فازی می‌کنیم. فرض کنید هر یک از ضرایب و پارامترهای مسئله به صورت  $\tilde{x} = (x^l, x^m, x^u)$  در نظر گرفته شود که در آن  $x^m$  محتمل‌ترین عدد و متوسط دو مقدار  $x^l$  و  $x^u$  باشند. با این فرض می‌توانیم مدل قیمتگذاری فازی را به شکل رابطه (۲۱) تعریف کنیم:

$$(G^l, G^m, G^u) \text{ Max } \tilde{G} = \quad (21)$$

St:

$$\tilde{A}P^{1-\alpha}K^{\beta} - \tilde{c}N \geq \tilde{G}$$

$$N^{-1}\tilde{A}P^{-\alpha}K^{\beta} \leq 1$$

$$\delta N\tilde{A}^{-1}P^{\alpha}N^{-\beta} \leq 1$$

$$\tilde{c}P^{-1} \leq 1$$

$$[(1 + \mu)\tilde{P}]^{-1}P \leq 1$$

$$(\mu, \alpha, \beta, \delta) \in \mathbb{R}; (c^m, A^m, G^m, P, K, N, \tilde{P}, FC) \in \mathbb{R}^+$$

میانگین حسابی ساده  $\tilde{G}$  مقداری برابر  $\frac{G^l+G^m+G^u}{3}$  خواهد بود. از نامساوی میانگین‌های حسابی -

هندسی<sup>۱</sup> در مورد رابطه میانگین حسابی و هندسی می‌دانیم که میانگین حسابی حداقل برابر میانگین هندسی است. یعنی:

$$\frac{G^l+G^m+G^u}{3} \geq (G^l \cdot G^m \cdot G^u)^{1/3}$$

با استفاده از لم ۱ با تعریف متغیر مثبتی مانند  $G_0$  می‌توان فرم فازی مسئله را به شکل رابطه

$$G_0 \equiv \text{Min } G_0^{-1} \text{ Max}$$

(۲۲) بیان کرد:

St:

$$\sqrt[3]{G^l \cdot G^m \cdot G^u} \geq G_0$$

$$G^l A^{l-1} P^{\alpha^l-1} K^{-\beta^l} + c^l N G^l A^{l-1} P^{\alpha^l-1} K^{-\beta^l} \leq 1$$

$$G^m A^{m-1} P^{\alpha^m-1} K^{-\beta^m} + c^m N G^m A^{m-1} P^{\alpha^m-1} K^{-\beta^m} \leq 1$$

$$G^u A^{u-1} P^{\alpha^u-1} K^{-\beta^u} + c^u N G^u A^{u-1} P^{\alpha^u-1} K^{-\beta^u} \leq 1$$

$$N^{-1} A^l P^{-\alpha^l} K^{\beta^l} \leq 1$$

$$\delta N A^{l-1} P^{\alpha^l} K^{-\beta^l} \leq 1$$

$$[(1 + \mu)\tilde{P}]^{-1}P \leq 1$$

$$c^l P^{-1} \leq 1$$

$$(\mu, \alpha, \beta, \delta) \in \mathbb{R}; (c^m, A^m, G^m, P, K, N, \tilde{P}, FC) \in \mathbb{R}^+$$

#### 1. Inequality of Arithmetic and Geometric Means

نامساوی اولین محدودیت مسئله با تقسیم دوطرف بر  $\sqrt[3]{G^l \cdot G^m \cdot G^u}$  به شکل  $1 \leq$  در خواهد آمد و آن را به یک مسئله برنامه‌ریزی هندسی استاندارد با ضرایب قطعی تبدیل می‌کند که با روش‌های حل مسائل برنامه‌ریزی هندسی می‌توان مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم را به دست آورد (Kamaei et al., 2019; Rahmaniiani et al., 2012; Islam & Mandal, 2019).

### تخمین ضرایب و حل مدل

برای تعیین قیمت بهینه خدمات IXP ایران در چارچوب مدل‌های برنامه‌ریزی (۲۰) و (۲۲) نیاز به تخمین کشش‌های قیمتی تقاضا و هزینه نهایی IXP داریم. برای تخمین آن‌ها ابتدا توابع تقاضا و هزینه را در چارچوب روابط (۱۶) و (۱۷) تخمین می‌زنیم.

تخمین ضرایب تابع تقاضا: اطلاعات و داده‌های مربوط به فعالیت این مراکز با توجه به نوپا بودن و ناشناخته بودن آن‌ها برای بسیاری از ISPها و CDNها و شرکت‌ها و شبکه‌های تولید محتوای داخلی کشور، به صورت ثبت‌شده و سری زمانی در دسترس نیستند. صرفاً اطلاعات لحظه‌ای منتشر می‌شود. از سوی دیگر، قیمت پورت‌ها نیز فقط در دو مقطع زمانی ۱۳۹۳ و ۱۳۹۹ تعیین شده و تغییر کرده است که حتی در صورت وجود اطلاعات مربوط به تعداد مشترکان در سال ۱۳۹۳، داده‌های این دو سال نمی‌تواند مبنای تخمین دقیقی از ضرایب تقاضا باشد. بنابراین، برای تخمین ضرایب تابع تقاضای خدمات IXP در ایران و رسیدن به تخمین قابل‌قبولی از کشش قیمتی تقاضا، از آخرین داده‌های منتشرشده توسط IXPهای بین‌المللی با ساختار ارائه خدمات مشابه با ایران که اقدام به انتشار اطلاعات خود می‌کنند، استفاده شده است.<sup>۱</sup> تابع تقاضای خطی شده (۱۶) به شکل خودگردان متصل به نقطه تبادل ترافیک  $i$ -ام،  $P_i$  متوسط قیمت ماهانه پورت به میلیون ریال، و  $K_i$  تعداد خدمات  $i$  IXP است. با توجه به این‌که در مدل‌های تقاضا، قیمت به‌طور معمول درون‌زاست، آزمون درون‌زایی با استفاده از اختلاف آماره  $J$  در دو حالت مقید و نامقید انجام شده است. مقدار آماره  $J$  برابر  $16/9$  به دست آمده است. بنابراین، فرض برون‌زا بودن متغیر قیمت نمی‌تواند در سطح معناداری قبول شود. برای رفع مشکل درون‌زایی قیمت و مقدار تقاضا، ضرایب با معرفی متغیرهای ابزاری به روش 2SLS تخمین زده شده‌اند. متغیر لگاریتم  $n$  (مجموع تمام پورت‌های IXP) به عنوان

۱. داده‌های هر IXP به صورت مستقیم از سایت آن‌ها اخذ شده است. سایت‌های [www.linx.net](http://www.linx.net) و [www.ams-ix.net/ams](http://www.ams-ix.net/ams) دو نمونه از IXPهایی‌اند که به صورت برخط اقدام به انتشار قیمت خدمات خود می‌کنند.

