مدیریت صنعتی
دانشکده مدیریت دانشگاه تهران
دوره ۴، شماره ۸
بهار و تابستان ۱۳۹۱
صص ۵۰-۳۷

یک مدل‌خطی ــ صحیح مختلط جدید برای انتخاب کار آترین واحد تصمیم‌گیری با رویکرد بازده به مقیاس متغیر

مهدی طلوع[۱]، زهره خوشحال نخجیری[۲]

چکیده: از دیدگاه تصمیم‌گیرنده (مدیریت) تعیین یک واحد کارا منحصربه‌فرد به عنوان کاراترین واحد، همواره از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. اگرچه روش‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، تصمیم‌گیرنده را در تعیین واحدهای کارا و ناکارا یاری می‌کند، اما اطلاعات بیشتری در رابطه با واحدهای کارا در اختیار وی قرار نمی‌دهند. به‌منظور انتخاب کاراترین واحد تصمیم‌گیری از میان مجموعه‌ی واحدهای کارا، چندین مدل مجموعه وزن‌های مشترک برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری در یک شرایط برابر ارائه شده‌است. فروغی [۱۰] یک مدل برنامه‌ریزی خطی ـ صحیح مختلط برای انتخاب کاراترین واحد تصمیم‌گیری با رویکرد بازده به مقیاس ثابت ارائه داده است. در این مقاله هدف بسط این روش برای تعیین کاراترین واحد تصمیم‌گیری در شرایط بازده به مقیاس متغیر است. مدل پیشنهادی برای موقعیت‌هایی با فرض بازده به مقیاس متغیر مفید خواهد بود و نسبت به مدل پیشین کاربرد وسیع‌تری در امور صنعتی و مدیریتی دارد. کاربرد عملیِ روش پیشنهادی، روی مجموعه‌ای از داده‌های واقعی شامل ۱۹ طراحی چیدمان تسهیلات ارائه می‌گردد.

***واژه‌های کلیدی:** تحلیل پوششی داده‌ها، بهترین BCC- کارا، مدل خطی ـ صحیح مختلط، طراحی چیدمان تسهیلات.*

۱. دانشیار گروه ریاضیات و آمار، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز، ایران
۲. باشگاه پژوهشگران جوان، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکز، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۶/۲۶
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۰/۰۹/۲۸
نویسنده مسئول مقاله: مهدی طلوع
E-mail: toloo@ijm2c.com

مقدمه

مسأله ارزیابی عملکرد سازمان‌ها از دیرباز مورد توجه مدیران بوده است. امروزه پیچیدگی مسائل، حجم بسیار بالای اطلاعات، اثرات عوامل خارجی برعملکرد واحدها، و همچنین رقابت شدید در عرصه جهانی موجب شده‌است که هرگونه تصمیم‌گیری بدون در نظرگرفتن روش‌های علمی، مدیر را دچار بحران کند. رابطه بین عملکرد (خروجی) و عوامل تأثیرگذار برآن (ورودی) به صورت تابعی به نام *تابع تولید* مطرح می‌شود. به لحاظ پیچیدگی روابط بین ورودی‌ها وخروجی‌های یک سازمان، عموماً تابع تولید در دسترس نیست و در نتیجه این تابع باید تخمین زده‌شود. بطورکلی روش‌های تعیین تابع تولید یا مرز کارایی به دو دسته‌ی اصلی تقسیم می‌شوند: روش‌های *پارامتری* و *ناپارامتری*. در روش‌های پارامتری شکل خاصی برای تابع تولید فرض می‌شود و سپس به‌کمک یکی از روش‌های برآورد تابع که در آمار و اقتصاد مرسوم است، پارامترهای این تابع برآورد می‌شود. اما در روش‌های ناپارامتری، با توجه به مفهوم تکنولوژی تولید و تنها با در نظرگرفتن ورودی و خروجی‌های مشاهده شده، مجموعه‌ای به نام مجموعه امکان تولید[۱] تعریف می‌شود؛ که مرز حاصل از آن مرزکارایی نامیده می‌شود.

اولین بار فارل [۹] به منظور تعیین کارایی واحدهایی با یک ورودی و یک خروجی از روش‌های ناپارامتری استفاده کرد. بر همین اساس چارنز و همکاران [۶] با گسترش این روش یک مدل برنامه‌ریزی خطی ناپارامتری، برای ارزیابی کارایی نسبی سازمان‌های مشابه با چندین وروی و چندین خروجی، که واحدهای تصمیم‌گیری(DMU)[۲] نامیده می‌شوند، ارائه‌کردند. مدل پیشنهادی آن‌ها که کارایی واحدهای تصمیم‌گیری را با فرض بازده به مقیاس ثابت[۳] اندازه‌گیری می‌کرد،به مدل CCR معروف است. پس ازآن بنکر و همکاران [۵] با بسط مدل CCR مدلی با فرض بازده به مقیاس متغیر[۴] معرفی کردندکه BCC نام گرفت. این دو مدل، پایه‌ایی برای بسیاری از مطالعات بعدی در زمینه تحلیل کارایی قرارگرفت و این شاخه از علم پژوهش عملیاتی تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها[۵] (DEA) به سرعت پیشرفت کرد.

