

Index Tracking and Enhanced Indexing Using Co-integration and Correlation Approaches

Reza Eyvazlu¹, Mojtaba Shafizadeh², Ali Ghahramani³

Abstract: Index tracking is a passive investment which aims to form portfolio with a limited number of stocks to catch the same behavior in regard with the market index. The active portfolio management seeks to outpace the market while the passive portfolio management is looking for the similar risk-return pattern regarding the market index. The passive portfolio management has increasingly attracted the attention of investors because of its lower costs. In this research, co-integration and correlation approaches are used for index tracking and enhanced indexing. Our benchmark index is Tehran Exchange Dividend & Price Index (TEDPIX). Out-sample results showed that any increase of in-sample time period will improve the performance of the models. In addition, considering tracking error, co-integration approach has proved to have a better performance than the correlation approach. On the other hand, considering portfolio returns and data and sharp ratios, the performance of the model for index tracking is better than the performance of the enhanced indexing model.

Keywords: Co-integration, Correlation, Enhanced indexing, Index tracking, Tracking error.

1. Assistant Prof., Dep. of Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran

2. MSc. Student in Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran

3. MSc. Student in Finance and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran

Submitted: 11 / January / 2017

Accepted: 31 / May / 2017

Corresponding Author: Reza Eyvazlu

Email: Eivazlu@ut.ac.ir

Citation: Eyvazlu, R., Shafizadeh, M., & Ghahramani, A. (2017). Index Tracking and Enhanced Indexing Using Co-integration and Correlation Approaches. *Financial Research Journal*, 19(3), 457 - 474.

ردیابی شاخص و شاخص بهبود یافته با استفاده از رویکردهای هم‌انباشتگی و همبستگی

رضا عیوض‌لو^۱، مجتبی شفیع‌زاده^۲، علی قهرمانی^۳

چکیده: ردیابی شاخص، به نوعی سرمایه‌گذاری منفعل در بازار سرمایه گفته می‌شود که هدف آن، تشکیل پرتفوی با تعداد سهام محدود است؛ به طوری که رفتار و روند مشابهی با شاخص، داشته باشد. مدیریت فعال پرتفوی در پی پیشی گرفتن از بازدهی شاخص است، در حالیکه مدیریت منفعل، دستیابی به بازدهی و ریسک متناسب با شاخص را دنبال می‌کند. از آنجا که رویکرد مدیریت منفعل پرتفوی هزینه‌های پایینی دارد، به شدت در کانون توجه سرمایه‌گذاران قرار گرفته است. در این پژوهش به منظور ردیابی شاخص و شاخص بهبود یافته، از دو رویکرد هم‌انباشتگی و همبستگی استفاده می‌شود. شاخص مد نظر در تحقیق حاضر، شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است. نتایج خارج از نمونه نشان می‌دهد افزایش بازه زمانی درون نمونه، عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد. از طرفی، با توجه به خطای ردیابی، رویکرد هم‌انباشتگی، عملکرد بهتری نسبت به رویکرد همبستگی دارد. از سوی دیگر، بر مبنای بازدهی پرتفوی‌ها و معیارهای نسبت اطلاعاتی و شارپ، عملکرد مدل در ردیابی شاخص، بهتر از ردیابی شاخص بهبود یافته است.

واژه‌های کلیدی: خطای ردیابی، ردیابی شاخص، شاخص بهبود یافته، هم‌انباشتگی، همبستگی.

۱. استادیار گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مالی و بیمه، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۲۲

