مدیریت صنعتی
دانشکده مدیریت دانشگاه تهران
دوره ۳، شماره ۷
پاییز و زمستان ۱۳۹۰
صص ۱۶-۱

# تعیین بهترین سیاست‌ها در قرارداد خدمت‌های سه سطحی با تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری

مریم اسمعیلی[۱]، نفیسه شمسی گمچی[۲]، محمدعلی صنیعی منفرد [۳]

**چکیده:** امروزه، وارانتی به‌عنوان یک قرارداد خدمت نقش کلیدی در تولید، تجارت و معاملات قانونی بازای می‌کند؛ به‌طوری‌که بسیاری از پژوهشگران را بر آن داشته که با مدل‌سازی چنین خدماتی، بهترین استراتژی را برای چنین قرادادهایی ارائه کنند. در این مقاله، مدلی سه سطحی شامل تولیدکننده، واحد خارجی (تعمیرکننده) و مشتری تحت قراردادهای خدمت متفاوت ارائه شده و نشان داده می‌شود چگونه می‌توان چنین قراردادهای سه سطحی را تحلیل کرد. تولیدکننده با تعیین قیمت فروش، قیمت وارانتی و طول دوره وارانتی سود خود را بیشینه می‌کند، در حالی‌که، واحد خارجی یا تعمیرکننده به‌دنبال مشخص کردن هزینه‌های نگهداری و تعمیر بهینه است، به‌طوری‌که سود او بیشینه شود و درنهایت علاوه‌بر تولیدکننده و تعمیرکننده، مشتری نیز با انتخاب مناسب‌ترین گزینه پیشنهادی از سوی تولیدکننده و تعمیرکننده، می‌خواهد هزینه کمتری را متقبل شده یا به بیان دیگر رضایت بیشتری داشته باشد. با این حساب سه بازایکن به‌دنبال حداکثر کردن سود خود در عین رقابت هستند. در این مقاله، برای اولین بار تعاملات سه سطحی بین تولیدکننده، تعمیرکننده و مشتری در چارچوب نظریه بازای‌ها مدل‌سازی می‌شود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

***واژه‌های کلیدی: بازای سه سطحی، وارانتی، بهترین سیاست، قراردادهای خدماتی.***

۱. استادیار دانشگاه الزهرا، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران
۲. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران
۳. دانشیار دانشگاه الزهرا، گروه مهندسی صنایع، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۰/۰۲/۰۴
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۰/۰۶/۲۰
نویسنده مسئول مقاله: مریم اسمعیلی
E-mail: Esmaeili_m@alzahra.ac.ir

## مقدمه

امروزه وارانتی نقش بسیار مهمی در خرید محصولات دارد. اکثر مشتریان ترجیح می‌دهند محصولی بخرند که دارای وارانتی قابل اطمینان در طول عمر خود باشد تا وی را در مورد خرید خود مطمئن‌تر سازد. به‌عبارتی دیگر، مشتریان علاقمند به خرید محصولاتی هستند که در صورت بروز خرابی با هزینه بسیار کمی (یا به صورت رایگان) تعمیر شوند. این موضوع می‌تواند تحت عنوان قرارداد خدمت مطرح شود که در خرید محصولات به مشتری پیشنهاد داده می‌شود. بنابراین، به‌تازگی تولیدکنندگان و واحدهای خارجی به‌عنوان عناصر خدمت‌دهنده، قراردادهای مختلفی را به مشتریان پیشنهاد می‌دهند تا سود خود را بیشینه نمایند. علاوه‌بر این عناصر، مشتری نیز با انتخاب یکی از قراردادهای خدمت به‌دنبال بیشینه کردن سطح رضایت خود هست. قراردادهای خدمت متفاوتی از سوی خدمت‌دهندگان ارائه می‌شود. در ادبیات موضوعی این مقاله، انواع مختلف قراردادهای خدمت وجود دارد که با توجه به موضوع این مقاله می‌توان آنها را به ۴ گروه تقسیم کرد:

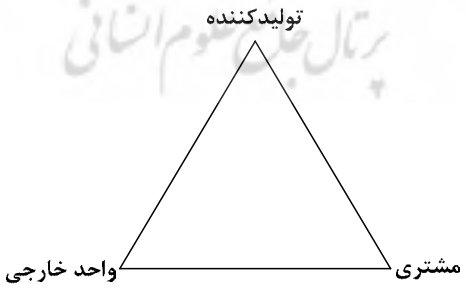
برخی از پژوهشگران مطالعه‌ای در زمینه تعویض رایگان داشته‌اند که در آن، چنانچه در طول دوره وارانتی خرابی رخ دهد، تولیدکننده برای اولین بار، محصول نو را با محصول خراب‌شده جایگزین می‌نماید و در خرابی‌های بعدی در طول دوره وارانتی با هزینه پایینی تعمیر محصول را انجام می‌دهد [۱۱][۱۳][۱۴]. در برخی حالات، تولیدکننده باید علاوه‌بر تعویض محصول، خسارت وارده به مشتری را نیز جبران نماید [۳].