مدل‌های ارزیابی معرفی شده در DEA، هر واحد را در بهترین شرایط ممکن ارزیابی می‌کنند. بدین معنی که ضرایبی برای ورودی‌ها و خروجی‌ها در نظرگرفته می‌شوند و این ضرایب به گونه‌ایی تعیین می‌شوند که واحد مورد ارزیابی بیشترین کارایی ممکن را نسبت به سایر واحدها کسب‌کند.

1. Possibility Production Set
2. Decision Making Unit
3. Constant Returns to Scale
4. Variable Returns to Scale
5. Data Envelopment Analysis

بنابراین برای تعیین میزان کارایی همه‌ی واحدها باید مدل به ازای هر واحد به صورت جداگانه حل شود. پس از اجرای این روش، واحدهای تصمیم‌گیری به دو دسته کارا و ناکارا افراز می‌شوند. یکی دیگر از ویژگی‌های مهم در DEA، راهکارهای مورد استفاده برای بهبود واحدهای ناکارا و رسیدن به مرز کارا است. این راهکارها عبارتند از مدل‌های ورودی محور و مدل‌های خروجی محور. در مدل‌های ورودی محور کاهش ورودی‌ها برای مدیریت مطلوب است درحالی که در مدل‌های خروجی محور افزایش خروجی‌ها.

به طور اساسی ضعف DEA در رتبه‌بندی از آن‌جا شکل می‌گیرد که مدل‌های کلاسیک DEA قادر به تفکیک واحدهای کارا از یکدیگر نیستند و این درحالی است که در بسیاری از کاربردهای مدیریتی تمایز بین واحدهای کارا مورد توجه قرارگرفته است. در برخی دیگر از این کاربردها تصمیم‌گیرنده[1] (مدیریت) مایل است از میان مجموعه‌ی واحدهای تصمیم‌گیری کارا تنها کاراترین واحد را شناسایی و مورد بررسی قراردهد. درهر حال به‌منظور رتبه‌بندی واحدهای تصمیم-گیری و انتخاب کاراترین واحد، در اکثر روش‌ها می‌بایست به تعداد واحدهای تصمیم‌گیری مدل متناظر تکرار شود. این همان ایده‌ایی است که مدل‌های پیشنهادی اندرسون و پترسون [۴] و سکستون و همکارانش [۱۵] برای رتبه‌بندی واحدها به‌کار گرفتند. همان‌طور که قبلاً اشاره‌شد، مدل‌های کلاسیک DEA برای هر واحد بهترین وزن را محاسبه می‌کنند تا واحد مورد نظر بالاترین میزان کارایی ممکن را کسب‌کند. اگرچه این کار برای محاسبه میزان کارایی DMU مطلوب است اما از آنجاکه مدل برای محاسبه کارایی هر واحد تکرار می‌شود، وزن‌های متناظر ورودی‌ها و خروجی‌ها هرDMU متفاوت خواهند بود.

ایده اصلی در روش‌های وزن مشترک[2] تعیین میزان کارایی همه‌ی واحدها با یک مجموعه از وزن‌های مشترک با استفاده از مدل‌هایی تحت عنوان مدل‌های یکپارچه[3] است. دیسون و تاناسولیس [۷]، لی و ریورز [۱۳]، کارساک و آهیسکا [۱۱][۱۲]، اِرتای و همکاران [۸]، رول و گولانی [۱۴]، و تامپسون و همکاران [۱۶ و ۱۷] برای محاسبه میزان کارایی و بالابردن قابلیت تشخیص DEA درشناسایی کاراترین واحد و همچنین رتبه‌بندی واحدها از مدل‌های یکپارچه بهره گرفته‌اند. در یکی از تازه‌ترین مطالعات در این زمینه امین و طلوع [۲] مدل خطی ـ صحیح مختلط یکپارچه‌ایی برای تعیین کاراترین واحد بافرض بازده به مقیاس ثابت پیشنهادکردند. پس از آن طلوع و نالچیگر [۱۸] با بسط آن، مدل را با فرض بازده به مقیاس متغیر گسترش‌دادند. امین [۳] درسال

1. Decision Maker
2. Common Set of Weights
3. Integrated Models

۲۰۰۹ با اصلاح مدل پیشنهاد شده توسط امین و طلوع [۲] یک مدل یکپارچه‌ی غیرخطی ـ صحیح مختلط برای انتخاب کاراترین واحد ارائه کرد.

