



نشریه علمی علم و تمدن در اسلام

سال سوم (دوره جدید)/ شماره نهم/ پاییز ۱۴۰۰



: 20.1001.1.26764830.1400.3.9.4.4

روش‌های محاسبه عرض جغرافیایی مواضع زمین در کتاب تحدید نهایات الاماکن ابوریحان بیرونی

فرشاد کرم زاده^۱
(۷۴-۵۵)

چکیده

جغرافیای ریاضی از جمله علمی است که در تاریخ علم دوره اسلامی تا قرن پنجم قمری/ یازدهم میلادی شکلی مستقل و مدون ندارد و به صورت پراکنده، عمدتاً در آثار نجومی و علم هیئت قابل پیگیری می‌باشد. کتاب تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن ابوریحان بیرونی (۳۶۲- بعد از ۴۴۲ق/ ۹۷۳/ ۱۰۴۸م) نخستین مورد در این زمینه در تمدن اسلامی می‌باشد که تقریباً تمام مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی بر اساس داده‌های رصدی وی در آن گنجانده شده است. یکی از این مؤلفه‌های اصلی تعیین مختصات جغرافیایی مواضع مختلف می‌باشد که شامل طول و عرض است که در این اثر به خوبی مورد پژوهش قرار گرفته است. هدف این پژوهش بررسی روش‌های محاسبه عرض جغرافیای مواضع مختلف در کتاب تحدید ابوریحان بیرونی است. وی عمدتاً به سه روش مختلف عرض مکان‌ها را با استفاده از قاعده‌های کلی و قابل تعمیم مورد بررسی خود قرار داده است که اگرچه در برخی موارد شکل کاملاً نوآورانه‌ای ندارند، اما از لحاظ روش ارائه در تاریخ علم دوره اسلامی بسیار حائز اهمیت می‌باشند.

واژه‌های کلیدی: جغرافیا، جغرافیای ریاضی، بیرونی، تحدید نهایات الاماکن، عرض جغرافیایی.

۱. دانش آموخته دکتری تاریخ علم دوره اسلامی، گروه تاریخ علم، پژوهشکده مطالعات فلسفی و تاریخ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و

مطالعات فرهنگی، تهران، ایران. Karamzade.farshad@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۲۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۰/۲۲ نوع مقاله: پژوهشی

مقدمه

جغرافیای ریاضی بخش علمی و محاسباتی علم جغرافیا در تمدن اسلامی است که در قرون متقدم هجری و بعد از شکل‌گیری جریان علمی در تمدن اسلامی مورد توجه جغرافی‌پژوهان و دانشوران قرار گرفت. این علم تا قبل از ابوریحان بیرونی در منابع معتبر به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از علم نجوم و هیئت (فی فروع علم‌الهیئه) به شمار می‌رود که اساساً در خلال این آثار قابل ردیابی خواهد بود.^۱ آنچه باید در این زمینه به آن توجه داشت تمایز این بخش از جغرافیا از شکل توصیفی (مسالک و ممالک) آن در تمدن اسلامی است. مسائلی از جنس مسائل مرتبط با سرفصل‌های اصلی جغرافیای ریاضی نخست در تألیفات^۲ تئودوسیوس^۳ (قرن دوم ق) در یونان باستان به‌شکل ملموسی قابل مشاهده است. بعد از این تألیفات، در مقاله دوم کتاب مجسطی بطلمیوس^۴ (۹۰-۱۷۰ م) می‌توان این مؤلفه‌ها را به‌شکل مشخص‌تری پیگیری کرد. در قرون متقدم هجری و بعد از رونق‌گرفتن نهضت ترجمه، بسیاری از این تألیفات یونانی و مخصوصاً مجسطی به زبان عربی ترجمه و در دسترس مسلمانان قرار گرفت و به الگویی قوی برای نجوم و در وهله بعد، علم هیئت تبدیل شد که مجسطی در این زمینه بیش از هر کتاب دیگری در تمدن اسلامی تأثیرگذار بوده است.

جغرافیای ریاضی، چنان‌که پیش‌تر به آن اشاره شد، در یونان باستان به‌عنوان بخشی از علم نجوم مورد مطالعه و پژوهش قرار می‌گرفت که تا زمان تألیف کتاب تحدید بیرونی این سنت و روش حفظ شد، و در خلال کتب عمدتاً نجومی و به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از علم هیئت مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گرفت. در واقع، کتاب تحدید بیرونی به‌نوعی اولین کتاب مستقل در زمینه جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی می‌باشد که تقریباً همه مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی را به‌صورت متمرکز در بر می‌گیرد (کرمزاده و همکاران، ۱۳۹۸: ۱۵۸). از جمله این مؤلفه‌ها، تعیین عرض و طول جغرافیایی مواضع مختلف، حدود مسکون زمین، حدود اقلیم‌های مختلف بخش مسکون زمین، تعیین سمت قبله و محاسبه محیط زمین می‌باشد (کندی^۵، ۱۹۹۶، ج ۱: ۱۸۵-۲۰۱). ویژگی مهم این اثر جغرافیای ریاضی این است که وی روش‌های کلی را برای حل مسائل مختلف به کار

۱. برای کسب اطلاعات بیشتر در زمینه چگونگی تکوین جغرافیای ریاضی در آثار نجومی و علم هیئت بنگرید به: کرمزاده و همکاران، جغرافیای ریاضی در نخستین آثار نجومی دوره اسلامی، سراسر مقاله.

۲. وی دارای سه اثر مهم آگر، المساکن و فی الأيام و اللیالی در علم آگر می‌باشد که اولین مسائل نزدیک به مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی در این منابع به‌شکل ملموسی قابل مشاهده است.

3. Theodosius

4. Ptolemy

5. Kennedy

می‌گیرد که قابل تعمیم به نمونه‌های دیگر نیز می‌باشد. بر این اساس، این پژوهش به یکی از مؤلفه‌های اصلی جغرافیای ریاضی این اثر تکیه دارد که شامل ارائه روش‌های متنوع برای تعیین عرض جغرافیایی مکان‌های مختلف می‌باشد و روش‌های متنوع بیرونی را مورد بررسی قرار خواهد داد.

تاکنون پژوهشی جامع و مستقل پیرامون جغرافیای ریاضی و مؤلفه‌های اصلی آن در تمدن اسلامی صورت نگرفته است و اساساً آن را باید در ضمن کتب و مقالاتی پیگیری نمود که هدف آن‌ها ارائه طرحی کلی از چگونگی شکل‌گیری و وضعیت علم جغرافیا در معنای کلی آن در تمدن اسلامی است. اما، در سال‌های اخیر، پژوهش‌های حائزاهمیتی توسط متخصصان تاریخ علم دوره اسلامی در ارتباط با عنوان این مقاله منتشر شده است که از جمله آن‌ها می‌توان به شرح‌کننده بر کتاب تحدید بیرونی، مقاله‌کننده با عنوان «جغرافیای ریاضی» در دایرةالمعارف تاریخ علم عرب، کتاب ابوریحان بیرونی (افکار و آراء) تألیف پرویز اذکائی، مقاله «بیرونی» از بولوا^۱ در دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، مقاله «بیرونی» از یانو^۲، مقاله «بیرونی» کنده در DSB، مقالات «تعیین طول جغرافیایی مواضع زمین بر اساس ماه‌گرفتنی در کتاب تحدید نهایات الاماکن بیرونی» و «جغرافیای ریاضی در نخستین آثار نجومی دوره اسلامی» از کرم‌زاده و همکاران اشاره کرد که در این پژوهش از این منابع استفاده شده است.