متغیرهای ابزاری استفاده شده است. برای این که متغیر ابزاری مناسبی انتخاب شود، باید دو شرط برقرار باشد: ۱. متغیر ابزاری با متغیر درون‌زا مرتبط و دارای همبستگی باشد، و ۲. متغیر ابزاری با جملات اختلال همبستگی نداشته باشد. این دو شرط بر اساس مقادیر همبستگی و آماره  $t$  مربوط به معناداری آن‌ها در ادامه بررسی شده‌اند که بر اساس آماره  $t$  هر دو شرط قابل پذیرش هستند.

$$\text{Corr}(\ln(p), \ln(N)) = -0.3525 \text{ و آماره } t \text{ برابر } 1/5986 -$$

$\text{Corr}(\ln(N), e) = -1.2 \times 10^{-15}$  و آماره  $t$  برابر  $-5.1 \times 10^{-15}$  که در آن  $e$  به عنوان تقریب جملات اختلال و پسماند حاصل از برآورد مدل است. اکنون تابع تقاضا به تفکیک هر پورت با داده‌های مربوط به قیمت و تعداد AS‌های متصل به هر یک بر اساس آخرین اطلاعات مندرج در سایت‌های ۲۰ مرکز تبادل ترافیک داده‌های اینترنتی دنیا در سال ۲۰۲۱ تخمین زده می‌شوند.<sup>۱</sup>

جدول ۲: برآورد ضرایب تابع تقاضا برای پورت IGE

متغیر	ضریب برآوردشده	انحراف معیار	آماره $t$	p-value
ثابت	۴/۹۸۱۸	۲/۰۴۰۱	۲/۴۴۱۸	۰/۰۲۸۵
Log(P)	-۰/۸۸۶۵۲	۰/۴۴۱۷	-۱/۹۵۸۴	۰/۰۷۰۴
Log(K)	۱/۶۱۲۲	۱/۲۹۶۹	۱/۲۴۳۱	۰/۲۳۴۲
R2			۰/۱۸۷۷	
BPG test: $n \times R2$	۵/۲۰۸۴	p-value	۰/۰۷۰۴	

جدول ۳: برآورد ضرایب تابع تقاضا برای پورت 10GE

متغیر	ضریب برآوردشده	انحراف معیار	آماره $t$	p-value
ثابت	۹/۵۰۳۲	۳/۰۱۱۶	۳/۱۵۵۵	۰/۰۰۷۰
Log(P)	-۱/۶۱۲۵	۰/۴۴۱۷	-۱/۹۵۸۴	۰/۰۰۷۳
Log(K)	۲/۹۸۰۳	۱/۰۵۸۲	۱/۸۱۶۳	۰/۰۱۳۷
R2			۰/۴۳۶۸	
BPG test: $n \times R2$	۳/۸۱۷۶	p-value	۰/۱۴۸۳	

۱. این اطلاعات به صورت جداگانه و از طریق سایت نقاط تبادل ترافیک اینترنت جمع‌آوری شده است (جدول ۲پ).

جدول ۴: برآورد ضرایب تابع تقاضا برای پورت 100GE

متغیر	ضریب برآوردشده	انحراف معیار	آماره t	p-value
ثابت	۶/۳۷۴۵	۴/۰۷۳۵	۲/۶۹۰۵	۰/۱۳۹۹
Log(P)	-۱/۰۲۹۸	۰/۸۷۴۲	-۱/۸۸۸۷	۰/۰۷۹۸
Log(K)	۲/۳۵۲۲	۰/۵۴۵۲	۱/۵۶۴۸	۰/۰۱۷۶
R2	۰/۲۱۵۳			
BPG test: n*R2	۲/۴۴۵۹	p-value	۰/۲۹۴۴	

علاوه بر آزمون ناهمسانی واریانس که به روش بروش-پاگان-گادفری<sup>۱</sup> انجام شده و نتایج آن در جداول (۲)، (۳) و (۴) آمده است، آزمون‌های نرمال بودن، و خودهمبستگی سریالی در جملات پسماند نیز برای تمام مدل‌های فوق انجام شد که نتایج آن حاکی از قابل‌اعتماد بودن ضرایب برآوردشده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کشش قیمتی تقاضا برای پورت‌های ۱ و ۱۰۰ گیگابیت در ثانیه در سطح ۹۲ درصد و برای پورت ۱۰ گیگا در سطح ۹۵ درصد معنادار هستند. علاوه بر این، علامت آن‌ها مطابق انتظار است.

**تخمین هزینه واحد پورت:** مرکز تبادل ترافیک انقلاب تهران<sup>۲</sup> در حال حاضر پرکارترین IXP کشور از نظر تعداد مشترکان، حجم تبادل داده، و سطح تجهیزات نسبت به سایر IXP‌های داخلی است (<https://tehran-ix.ir>). این مرکز با مجموع ۴۸۰ پورت شامل ۲۴۰ پورت 1G، ۱۴۴ پورت 10G، ۳۲ پورت 40G، و ۶۴ پورت 100G در مجتمع انقلاب وزارت ارتباطات قرار دارد. هزینه‌های عملیاتی و متغیر این مرکز در سال ۱۳۹۹ معادل ۴۲۸۱۰ میلیون ریال برآورد شده است.<sup>۳</sup> بنابراین، متوسط هزینه هر پورت بدون توجه به سرعت آن‌ها برابر ۸۹/۱۸ میلیون ریال خواهد شد. برای محاسبه هزینه نهایی پورت 1G و 10G و 100G ابتدا وزن هر یک از آن‌ها را در کل پورت‌های موجود در مرکز محاسبه، سپس در متوسط هزینه هر پورت ضرب می‌کنیم. به این ترتیب، هزینه نهایی پورت 1G برابر ۱۳/۸۹، پورت 10G برابر ۲۳/۱۶، و پورت 100G برابر ۵۲/۱۲ میلیون ریال به‌دست آمده است.