گروه دیگری از پژوهگران، مسئله برون‌سپاری خدمات را مدنظر قرار داده‌اند. بر اساس این مسئله، هنگام بروز خرابی، یک واحد خارجی تمام خرابی‌ها را تحت قراردادهای خدمت متفاوت به عهده می‌گیرد [۲][۷][۹][۱۰]. در این پژوهش‌ها با استفاده از تئوری بازای‌ها ساختار بهینه‌ای برای قیمت‌گذاری ارائه شده است.

پیشنهادهای مربوط به نگهداری و تعمیرات، نوع دیگری از قراردادهای خدمت را تشکیل می‌دهند که در گروه سوم بررسی شده‌اند. برای مثال بعضی از پژوهشگران، مدل‌هایی را ارائه داده‌اند که در آن مشتری می‌تواند در مورد پارامترهای مربوط نگهداری مانند سطح دسترسی، قابلیت اطمینان، بازه‌های زمانی کنترل و ... با خدمت‌دهنده به مذاکره بپردازد [۸][۱۲]. سیاست‌های وارانتی در طول عمر محصول و مدل‌های پیش‌بینی خرابی‌ها و تخمین هزینه تعمیر برای وارانتی طول عمر محصول، در برخی از مقاله‌ها بررسی شده‌اند [۴].

مهم‌ترین ضعف پژوهش‌های انجام شده، این است که قراردادهای خدمت را در تنها با در نظر گرفتن تولیدکننده یا واحد خارجی مدلسازای کرده‌اند. به‌عبارتی دیگر، آنها تعامل بین مشتری و تولیدکننده یا تعامل بین مشتری و واحد خارجی را در نظر گرفته‌اند. درحالی‌که، به‌تازگی تعامل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری به‌طور همزمان در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هر مشتری می‌تواند یکی از پیشنهادهای تولیدکننده و واحد خارجی را به‌طور دلخواه انتخاب نماید. برای مثال، بسیاری از محصولات جدید توسط دو واحد حمایت می‌شوند. iPad2، به‌عنوان یکی از محصولات کارخانه Apple، مثال شناخته شده‌ای است که از خدمات دو شرکت Applecare (وارانتی تولیدکننده) و Squaretrade (وارانتی واحد خارجی) بهره‌مند می‌شود.

در این مقاله، مدل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری تحت پیشنهادهای مختلف وارانتی ارائه می‌شوند. تولیدکننده دو پیشنهاد زیر را به مشتری ارائه می‌دهد: (۱) تعویض رایگان به ازای هر خرابی در طول دوره وارانتی (۲) فروش بدون وارانتی. سود تولیدکننده با تعیین مقدار بهینه قیمت فروش، قیمت وارانتی و طول دوره وارانتی تحت پیشنهاد مختلف، بیشینه می‌شود. از طرف دیگر، واحد خارجی سه پیشنهاد زیر را به مشتری ارائه می‌دهد: (۱) تعمیر خرابی‌ها به‌ازای قیمت مشخص بعد از پایان طول دوره وارانتی تولیدکننده، (۲) دریافت هزینه نگهداری و تعمیرات، و تعمیر تمامی خرابی‌ها در طول عمر محصول، به‌صورت رایگان، (۳) تعمیر خرابی‌ها به‌ازای قیمت مشخص در طول عمر محصول. در مدل واحد خارجی، با در نظر گرفتن پیشنهادهای مختلف، هزینه نگهداری و تعمیرات یا هزینه تعمیر بهینه مشخص می‌شود. به‌علاوه، مشتری به‌دنبال بیشینه کردن سطح رضایت خود از خرید محصول با انتخاب یکی از پیشنهادها ارائه شده از سوی تولیدکننده یا واحد خارجی است. در این مقاله، تعامل بین تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری با استفاده از رویکرد تئوری بازای بررسی شده است [۱]. نمودار زیر تصویر ترسیمی از تعامل بین هر سه بازایکن(تولبدکننده، واحد خارجی و مشتری) را نشان می‌دهد.




**نمودار ۱. تعامل بازیکنان**

بخش‌بندی این مقاله به‌صورت زیر است. نمادها و مفروضات مدل در بخش ۲ ارائه شده است. در بخش ۳، مسئله اصلی شامل مدل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری فرموله شده و در بخش ۴، تعادل نش با استفاده از رویکرد بازای غیرهمکارانه ایستا به‌دست می‌آید. برای روشن شدن مطلب، دو مثال عددی در بخش ۵ ارائه می‌شود. در نهایت، نتیجه حاصل از این مقاله به همراه پیشنهادها برای پژوهش‌های آتی در این زمینه، در بخش ۶ ارائه می‌شود.

## نمادها و مفروضات

متغیرهای تصمیم، پارامترهای ورودی و مفروضات مدل به شرح زیر است.