جغرافیای ریاضی

در هیچ‌کدام از منابع مستند و معتبر تاریخ علم که در آن‌ها علوم دوره اسلامی تعریف و طبقه‌بندی شده‌اند، تعریفی با عنوان جغرافیای ریاضی به شکل مشخص و واضح ذکر نشده است؛^۳ چراکه تعاریفی که در این گونه کتب ارائه شده اساساً بیشتر بر شاخه توصیفی آن منطبق است و کمتر بر وجه ریاضی و محاسباتی آن تأکید دارد. اما، با مشخص نمودن برخی مؤلفه‌ها به عنوان شاخه‌های اصلی این گرایش از جغرافیا، می‌توان برخی از این تعاریف را بر این گرایش اطلاق کرد. آنچه در این بخش حائز اهمیت است، و پیش‌تر نیز به آن اشاره شد، عدم استقلال این رشته در کتبی است که در تاریخ علم دوره اسلامی علوم را تعریف و طبقه‌بندی می‌کنند، که آن را اساساً در زیرمجموعه بخش ریاضی و علم هیئت ذکر می‌کنند. از این گونه

1. Boilot

2. Yano

۳. از این دسته منابع می‌توان مفتاح العلوم خوارزمی (م. ح ۲۳۳ ق/ ۸۵۰ م)، جوامع العلوم شعیا بن فریغون (م ۳۲۲ ق/ ۹۳۴ م)، احصاء العلوم فارابی (م ۳۳۹ ق/ ۹۵۰ م)، ارشاد القاصد الی أقصى المقاصد ابن اکفانی (م ۷۴۹ ق/ ۱۳۴۸ م)، و مقدمه ابن خلدون (م ۸۰۸ ق/ ۱۴۰۶ م) اشاره کرد.

موارد می‌توان به تعریف‌های اخوان‌الصفاء (رسائل، ۱۳۷۶، ج ۲: ۱۵۸-۱۵۹)، شمس‌الدین آملی (نفائس‌الفنون، ۱۳۷۷، ج ۳: ۴۷۵) و طاشکپری‌زاده (مفتاح‌السعادة، ۱۳۴۷، ج ۱: ۳۸۴) اشاره نمود. از محققان جدید تاریخ علم که به‌صورت پراکنده به جغرافیای ریاضی توجه داشته است می‌توان کندی را نام برد که جغرافیای ریاضی را علمی ذکر می‌کند که در آن به مؤلفه‌هایی همچون زمین‌سنجی^۱ (تعیین طول و عرض جغرافیایی)، نقشه‌نگاری (کارتوگرافی)^۲، بررسی نصف‌النهارهای مبدأ و مسائل مرتبط با این موضوعات، همچون فهرست‌های جغرافیایی^۳ و محاسبه طول یک درجه در امتداد نصف‌النهار، پرداخته می‌شود (نک: کندی، ۱۹۹۶، ج ۱: ۱۸۵-۲۰۱). بنا برآنچه پیش‌تر ذکر شد و تا جایی که مورد بررسی قرار گرفت، چنین تعریفی در هیچ‌کدام از منابع نجومی و علم هیئت دوره اسلامی مشاهده نمی‌شود.

شرح حال ابوریحان بیرونی

در مورد شرح زندگی ابوریحان بیرونی مطالب فراوانی در منابع ذکر شده است که در اینجا نگارنده به مطالب کوتاهی بسنده می‌کند که در بین پژوهشگران دچار اختلاف است. تقریباً تمامی محققان و بیرونی‌پژوهان برجسته که زندگی و آثار وی را مورد پژوهش و نقد خود قرار داده‌اند در سال ۳۶۳ ق/ ۹۷۳ م به‌عنوان سال تولد وی اتفاق نظر دارند که در منطقه بیرون، از توابع ایالت خوارزم متولد شده است (زاخانوف،^۴ ۱۸۷۸: مقدمه تحدید ۴۰؛ بولگاکوف،^۵ ۱۹۶۲: مقدمه تحدید ۹؛ کندی، ۱۹۸۱، ج ۲: ۱۴۷-۱۴۸؛ بوآلو، ۱۹۶۰، ج ۱: ۱۲۳۶؛ یانو، ۲۰۱۴: ۲۳۳؛ باسورث^۶ و همکاران، ۱۹۹۰، ج ۴: ۲۷۴؛ مایرهوف^۷، ۱۹۳۲: مقدمه الصیدنه ۳). در این مورد و با توجه به منابعی که در دسترس است، اختلاف زیادی بین پژوهشگران این حوزه مشاهده نمی‌شود. به غیر از پژوهش‌هایی که در این زمینه انجام گرفته است، از سخن خود بیرونی نیز می‌توان این سال را به‌عنوان سال تولد وی استخراج کرد. چراکه او در سال ۴۲۷ ق/ ۱۰۳۵-۳۶ م سن خود را ۶۵ سال قمری یا ۶۳ سال شمسی ذکر می‌کند (بیرونی، ۱۳۷۱: ۲۶). از کودکی و ۱۷ سال نخست زندگی وی در منابع اطلاعاتی در دست نیست، ولی با توجه به شواهد،

-
1. Geodesy
 2. Cartography
 3. Geographical Lists
 4. Sachau
 5. Bulgakov
 6. Bosworth
 7. Meyerhof

احتمالاً این سال‌ها را در خوارزم سپری نموده است و اولین حضور وی در منابع مربوط به سال ۳۸۰ ق می‌باشد که در کتاب تحدید به آن اشاره کرده است (بیرونی، ۱۹۶۲: ۷۹ و ۲۴۹). بیرونی در اینجا به محاسبه عرض شهر خوارزم اشاره دارد که آن را ۴۱ درجه و ۳۵ دقیقه و ۴۰ ثانیه ذکر می‌کند و بیان می‌کند که در دوران جوانی و در سال ۳۸۰ ق آن را مجدداً محاسبه نموده است.

برخی از محققان، شاید به تبعیت از غضنفر تبریزی^۱، مرگ بیرونی را بعد از سال ۴۴۰ ق/۱۰۴۸ م ذکر می‌کنند (بولگاکف، ۱۹۶۲: مقدمه ۱۰؛ زاخانو، ۱۸۷۸: مقدمه ۸؛ مایرهوف، ۱۹۳۲: مقدمه ۷؛ سارتن^۲، ۱۹۲۷، ج ۱: ۷۰۷). اما برخی دیگر از محققان (بوآلو، ۱۹۶۰، ج ۱: ۱۲۳۶؛ باسورث و همکاران، ۱۹۹۰، ج ۴: ۲۷۵؛ کندی، ۱۹۸۱، ج ۲: ۱۵۱) بر این باورند که بیرونی بیشتر از ۸۰ سال عمر کرده است، و بنابراین به تاریخ درگذشت بیرونی بعد از سال ۴۴۲ ق/۱۰۵۰ م اعتقاد دارند که، با توجه به گفتار او در صیدنه^۳، این تاریخ درست‌تر به نظر می‌رسد. چراکه بیرونی در هنگام تألیف این کتاب تأکید می‌کند که سنش از ۸۰ سال گذشته و ضعف بینایی و شنوایی بر وی چیره شده است.

کتاب تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن

کتاب تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن مهم‌ترین تألیف جغرافیای ریاضی بیرونی و به نوعی تمدن اسلامی است که در قرن پنجم هجری و به زبان عربی تألیف شده است و حتی می‌توان آن را نخستین اثر جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی به شمار آورد (نک: کندی، ۱۹۹۶، ج ۱: سراسر مقاله). اساساً هدف اصلی از تألیف این کتاب تصحیح طول و عرض‌های جغرافیایی و مسافت‌ها (مخصوصاً شهر غزنه) است که بیرونی خود به این مسئله اشاره کرده است (تحدید: ۶۲).