1. Breusch-Pagan-Godfrey

2. <https://tehran-ix.ir>

۳. هزینه‌های خرید و نصب و راه‌اندازی تجهیزات به عنوان هزینه‌های ثابت و سرمایه‌ای و همچنین، هزینه استهلاک در محاسبه هزینه نهایی پورت لحاظ نشده است. نرخ ارز در این پژوهش در مقطع محاسبات برای خریدهای سرمایه‌ای، معادل نرخ ارز در سامانه نیما در نظر گرفته شده است.

**متوسط قیمت جهانی واگذاری پورت‌های IXP:** متوسط قیمت جهانی پورت‌های IXP ۲۰ دنیا (شامل IXP‌های ایران) برای مشتریان در سال ۲۰۲۱ برای پورت 1G برابر ۲۶۰/۰۲ یورو معادل ۱۳/۰۷۴ میلیون ریال، برای پورت 10G برابر ۹۷۱/۴۷ یورو معادل ۴۸/۸۹ میلیون ریال، و برای پورت 100G برابر ۴۶۲۵/۷۶ یورو معادل ۲۳۲/۸ میلیون ریال است (جدول ۱پ).

### جواب مدل با ضرایب قطعی

با توجه به نتایج تخمین سه مدل تقاضای خدمات IXP و اطلاعات مربوط به هزینه و قیمت متوسط هر پورت، می‌توانیم پارامترها و ضرایب مدل برنامه‌ریزی هندسی تعیین قیمت بهینه را به صورت **جدول (۵)** خلاصه کنیم:

**جدول ۵: ضرایب و پارامترهای تخمینی برای الگوی برنامه‌ریزی هندسی قطعی**

نوع پورت	$\alpha$	$\beta$	A	N	$\mu$	C
1GE	۰/۸۶۵۲	۱/۶۱۲۲	۱۴۵/۶۲	۳۵۳	۱۳/۰۷	۱۳/۸۹
10GE	۱/۶۱۲۵	۲/۹۸۰۳	۱۳۳۵۹/۷	۱۶۵	۴۸/۸۹	۲۳/۱۶
100GE	۱/۰۲۹۸	۲/۳۵۲۲	۵۸۶/۶۹	۶۴	۲۳۲/۸	۵۲/۱۲

با در نظر گرفتن ضرایب فوق و جایگذاری در مدل (۱۸)، قیمت بهینه خدمات IXP در حالت قطعی با استفاده از نرم‌افزار CVX در محیط MATLAB به شرح **جدول (۶)** به‌دست آمده است.

**جدول ۶: قیمت‌های بهینه برای پورت‌های IXP در ایران با الگوی برنامه‌ریزی هندسی قطعی (ارقام به میلیون ریال/ ماه)**

نوع پورت	قیمت فعلی	قیمت بهینه	بیشینه سود
1GE	۱۰	۱۴/۳۷	۴۵۹/۹
10GE	۴۰	۵۳/۷۷	۵۰۵۲/۱
100GE	۲۵۰	۲۵۶	۱۳۰۵۳

قیمت بهینه برای پورت‌های ۱، ۱۰، و ۱۰۰ گیگابایت در ثانیه به‌ترتیب برابر ۱۴/۳۷ میلیون، ۵۳/۷ میلیون، و ۲۵۶ میلیون ریال به‌دست آمده است که به‌ترتیب ۴۳ درصد، ۳۴ درصد، و ۲ درصد بیش از قیمت فعلی تعیین‌شده برای این پورت‌هاست. مقدار بهینه تابع هدف در این قیمت برای پورت 1G برابر ۴۵۹/۹

میلیون، برای پورت 10G برابر ۵۰۵۲ میلیون، و برای پورت 100G برابر ۱۳۰۵۳ میلیون ریال است. مجموع بیشینه سود برای IXP برابر ۱۹۱۳۹/۷ میلیون ریال در ماه برآورد شده که از جمع سودهای IXP در هر پورت به دست آمده است. با توجه به کشش‌های قیمتی تقاضای به دست آمده، می‌توانیم اثر افزایش یا کاهش قیمت را بر مقدار تقاضا ارزیابی کنیم. برای پورت‌های ۱ گیگابیت، هر یک درصد افزایش در قیمت، با فرض ثابت بودن تعداد خدمات، حدود ۰/۸۶ درصد تقاضا را برای این پورت‌ها کاهش می‌دهد. بنابراین، افزایش قیمت این نوع پورت‌ها به سطح بهینه موجب کاهش ۳۷ درصدی تقاضا برای آن‌ها می‌شود. همچنین، اثر افزایش قیمت پورت‌های ۱۰ گیگابیت و ۱۰۰ گیگابیت در ثانیه از وضعیت فعلی به سطح بهینه به ترتیب موجب کاهش تقاضا برای این پورت‌ها به مقدار ۵۴/۸ درصد و ۲ درصد می‌شود. با توجه به این که تقاضا برای پورت‌های ۱۰ و ۱۰۰ گیگابیت در ثانیه کشش‌پذیر هستند، با افزایش قیمت آن‌ها، درآمد افزایش خواهد یافت. اما افزایش قیمت پورت‌های ۱ گیگابیت موجب کاهش درآمد خواهد شد.

### جواب مدل با ضرایب فازی

برای یافتن پاسخ‌های بهینه در الگوی برنامه‌ریزی هندسی فازی (۲۲)، بر اساس ضرایب تخمین‌زده شده در **جدول (۷)** کران‌های بالا و پایین هر ضریب را به دست می‌آوریم.