### متغیرهای تصمیم

$P_{ip}$ قیمت فروش تولیدکننده با توجه به پیشنهاد i

$T_w$ طول دوره وارانتی ـ تولیدکننده

$P_w$ قیمت وارانتی– تولیدکننده

$P_a$ هزینه نگهداری دریافتی توسط واحد خارجی

$C_{ir}$ هزینه تعمیر به‌ازای هر واحد خرابی با توجه به پیشنهاد i– واحد خارجی

$R_i$ درآمد مشتری به‌ازای هر واحد زمانی با توجه به انتخاب i

### پارامترها

$L$ طول عمر محصول

$C_p$ هزینه تولید به‌ازای هر واحد

$P_s$ ارزش اسقاطی محصولات خراب شده

$C_r^{'}$ هزینه تعمیر هر واحد خرابی برای واحد خارجی

$N_1$ تعداد خرابی‌ها در طول عمر محصول

$N_2$ تعداد خرابی‌ها در طول دوره وارانتی

$N_3$ تعداد خرابی‌ها بعد از طول عمر وارانتی تا پایان عمر محصول

$X_i$ زمان کارکرد محصول بعد از تعمیر i ام و قبل از خرابی (i+1) ام

$\lambda$ نرخ خرابی

$r$ نرخ کهنگی محصول

$\Pi_{Mi}$ سود تولیدکننده تحت پیشنهاد i ام

$\Pi_{Ai}$ سود واحد خارجی تحت پیشنهاد i ام

$\Pi_{Ci}$ سود مشتری تحت انتخاب i ام

## مفروضات

۱. یک تولیدکننده، یک واحد خارجی (تعمیرکننده) و یک مشتری وجود دارد.

۲. قیمت وارانتی تابعی خطی از طول دوره وارانتی است.

$$P_w = \beta T_w \quad (1)$$

که در رابطه بالا $\beta > 0$ به تعداد خرابی‌ها در طول دوره وارانتی بستگی دارد و توسط تولیدکننده تعیین می‌شود.

۳. تعداد خرابی‌ها از توزیع پواسون پیروی می‌کند.

$$P(N) = \frac{e^{-\lambda(t)}\lambda(t)^N}{N!} \quad (2)$$

۴. رخ خرابی به‌صورت تابعی صعودی نسبت به زمان است: [۷]

$$\lambda(t) = \lambda_0 + rt \quad (3)$$

که در آن $\lambda_0$ نرخ خرابی اولیه در $t = 0$ است و $t$ زمان کارکرد محصول است.

## مدل ارائه شده

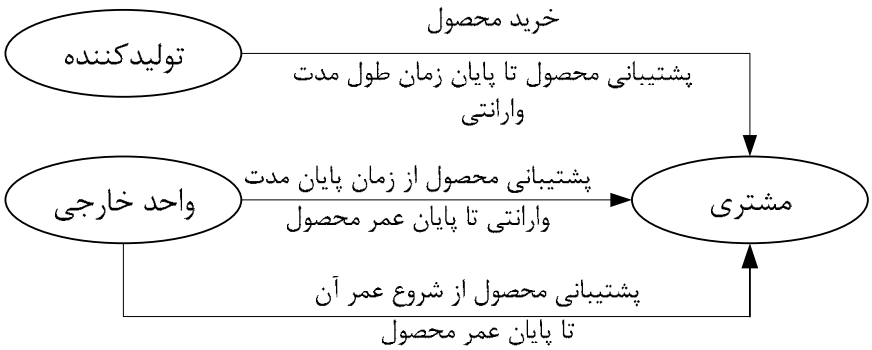
در این بخش، مدل‌های تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری ارائه می‌شود. نمودار ۲ چکیده تصویری از پیشنهادهای مطرح شده از سوی بازایکنان را نمایش می‌دهد.

## مدل تولیدکننده

تولیدکننده دو پیشنهاد زیر را برای مشتری ارائه می‌دهد:

$M1$: جایگزینی محصول نو با محصول خراب‌شده به‌صورت رایگان در طول دوره وارانتی

$M2$: عدم ارائه وارانتی




**نمودار۲. نمایی از ارتباط مشتری با خدمت‌دهنده‌ها**

## سیاست بهینه تولیدکننده تحت پیشنهاد $M1$

هنگامی‌که تولیدکننده پیشنهاد $M1$ را انتخاب کند، تابع سود به‌صورت زیر خواهد بود:

**سود تولیدکننده= قیمت فروش محصول+ قیمت وارانتی- هزینه تولید محصول- (هزینه تولید محصول- ارزش اسقاطی محصول خراب شده) × تعداد خرابی‌های محصول در طول دوره وارانتی**

$$\Pi_{M1} = (P_{1p}) + (P_w) - (C_p) - (C_p - P_s)E(N_2) \quad (4)$$

با توجه به رابطه بالا، باید قیمت فروش، $P_{1p}$، طول دوره وارانتی، $T_w$ و قیمت وارانتی، $P_w$ تعیین شود. با توجه به فرض (۳) امید ریاضی $N_2$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$E(N_2) = \sum_{N_2=0}^{\infty} (N_2)\left(\frac{e^{\lambda_2}\lambda_2^{N_2}}{N_2!}\right) = \lambda_2 = \int_0^{T_w} (\lambda_0 + rt)dt = (\lambda_0 T_w) + \left(\frac{1}{2} r T_w^2\right) \quad (5)$$

بنابراین رابطه (4) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\Pi_{M1} = (P_{1p}) + (P_w) - (C_p) - (C_p - P_s)\left(\lambda_0 T_w + \frac{1}{2} r T_w^2\right) \quad (6)$$

باید توجه داشت که تابع سود تولیدکننده یک تابع مقعر است. بنابراین با صفر قرار دادن مشتق اول آن، مقدار $T_w$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$T_w^* = \frac{\frac{\partial P_w}{\partial T_w} - (C_p - P_s)\lambda_0}{r(C_p - P_s)} = \frac{\beta - (C_p - P_s)\lambda_0}{r(C_p - P_s)} \quad (۷)$$