پژوهش‌ها و ملاحظات جغرافیای ریاضی بیرونی در دیگر آثار وی همچون فی تسطیح الصور و تبطیح الکور، مقاله فی استخراج قدرالأرض برصد انحطاط الأفق عن قتل الجبال و رساله فی معرفه سمت القبله نیز بیان شده است که نسبت به دیگر آثار وی رنگ و بوی جغرافیایی در آن بیشتر غالب است.

۱. مهم‌ترین منبعی که بسیاری از پژوهشگران آن را اساس استخراج و استنباط خود از سال مرگ بیرونی قرار داده‌اند کتاب المشاطه لرساله الفهرست حکیم غضنفر تبریزی است که حدود دو قرن پس از بیرونی نگارش شده است. وی درگذشت بیرونی را به نقل از ابوالفضل سرخسی نامی روز جمعه دوم رجب سال ۴۴۰ ق/ ۱۳ دسامبر ۱۰۴۸ م ذکر می‌کند (تبریزی، المشاطه...: ۸۰-۸۱) و این تاریخ را بیشتر به خاطر برآورده‌نمودن خواب بیرونی ذکر می‌کند و زیاد نمی‌توان به آن اعتماد کرد، اما بسیار مورد استناد محققان قرار گرفته است.

2. Sarton

۳. «الأنافه علی الثمانین افسدت من المتخیله قوتها العمليتين اعنی المدمع و السمع» (الصیدنه، ۱۷).

علاوه بر این آثار، در کتاب تحقیق ماللهند، قانون مسعودی، التفهیم لاوائل صناعة التنجیم و بخش پایانی آثار الباقیه عن القرون الخالیه، اطلاعات جغرافیای ریاضی نیز به چشم می خورد. ولی این تألیفات را نمی توان در شمار آثار جغرافیای ریاضی دسته بندی نمود. اما، با توجه به مؤلفه های ذکر شده که پیش تر گفته شد، کتاب تحدید کامل ترین اثر بیرونی در این زمینه است. هدف اصلی از تألیف این اثر تصحیح طول و عرض های جغرافیایی مواضع مختلف جغرافیایی با استفاده از محاسبات ریاضی می باشد.

کتاب تحدید بر اساس رصدهای بیرونی تألیف شده است که بخش اعظم آن ها بعد از مهاجرت اجباری وی به غزنه انجام گرفته است که از سال ۴۰۹ ق/ ۱۰۱۸ م در غزنه، کابل و اطراف آن (جیفور) آغاز شده^۱ و تا رجب سال ۴۱۶ ق/ ۱۰۲۵ م، که سال تألیف کتاب می باشد، ادامه داشته است. تنها نسخه خطی آن که تاکنون شناسایی شده است متعلق به کتابخانه سلطان فاتح ترکیه می باشد که توسط فریتز کرنکو^۲ و زکی ولیدی طوقان شناسایی و معرفی شد و پس از آن نظر دانشمندان به این اثر جغرافیای ریاضی و نجومی جلب شد.^۳ آنچه کتاب تحدید را در زمینه جغرافیای ریاضی نسبت به دیگر آثار هم عصر آن متمایز می کند نظمی است که در ذکر مؤلفه های جغرافیای ریاضی در آن مشاهده می شود؛ این نظم و ساختار تا زمان نگارش این اثر در هیچ اثری از تاریخ علم دوره اسلامی مشهود نیست.

عرض جغرافیایی^۴ و مبدأ اندازه گیری آن

محاسبه و یافتن مختصات جغرافیایی از مؤلفه های مهمی می باشد که مورد توجه دانشوران حوزه های مرتبط با جغرافیا قرار گرفته است و یکی از اصول مهم جغرافیای ریاضی می باشد. در این بخش از پژوهش، به عرض جغرافیایی و روش هایی که بیرونی برای استخراج آن به کار می برد پرداخته خواهد شد. در واقع، بخش اصلی تحقیق شامل همین مسئله خواهد بود.

عرض جغرافیایی بر اساس علم امروزی عبارت است از موقعیت شمالی-جنوبی یک نقطه جغرافیایی بر روی کره زمین و یا، به زبان ساده تر، فاصله زاویه ای به سمت شمال و یا جنوب نسبت به خط استوا.^۵

۱. «...بین القنڈهار و کابل بالقرب من لغان فی هذه أحاط بها جبال لم تظهر منها الشمس إلى بارتفاع صالح من الأفق...» (بیرونی، تحدید: ۲۹۲).

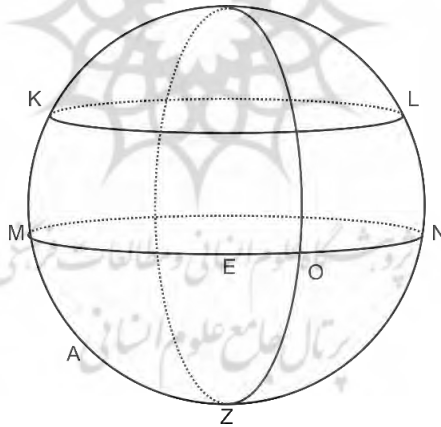
2. Fritz Krenkow

۳. برای اطلاعات بیشتر راجع به این اثر ارزشمند و چاپ های مختلف آن بنگرید به: (کرمزاده و همکاران، تعیین طول جغرافیایی...؛ ۱۵۹؛ کرمزاده، مطالعه و بررسی جغرافیای ریاضی...؛ ۹۶-۱۰۰).

4. Latitude

۵. عرض جغرافیایی با نماد ϕ نمایش داده می شود.

مبدأ اندازه‌گیری برای محاسبه عرض جغرافیایی در اکثر متون جغرافیایی دوره اسلامی خط استوا می‌باشد که در همه آن‌ها روی این امر اتفاق نظر نسبی بالایی وجود دارد. اما این امر در ارتباط با اندازه‌گیری مبدأ طول جغرافیایی مشاهده نمی‌شود. در تاریخ علم دوره اسلامی برای اندازه‌گیری طول جغرافیایی مواضع مختلف زمین از مبدأهای مختلفی همچون قبه الأَرْض^۱ و جزایر خالدات^۲ به تناوب توسط دانشوران حوزه نجوم و جغرافیای ریاضی مورد استفاده قرار می‌گرفته است.^۳ خط استوا نقطه آغازین ربع مسکون زمین در نظر گرفته می‌شد که در نزد دانشوران یونانی در بخش شمالی زمین قرار داشت^۴، اما این نظریه را نیز رد نمی‌کردند که شاید بخش دیگر آن نیز مسکون باشد.^۵ برای درک بهتر این مسئله، می‌توان آن را به شکل زیر (نک: شکل ۱) تصور کرد که بر اساس آن، دایره A نصف النهار و دایره E به صورت خط استوا فرض می‌شود که در این حالت مناطق بین نقاط KLMN به عنوان بخش آباد زمین در منابع نجومی و علم هیئت شناخته می‌شود. اگر قوس Z را رسم کنیم، تقاطع بین آن و خط استوا (E) به قبه الأَرْض (O) معروف است که به عنوان مبدأ آبادانی در نزد هندیان شناخته می‌شده است، که اشارات کوتاهی به آن شد و توضیح بیشتر در این زمینه در این مجال نمی‌گنجد.