جدول ۷: کران‌های بالا و پایین ضرایب مورد استفاده در مدل Fuzzy GP برای پورت‌های مختلف

نوع پورت	کران بالا ( $x^u$ )	نقطه مرکزی ( $x^m$ )	کران پایین ( $x^l$ )
α	1GE	۰/۸۶۵۲	۰/۶۴۸۹
	10GE	۲/۰۱۵	۱/۲۰۹۳
	100GE	۱/۲۸۷۲	۰/۷۷۲۳
β	1GE	۱/۶۱۳۲	۱/۲۰۹۱
	10GE	۳/۷۲۵۳	۲/۲۳۵۲
	100GE	۲/۹۴۰۲	۱/۷۶۴۱
A	1GE	۱۸۲/۰۲	۱۰۹/۲
	10GE	۱۶۶۹۹/۶	۱۰۰۱۹/۷
	100GE	۷۳۳/۳۶	۴۴۰/۰۱
C	1GE	۱۳/۸۹	۱/۳۹
	10GE	۲۳/۱۶	۲/۳۱
	100GE	۵۲/۱۲	۵/۲۱

مدل را با داده‌های فوق و با استفاده از نرم‌افزار GPPLAB<sup>۱</sup> حل کرده‌ایم که نتایج آن به صورت جدول (۸) به‌دست آمده است.

**جدول ۸: قیمت‌های بهینه برای پورت‌های IXP در ایران با الگوی برنامه‌ریزی هندسی فازی (ارقام به میلیون ریال / ماه)**

نوع پورت	قیمت فعلی	قیمت بهینه	بیشینه سود
1GE	۱۰	۱۱/۰۳	۲۷۱۴/۴
10GE	۴۰	۳۹/۳	۴۲۴۶/۲
100GE	۲۵۰	۲۱۳/۶	۱۲۱۶۴

همان‌طور که در جدول (۸) نشان داده شده است، با بکارگیری و استفاده از ضرایب پارامترهای فازی به شرح جدول (۷)، مدل برای تمام پورت‌ها دارای جواب شدنی بهینه است. متوسط قیمت جهانی پورت‌های ۱ گیگابیت، ۱۰ گیگابیت، و ۱۰۰ گیگابیت در ثانیه به ترتیب برابر ۱۳/۰۷ میلیون ریال، ۴۸/۸۹ میلیون ریال، و ۲۳۲/۸ میلیون ریال است. به این ترتیب، جواب بهینه برای تمام پورت‌ها از متوسط قیمت جهانی کم‌تر اما نسبت به قیمت‌های فعلی در کشور متفاوت است. قیمت بهینه برای پورت‌های 1GE حدود ۱۰/۳ درصد بیش‌تر از قیمت فعلی و قیمت بهینه پورت‌های 10GE و 100GE به ترتیب در حدود ۱/۷۵ درصد و ۱۴/۵ درصد کم‌تر از قیمت فعلی آن در کشور است.

### ارزیابی قیمت‌های بهینه بر سود IXP

در بخش قبل، قیمت‌های بهینه را بر اساس دو مدل قطعی و فازی تخمین زدیم. اکنون می‌خواهیم بدانیم کدام قیمت مناسب‌تر یا به‌اصطلاح بهینه است. همان‌طور که پیش‌تر عنوان شد، قیمت بهینه در این پژوهش قیمتی است که سود IXP را بیشینه کند. برای ارزیابی سود IXP بر اساس یافته‌های فوق، قیمت‌های بهینه محاسبه‌شده را در تابع سود قرار می‌دهیم و نتایج را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. از آنجایی که در مسئله برنامه‌ریزی هندسی، برای هر پورت یک برنامه در نظر گرفته و مدل حل شده است، با استفاده از لم ۲ مقادیر بهینه سود را به‌دست می‌آوریم.

لم ۲: برای توابع حقیقی که روی تمام مقادیر دامنه خود پیوسته باشند، هم‌ارزی زیر برقرار است:

$$\text{Max} \{ \sum_{i=1}^n f_i(x_i) \} \equiv \sum_{i=1}^n \{ \text{Max} f_i(x_i) \}$$

به عبارت دیگر، بیشینه مجموع توابع مستقل از یکدیگر با مجموع بیشینه تک تک توابع برابر است. در این جا توابع مستقل همان توابع درآمدی حاصل از فروش پورت ها توسط IXP است. با توجه به این که تابع هزینه نیز به صورت خطی تعریف شده است، بنابراین خواهیم داشت:

**جدول ۹: مقایسه مقادیر بیشینه سود**

مدل تعیین قیمت بهینه	مقدار بیشینه سود (میلیون ریال / ماه)
برنامه ریزی هندسی با ضرایب قطعی	۱۸۵۶۵
برنامه ریزی هندسی با ضرایب فازی	۱۹۱۲۴

همان طور که در **جدول (۹)** نشان داده شده است، علی رغم این که قیمت های بهینه مدل برنامه ریزی هندسی با ضرایب قطعی، بیش تر از قیمت های بهینه مدل برنامه ریزی هندسی با ضرایب فازی است، اما فروش IXP در قیمت های مدل اخیر به سود بیش تری منجر می شود، از این منظر، مدل تعیین قیمت بهینه با ضرایب فازی نسبت به مدل تعیین قیمت با ضرایب قطعی برتری دارد.