فروغی [۱۰] ادعا کرد که مدل یکپارچه غیرخطی ـ صحیح مختلط مطرح شده توسط امین [۳] در مواردی توانایی تعیین بهترین واحد را ندارد؛ و برای رفع این مشکل یک مدل خطی ـ صحیح مختلط پیشنهاد کرد. این مدل توانایی تعیین کاراترین واحد را با فرض بازده به مقیاس ثابت دارد. اما داده‌ها در دنیای واقعی همواره از اصل بیکرانی اشعه (بازده به مقیاس ثابت) تبعیت نمی‌کنند؛ بنابراین در این مقاله قصد داریم با ارائه‌ی یک مدل یکپارچه خطی ـ صحیح مختلط جدید (با رویکرد بازده به مقیاس متغیر) بر پایه مدل پیشنهاد شده توسط فروغی [۱۰]، ابزاری جدید برای تعیین BCC-کاراترین واحد را در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار دهیم.

پیشینه پژوهش

فرض کنید که مجموعه‌ای nتایی از DMUها را در اختیار داریم، (DMU_j : $j=1,\dots, n$)، که در آن هر واحد با استفاده از بردار ورودی m-بعدی، (x_i ; $i=1,\dots,m$)، بردار خروجی s-بعدی، (y_r ;$r=1,\dots,s$) را تولید می‌کند. مدل زیر میزان کارایی واحد تحت بررسی، $DMU_o ; o \in \{ j=1,\dots,n\}$، را با فرض بازده به مقیاس متغیر محاسبه می‌کند که به آن اصطلاحاً BCC-کارایی گفته می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&\varphi^* = \max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - u_0 \\
&s.t \\
&\sum_{i=1}^{m} w_i x_{io} = 1 \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} - u_0 \le 0, \qquad j=1,\dots n \\
&u_r \ge \varepsilon, \qquad r=1,\dots,s \\
&v_i \ge \varepsilon, \qquad i=1,\dots,m.
\end{aligned}
\tag{۱}
$$

که در آن w_i و u_r به ترتیب ضرایب (وزن‌های) ورودیiام و خروجی rام DMU_o و ε یک مقدار غیرارشمیدسی، مثبت و بسیار کوچک است. جواب بهینه (w^*, u^*) بدست آمده از

مدل ***Error! Reference source not found.*** را بردار وزن‌های بهینه DMU_o برای کسب بالاترین میزان کارایی ممکن می‌نامند.

با علم به این حقیقت که در مدل‌های کلاسیک DEA همواره بیش از یک واحد کارا شناخته می‌شوند، امین و طلوع [۲] با اصلاح الگوریتم آزمون و خطای مطرح شده توسط اِرتای و همکاران [۸]، مدل یکپارچه خطی ـ صحیح مختلط زیر را برای تعیین کاراترین DMU از میان واحدهای کارا پیشنهادکردند.

$$
\begin{aligned}
&\min M \\
&s.t \quad M-d_j \geq 0, && j=1,\dots,n \\
&\quad \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \leq 1, && j=1,\dots,n \\
&\quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} + d_j - \beta_j = 0, && j=1,\dots,n \\
&\quad \sum_{j=1}^{n} d_j = n-1 && (۲) \\
&\quad 0 \leq \beta_j \leq 1, \qquad d_j \in \{0,1\}, && j=1,\dots,n \\
&\quad w_i \geq \varepsilon^*, && i=1,\dots,m \\
&\quad u_r - \varepsilon^*, && r=1,\dots,s.
\end{aligned}
$$

که درآن d_j مشخص‌کننده کاراترین واحد فرض شده‌است. آنها همچنین ادعا کردند که این مدل قابلیت تعیین بهترین واحد را با یک‌بار حل مدل دارد. بدین‌معنی که $\mathbf{DMU}_P$ کاراترین واحد است، اگر تنها اگر $d_p^*=0$. همچنین محدودیت $\sum_{j=1}^{n} d_j = n-1$ درمدل تضمین می‌کند، که تنها یک واحد منحصربه‌فرد به عنوان کاراترین واحد معرفی خواهدشد.

طلوع و نالچیگر [۱۸] به منظورگسترش کاربرد بیشتر مدل پیشنهادی توسط امین و طلوع [۲] یک مدل یکپارچه خطی ـ صحیح مختلط جدیدی با فرض بازده به مقیاس متغیر ارائه‌کردند که در آن بهترین BCC-کارا با یک‌بار حل مدل معرفی می‌شود.