شکل ۱: صورت مسکون و آباد زمین^۶

۲. به محل تقاطع خط استوا با دایره نصف النهار گفته می‌شد که در نزد هندیان مبدأ شروع آبادانی در عرض ربع مسکون زمین بود.
۳. برای آگاهی از معنی و مفهوم، پیشینه و تعداد این جزایر بنگرید به: (نیک فهم خوب‌روان، جزایر خالدات، ۶۴۲-۶۴۶؛ گنجی، مدخل خالدات جزایر، ۶۷۸-۶۸۰).
۳. علاوه بر این دو مرجع فراگیر، مبدأهای متعدد دیگری برای این منظور مورد استفاده قرار می‌گرفته است که این موارد، برخلاف مبدأهای ذکر شده، زیاد فراگیر نشدند و تنها در برخی منابع از آن‌ها یاد شده است.
۵. (بطلمیوس، مجسطی: ۷۵).
۶. (نک: قانون مسعودی، ج ۲: ۵۳۶).
۶. شکل‌های این مقاله با استفاده از نرم‌افزار Corel Drawه ترسیم شده‌اند.

عدد عرض جغرافیایی در ربع مسکون زمین زاویه‌ای میان صفر (بر روی خط استوا) تا ۹۰ درجه در قطب‌ها در نظر گرفته می‌شود و هر درجه از آن به ۶۰ دقیقه و هر دقیقه نیز به ۶۰ ثانیه تقسیم می‌شود. بیرونی تعریفی این چنین از آن (عرض جغرافیایی) ارائه می‌دهد:

«کوتاه‌ترین بعدی است او را از خط استوا سوی شمال. زیرا که شهرها اندر این ناحیت اند.

و برابر او از آسمان قوسی است از فلک نصف‌النهار شبیه بدو، میان سمت الرأس و

معدل‌النهار. و همیشه ارتفاع قطب شمال بهر شهری همچند عرض او بود. و زینجهت

ارتفاع قطب بجای عرض البلد یاد کنند». (بیرونی، ۱۹۳۴: ۱۷۲)

چنان‌که مشاهده می‌کنیم بیرونی نیز از سنت مبدأ قرارداد خط استوا در تعریف و محاسبه‌های خود برای یافتن مختصات عرض جغرافیایی، در کتاب تحدید و سایر مطالب جغرافیایی و نجومی خود بهره برده است.

روش‌های اندازه‌گیری عرض جغرافیایی در کتاب تحدید

عرض جغرافیایی به روش‌های مختلفی در متون جغرافیایی، ریاضی، نجومی و علم هیئت دوره اسلامی اندازه‌گیری و محاسبه شده است که استفاده از ارتفاع خورشید، ستاره قطبی و نصف‌النهارهایی که بالاتر و یا پایین‌تر از ستاره قطبی قرار دارند معمول‌ترین و پرکاربردترین روش‌ها در تاریخ علم دوره اسلامی می‌باشند که به صورت پراکنده و نه مدون مورد توجه برخی از منجمان و علمای علم هیئت قرار گرفته‌اند.

بیرونی عمدتاً از چهار روش اصلی برای محاسبات خود در این زمینه بهره می‌برد که عبارت‌اند از: ۱. با استفاده از ارتفاع ستاره‌های ثابت ۲. با استفاده از ارتفاع خورشید ۳. با استفاده از مختصات مکان و یا موضع دیگر و ۴. با استفاده از میل کلی^۱. نتایج محاسبات این روش‌ها بسیار نزدیک به واقع است و در برخی موارد شکل نوآورانه‌ای دارد.

بیرونی برای محاسبات خود اساساً از یک آلت و ابزار کروی که قطر آن پانزده ذراع^۲ بوده استفاده نموده است. محاسبه موقعیت دقیق مکان‌های جغرافیایی توسط وی با ترسیم آن‌ها بر روی یک رسم کروی که ایده و اختراع خودش بود تسریع می‌یافت که سهولت و آسانی این شیوه‌ها را در ادامه مشاهده خواهیم کرد:

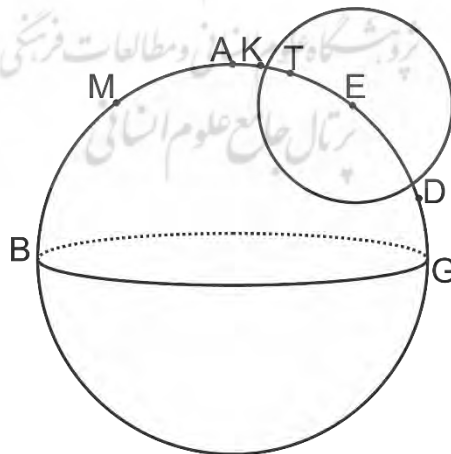
۱. در ادامه مقاله این مفهوم شرح داده خواهد شد.

۲. بنا بر محاسبات و تحقیقات والتر هینس (ص ۵۵)، قطر ده ذراع تقریباً معادل پنج و نیم متر خواهد بود که در این صورت هر یک ذراع مقدار ۵۵ سانتی‌متر محاسبه می‌شود که، با این محاسبات، ۱۵ ذراع مقدار ۸ متر و ۲۵ سانتی‌متر خواهد بود. بیرونی، علاوه بر کتاب تحدید، در دیگر آثار خود به واحد اندازه‌گیری ذراع اشاره کرده است (نک: بیرونی، الجواهر...، چاپ هادی: ۱۲۴؛ بیرونی، الصیدنه...، چاپ زریاب: ۳۸۹) و حتی آن را به مانند برخی منابع نجومی دوره اسلامی به هفتمین منزل از منازل ماه نیز اطلاق کرده

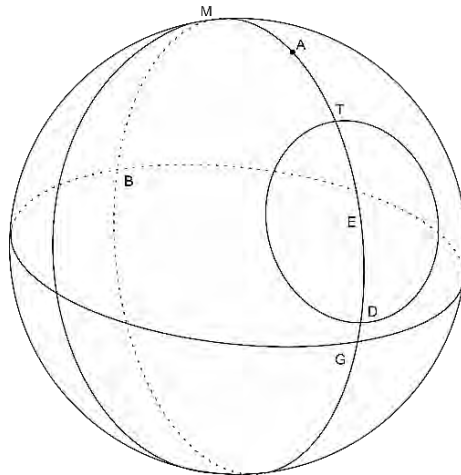
۱. با استفاده از ارتفاع ستاره‌های ثابت

بیرونی در کتاب تحدید (۶۳-۷۰) استخراج عرض جغرافیایی یک مکان با استفاده از این روش را به سه شکل مختلف مورد بررسی قرار می‌دهد و روش‌های کلی را همراه با مثال‌های متنوع و قابل تعمیم ارائه می‌دهد: ۱. با استفاده از ستاره‌های ثابتی که مدار آن‌ها همیشه در بالای خط افق قرار دارد؛ ۲. با استفاده از ستاره‌هایی که مدار آن‌ها مماس خط افق می‌باشد؛ ۳. با استفاده از ستاره‌هایی که مدار آن‌ها افق را می‌برد. هر کدام از این موارد نیز خود دارای سه حالت: ۱. سمت الرأس در پیرامون مدار، ۲. سمت الرأس بیرون از مدار، و ۳. سمت الرأس درون مدار می‌باشند که، برای جلوگیری از محاسبات طولانی، مورد نخست به‌عنوان نمونه در ادامه شرح داده خواهد شد.