همچنین با توجه به فرض (۲)، قیمت وارانتی تابعی از طول دوره وارانتی است. درنتیجه:

$$P_w^* = \beta T_w^* \quad (۸)$$

قیمت فروش محصول با حل $\Pi_{M1} = 0$ ، به‌ازای سود صفر تولیدکننده، به‌دست می‌آید:

$$P_{1p} = C_p - (\beta T_w) + (C_p - P_s)(\lambda_0 T_w + \frac{1}{2} r T_w{}^2) \quad (۹)$$

با توجه به اینکه رابطه (۶) تابع خطی صعودی نسبت به $P_{1p}$ است، قیمت فروش بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که تولیدکننده می‌تواند به مشتری تحمیل کند؛ بنابراین:

$$P_{1p}^* = k_1[C_p - (\beta T_w) + (C_p - P_s)(\lambda_0 T_w + \frac{1}{2} r T_w{}^2)] \quad (۱۰)$$

به‌ازای $K_1 > 1$.

## سیاست بهینه تولیدکننده تحت پیشنهاد M2

مدل تولیدکننده تحت پیشنهاد $M2$ به‌صورت زیر است:

**سود تولیدکننده= قیمت فروش محصول- هزینه تولید محصول**

$$\Pi_{M2}(P_{2p}) = P_{2p} - C_p \quad (۱۱)$$

قیمت فروش محصول، $P_{2p}$، با حل $\Pi_{M2} = 0$ به‌ازای سود صفر تولیدکننده عبارتست از:

$$P_{2p} = C_p \quad (۱۲)$$

با توجه به اینکه رابطه (۱۱) تابع خطی صعودی نسبت به $P_{2p}$ است، قیمت فروش بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که تولیدکننده می‌تواند به مشتری تحمیل کند. بنابراین:

$$P_{2p}^* = k_2 C_p \quad (۱۳)$$

به‌ازای $K_2 > 1$.

## مدل واحد خارجی

واحد خارجی سه پیشنهاد مختلف زیر را به مشتری ارائه می‌دهد:

A1 : تعمیر خرابی‌ها با دریافت هزینه $C_{1r}$ به‌ازای هر خرابی بعد از پایان طول دوره وارانتی؛

A2 : دریافت هزینه نگهداری $P_a$ و تعمیر خرابی‌ها به‌صورت رایگان در طول عمر محصول و پرداخت جریمه به‌ازای هر واحد زمانی دیرکرد به مشتری در صورت تأخیر در تعمیر؛

A3 : تعمیر خرابی‌ها با دریافت هزینه $C_{3r}$ به‌ازای هر خرابی در طول عمر محصول.

## سیاست بهینه واحد خارجی تحت پیشنهاد A1

سود واحد خارجی در صورتی‌که پیشنهاد A1 را ارائه دهد به‌صورت زیر است:

**سود تعمیرکننده= (هزینه دریافتی از مشتری به‌ازای هر واحد خرابی- هزینه تعمیر هر واحد خرابی برای خود تعمیرکننده)× تعداد خرابی‌های محصول بعد از طول دوره وارانتی تا پایان عمر محصول**

$$\Pi_{A1}(C_{1r}) = (C_{1r} - C_r')E(N_3) \qquad (۱۴)$$

تعداد خرابی‌ها بعد از پایان طول دوره وارانتی $N_3$، متغیر تصادفی با توزیع پواسون است. بنابراین امید ریاضی آن به‌صورت زیر است:

$$E(N_3) = \lambda_3 = \int_0^{L-T_w} \lambda(t)dt = \lambda_0(L-T_w) + \frac{1}{2}r(L-T_w)^2 \qquad (۱۵)$$

با در نظر گرفتن رابطه (۱۵) ، رابطه (۱۴) به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\Pi_{A1}(C_{1r}) = (C_{1r} - C_r')(\lambda_0(L-T_w) + \frac{1}{2}r(L-T_w)^2) \qquad (۱۶)$$

هزینه تعمیر محصول، $C_{1r}$ با حل $\Pi_{A1}=0$ به‌ازای سود صفر واحد خارجی، عبارتست از:

$$C_{1r} = C_r' \qquad (۱۷)$$

با توجه به اینکه رابطه (۱۶) تابع خطی صعودی نسبت به $C_{1r}$ است، هزینه تعمیر بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که واحد خارجی می‌تواند به مشتری تحمیل کند. بنابراین:

$$C_{1r}^* = k_3 C_r' \qquad (۱۸)$$

به‌ازای $K_3 > 1$.