امین [۳] نشان داد که مدل امین و طلوع [۲] درشرایطی خاص می‌تواند بیش از یک واحـد را به عنوان کاراترین واحد معرفی‌کند و برای رفع این مشکل، مـدل یکپارچـه غیرخطـی ـ صـحیح مختلط زیر را پیشنهاد داد:

$$
\begin{aligned}
& M^{\circ} = \min M \\
s.t \quad & M - d_j \geq 0, && j = 1,\dots,n \\
& \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} \leq 1, && j = 1,\dots,n \\
& \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} + d_j = 0, && j = 1,\dots,n \\
& \sum_{r=1}^{s} \theta_j = n - 1 \\
& \theta_j - d_j \beta_j = 0, && j = 1,\dots,n \\
& d_j \geq 0, \quad \beta_j \geq 1, \quad \theta_j \in \{0\,,1\}, && j = 1,\dots,n \\
& w_i - \varepsilon^* \geq 0, && i = 1,\dots,m \\
& u_r - \varepsilon^* \geq 0, w_i - \varepsilon^* \geq 0, && r = 1,\dots,s.
\end{aligned}
\qquad (۳)
$$

امین [۳] ثابت‌کرد $\mathbf{DMU}_P$ کاراترین واحد است، اگر $\theta_p^* = 0$. به عبـارت دیگـر در بهینگـی همواره خواهیم داشت:

$$
d_j^* \begin{cases} = 0, & \text{if } \theta_j^* = 0 \\ > 0, & \text{if } \theta_j^* = 1 \end{cases}
$$

یکی از تازه‌ترین مطالعات در زمینه انتخاب کاراترین واحد از میان مجموعه‌ی واحدهای کارا، به‌دست آمده از مدلCCR، توسط فروغی [۱۰] انجام شده‌است. این مدل خطی ـ صحیح مختلط که توانایی انتخاب بهترین واحد را از میان مجموعه داده‌های مورد ارزیابی بـا رویکـرد بـازده بـه مقیاس ثابت را دارد، در زیر آورده شده‌است:

$$
\begin{aligned}
& d^{*} = \max d \\
& s.t \ \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} - t_j + d \le 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n \\
& -\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij} + t_j \le 1, \qquad j = 1, 2, \ldots, n \\
& \sum_{j=1}^{n} t_j = 1 \\
& t_j \in \{0,1\}, \qquad j = 1, 2, \ldots, n. \\
& \{w_i\} \in W \\
& \{u_r\} \in U
\end{aligned}
\tag{1}
$$

که در آن U و W مجموعه‌ایی از وزن‌های قابل قبول هستند که ساده‌ترین آن به صورت

$$W(\varepsilon) = \left\{ \{w_i\} \middle| w_i \ge \varepsilon,\ i = 1, \ldots, m \right\} \ \&\ U(\varepsilon) = \left\{ \{u_r\} \middle| u_r \ge \varepsilon,\ r = 1, \ldots, s \right\}$$

معرفی‌شده‌اند. همچنین $\varepsilon \in \left[0, \varepsilon^{*}\right]$. توجه کنید که ε^{*} مقداری غیرارشمیدسی، مثبت و بسیارکوچک درنظرگرفته شده‌است. این مدل اگر چه همانند مدل ***Error! Reference source not found.*** کاراترین واحد را تنها با یک بار حل مدل معرفی می‌کن ولی بر خلاف آن خطی است و در نتیجه از راندمان محاسباتی بهتری برخوردار است.

مدل پیشنهادی

مدل خطی ـ صحیح ارائه شده توسط فروغی [۱۰] بر پایه مدل ارزیابی کارایی CCR در ماهیت ورودی ارائه شده‌است؛ که این مدل برای تعیین کاراترین واحد از میان مجموعه واحدهای کارا با فرض بازده به مقیاس ثابت مفید خواهد بود. با توجه به گسترش استفاده از علوم درکار و تجارت، به‌خصوص DEA، تصمیم‌گیرنده درمسائل با داده‌های واقعی سروکار دارد که لزوماً از اصل بیکرانی اشعه (بازده به مقیاس ثابت) پیروی نمی‌کنند؛ به‌همین منظور مدل خطی- صحیح

جدیدی براساس مدل فروغی [١٠]، برای تعیین کاراترین DMU با رویکرد بازده به مقیاس متغیر به صورت زیر پیشنهاد می‌کنیم:

$$
\begin{aligned}
& d^{*}=\max d \\
& \text{s.t } \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}-\sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij}-t_j-u_0+d \leq 0, \quad j=1,2,\ldots,n \\
& -\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}+\sum_{i=1}^{m} w_i x_{ij}+u_0+t_j \leq 1, \quad j=1,2,\ldots,n \\
& \sum_{j=1}^{n} t_j=1, \\
& t_j \in\{0,1\}, \quad j=1,2,\ldots,n. \\
& \{w_i\} \in W \\
& \{u_r\} \in U
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

در این مدل DMU_j کاراترین واحد با فرض بازده به مقیاس است اگر و تنها اگر $t_j^{*}=1$. متغیرآزاد u_0 به دلیل عملکرد جدید مدل برای اندازه‌گیری کارایی و انتخاب کاراترین واحد با فرض بازده به مقیاس متغیر، به مدل پیشنهادی فروغی [١٠] اضافه شده‌است. در ادامه به ارائه و اثبات برخی از خواص مدل (2) می‌پردازیم.