بیرونی به این‌گونه ستاره‌ها (ثابت) با نام «الأبدیه الظهور» اشاره می‌کند (بیرونی، ۱۹۶۲: ۶۳)؛ چراکه جایگاه آن‌ها در آسمان همیشه ثابت است و با استفاده از آن‌ها می‌توان عرض جغرافیایی یک مکان را محاسبه نمود. به عقیده وی (نک: بیرونی، ۱۹۶۲: ۶۷)، اگر نتوانیم ستاره‌ای را در این شرایط رصد کنیم، جایگاه قرارگرفتن ما در آن لحظه بر روی خط استوا خواهد بود، چرا که ستاره‌ای که طلوع می‌کند و از سمت الرأس می‌گذرد و در سمت مغرب غروب می‌کند بر روی یک قطر حرکت خواهد کرد. اما برای رصد ستاره‌ای که بالای افق قرار دارد، بر اساس آنچه در شکل ۲ مشاهده می‌کنیم، ABG دایره نصف‌النهار، BG خط افق و A قطب یا سمت الرأس افق در نظر گرفته می‌شود که، با توجه به شکل ۳، نقطه M محل تقاطع خط نصف‌النهار با معدل النهار و نقطه E به‌عنوان قطب آن فرض خواهد شد.

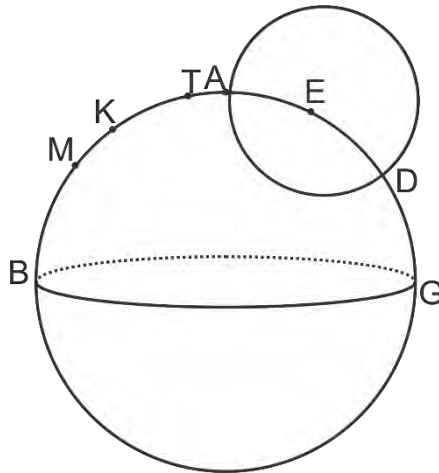


شکل ۲. محاسبه عرض جغرافیایی با استفاده از ستاره ثابتی که مدار آن در بالای افق قرار دارد



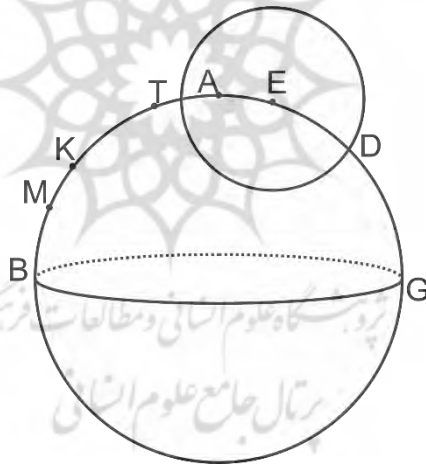
شکل ۳. محاسبه عرض جغرافیایی با استفاده از ستاره ثابتی که مدار آن در بالای افق قرار دارد

بر اساس نظر و عقیده بیرونی، دو قوس ME و AG هرکدام برابر با $\frac{1}{4}$ دایره می‌باشند که با حذف نمودن قوس AE ، دو قوس AM و GE با هم برابر خواهند شد. در این صورت، قوس AM عرض جغرافیایی مکانی خواهد بود که افق آن BG است و سمت الرأس آن نقطه A و EG ارتفاع قطب در همین مکان خواهد بود که در این حالت ارتفاع قطب با عرض جغرافیایی موضع موردنظر برابر خواهد بود. در حالت دوم که سمت الرأس در پیرامون مدار قرار می‌گیرد (نک: شکل ۴)، قوس DT مدار موردنظر می‌باشد. ارتفاع ستاره‌ای که بر این مدار گردش می‌کند ثابت نیست و همیشه متغیر خواهد بود. چنان‌که ملاحظه می‌شود، در شکل‌های ۴ و ۵، قوس TG بیشترین ارتفاع آن را دارا خواهد بود و در این حالت، نقطه T دارای بالاترین ارتفاع می‌باشد. در این صورت، ارتفاع ستاره به سمت مغرب یا همان نقطه D کاهش پیدا می‌کند و در این نقطه، کمترین ارتفاع را از سمت شمال خواهد داشت. بنابراین، قوس ED برابر با نصف تفاضل بین دو ارتفاع در شکل‌های ۲ و ۳ خواهد بود. برای محاسبه عرض جغرافیایی مکان موردنظر، ED را به GD که کمترین ارتفاع ستاره است اضافه می‌کنیم، و عرض موضع و یا مکان موردنظر که همان GE می‌باشد به دست خواهد آمد.



شکل ۴. محاسبه عرض جغرافیایی بر اساس ستاره ثابتی که سمت الرأس آن در درون مدار قرار دارد

در حالت سوم (نک: شکل ۵) که سمت الرأس در درون مدار قرار می‌گیرد، چون نقطه E که قطب معدل النهار و قطب همه ستاره‌ها است بر نقطه A که سمت الرأس و قطب افق می‌باشد منطبق نیست، دو قوس GD و BT با هم برابر نخواهند بود.



شکل ۵. محاسبه عرض جغرافیایی با استفاده از ستاره ثابتی که سمت الرأس آن در درون مدار قرار دارد

با توجه به مطالب ذکر شده، بیرونی نحوه محاسبه عرض جغرافیایی یک مکان را با استفاده از این شیوه به این صورت شرح می‌دهد (بیرونی، ۱۹۶۲: ۶۴، ۶۵). به شکل ساده و برای محاسبه عرض موضع جغرافیایی مکان مورد نظر، باید کمترین و بیشترین ارتفاع ستاره ثابت را که در سمت شمال قرار دارد و از نصف النهار مکان جغرافیایی مورد نظر عبور می‌کند در نظر گرفت و تفاضل بین این دو ارتفاع را مشخص کرد و نصف باقی مانده را بر کمترین ارتفاع ستاره اضافه نمود، که به این صورت عرض موضع مورد نظر محاسبه خواهد شد. اما، در صورتی که ارتفاع کمترین و بیشترین در یک جهت جغرافیایی قرار نداشته

باشند، متمم‌های آن‌ها به یکدیگر اضافه خواهند شد و با نصف این عمل، کمترین ارتفاع ستاره نیز به آن اضافه خواهد شد که در این صورت نیز عرض جغرافیایی مکان به دست خواهد آمد. اما، در صورتی که یکی از ارتفاعات ستاره به مقدار 90° کامل برسد، عرض مکان جغرافیایی با اضافه نمودن نصف کمترین متمم ارتفاع بر خود کمترین ارتفاع و یا با افزودن نصف کمترین ارتفاع بر $\frac{1}{8}$ دور دایره، که شامل 45° می‌شود، به دست خواهد آمد.

درواقع و به زبان علم امروزی، محاسبه عرض جغرافیایی به وسیله اندازه‌گیری زاویه بین ستاره قطبی با خط افقی نسبت به همان نقطه به دست می‌آید و یا، به شکل دیگر، حداکثر و حداقل ارتفاع ستاره ثابت موردنظر را باید رصد و مشخص کرد و میانگین هندسی آن را محاسبه نمود که در این صورت عددی که به دست می‌آید عرض جغرافیایی موضع موردنظر را نشان خواهد داد. تمام توضیحات بیرونی برای استخراج عرض جغرافیایی را که در بالا به آن اشاره شد به شکل قاعده زیر می‌توان بیان کرد:

$$\varphi = (DA/2) + DG$$

و یا به صورت دیگری نیز بیان نمود:

$$\varphi = (DG/2) + 45^\circ$$

$$\varphi = ((2\varphi - 90)/2) + 45^\circ$$

$$\varphi = ((2\varphi - 45^\circ)/2) + 45^\circ$$

که همگی این قواعد صحیح می‌باشند.