## سیاست بهینه واحد خارجی تحت پیشنهاد A2

مدل واحد خارجی در این پیشنهاد به صورت زیر است:

**سود تعمیرکننده= هزینه نگهداری دریافتی از مشتری- هزینه تعمیر محصول برای خود تعمیرکننده× تعداد خرابی‌های محصول در طول عمر آن- جریمه پرداختی به مشتری به‌ازای هر واحد زمانی تأخیر.**

$$\Pi_{A2}(P_a) = P_a - E(N_1)C_r' - \alpha(\sum_{i=1}^{N_1}\max\{0,Y_i - \tau\}) \quad (۱۹)$$

با توجه به فرض (۱) تنها یک مشتری در مدل وجود دارد. بنابراین، صفی برای دریافت تعمیر تشکیل نشده و تأخیری در تعمیر رخ نمی‌دهد و عبارت آخر رابطه بالا قابل حذف است. $N_1$ نیز متغیر تصادفی با توزیع پواسون بوده و امید ریاضی آن به‌صورت زیر است:

$$E(N_1) = \lambda_1 = \int_0^L \lambda(t)dt = \lambda_0 L + \frac{1}{2}rL^2 \quad (۲۰)$$

بنابراین رابطه (۱۹) به‌صورت زیر می‌شود:

$$\Pi_{A2}(P_a) = P_a - (\lambda_0 L + \frac{1}{2}rL^2)C_r' \quad (۲۱)$$

هزینه نگهداری و تعمیرات با حل $\Pi_{A2}=0$ بازای سود صفر واحد خارجی، عبارتست از:

$$P_a = C_r'(\lambda_0 L + \frac{1}{2}rL^2) \quad (۲۲)$$

با توجه به اینکه رابطه (۲۱) تابع خطی صعودی نسبت به $P_a$ است، هزینه نگهداری و تعمیرات در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که واحد خارجی می‌تواند به مشتری تحمیل کند:

$$P_a^* = k_4 C_r'(\lambda_0 L + \frac{1}{2}rL^2) \quad (۲۳)$$

به‌ازای $K_4 > 1$.

## سیاست بهینه واحد خارجی تحت پیشنهاد A2

مدل واحد خارجی تحت پیشنهاد A2، به‌صورت زیر است:

**سود تعمیرکننده= (درآمد حاصل از تعمیر محصول خراب شده- هزینه ناشی از تعمیر محصول خراب شده)× تعداد خرابی‌های محصول در طول عمر آن**

$$\Pi_{A3}(C_{3r}) = (C_{3r} - C_r')E(N_1) \quad (۲۴)$$

با حل $\Pi_{A2}=0$ به ازای سود صفر واحد خارجی، هزینه تعمیر محصول، $C_{3r}$ عبارتست از:

$$C_{3r}=C_r^{'} \qquad (۲۵)$$

با توجه به اینکه رابطه (۲۴) تابع خطی صعودی نسبت به $C_{3r}$ است، هزینه تعمیر بهینه در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که واحد خارجی می‌تواند به مشتری تحمیل کند. بنابراین:

$$C_{3r}^{*}=k_5 C_r^{'} \qquad (۲۶)$$

به‌ازای $K_5>1$.

## مدل مشتری

با توجه به پیشنهادهایی که از سوی تولیدکننده و واحد خارجی ارائه شده است، مشتری با انتخاب‌های زیر روبه‌رو می‌شود:

C1 : (M1 و A1)، خرید وارانتی تولیدکننده برای تعویض محصول خراب شده در طول دوره وارانتی و بعد از اتمام آن، پرداخت هزینه تعمیر به‌ازای هر خرابی به واحد خارجی؛

C2 : (M2 و A2)، خرید قرارداد خدمت ارائه شده از سوی واحد خارجی برای دریافت خدمات رایگان در طول عمر محصول؛

C3 : (M3 و A3)، پرداخت هزینه تعمیر به‌ازای هر خرابی در طول عمر محصول.

### سیاست بهینه مشتری تحت پیشنهاد C1

با انتخاب C1 توسط مشتری، مدل وی به‌صورت زیر خواهد بود:

سود مشتری= درآمد حاصل از کارکرد محصول برای مشتری در مدت زمان کارکردی- قیمت خرید محصول- قیمت وارانتی- هزینه تعمیر هر واحد محصول خراب شده× تعداد محصولات خراب شده بعد از انقضای وارانتی تولیدکننده.

$$\Pi_{C1}(R_1)=R_1(T_w+\sum_{i=1}^{N_3}X_i+X)-P_{1p}-P_w-C_{1r}E(N_3) \qquad (۲۷)$$

باید توجه داشت که زمان جایگزینی محصول و همچنین زمان از کار افتادگی محصول خراب شده قابل چشم‌پوشی است [۳]. بنابراین داریم:

$$R(T_w + \sum_{i=1}^{N} X_i + X) \approx RL \qquad (۲۸)$$

که در رابطه فوق N نشان دهنده تعداد خرابی‌هاست. با توجه به روابط قبل، رابطه (۲۷) به‌صورت زیر در می‌آید:

$$\Pi_{C1}(R_1) = R_1 L - P_{1p} - P_w - C_{1r}(\lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2} r(L - T_w)^2) \qquad (۲۹)$$

با حل $\Pi_{C1} = 0$ به‌ازای سود صفر مشتری، نسبت به درآمد وی، $R_1$ عبارتست از:

$$R_1 = \frac{1}{L}(P_{1p} + P_w + C_{1r}(\lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2} r(L - T_w)^2) \qquad (۳۰)$$

با توجه به اینکه رابطه (۲۹) تابع خطی صعودی نسبت به $R_1$ است، درآمد مشتری در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که مشتری می‌تواند تعیین کند. بنابراین:

$$R_1^* = \frac{k_6}{L}(P_{1p} + P_w + C_{1r}(\lambda_0(L - T_w) + \frac{1}{2} r(L - T_w)^2) \qquad (۳۰)$$

به‌ازای $K_6 > 1$.