قضیه١. مدل (2) همواره شدنی است.

برهان. فرض‌کنید DMU_p، یکی ازDMUها کارای قوی معرفی شده توسط مدل همواره شدنی ***Error! Reference source not found.*** و بردار $(\boldsymbol{w}_p^{*},\boldsymbol{u}_p^{*},u_0,\varepsilon^{*})$ وزن‌های بهینه حاصل از آن باشد. با این مقدار غیرارشمیدسی، اگر فرض کنیم:

$$
\bar{d}=1,\ \bar{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{u}_p^{*}\ ,\ \bar{\boldsymbol{w}}=\boldsymbol{w}_p^{*},\ u_0=u_0^{*},
$$

$$
\bar{t}_j=\begin{cases}1, & j=p \\ 0, & j\neq p\end{cases}
$$

آن‌گاه بردار $(\bar{d},\bar{\boldsymbol{w}},\bar{\boldsymbol{u}},u_0,\bar{\boldsymbol{t}})$ یک جواب شدنی برای مدل (2) خواهد بود.

قضیه ٢. $\mathrm{d}^{\circ}\in[0,1]$.

برهان. ابتدا ثابت می‌کنیم همواره $d^{*} \leq 1$ است. برای این منظور فرض‌کنید p اندیسی باشد که پس از حل مدل (2) به‌ازای آن داشته باشیم $t^{*}_{j\neq p} = 0$ و $t^{*}_{p} = 1$. بنابراین محدودیت نوع اول، برای $j=p$ به صورت زیر خواهد بود:

$$\boldsymbol{u}^{*} y_{p} - u_{0} - \boldsymbol{w}^{*} x_{p} - 1 + d^{*} \leq 0$$

از طرفی از آنجا که طبق محدودیت نوع دوم برای $j=p$ داریم:

$$-\boldsymbol{u}^{*} y_{P} + u_{0} + \boldsymbol{w}^{*} x_{p} \leq 0 \Rightarrow \boldsymbol{u}^{*} y_{P} + u_{0} + \boldsymbol{w}^{*} x_{p} \geq 0$$

بنابراین می‌توان به سادگی دریافت که $d^{*} \leq 1$.

از طرف دیگر، این مطلب که $d = 0,\ t_{p} = 1,\ t_{j\neq p} = 0$ یک نقطه شدنی برای مدل (2) است که نتیجه می‌دهد $d^{*} \geq 0$. بنابراین $d^{*} \in [0,1]$.

قضیه ۳. اگر $t^{*}_{p} = 1$، آنگاه واحد pام BCC-کارا است.

برهان. فرض کنید p اندیسی دلخواه باشد($p \in \{ j \mid j = 1,\dots,n \}$). محدودیت نوع سوم در مدل (2) نتیجه می‌دهد:

$$t^{*}_{p} = 1,\ t^{*}_{j\neq p} = 0 .$$

با محدودیت نوع دوم در این مدل برای $j=p$ خواهیم‌داشت:

$$-\boldsymbol{u}^{*} \mathbf{y}_{p} + u_{0} + \boldsymbol{w}^{*} \boldsymbol{x}_{p} \leq 0$$

همچنین محدودیت نوع اول نتیجه می‌دهد:

$$\boldsymbol{u}^{*} \boldsymbol{y}_{p} - u_{0} - \boldsymbol{w}^{*} \boldsymbol{x}_{p} - 1 + d^{*} \leq \boldsymbol{u}^{*} \boldsymbol{y}_{p} - u_{0} - \boldsymbol{w}^{*} \boldsymbol{x}_{p} \leq 0$$

از روابط بالا می‌توان نتیجه‌گرفت:

$$\boldsymbol{u}^{*} \boldsymbol{y}_{p} - u_{0} - \boldsymbol{w}^{*} \boldsymbol{x}_{p} = 0$$

که نشان می‌دهداین واحد BCC-کارا است.

از آن جهت که مدل (2) BCC- کاراترین واحد را با حل تنها یک مدل یکپارچه، با استفاده از مجموعه‌ی وزن‌های بهینه‌ی مشترک ارائه می‌دهد، دارای مزیت محاسباتی قابل‌توجهی است.