۲. با استفاده از ارتفاع خورشید

روش دومی که بیرونی برای اندازه‌گیری عرض جغرافیایی یک شهر (با استفاده از عرض جغرافیایی شهری که عرض آن مشخص است) به کار می‌برد استفاده از جایگاه و ارتفاع خورشید در آسمان می‌باشد. آنچه این روش را از روش قبلی متمایز می‌کند اندازه‌گیری ارتفاع خورشید در روز مشخص و تعیین شده است. وی برای این مورد سه مثال ذکر می‌کند (بیرونی، ۱۹۶۲: ۸۵-۸۷) که به درک بهتر روشی که به کار می‌برد کمک خواهد کرد و نشان‌دهنده آگاهی کامل بیرونی از تحقیقات گذشته و یا، به اصطلاح امروزی، پیشینه پژوهش است. اولین مورد، محاسبه عرض جغرافیایی شهر بغداد با استفاده از عرض جغرافیایی شهر دمشق می‌باشد. ارتفاع خورشید در شهر دمشق، که در سال ۲۱۷ ق/ ۸۳۲ م

اندازه‌گیری شده، مقدار $۷۲^{\circ} ۷' ۵۰''$ و ارتفاع آن در بغداد توسط ابوالحسن^۱ نامی مقدار $۷۲^{\circ} ۱۴'$ ذکر و تعیین شده است. با کم کردن تفاضل بین این دو ارتفاع از عرض جغرافیایی شهر دمشق ($۳۰' ۱۸''$) $۲(۳۳^{\circ})$ ، عرض جغرافیایی شهر بغداد به دست خواهد آمد:

$$\varphi_{\text{بغداد}} = ۷۲; ۱۴ - ۷۲; ۷, ۵۰ = ۰; ۶, ۱۰ - ۳۳; ۳۰, ۱۸ = ۳۳; ۲۴, ۸$$

در دومین مورد برای محاسبه عرض جغرافیایی بغداد، ارتفاع خورشید در دمشق که در همان سال اندازه‌گیری شده مقدار $۷۳^{\circ} ۲' ۴''$ و ارتفاع آن در بغداد $۶' ۷۳^{\circ}$ ذکر شده است. لذا بر اساس این اندازه‌گیری‌ها عرض جغرافیایی شهر بغداد به صورت زیر خواهد بود:

$$\varphi_{\text{بغداد}} = ۷۳; ۲, ۴ - ۷۳; ۶ = ۰; ۴, ۵۶ - ۳۳; ۳۰, ۱۸ = ۳۳; ۲۵, ۲۲$$

سومین مثال در این زمینه محاسبه عرض روستایی در خوارزم (احتمالاً روستای بوشکانز) با استفاده از عرض جغرافیایی شهر ری می‌باشد. در این اندازه‌گیری که توسط بیرونی و ابومحمود خجندی در سال ۳۸۴ ق/ ۹۹۵ م در بوشکانز و ری صورت گرفته است، ارتفاع خورشید به ترتیب $۷۱^{\circ} ۵۹' ۴۵''$ و $۷۷^{\circ} ۵۷' ۴۰''$ رصد شده است و عرض جغرافیایی هر دو شهر $۳۶' ۴۱^{\circ}$ و $۳۹' ۳۴' ۳۵^{\circ}$ محاسبه و ذکر گردیده است. اما، با استفاده از روش بیرونی و استفاده از عرض یک شهر برای به دست آوردن عرض شهری دیگر، نتایج زیر به دست خواهد آمد:

$$\varphi = ۷۷; ۵۷, ۴ - ۷۱; ۵۹, ۴۵ = ۰; ۵۷, ۵۵ + ۳۵; ۳۴, ۳۹ = ۴۱; ۳۲, ۳۴$$

لذا عرض جغرافیایی شهر ری با استفاده از این اندازه‌ها مقدار زیر خواهد بود:

$$\varphi = ۷۷; ۵۷, ۴۰ - ۷۱; ۵۹, ۴۵ = ۰; ۵۷, ۵۵ - ۴۱; ۳۲, ۳۴ = ۳۵; ۲۸, ۵$$

با این تفاوت که برای محاسبه عرض شهر ری تفاوت دو ارتفاع از عرض جغرافیایی روستای بوشکانز کاسته می‌شود. علاوه بر کتاب تحدید که مطالبی در ارتباط با روش‌های محاسبه عرض جغرافیایی در آن بیان شده، بیرونی در مقاله چهارم از باب‌های هفتم تا یازدهم کتاب قانون مسعودی (بیرونی، ۱۹۵۴، ج ۲: ۴۰۲-۴۱۱) نیز مطالبی را در ارتباط با این موضوع بیان می‌کند که بیشتر تکرار همین مطالب ارائه شده در کتاب تحدید می‌باشد.

۱. به عقیده بولگاکف (تحدید، مقدمه: ۸۶)، این شخص ابوالحسن الاهوازی می‌باشد که در این زمان و به عنوان منجم در شهر بغداد سکونت داشته است.

۲. در اندازه‌گیری‌های امروزی، مقدار آن $۳۳^{\circ} ۳۰' ۳۰''$ است که نشان‌دهنده ارزش والای تحقیقات علمی گذشته می‌باشد که، جدا از جایگاه تاریخی، از لحاظ علم مدرن امروزی نیز بسیار قابل اعتنا است.

۳. محاسبه عرض جغرافیایی با استفاده از میل کلی

یکی دیگر از روش‌هایی که بیرونی در آثار خود برای استخراج عرض جغرافیایی یک مکان از آن بهره می‌برد از طریق میل کلی یا میل اعظم است. میل کلی در نجوم دوره اسلامی به زاویه‌ای اطلاق می‌شود که در آن معدل النهار و فلک البروج همدیگر را قطع می‌کنند. در واقع به بیشترین مقدار فاصله بین معدل النهار و دایره البروج میل کلی گفته می‌شود که امروزه برابر با مقدار ۲۳ درجه و ۲۵ دقیقه و ۳۵ ثانیه می‌باشد.^۱ این فاصله ثابت نیست و مقدار آن در طول زمان رو به کاهش است. علت این امر نزدیک شدن دایره البروج به دایره معدل النهار می‌باشد.

بیرونی این روش را با استفاده از رصد ارتفاع خورشید انجام می‌دهد و چند حالت گوناگون را برای استفاده از این روش ارائه می‌دهد. در حالت نخست، اگر که ارتفاع نصف‌النهاری به سمت جنوب باشد عرض جغرافیایی مکان به این صورت محاسبه شده و به دست خواهد آمد:

$$\varphi = \delta + h$$

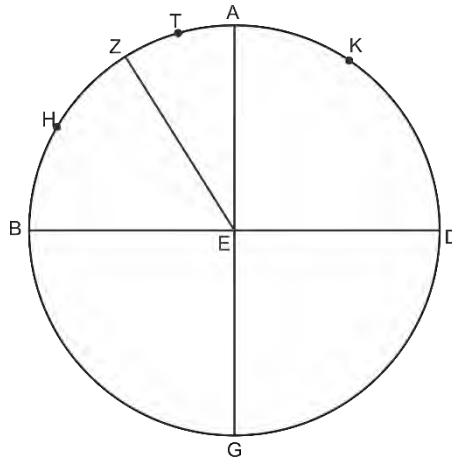
اما در صورتی که ارتفاع نصف‌النهاری خورشید به سمت شمال باشد، این رابطه به حالت عکس در خواهد آمد:

$$\varphi = \delta - h$$

برای این منظور و مطابق شکل ۶، دایره ABGD را با مرکزیت نقطه E به عنوان دایره نصف‌النهار فرض می‌کنیم و عرض نقطه AZ را محاسبه می‌کنیم. برای حالت نخست که ارتفاع نصف‌النهاری و میل خورشید (ZH) در سمت جنوب قرار داشته باشند، عرض مکان جغرافیایی مورد نظر (AZ) از طریق تفاضل بین متمم ارتفاع (AH) و میل خورشید (ZH) به دست خواهد آمد:

$$\varphi AZ = AH - ZH$$

۱. از کسانی که به اندازه‌گیری میل کلی تا زمان بیرونی پرداخته‌اند و روش‌های آن‌ها در کتب تاریخ علم ثبت شده است می‌توان به بطلمیوس، یحیی بن ابی منصور، خالد بن عبدالملک مروودی، بنوموسی، البتانی، ابوالوفاء بوزجانی، ابوحامد صاغانی، ابوسهل کوهی و خجندی اشاره کرد.