### تحلیل حساسیت

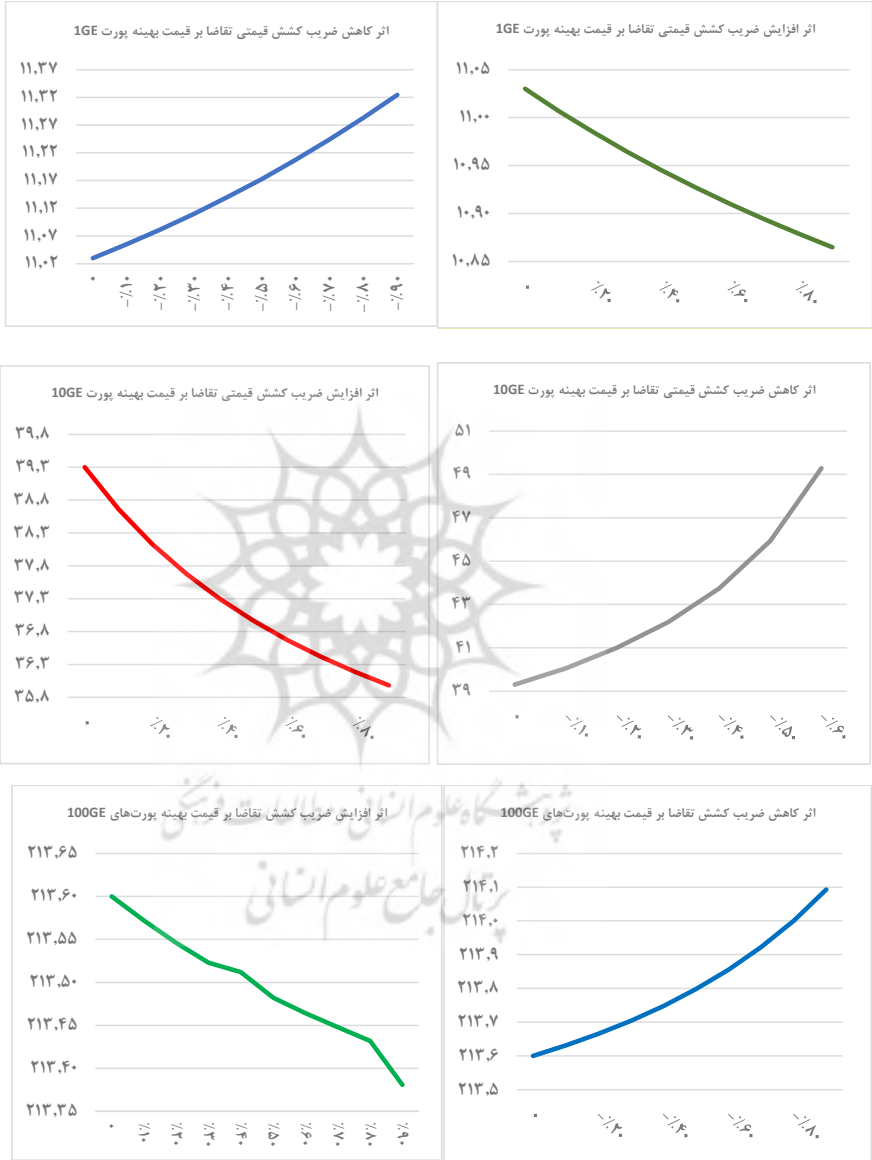
با توجه به این که مدل برنامه ریزی هندسی فازی سود بیش تر با قیمت های کم تری نتیجه داده است، در این جا تحلیل حساسیت نتایج را به تغییر ضرایب الگو در برنامه ریزی هندسی فازی انجام می دهیم. برای این کار کشش تخمین زده شده را در فاصله ۹۰- تا ۹۰+ درصد تغییر داده و نتایج آن را بر مقدار قیمت بهینه هر پورت و سود IXP بررسی کرده ایم. این نتایج در **جدول (۱۰)** و **شکل (۴)** نشان داده شده است. برای پورت های 1GE و 100GE، مدل در فاصله تغییرات مورد اشاره، دارای جواب شدنی است، اما برای پورت های 10GE فقط در فاصله [۹۰%، -۷۰%] دارای جواب شدنی است. در **جدول (۱۰)**، مقایسه نتایج مربوط به قیمت و سود بهینه برای تغییر ضرایب در این فاصله محاسبه شده است.



جدول ۱۰: تحلیل حساسیت سود و قیمت بهینه پورت 1GE نسبت به تغییر کَشش قیمتی تقاضا (ارقام به میلیون ریال در ماه)

بیشینه سود	قیمت بهینه پورت 100G	قیمت بهینه پورت 10G	قیمت بهینه پورت 1G	تغییر ضریب کَشش تقاضا (درصد)
۱۹۱۲۴	۲۱۴/۰۹۳	Infeasible	۱۱/۳۲۴	-۹۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۹۲۲	Infeasible	۱۱/۲۴۴	-۷۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۷۹۸	۴۵/۹۳۲	۱۱/۱۷۳	-۵۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۷۰۴	۴۲/۱۸۷	۱۱/۱۱۰	-۳۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۶۳۱	۴۰/۰۵۷	۱۱/۰۵۵	-۱۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۶۰۰	۳۹/۳۰۰	۱۱/۰۳۰	۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۵۷۲	۳۸/۶۶۱	۱۱/۰۰۶	۱۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۵۲۳	۳۷/۶۸۱	۱۰/۹۶۴	۳۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۴۸۲	۳۶/۹۶۱	۱۰/۹۲۷	۵۰
۱۹۱۲۴	۲۱۳/۴۴۸	۳۶/۴۱۳	۱۰/۸۹۴	۷۰
۱۹۱۲۴	۲۱۲/۵۹۸	۳۵/۹۸۳	۱۰/۸۶۵	۹۰

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی



شکل ۴: اثر تغییرات کسش قیمتی تقاضا بر قیمت بهینه پورت و سود IXP

همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است، با افزایش صرفاً کاهش قیمتی تقاضا از ۰ تا ۹۰ درصد، قیمت بهینه پورت‌ها کاهش می‌یابند. بیش‌ترین تأثیر مربوط به قیمت بهینه پورت‌های 10GE است، به‌طوری که در صورت افزایش کاهش تقاضا تا ۹۰ درصد مقدار تخمینی، قیمت بهینه با ۸/۴ درصد کاهش از ۳۹/۳ میلیون ریال در ماه به ۳۶/۲۸ میلیون ریال کاهش می‌یابد. قیمت بهینه پورت 1GE نیز در صورت افزایش ۹۰ درصدی کاهش قیمت، با ۲/۷ درصد کاهش از ۱۱/۰۳ میلیون ریال به ۱۰/۷۴ میلیون ریال کاهش می‌یابد. قیمت بهینه پورت 100GE نیز در صورت افزایش کاهش تقاضا تا ۹۰ درصد، تنها ۰/۹ درصد کاهش می‌یابد که بسیار ناچیز است. می‌توان نتیجه گرفت که افزایش کاهش قیمتی تقاضا برای پورت‌های 100GE اثری بر قیمت بهینه مدل ندارد. از سوی دیگر، کاهش کاهش قیمتی تقاضا از مقدار برآوردشده موجب افزایش قیمت بهینه پورت‌ها می‌شود. بیش‌ترین تأثیر نیز در این حالت مربوط به پورت‌های 10GE است که افزایش ۶۰ درصدی کاهش قیمتی تقاضا قیمت بهینه با ۲۵ درصد افزایش از ۳۹/۶ میلیون ریال به ۴۹/۷ میلیون ریال افزایش می‌دهد. مدل برای افزایش کاهش قیمتی تقاضا بیش‌تر از ۶۰ درصد فاقد جواب شدنی است. برای پورت‌های 1GE و 100GE نیز با کاهش قیمتی تقاضا تا ۹۰ درصد، قیمت بهینه به‌ترتیب تا ۲/۷ درصد و ۰/۲۳ درصد افزایش می‌یابند.