## سیاست بهینه مشتری تحت پیشنهاد C2

در این انتخاب، مدل مشتری به‌صورت زیر است:

**سود مشتری= درآمد حاصل از کارکرد محصول خریداری شده- قیمت خرید محصول- هزینه نگهداری پرداختی به تعمیرکننده+ جریمه دریافتی از تعمیرکننده**

$$\Pi_{C2}(R_2) = R_2 L - P_{2p} - P_a \qquad (۳۱)$$

با حل $\Pi_{C2} = 0$ به‌ازای سود صفر مشتری، نسبت به درآمد وی، $R_2$ برابرست با:

$$R_2 = \frac{1}{L}(P_{2p} + P_a) \qquad (۳۲)$$

با توجه به اینکه رابطه (۳۱) تابع خطی صعودی نسبت به $R_2$ است، درآمد مشتری در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که مشتری می‌تواند تعیین کند. بنابراین:

$$R_2^* = \frac{k_7}{L}(P_{2p} + P_a) \quad (۳۳)$$

به‌ازای $k_7 > 1$.

### ۱.۱. سیاست بهینه مشتری تحت پیشنهاد $C3$

مدل مشتری به‌صورت زیر است:

سود مشتری= درآمد حاصل از مدت زمان کارکردی محصول- قیمت خرید محصول- تعمیر هر واحد خرابی× تعداد خرابی‌های محصول در طول عمر آن.

$$\Pi_{C3}(R_3) = R_3 L - P_{2p} - C_{3r} E(N_1) \quad (۳۴)$$

با قراردادن رابطه (۲۵) در رابطه (۳۳)، عبارت زیر به‌دست می‌آید:

$$\Pi_{C3}(R_3) = R_3 L - P_{2p} - C_{3r}(\lambda_0 L + \frac{1}{2} r L^2) \quad (۳۵)$$

با حل $\Pi_{C3} = 0$ به‌ازای سود صفر مشتری، نسبت به درآمد وی، $R_3$ برابرست با:

$$R_3 = \frac{1}{L}(P_{2p} + C_{3r}(\lambda_0 L + \frac{1}{2} r L^2)) \quad (۳۶)$$

با توجه به اینکه رابطه (۳۴) تابع خطی صعودی نسبت به $R_3$ است، درآمد مشتری در بالاترین قیمتی رخ می‌دهد که مشتری می‌تواند تعیین کند. بنابراین:

$$R_3^* = \frac{k_8}{L}(P_{2p} + C_{3r}(\lambda_0 L + \frac{1}{2} r L^2)) \quad (۳۷)$$

به‌ازای $k_8 > 1$.

### بازای غیر همکارانه

مجموعه‌ای از بازایکنان وجود دارد ($N$ =۳) که برای هر بازایکن، مجموعه‌ای از استراتژی‌ها و پیامد حاصل از آن‌ها در نظر گرفته می‌شود [۵]. اجزای بازای سه نفره عبارتست از:

- $N = \{M, A, C\}$ که در آن تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری به‌ترتیب با $M$، $A$ و $C$ نشان داده می‌شوند.
- مجموعه‌ای از استراتژی‌های در دسترس برای هر بازایکن، $S_i$، به‌صورت زیر است:

$$S_M = \{M1, M2\}\ S_A = \{A1, A2, A3\}\ S_C = \{C1, C2, C3\}$$

- پیامد حاصل از استراتژی هر بازایکن، عبارتست از:

$$u(M) = \{\Pi_{M1}(P_{1p}, P_W, T_w), \Pi_{M2}(P_{2p})\}$$
$$u(A) = \{\Pi_{A1}(C_{1r}), \Pi_{A2}(P_a), \Pi_{A3}(C_{3r})\}$$
$$u(C) = \{\Pi_{C1}(R_3), \Pi_{C2}(R_2), \Pi_{C3}(R_3)\}$$

در ادامه دو مثال عددی برای به‌دست آوردن تعادل نش ارائه می‌شود.

## مثال عددی

مثال‌های عددی زیر برای نشان دادن ویژگی‌های مهم مدل‌های ارائه شده، بررسی شده‌اند.

**مثال ۱.** پارامترهای زیر را برای مدل ارائه شده در نظر بگیرید:

$\lambda_0$=۰.۶ در سال، $r$ =۰.۳ در مجذور سال، $L$ =۶ سال، $C_r^{'}$=۱۰۰۰۰۰ واحد پولی، ۸۰۰۰۰۰= $C_p$ واحد پولی، $\beta$=۴۵۰۰۰۰ واحد پولی در سال و $P_s$ =۵۰۰۰۰۰ واحد پولی.

پارامترهای دیگر بر طبق فرض به‌صورت زیر است:

$k_1$=۱.۱ ، $k_2$ =۱.۲، $k_3$=۱.۱،
$k_4$=۱.۲، $k_5$=۱.۱، $k_6$ =۱.۱،
$k_7$ =۱.۱، $k_8$ =۱.۱.