شکل ۶. محاسبه عرض جغرافیایی با استفاده از میل کلی

اما برای حالت دوم که ارتفاع نصف‌النهاری در قسمت جنوب قرار دارد و میل خورشید به سمت شمال است، ارتفاع خورشید قوس TB خواهد بود و عرض جغرافیایی مکان موردنظر از طریق افزایش مقدار متمم ارتفاع بر میل خورشید محاسبه خواهد شد:

$$\varphi_{AZ} = AH + ZH$$

بیرونی برای درک بهتر این روش‌ها دو مثال را ذکر می‌کند (بیرونی، ۱۹۶۲: ۱۱۹) که در مورد اول برای محاسبه عرض جغرافیایی شهر کابل^۱ رصدهایی را در سال ۴۰۹ ق/ ۱۰۱۸ م در روستای جیفور که از توابع شهر کابل است انجام می‌دهد. وی در این اندازه‌گیری‌ها ارتفاع نصف‌النهاری را از سمت جنوب $۴۵^{\circ} ۰'$ و میل جنوبی خورشید را به نقل از زیج بتانی مقدار $۱۰^{\circ} ۱۹'$ بیان می‌کند که، بر اساس روش خود، عرض جغرافیایی شهر کابل به قرار زیر خواهد شد:

$$۴۵:۰ + ۱۰:۱۹ = ۵۵:۱۹$$

$$\varphi = ۹۰^{\circ} - \overline{\varphi} = ۹۰^{\circ} - ۵۵:۱۹ = ۳۴:۴۱$$

چنان‌که مشاهده می‌کنید، از افزودن ارتفاع بر مقدار میل خورشید متمم عرض جغرافیایی مکان موردنظر، که همان شهر کابل است، به دست خواهد آمد. عرض جغرافیای این شهر با تجهیزات و ابزارآلات امروزی مقدار $۳۴^{\circ} ۳۰'$ می‌باشد که اختلاف ناچیزی با اندازه‌گیری بیرونی در آن مشاهده می‌شود.

دومین مورد مربوط به محاسبه عرض جغرافیایی شهر کاشان است که اندازه‌گیری‌های آن مربوط به سال ۳۴۹ ق/ ۹۶۰ م می‌باشد. در این اندازه‌گیری، ارتفاع نصف‌النهاری خورشید $۵۰^{\circ} ۰'$ و میل خورشید عدد $۷^{\circ} ۲۰'$ محاسبه شده است؛ بنابراین عرض شهر کاشان از طریق روش بیرونی مقدار زیر خواهد بود:

$$\varphi = ۹۰^{\circ} - (۵۰ + ۷; ۲۰) = ۳۲; ۴۰$$

عرض شهر کاشان در اندازه‌گیری‌های امروزی مقدار $۳۳^{\circ} ۵۹'$ است که با این محاسبه اختلاف زیادی دارد. بیرونی نیز بر این عقیده است که دلیل این امر اشتباهی است که در اندازه‌گیری ارتفاع نصف‌النهاری خورشید رخ داده است (بیرونی، ۱۹۶۲: ۱۱۹، ۱۲۰) و چون شهر کاشان مابین شهرهای اصفهان با عرض جغرافیایی $۳۰^{\circ} ۳۸' ۳۰''$ و ری با عرض $۳۵^{\circ} ۳۶'$ قرار گرفته، قطعاً این مقدار اشتباه است.

نتیجه‌گیری

جغرافیای ریاضی از جمله علمی است که در تاریخ علم دوره اسلامی و در کتب طبقه‌بندی علوم از جایگاه مستقلی برخوردار نیست و نمی‌توان با قطعیت در این مورد سخن گفت. اما، با بررسی‌هایی که انجام گرفت، می‌توان آثار تنودوسیوس را که در زیرشاخه علم هندسه دسته‌بندی می‌شوند الگو و سرآغازی بر جغرافیای ریاضی دانست که بر آثار بعدی خود همچون مجسطی بطلمیوس تأثیر شگرفی گذاشت. تألیف این اثر را می‌توان نقطه عطفی در پایه‌ریزی جغرافیای ریاضی در تمدن یونانی به شمار آورد. مطالب و مؤلفه اصلی این شاخه از علم، همچون حدود ربع مسکون زمین، تقسیم‌بندی زمین و وضعیت آسمان در عرض‌های مختلف جغرافیایی، در مقاله دوم آن به شکل روشنی ذکر شده است و در واقع باید شروع اصلی جغرافیای علمی را از این بخش از کتاب مجسطی پیگیری کرد.

در تمدن اسلامی، توجه به جغرافیای ریاضی توسط منجمان صورت می‌گرفت که عمدتاً تحت تأثیر مجسطی بطلمیوس قرار داشتند. این علم تا قبل از بیرونی نتوانسته بود دارای تألیفی مستقل باشد. آثار وی را می‌توان نقطه عطفی در پیشرفت جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی به شمار آورد. برای اولین بار در کتاب تحدید، جغرافیای ریاضی به یک علم نسبتاً مستقل از هیئت و نجوم کاربردی تبدیل شد و جایگاه خود را تثبیت نمود. هرچند که بعد از بیرونی این علم مجدداً وارد کتب علم هیئت و نجوم گردید. اما از این زمان به بعد، با تلاش‌های بیرونی، مؤلفه‌های اصلی این رشته شکلی منسجم به خود گرفت. وی، در کتاب تحدید، نحوه محاسبه عرض جغرافیایی و مسافت بین دو مکان را به سه روش: ۱.

ارتفاع ستاره‌های ثابت، ۲. ارتفاع خورشید، و ۳. با استفاده از میل کلی و به صورت مدون و با ذکر مثال‌های بسیار کاربردی شرح می‌دهد. اما در دیگر آثار تاریخ علم دوره اسلامی، که مسائل مرتبط با جغرافیای ریاضی در آن‌ها ذکر شده است، روشی به‌مانند بیرونی مشاهده نمی‌شود که بتوان روش بیرونی را با آن‌ها مورد سنجش قرار داد. اگرچه بررسی‌های پژوهش حاضر نشان می‌دهد ارقامی که بیرونی در این زمینه به دست می‌آورد در برخی موارد، به علت تصورات غلط وی و علم کهن و در برخی بخش‌های دیگر نیز به دلیل تجهیزات اندک و ناچیز، با علم امروزی تفاوت‌هایی دارد، اما آنچه تلاش‌های بیرونی را در کتاب تحدید برجسته می‌کند اهمیت روش‌هایی است که در زمینه محاسبه عرض جغرافیایی به کار می‌برد.