مطالعه موردی

برای دستیابی به یک سیستم تولید و خدمات کارآمد، تنها توجه به برنامه‌ریزی مطلوب و سیاست‌های عملیاتی کافی نیست؛ بلکه سیستم باید به نحوی طراحی شده باشد، که بالاترین بهره‌وری و سودآوری را حاصل‌کند. طراحی چیدمان تسهیلات (FLD)[1] که معمولاً به صورت یک مسئله چند معیاره فرض می‌شود، یکی از مؤثرترین روش‌ها برای بالابردن کارایی تولید و خدمات است. یک طراحی چیدمان نامناسب نه تنها باعث بازآرایی سیستم‌های موجود خواهدشد بلکه تغییر محل انبار، تغییر طراحی کارخانه، و توقف خط تولید باعث تحمیل هزینه‌های سنگین‌تری خواهند شد. طراحی یک پروسه ارزیابی FLD مؤثر ایجاب می‌کند که علاوه بر معیارهای کیفی مانند انعطاف‌پذیری در حجم وتنوع محصولات به منظور بر آورده‌کردن نیازهای متقاضیان در شرایط مختلف بازار، به معیارهای کمی مرتبط با تولید کالا چون هزینه حمل مواد اولیه یا تولیدات که به نوع وسایل جابجایی مانند روبات‌ها، نقاله‌ها، و حتی مسیر حرکتشان بستگی دارد؛ نیز توجه شود. از طرف دیگر ممکن است موقعیت مکانی کارخانه به شکلی باشد که جاده مرتبط به تخلیه و بارگیری مواد به قسمت‌های دریافت و ارسال مواد اولیه یا تولیدات به خارج ازکارخانه در یک طرف و یا در دوسوی متفاوت قرار داشته باشد؛ در چنین وضعیتی می‌بایست بخش‌های دریافت و ارسال را در همان طرفی که جاده قرار دارد مستقر نمود که طراح این عامل را تحت عنوان «امتیاز همجواری» در طراحی چیدمان تسهیلات مورد بررسی قرار می‌دهد. افزون بر این، محدودیت‌های کمبود فضای کارخانه که منجر به استفاده‌کردن از طبقات مختلف و همچنین شکل تسهیلات تولیدی که می‌توان آن را «نسبت شکل» در طراحی نامید، بر نوع چیدمان تأثیرگذار است و بنابراین می‌بایست به منظور پیاده‌سازی و طراحی یک چیدمان تسهیلات مؤثر مهمترین معیارهای تأثیرگذار را مشخص و سپس با رویکردی مناسب کارآمدترین الگو را پیاده کرد.

جدول زیر شامل یک مجموعه ١٩تایی از داده‌های واقعی FLD است که اولین بار در مقاله اِرتای و همکاران [٨] مورد استفاده قرارگرفت. در این طراحی چیدمان تسهیلات، آن دسته از معیارهایی که از نقطه نظر طراح (مدیریت) می‌بایست کمینه شوند به عنوان ورودی‌ها و معیارهایی‌که باید بیشینه شوند به عنوان خروجی‌ها در نظر گرفته شده‌اند. این طراحی چیدمان تسهیلات با این هدف انجام می‌پذیرد که واحدهای مفروض با استفاده از دو ورودی (هزینه حمل، و امتیاز همجواری) بالاترین ترکیب از چهار خروجی (نسبت شکل، کیفیت، سودمندی حمل دستی محصول، و قابلیت انعطاف پذیری) را ارائه دهند.

1. Facility Layout Design

حال قصد داریم با استفاده از مدل پیشنهادی در این مقاله، بهترین واحد BCC-کارا را تعیین کنیم.