**جدول ۱. سود تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در مثال ۱ (هزار واحد پولی)**

| | | A1 | A2 | A3 |
|---|---|---|---|---|
| C1 | M1 | (۱۴۵ ،۶۷.۵ ،۳۴.۶) | (۱۴۵ ،۱۸۰ ،۳۴.۶) | (۱۴۵ ،۹۰ ،۳۴.۶) |
| | M2 | (۸۰ ،۶۷.۵ ،۳۴.۶) | (۸۰ ،۱۸۰ ،۳۴.۶) | (۸۰ ،۹۰ ،۳۴.۶) |
| C2 | M1 | (۱۴۵ ،۶۷.۵ ،۳۲.۶) | (۱۴۵ ،۱۸۰ ،۳۲.۶) | (۱۴۵ ،۹۰ ،۳۲.۶) |
| | M2 | (۸۰ ،۶۷.۵ ،۳۲.۶) | (۸۰ ،۱۸۰ ،۳۲.۶) | (۸۰ ،۹۰ ،۳۲.۶) |
| C3 | M1 | (۱۴۵ ،۶۷.۵ ،۳۴.۲) | (۱۴۵ ،۱۸۰ ،۳۴.۲) | (۱۴۵ ،۹۰ ،۳۴.۲) |
| | M2 | (۸۰ ،۶۷.۵ ،۳۴.۲) | (۸۰ ،۱۸۰ ،۳۴.۲) | (۸۰ ،۹۰ ،۳۴.۲) |

استراتژی بهینه تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در جدول ۱ ارائه می‌شود. با توجه به جدول ۱، تعادل نش در نقطه (M1, A2, C1) اتفاق میفتد. به این معنی است که تولیدکننده ترجیح می‌دهد پیشنهاد اول خود را ارائه دهد. از سوی دیگر، ترجیح واحد خارجی این است که

پیشنهاد دوم خود را به مشتری ارائه کند. و در نهایت، مشتری با انتخاب اول خود به بالاترین سطح رضایت دست می‌یابد.. تولیدکننده که پیشنهاد اول خود را ارائه می‌کند، توسط مشتری انتخاب می‌شود؛ بنابراین واحد خارجی به بیشینه سود خود نخواهد رسید. در نتیجه مقادیر بهینه زیر حاصل می‌شود:

$\Pi^*_{M1}$=۱۴۵۰۰۰ واحد پولی، $T_w^*$=۱ سال،

$P_W^*$ =۴۵۰۰۰۰ واحد پولی، $P_{1p}^*$ =۸۷۰۰۰۰ واحد پولی

$\Pi^*_{A1}$ =۶۷۵۰۰ واحد پولی، $C_{1r}^*$ =۱۱۰۰۰۰ واحد پولی

$\Pi^*_{C1}$=۳۴۶۰۰ واحد پولی، $R_1^*$ =۳۴۶۰۰۰ واحد پولی

**مثال ۲.** پارامترهای زیر را برای مدل ارائه شده در نظر بگیرید:

$\lambda_0$=۰.۷ در سال، $r$ =۰.۴ در مجذور سال، $L$ =۶ سال، $C_r^{'}$ =۵۰۰۰۰ واحد پولی، $C_p$ =۴۵۰۰۰۰ واحد پولی، $\beta$=۲۶۰۰۰۰ واحد پولی در سال و $P_s$ =۲۵۰۰۰۰ واحد پولی. پارامترهای دیگر بر طبق فرض به‌صورت زیر است:

$k_1$=۱.۱ ، $k_2$ =۱.۱ ،$k_3$=۱.۱ ،

$k_4$=۱.۱ ،$k_5$=۱.۱ ،$k_6$ =۱.۱ ،

$k_7$ =۱.۱ ،$k_8$ =۱.۱ .

**جدول ۲. سود تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در مثال ۲ (هزار واحد پولی)**

| | | A1 | A2 | A3 |
|---|---|---|---|---|
| C1 | M1 | (۱۸.۶، ۳۳، ۳۶) | (۱۸.۶، ۵۷، ۳۶) | (۱۸.۶، ۳۳، ۳۶) |
| | M2 | (۱۸.۶، ۳۳، ۴۵) | (۱۸.۶، ۵۷، ۴۵) | (۱۸.۶، ۵۶.۵، ۴۵) |
| C2 | M1 | (۱۸.۷، ۳۳، ۳۶) | (۱۸.۷، ۵۷، ۳۶) | (۱۸.۷، ۵۶.۵، ۳۶) |
| | M2 | (۱۸.۷، ۳۳، ۴۵) | (۱۸.۷، ۵۷، ۴۵) | (۱۸.۷، ۵۶.۵، ۴۵) |
| C3 | M1 | (۱۵.۲، ۳۳، ۳۶) | (۱۵.۲، ۵۷، ۳۶) | (۱۵.۲، ۵۶.۵، ۳۶) |
| | M2 | (۱۵.۲، ۳۳، ۴۵) | (۱۵.۲، ۵۷، ۴۵) | (۱۵.۲، ۵۶.۵، ۴۵) |

استراتژی بهینه تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری در جدول ۲ ارائه می‌شود. با توجه به جدول ۲، تعادل نش در نقطه (M2, A2, C2) اتفاق میفتد. به این معنی است که تولیدکننده ترجیح می‌دهد پیشنهاد دوم خود را ارائه دهد. از سوی دیگر، ترجیح واحد خارجی این است که پیشنهاد دوم خود را به مشتری ارائه کند. در نهایت، مشتری با انتخاب دوم خود به بالاترین سطح رضایت دست می‌یابد. بنابراین تمامی واحدها به بیشینه سود خود رسیده و مقادیر بهینه هر یک از متغیرها برابرست با:

$\Pi^*_{M2}$=۴۵۰۰۰ واحد پولی، $P^*_{2p}$=۴۹۵۰۰۰ واحد پولی.