منابع

- آملی، شمس‌الدین محمد بن محمود (۱۳۷۷). *نقائس الفنون فی عرایس العیون*، ج ۳، تهران: کتابفروشی اسلامیة.
- اخوان‌الصفا (۱۳۷۶). *رسائل اخوان الصفا و خلائن الوفاء*، ج ۲، بیروت: دارصادر.
- بیرونی، ابوریحان (۱۸۷۸). *الآثار الباقیه عن القرون الخالیة*، به کوشش ادوارد زاخانو، لایپزیک: اتو هاراسویتس.
- (۱۹۳۴). *التفهیم لاولئ صناعة التنجیم*، به کوشش رمزی رایت، لندن: دانشگاه آکسفورد.
- (۱۳۱۶-۱۳۱۸). به کوشش جلال‌الدین همایی، تهران: انجمن آثار ملی.
- (۱۹۴۸). *استخراج الاوتار*، حیدرآباد دکن: دائره‌المعارف العثمانیه.
- (۱۹۶۲). *تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن*، به کوشش بولگاکف، قاهره: معهد تاریخ العلوم العربیه و الإسلامیه (تجدید چاپ در الجغرافیا الإسلامیه) (۱۹۹۳)، به کوشش فؤاد سزگین، ج ۲۵، فرانکفورت: معهد تاریخ العلوم العربیه و الإسلامیه.
- (۱۳۵۲). *ترجمه احمد آرام*، تهران: دانشگاه تهران.
- (۱۸۸۷). *تحقیق ماللهند*، به کوشش ادوارد زاخاو، لندن. (تجدید چاپ در الجغرافیا الإسلامیه) (۱۹۹۳)، به کوشش فؤاد سزگین، ج ۱۰، فرانکفورت: معهد تاریخ العلوم العربیه و الإسلامیه.
- (۱۳۷۱). *فهرست کتاب‌های رازی و نام‌های کتاب‌های بیرونی (و المشاطه لرساله الفهرست)*، به کوشش و تصحیح مهدی محقق، تهران: دانشگاه تهران.

- (۱۹۵۴-۱۹۵۶). *قانون مسعودی*، ج ۳، حیدرآباد دکن: دائرة المعارف العثمانیه.
- طاش کپری زاده، احمد بن مصطفی (۱۹۶۸). *مفتاح السعادة و مصباح السيادة* (فی موضوعات العلوم)، تحقیق کامل بکری و عبدالوهاب ابوالنور، ج ۱، بیروت: دارکتب حدیث.
- قربانی، ابوالقاسم (۱۳۴۶). «ابوالفضل هروی ریاضی دان و منجم ایوانی»، ماهنامه آریانا، ش ۲۷۱، صص ۲۰-۲۱.
- کرامتی، یونس (۱۳۸۳). «بیرونی، ابوریحان محمد بن احمد»، *دایرةالمعارف بزرگ اسلامی*، ج ۱۳، زیر نظر سید محمد کاظم موسوی بجنوردی، تهران: بنیاد دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، صص ۳۸۷-۴۰۳.
- کرم زاده، فرشاد (۱۳۹۷). «مطالعه و بررسی جغرافیای ریاضی در تمدن اسلامی و تبیین جایگاه ابوریحان بیرونی در این زمینه»، پایان نامه برای دریافت درجه دکتری، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.
- کرم زاده، فرشاد؛ قلندری، حنیف و رحیمی، غلامحسین (۱۳۹۸). «تعیین طول جغرافیایی مواضع زمین براساس ماه گرفتگی در کتاب تحدید نهایات الأماكن بیرونی»، پژوهشنامه تاریخ تمدن اسلامی، سال پنجاه و دوم، ش ۱، صص ۱۵۷-۱۷۲.
- (۱۳۹۶). «جغرافیای ریاضی در نخستین آثار نجومی دوره اسلامی»، *مجله تاریخ علم*، دوره چهاردهم، ش ۲، صص ۶۷۸-۶۸۰.
- گنجی، محمدحسن (۱۳۷۹). «اقلیم»، *دایرةالمعارف بزرگ اسلامی*، ج ۹، زیر نظر سید محمد کاظم موسوی بجنوردی، تهران: بنیاد دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، صص ۶۷۶-۶۹۱.
- ، «جزایر خالدات»، *دانشنامه جهان اسلام*، ج ۱۴، زیر نظر غلامعلی حداد عادل، تهران: بنیاد دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، صص ۶۷۸-۶۸۰.
- نیک فهم خوب روان، سجاد، «جزایر خالدات»، *دایرةالمعارف بزرگ اسلامی*، ج ۲۱، زیر نظر سید محمد کاظم موسوی بجنوردی، تهران: بنیاد دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، صص ۶۴۲-۶۴۶.
- Bīrūnī, A. R., (1973). *A Commentary upon kitab Tahdīd Niḥayāt Al- Amākin Li Tashīh Masāfāt Al Masākin*, By E. S. Kennedy, Beirut: American University of Beirut (Reprint in Islamic Geography), (1992) ed. F. Sezgin, vol 27, Frankfurt: Institute for the History of Arabic- Islamic Science at the Johann Wolfgang Goethe University).

- Idem (1934). *Kitāb al-tafhīm li awā'il sināt al-tanjīm*, Ramsay Wright, London: University of Oxford.
- Idem (1936). *Rasaalato Lelbiruni fi Fehrest Kotobe Mohammad Ibn-Zakarya Razi*, Edited by Kraos P, Paris: Pen Printing Press, pp. 4-17.
- Boilot, D. J. (1960). "Al-Bīrūnī, (Bērūnī), Abu'l-Rayhān Muhammad ibn Ahmad", *The Encyclopaedia of Islam*, New Edition vol 1, Leiden: Brill.
- Bosworth, C. E. & Pingree, D. & Saliba, G. & Anawati, G. & Blois, F. D. & Lawrwnce, B. B. (1990). "Bīrūnī, Abū Rayhān", *Encyclopedia Iranica*, vol. IV, Routledge, New York: Brill, pp. 274-287.
- Hinz, W., (1955). *Islamic Masse und Gewichte*, Leiden: Brill.
- Kennedy, E. S., (1981). "Al-Bīrūnī", *Dictionary of Scientific Biography*, vol 2, New York, Charles Scribner's Sons, pp. 147-158.
- Idem (1956). *A Survey of Islamic Astronomical Tables*, Philadelphia: American Philosophical Society.
- Idem (1987). *Geographical Coordinational of Localities from Islamic Sources*, Frankfurt: Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften.
- Idem (1996). "Mathematical Geography", *Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London/New York: Routledge, vol. I.
- Meyerhof, M., (1932). *Das Vorwort zur Drogenkunde [Kitāb aṣ-ṣaidala fī ṭ-ṭibb] des Bērūnī*, Berlin: Julius Springer.
- Pingree, D. (1970). "The Fragments of the Works of al-Fazārī", *Journal of Near Eastern Studies*, 29(2), pp.103-123.
- Ptolemy (1998). *Almagest*, Translated and Annotated by G.J. Toomer, London: Duckworth.
- Sarton, G. (1927). *introduction to the History of Science*, 2vol, Baltimor: Carnegie Institution of Washington, by the Williams and Wilkins Company.
- Suter, H., (1900). *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihrer Werke*, Leipzig: Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften.

Yano, M.

(2014). "Bīrūnī: Abū a Rayhān Muhammad ibn Ahmad al Bīrūnī",

The Biographical Encyclopedia of Astronomers, New York: Springer, pp. 233-235.