جدول ۱. ورودی ها و خروجی های FLD

DMU	ورودی‌ها		خروجی ها			
	هزینه حمل	امتیاز همجواری	نسبت شکل	قابلیت انعطاف پذیری	کیفیت	سودمندی حمل دستی محصول
۱	۲۰۳۰۹/۵۶	۶۴۰۵/۰۰	۰/۴۶۹۷	۰/۰۱۱۳	۰/۰۴۱۰	۳۰/۸۹
۲	۲۰۴۱۱/۲۲	۵۳۹۳/۰۰	۰/۴۳۸۰	۰/۰۳۳۷	۰/۰۴۸۴	۳۱/۳۴
۳	۲۰۲۸۰/۲۸	۵۲۹۴/۰۰	۰/۴۳۹۲	۰/۰۳۰۸	۰/۰۶۵۳	۳۰/۲۶
۴	۲۰۰۵۳/۲۰	۴۴۵۰/۰۰	۰/۳۷۷۶	۰/۰۲۴۵	۰/۰۶۳۸	۲۸/۰۳
۵	۱۹۹۹۸/۷۵	۴۳۷۰/۰۰	۰/۳۵۲۶	۰/۰۸۵۶	۰/۰۴۸۴	۲۵/۴۳
۶	۲۰۱۹۳/۶۸	۴۳۹۳/۰۰	۰/۳۶۷۴	۰/۰۷۱۷	۰/۰۳۶۱	۲۹/۱۱
۷	۱۹۷۷۹/۷۳	۲۸۶۲/۰۰	۰/۲۸۵۴	۰/۰۲۴۵	۰/۰۸۴۶	۲۵/۲۹
۸	۱۹۸۳۱/۰۰	۵۴۷۳/۰۰	۰/۴۳۹۸	۰/۰۱۱۳	۰/۰۱۲۵	۲۴/۸۰
۹	۱۹۶۰۸/۴۳	۵۱۶۱/۰۰	۰/۲۸۶۸	۰/۰۶۷۴	۰/۰۷۲۴	۲۴/۴۵
۱۰	۲۰۰۳۸/۱۰	۶۰۷۸/۰۰	۰/۶۶۲۴	۰/۰۸۵۶	۰/۰۶۵۳	۲۶/۴۵
۱۱	۲۰۳۳۰/۶۸	۴۵۱۶/۰۰	۰/۳۴۳۷	۰/۰۸۵۶	۰/۰۶۳۸	۲۹/۴۶
۱۲	۲۰۱۵۵/۰۹	۳۷۰۲/۰۰	۰/۳۵۲۶	۰/۰۸۵۶	۰/۰۸۴۶	۲۸/۰۷
۱۳	۱۹۶۴۱/۸۶	۵۷۲۶/۰۰	۰/۲۶۹۰	۰/۰۳۳۷	۰/۰۳۶۱	۲۴/۵۸
۱۴	۲۰۵۷۵/۶۷	۴۶۳۹/۰۰	۰/۳۴۴۱	۰/۰۸۵۶	۰/۰۶۳۸	۳۲/۲۰
۱۵	۲۰۶۸۷/۵۰	۵۶۴۶/۰۰	۰/۴۳۲۶	۰/۰۳۳۷	۰/۰۴۵۲	۳۳/۲۱
۱۶	۲۰۷۷۹/۷۵	۵۵۰۷/۷۷	۰/۳۳۱۲	۰/۰۸۵۶	۰/۰۶۵۳	۳۳/۶۰
۱۷	۱۹۸۵۳/۳۸	۳۹۱۲/۰۰	۰/۲۸۴۷	۰/۰۲۴۵	۰/۰۶۳۸	۳۱/۲۹
۱۸	۱۹۸۵۳/۳۸	۵۹۷۴/۰۰	۰/۴۳۹۸	۰/۰۳۳۷	۰/۰۱۷۹	۲۵/۱۲
۱۹	۲۰۳۵۵/۰۰	۱۷۴۰۲/۰۰	۰/۴۴۲۱	۰/۰۸۵۶	۰/۰۲۱۷	۳۰/۰۲

همان‌طورکه جدول ۲ نشان می‌دهد، یازده واحد BCC-کارا وجود دارد بنابراین تصمیم‌گیرنده (مدیریت) در این مرحله با چالش انتخاب بهترین واحد کارا روبرو است.

جدول۲. کارایی DMUها با رویکرد ورودی و بازده به مقیاس متغیر

رتبه DMU	DMU	کارایی-BCC
۱	۱۹	۱
۱	۱	۱
۱	۱۵	۱
۱	۱۷	۱
۱	۱۶	۱
۱	۵	۱
۱	۱۴	۱
۱	۱۲	۱
۱	۹	۱
۱	۱۰	۱
۱	۷	۱
۱۲	۱۳	۰/۹۹۸۵۲۶
۱۳	۱۱	۰/۹۹۸۳۲۶
۱۴	۳	۰/۹۹۸۲۸۱
۱۵	۸	۰/۹۹۷۸۷۱
۱۶	۱۸	۰/۹۹۶۴۶۸
۱۷	۶	۰/۹۹۶۴۵۷
۱۸	۲	۰/۹۹۵۸۸۷
۱۹	۴	۰/۹۸۹۹۴۲

جدول ۳ نتایج به‌دست آمده از حـل مـدل (2)، بـا اسـتفاده از نـرم افـزار GAMS، را نشـان می‌دهد (خوانندگان علاقمند به آشنایی با نرم افزار GAMS می‌توانند به طلـوع و جوشـقانی [۱] مراجعه نمایند). همانطورکه نتایج نشان می‌دهد، $t_{10}^{*}=1,\ t_{j\neq 10}^{*}=0$ و این مطلب بـدین معنـی است که DMU_{10} کاراترین واحد با فرض بازده به مقیاس متغیر است.