$\Pi^*_{A2}$=۵۷۰۰۰ واحد پولی، $P^*_a$=۶۲۷۰۰۰ واحد پولی.

$\Pi^*_{C2}$=۱۸۷۰۰ واحد پولی، $R^*_2$=۲۰۶۰۰۰ واحد پولی.

## نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی

در این مقاله، مدل تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری تحت قراردادهای خدمت مختلف ارائه شده است. سود تولیدکننده با تعیین قیمت فروش، قیمت وارانتی و طول دوره وارانتی بیشینه می‌شود. علاوه‌بر این، مقدار بهینه هزینه نگهداری و تعمیرات یا هزینه تعمیر برای واحد خارجی با هدف بیشینه کردن سود واحد خارجی، مشخص می‌شود. همچنین، مشتری نیز به‌دنبال بیشینه کردن سطح رضایت خود با انتخاب یکی از پیشنهادهای ارائه شده از سوی تولیدکننده یا واحد خارجی است. تعامل بین تولیدکننده، واحد خارجی و مشتری با استفاده از رویکرد تئوری بازای در نظر گرفته شده و تعادل نش تحت بازای غیرهمکارانه به‌دست آمده است. همچنین همانطور که در مثال‌های بیان شده مشخص است، هر سه بازایکن به دنبال بیشینه کردن سود خود هستند ولی در همه موارد این اتفاق رخ نمی‌دهد و یکی از بازایکنان به بالاترین سود ممکن دست نخواهد یافت.

پیشنهادهای زیادی برای گسترش مقاله کنونی وجود دارد. برای مثال، می‌توان بیش از یک تولیدکننده و واحد خارجی و مشتری در نظر گرفت. بین تولیدکننده و واحد خارجی، همکاری در نظر گرفته شود. مشتری بتواند بیش از یک محصول خریداری نماید و در نتیجه با سبدی از قراردادهای خدمت مواجه می‌شود. ارزش زمانی پول برای هر یک از اجزا در نظر گرفته شود. هر یک از اجزای شبکه دارای قدرت متفاوتی باشد، در نتیجه برای فرموله کردن روابط آنها از مدل استکلبرگ استفاده می‌شود. با در نظر گرفتن چندین مشتری، پارامتر ریسکی برای آنها در نظر گرفته شود به‌طوری‌که میزان خطرپذیری یا خطرگریزی وی در انتخاب نوع قرارداد مؤثر باشد.

## منابع


۱. شمسی گمچی نفیسه، اسمعیلی مریم (۱۳۹۰). ارائه مدل قیمت‌گذاری در مبحث وارانتی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه الزهرا.

1. Asgharizadeh E, Murthy D.N.P (2000). Service contracts: A stochastic model, Mathematical and Computer Modeling; 31: 11-20.
2. Boom A (1998). Product risk sharing by warranties in a monopoly market with risk-averse consumers, Journal of Economic Behavior and Organization 33: 241-257.
3. Chattopadhyay G, Rahman A (2008). Development of lifetime warranty policies and models for estimating costs, Reliability Engineering and System Safety; 93: 522-529.
4. Esmaeili M, Aryanezhad M.B, Zeephongsekul P (2009). A game theory approach in seller-buyer supply chain, European Journal of Operational Research; 195: 442-448.
5. Hartman J.C, Laksana K (2008). Designing and Pricing menues of extended warranty contracts, Naval Research Logistics; 56: 199-214.
6. Jackson C, Pascual R. (2008). Optimal maintenance service contract negotiation with aging equipment, European Journal of Operational Research; 189: 387-398.
7. Maronick T.J (2008). Consumer perceptions of extended warranties, Journal of Retailing and Consumer Services; 14: 224-231.
8. Murthy D.N.P., Asgharizadeh E. (1996). A stochastic model for service contracts, International Journal of Reliability, Quality and Safety; 5: 29-45.
9. Murthy D.N.P., Yeung V (1995). Modeling and analysis of maintenance service contracts, Mathematical and Computer Modeling; 22: 219-225.
10. Rinsaka K, Sandoh H (2006). A stochastic model on an additional warranty service contract. Computers and Mathematics with Applications; 51: 179-188.
11. Wang W (2010). A model for maintenance service contract design, negotiation and optimization, European Journal of Operational Research; 201: 239-246.
12. Wu Ch.-Ch, Lin P.-Ch, Chou Ch.-Y (2006). Determination of price and warranty length for a normal lifetime distributed product, International Journal of Production Economics; 102: 95-107.
13. Zhou Zh, Li Y, Tang K (2009). Dynamic pricing and warranty policies for products with fixed lifetime, European Journal of Operational Research; 196: 940-948.