### بحث و نتیجه‌گیری

این پژوهش با هدف تعیین قیمت بهینه خدمات مراکز تبادل ترافیک اینترنت کشور که یکی از زیرساخت‌های فیزیکی مهم در ساختار ارتباطات است، انجام شده است. خدماتی که در این مراکز ارائه می‌شود، عموماً در قالب واگذاری پورت با سرعت‌های متفاوت به مشتریان عرضه می‌شود. مقدار قیمت بهینه هر پورت با رویکرد بیشینه‌سازی سود IXP و از تکنیک برنامه‌ریزی هندسی مقید ایستا با ضرایب فازی محاسبه و با قیمت‌های ابلاغی مقایسه شده است.

نتایج پژوهش نشان می‌دهد که استفاده از الگوهای برنامه‌ریزی هندسی فازی یا مدل‌های مبتنی بر ضرایب چندمقداری، ضمن این‌که جواب‌های شدنی برای مسئله دارند، از حیث این‌که قادر به پوشش دادن شرایط نااطمینانی و ابهام و خطا در داده‌ها هستند، نتایج قابل‌اعتمادتری به‌دست می‌دهند. به‌طور کلی، بر اساس بررسی‌ها و نتایج این پژوهش می‌توان گفت تقاضا برای خدمات مراکز تبادل ترافیک تابعی از قیمت پورت‌های موجود، و تنوع و تعداد خدمات هر مرکز است. تخمین ضرایب کاهش قیمتی تقاضا نشان می‌دهد که این تابع تقاضا نرمال است و با قیمت پورت رابطه منفی و با تعداد خدمات رابطه مستقیم و مثبت دارد.

بر اساس نتایج حاصل از حل مدل برنامه‌ریزی هندسی فازی، قیمت بهینه برای پورت‌های ۱ گیگابیت در ثانیه باید  $10/3$  درصد بیش‌تر از قیمت‌های فعلی تعیین شود. اما قیمت بهینه پورت‌های 10GE برابر  $39/3$  میلیون ریال در ماه محاسبه شده است که ۱ درصد از مقدار ابلاغی فعلی کم‌تر است. همچنین، قیمت بهینه پورت‌های 100GE نیز برابر  $213/6$  میلیون ریال است که  $14/5$  درصد کم‌تر از قیمت‌های ابلاغی فعلی است.

همچنین نتایج نشان می‌دهد که قیمت‌گذاری با قیمت‌های مدل برنامه‌ریزی هندسی فازی سود بیش‌تری را در مقایسه با قیمت‌های مدل برنامه‌ریزی هندسی قطعی نتیجه می‌دهد. در مدل با ضرایب قطعی، قیمت‌های بهینه برای هر سه نوع پورت سودی برابر  $18565$  میلیون ریال در ماه برای IXP های کشور به همراه خواهد داشت، در حالی که اعمال قیمت‌های بهینه بر مبنای الگوی با ضرایب فازی به سودی معادل  $19124$  میلیون ریال در ماه منجر خواهد شد.

نتایج تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که تغییر ضرایب کسش تقاضا از  $+10$  تا  $+90$  درصد بر سود بهینه تأثیری ندارد، اما قیمت بهینه را تا حدود ناچیزی تحت تأثیر قرار می‌دهد. برای کاهش  $10$  تا  $90$  درصدی ضریب کسش خودقیمتی، قیمت بهینه از  $0/2$  درصد تا  $0/4$  درصد افزایش می‌یابد و دست‌بالا  $\{= \text{حداکثر}\}$  به  $11/2$  میلیون ریال در ماه افزایش می‌یابد. برای افزایش همین ضریب در همین فاصله، قیمت بهینه از  $10/9$  تا  $10/7$  میلیون ریال کاهش می‌یابد. بنابراین، مقدار خطای محاسباتی در تخمین ضریب کسش قیمتی تأثیر معناداری بر قیمت بهینه ندارد.

مدلسازی ریاضی برای تعیین قیمت بهینه خدمات مراکز تبادل ترافیک داده‌های اینترنت در قالب الگوی برنامه‌ریزی هندسی، تخمین کسش قیمتی تقاضا برای خدمات این نقاط، و همچنین تحلیل حساسیت نتایج به‌دست‌آمده در مقابل تغییرات ضرایب کسش قیمتی تقاضا مهم‌ترین سهم این پژوهش در ادبیات است. در این راه مهم‌ترین محدودیت و مشکل برای انجام این پژوهش و احتمالاً پژوهش‌های اقتصادی آتی، دسترسی به اطلاعات سری زمانی اقتصادی این نقاط (به‌طور خاص قیمت پورت‌ها و مشترکان آن‌ها) به علت فقدان بانک اطلاعاتی داده‌هاست. به نظر می‌رسد این مسئله عمده‌تاً به دلیل نوپا بودن و ناشناخته بودن مزایای اتصال به این نقاط برای بسیاری از ISPها و شرکت‌ها و شبکه‌های تولید و توزیع محتوای داخلی، و عدم استقبال کافی به آن‌هاست.