جدول ۳. نتایج به‌دست آمده از حل مدل (۵)

d^*	w_1^*	w_2^*	u_1^*	u_2^*	u_3^*	u_4^*	u_0
۰/۶۳۲	۰/۰۰۰۰۲۶۹	۰/۰۰۰۰۲۶۰	۲/۲۳۳	۲/۶۹۲	۰/۰۵۹	۰/۰۰۰۰۲۶۹	۱/۰۱۷

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

دراین مقاله یک مدل یکپارچه خطی ـ صحیح مختلط جدید برای تعیین‌کاراترین واحد بـا فـرض بازده به مقیاس متغیر، از میان مجموعه‌ایی از واحدهای مشابه ارائه شد. درحالی که مدل پیشـین تنها توانایی تعیین این واحد با فرض بازده به مقیاس ثابت را داشت، در مدل پیشـنهادی در ایـن مقاله تصمیم‌گیرنده قادر است با تنها یک بار حل مدل، BCC–کاراترین واحد را با فـرض بـازده به مقیاس متغیر شناسایی‌کند. خواص مدل ارائه شده بیان و اثبـات گردیـد و در انتهـا کـاربرد آن روی یک مجموعه از داده‌های واقعی مورد بررسـی قـرار گرفـت. وزن‌هـای بهینـه مشـترک بـه مدیریت کمک میکند که کاراترین واحد را در یک شرایط برابر انتخاب کند.

به عنوان تحقیقات آتی، ارائه یک مدل یکپارچه برای تعیین بهتـرین SBM[1]–کـارا پیشـنهاد می‌گردد. به علاوه می‌توان برای تعیین انواع کاراترین واحـد تصـمیم‌گیـری بـه‌جـای اسـتفاده از مدل‌های مضربی از مدل‌های پوششی DEA نیز بهره گرفت.

منابع

۱. م. طلوع و س. جوشقانی (۱۳۸۹). راهنمای کاربران GAMS به همراه مدل‌های DEA. نشر کتاب دانشگاهی.

2. Amin, G. R., Toloo, M. (2007). Finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model. Computer & industrial engineering, 52(2), 71-77.

3. Amin, G. R (2009). Comment on finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model. Computer & industrial engineering, 56, 1701-1702.

4. Andersen, P., Petersen, N. C. (1993). A procedure for ranking efficient units in dataenvelopment analysis. Management Science, 39(10), 1261–1294.

5. Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984).Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science, 30(9), 1078-1092.

6. Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational research 2(6), 429-444.

1. Slack-Based Measure.

7. Dyson, R. G., & Thanassoulis, E. (1988). Reducing weight flexibility in DEA. Journal ofthe Operations Research Society, 39, 563–576.

8. Ertay, T., Ruan, D., & Tuzkaya, U. R. (2006). Integrating data envelopment analysisand analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems.Information Sciences, 176, 237–262.

9. Farrell, M.J . (1957). The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society, Series A 120, 253-290.

10. Foroughi, A . (2011). A new mixed integer linear model for selecting the best decision making units in data envelopment analysis. Computer & industrial engineering, 60(4), 550-554.

11. Karsak, E. E& . Ahiska, S. S (2008). Improved common weight MCDM model for technology selection. International journal of Production Research, 46(24), 6933-6944.

12. Karsak, E. E. & Ahiska, S. S. (2005). Practical common weight multi-criteria decision-making approach with improved discriminating power for technology selection.International Journal of Production Research, 43(8), 1537-1554.

13. Li, X. B., & Reeves, G. R. (1999). A multiple criteria approach to data envelopmentanalysis. European Journal of Operational Research, 115, 507–517.

14. Roll, Y., Golany, B. (1993). Alternate methods of treating factor weights in DEA.Omega, 21, 99–109.

15. Sexton, T. R., Silkman, R. H., Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. In R. H. Silkman (Ed.), Measuring efficiency: Anassessment of data envelopment analysis. San Francisco, CA: Jossey -Bass.

16. Thompson, R. G., Langemeier, L. N., Lee, C. T., Thrall, R. M. (1990). The role ofmultiplier bounds in efficiencyanalysis with application to Kansas farming.Journal of Econometrics, 46, 93–108.

17. Thompson, R. G., Singleton, F. D., Thrall, R. M., Smith, B. A. (1986). Comparativesite evaluations for locating a highenergy physics lab in Texas. Interfaces, 16, 35–49.

18. Toloo, M., Nalchigar, S. (2008). A new integrated DEA model for finding most BCC-efficient DMU. Applied mathematical modelling, 33, 597-604.