این نقاط به‌طور بالقوه فرصت‌های سودآوری برای شرکت ارتباطات زیرساخت به عنوان متولی اصلی ایجاد و راه‌اندازی این نقاط و کارایی و کیفیت بالاتر در ارسال و دریافت داده‌ها برای سایر ذی‌نفعان آن‌ها اعم از ISPها، تولیدکننده‌های محتوا، مراکز داده، و دانشگاه‌ها فراهم می‌سازند. با توجه

به اهمیت روزافزون ارتباطات و اینترنت، و تاثیرات عمیقی که توسعه فعالیت‌های مبتنی بر آن بر جنبه‌های مختلف اقتصادی، اعم از سطوح خرد و کلان بر جای می‌گذارد، لازم است توجه بیش‌تری به مبانی و روش‌های قیمتگذاری این خدمات به عمل آید. بر اساس این، پیشنهاد می‌شود کمیسیون تنظیم مقررات ارتباطات نسبت به بازنگری و کاهش قیمت‌های ابلاغی برای پورت‌های ۱۰ گیگابیت و ۱۰۰ گیگابیت در ثانیه به ترتیب به میزان ۱ درصد و ۱۴/۵ درصد، و افزایش قیمت پورت‌های ۱ گیگابیت در ثانیه به میزان ۱۰/۳ درصد نسبت به قیمت‌های ابلاغی فعلی اقدام نماید. همچنین، مراکز تبادل ترافیک اینترنت به صورت مستقل نسبت به ایجاد و نگهداری بانک اطلاعاتی داده‌های اقتصادی فعالیت‌های این مراکز، اعم از تغییرات قیمت و مشتریان به تفکیک پورت‌ها در مقاطع زمانی هفتگی و ماهانه، و همچنین ثبت و نگهداری هزینه‌های جاری و سرمایه‌ای و تعمیر و نگهداری آن در مقاطع زمانی ماهانه و یک‌ساله اقدام نمایند. در پایان، استفاده از نظریه بازی‌ها برای فرموله کردن و نحوه تعامل ذی‌نفعان نقاط تبادل ترافیک اینترنت می‌تواند جنبه‌های راهبردی رفتار مشتریان این نقاط با قیمتگذاران را به شکل دقیق‌تری در بر گیرد و پاسخ عملیاتی‌تری برای قیمت بهینه فراهم سازد، بنابراین استفاده از آن برای مطالعات بیش‌تر پیشنهاد می‌شود.

## اظهاریه

نویسنده از مساعدت و کمک‌های معنوی محسن سپاسی در گروه ارتباطات ثابت پژوهشگاه ارتباطات و فناوری اطلاعات، اسفندیار جهانگرد و ناصر خیابانی اعضای هیئت علمی دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی، از پیشنهادها و نکات اصلاحی و ارزنده داوران محترم ناشناس، و ویراستار علمی نشریه برنامه‌ریزی و بودجه (مازیار چابک) صمیمانه سپاسگزاری می‌نماید.

## منابع

### الف) انگلیسی

- Accongiagioco, G., Altman, E., Gregori, E., & Lenzini, L. (2014). *A Game Theoretical Study of Peering vs Transit in the Internet*. Paper Presented at the 2014 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPs). <https://doi.org/10.1109/INFOCOMW.2014.6849330>
- Bagheri, A., & Nazeman, H. (2020). Investigating Competition in Iran's Electricity Industry. *The Journal of Planning and Budgeting*, 25(1), 87-108. <http://jpbud.ir/article-1-46-fa.html>

- Böttger, T., Antichi, G., Fernandes, E. L., di Lallo, R., Bruyere, M., Uhlig, S.,... Castro, I. (2018). Shaping the Internet: 10 Years of IXP Growth. *arXiv preprint arXiv:1810.10963*.
- Boyd, S., Kim, S.-J., Vandenberghe, L., & Hassibi, A. (2007). A Tutorial on Geometric Programming. *Optimization and Engineering*, 8(1), 67-127. <https://doi.org/10.1007/s11081-007-9001-7>
- Chen, C.-K. (2000). Optimal Determination of Quality Level, Selling Quantity and Purchasing Price for Intermediate Firms. *Production Planning & Control*, 11(7), 706-712. <https://doi.org/10.1080/095372800432179>
- Courcoubetis, C., & Weber, R. (2003). *Pricing Communication Networks: Economics, Technology and Modelling*: John Wiley & Sons.
- Duffin, R., & Peterson, E. L. (1966). Duality Theory for Geometric Programming. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 14(6), 1307-1349. <https://doi.org/10.1137/0114105>
- Ecker, J. G. (1980). Geometric Programming: Methods, Computations and Applications. *SIAM Review*, 22(3), 338-362. <https://doi.org/10.1137/1022058>
- Ha, S., Sen, S., Joe-Wong, C., Im, Y., & Chiang, M. (2012). *TUBE: Time-Dependent Pricing for Mobile Data*. Paper Presented at the Proceedings of the ACM SIGCOMM 2012 Conference on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communication.
- Hande, P., Chiang, M., Calderbank, R., & Zhang, J. (2010). *Pricing Under Constraints in Access Networks: Revenue Maximization and Congestion Management*. Paper Presented at the 2010 Proceedings IEEE INFOCOM.
- He, H., Xu, K., & Liu, Y. (2012). Internet Resource Pricing Models, Mechanisms, and Methods. *Networking Science*, 1(1-4), 48-66. <https://doi.org/10.1007/s13119-011-0004-5>
- Islam, S., & Mandal, W. A. (2019). *Fuzzy Geometric Programming Techniques and Applications*: Springer.
- Kamaei, S., Kamaei, S., & Saraj, M. (2019). Solving a Posynomial Geometric Programming Problem with Fully Fuzzy Approach. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 29(2), 203-220. <https://doi.org/10.2298/YJOR1811>
- Kelly, F. P., Maulloo, A. K., & Tan, D. K. H. (1998). Rate Control for Communication Networks: Shadow Prices, Proportional Fairness and Stability. *Journal of the Operational Research Society*, 49(3), 237-252. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2600523>
- Kim, D., & Lee, W. J. (1998). Optimal Joint Pricing and Lot Sizing with Fixed and Variable Capacity. *European Journal of Operational Research*, 109(1), 212-227. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00100-8](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00100-8)
- MacKie-Mason, J., & Varian, H. (1995). *Public Access to the Internet*: MIT Press, Chapter Pricing the Internet.
- Mazumdar, R., Mason, L. G., & Douligeris, C. (1991). Fairness in Network Optimal Flow Control: Optimality of Product Forms. *IEEE Transactions on Communications*, 39(5), 775-782.
- Muttitanon, W., & Samanchuen, T. (2020). Internet Cost Reduction Using Internet Exchange Point: A Case Study of Internet Network of Thailand. *Wireless Personal Communications*, 115(1), 3177-3198. <https://doi.org/10.1007/s11277-020-07198-1>
- Ojha, A. K., & Biswal, K. (2010). Posynomial Geometric Programming Problems with Multiple Parameters. *Journal of Computing*, 2(1), 84-90.

- Rahmaniani, R., Sadjadi, S. J., Shafia, M. A., & Rahmaniyan, N. (2012). The Optimal Pricing Model in an Uncertain and Competitive Environment: Using Possibilitic Geometric Programming Approach. *African Journal of Business Management*, 6(46), 11565-11574. <https://doi.org/10.5897/AJBM12.704>
- Rao, S. S. (2019). *Engineering Optimization: Theory and Practice*: John Wiley & Sons.
- Sadjadi, S., Yousefli, A., & Ghezelsoufrou, R. (2011). Optimal Pricing for Internet Service Providers: Fuzzy Geometric Programming Model. *African Journal of Business Management*, 5(17), 7291-7295. <https://doi.org/10.5897/AJBM10.1122>
- Sato, K., & Nakashima, K. (2020). Optimal Pricing Problem for a Pay-Per-Use System Based on the Internet of Things with Intertemporal Demand. *International Journal of Production Economics*, 221(1), 107477. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.08.012>
- Sen, S., Joe-Wong, C., Ha, S., & Chiang, M. (2013). Smart Data Pricing (SDP): Economic Solutions to Network Congestion. *Recent Advances in Networking*, 1(1), 221-274.
- Shakkottai, S., Srikant, R., Ozdaglar, A., & Acemoglu, D. (2008). The Price of Simplicity. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 26(7), 1269-1276.
- You, P.-S., Hsieh, Y.-C., & Huang, C.-M. (2009). A Particle Swarm Optimization Based Algorithm to the Internet Subscription Problem. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 7093-7098. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.08.080>
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1), 3-28. [https://doi.org/10.1016/0165-0114\(78\)90029-5](https://doi.org/10.1016/0165-0114(78)90029-5)
- Zener, C. (1961). A Mathematical Aid in Optimizing Engineering Designs. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 47(4), 537-539.
- Zhang, F. (2011). *Pricing in Multi-Service Communication Networks: A Game-theoretic Approach*. (Doctor of Philosophy). The University of Oklahoma,

## ب) فارسی

- جهانگرد، اسفندیار (۱۳۸۶). اقتصاد شبکه‌ای: مدل‌های قیمتگذاری محصولات شبکه‌ای. *نشریه اقتصاد و تجارت نوین*، ۳ (۱۰ و ۱۱)، ۲۱۴-۱۸۵.
- زعیم کهن، علی؛ فضلی آق‌قلعه، امیررضا، و چلوبی، پویا (۱۳۹۸). *طراحی و معماری بستر ارتباطی IXP در شبکه‌های Backbone مخابراتی*. گزارش تحقیقی وزارت ارتباطات و فناوری، شرکت ارتباطات زیرساخت.
- سیاسی، محسن، و احمدی، اکبر (۱۳۹۹). *تحلیل بازار و ارزیابی اقتصادی نقاط تبادل ترافیک اینترنت کشور*. پژوهشکده ارتباطات و فناوری اطلاعات، گزارش فنی داخلی، گروه ارتباطات ثابت
- سیاسی، محسن؛ قربانی تبریزی، شهرزاد؛ رستم فرودی، ماندانا؛ اقتداری، پریرسا، و ابوالحسن‌زاده، بهروز (۱۳۹۹). *شناخت مشتریان شرکت ارتباطات زیرساخت و سرویس‌های آن‌ها با رویکرد توسعه و شکل‌گیری مراکز تبادل ترافیک/اینترنت*. پژوهشکده ارتباطات و فناوری اطلاعات، گزارش فنی داخلی، گروه ارتباطات ثابت.

پیوست:

جدول اپ: قیمت پورت‌های 20 IXP دنیا (به یورو)

نام IXP	قیمت پورت 1GE	قیمت پورت 10GE	قیمت پورت 100GE	تعداد ASN
ams-ix	۲۵۰	۷۲۰	۳۶۰۰	۸۶۹
bknix	۲۸۰	۱۴۰۰	۱۱۱۹۹/۶	۳۶
bcix	۲۰۰	۷۵۰	۳۷۵۰	۱۱۰
bix	۷۰	۳۹۱/۷	۱۵۶۶/۸	۴۹
catnix	۲۰۰	۶۵۰	۳۹۰۰	۴۲
ecix-ber	۵۰۰	۱۰۰۰	۵۰۰۰	۶۱
espanix	۱۹۵۰	۷۸۰۰	۳۱۲۰۰	۱
gr-ix	۸۰	۲۷۰	۷۷۵	۲۰
swissix	۳۲/۳	۶۹۳/۹	۲۳۱۳	۱۹۹
linx	۲۴۳	۵۷۲/۱	۳۴۰۱	۹۶۱
tehran-ix	۲۰۲	۸۰۸	۵۰۴۹	۷۳
catnix	۲۰۰	۵۰۰	۲۹۰۰	۴۲
sthix	۲۵	۴۴۴	۲۷۶۳/۳	۱۲۵
notnodix	۱۵۸	۷۴۰	۳۳۳۱	۵
hkix	۱۰۰	۸۳۸	۳۳۵۲	۳۱۳
nix.cz	۱۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۱۹۶
dtel-ix	۲۴۰	۴۲۰	۲۳۴۰	۲۴۵
bnix	۲۲۵	۶۷۵	۴۱۲۵	۵۶
qix.ca	۴۸	۱۵۹	۱۱۹۹	۸۵
rix	۱۰۲	۱۹۸	۲۵۰	۳۳