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۱۰

نویسنده مسئول مقاله: رضا عیوض‌لو

E-mail: Eivazlu@ut.ac.ir

مقدمه

به‌طور کلی، مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری از دو رویکرد فعال یا منفعل در مدیریت پرتفوی استفاده می‌کنند. در رویکرد فعال، مدیر انعطاف‌پذیری زیادی دارد و تلاش می‌کند در طول زمان سهم‌هایی را شناسایی کند که عملکرد بهتری نسبت به سایر سهام دارند. فرض اساسی در این روش آن است که تجربه‌ها و قضاوت‌های شخصی مدیران سرمایه‌گذاری در خصوص انتخاب سهم‌هایی با عملکرد مناسب، همچنین تعیین زمان مناسب برای خرید و فروش، ارزش افزوده ایجاد می‌کند. در رویکرد منفعل، مدیر انعطاف‌پذیری کمتری دارد و سعی می‌کند بر مبنای مجموعه ضوابط از پیش تعیین شده عمل کند. یکی از رایج‌ترین ضوابط در مدیریت غیرفعال صندوق‌های سرمایه‌گذاری این است که صندوق باید با سرمایه‌گذاری در برخی سهم‌های یک شاخص از بازار به‌طور نسبی به اندازه آن شاخص بازدهی داشته باشد (فلاح‌پور و تندنویس، ۱۳۹۴). صندوق‌های شاخصی، از استراتژی منفعل در سرمایه‌گذاری بهره می‌گیرند. مدیران این صندوق‌ها قادرند با صرف هزینه کمتر، بازدهی‌ای معادل بازدهی شاخص عاید سرمایه‌گذاران کنند.

بر خلاف مدیریت فعال صندوق‌های سرمایه‌گذاری که با استفاده از رویکردهای مختلفی به انتخاب سهام می‌پردازند، ردیابی شاخص رویکرد منفعلانه‌ای برای انتخاب پرتفوی محسوب می‌شود که به دنبال کسب بازدهی مشابه بازدهی شاخص است. از آنجا که پرتفوی‌های شاخصی هزینه کمتر و تنوع بهتری نسبت به گزینه‌های با مدیریت فعال پرتفوی دارند، استراتژی سرمایه‌گذاری منفعل در کانون توجه مدیران سرمایه‌گذاری قرار گرفته است. در ایالات متحده، نخستین صندوق شاخصی در سال ۱۹۷۶ توسط گروه ونگارد معرفی شد. برخی محققان نشان دادند که سرمایه‌گذاری منفعل در سال‌های اخیر رشد شایان توجهی داشته است (کرمرز، فریرا، ماتس و استارکس، ۲۰۱۶). با توجه به رشد چشمگیر صندوق‌های شاخصی و تمایل سرمایه‌گذاران به کسب بازدهی متناسب با بازار با هزینه پایین‌تر، پرداختن به موضوع ردیابی شاخص، اهمیت فراوانی دارد.

پایه نظری ردیابی شاخص، مبتنی بر نظریه کارایی بازار است. آسان‌ترین راه برای ردیابی شاخص این است که تمام اوراق بهادار مربوط به آن شاخص را با وزن متناسب در شاخص خریداری و نگهداری کرد. در این روش که با نام تکثیر کامل^۱ شناخته می‌شود، عملکرد پرتفوی به‌طور دقیق مشابه با عملکرد شاخص خواهد بود. در این میان باید به این نکته توجه داشت که تعدیل شاخص به دفعات زیادی رخ می‌دهد و در تکثیر کامل، هزینه‌های معاملاتی بسیار بالایی را به مدیر پرتفوی تحمیل می‌کند، به‌ویژه زمانی که تعداد سهام موجود در شاخص مد نظر زیاد

1. Full replication

باشد. بنابراین برای مدیر پرتفوی مطلوب‌تر است که با تعداد کمتری سهام به بازده مشابه با بازدهی شاخص دست یابد. با کاهش تعداد سهام پرتفوی ردیاب، عملکرد پرتفوی از عملکرد شاخص فاصله خواهد گرفت؛ میزان این فاصله با معیار خطای ردیابی^۱ اندازه‌گیری می‌شود. هرچه مقدار این معیار کمتر باشد، عملکرد پرتفوی ردیاب بهتر است. به همین منظور مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی برای کمینه‌کردن خطای ردیابی مورد انتظار به کار گرفته می‌شود. بنابراین می‌توان از مدل میانگین - واریانس مارکویتز یا مدل‌های عاملی نیز استفاده کرد (سانتانا، فیلومنا و کالدیرا، ۲۰۱۶).

هدف از این پژوهش بررسی و مقایسه عملکرد روش‌های هم‌انباشتگی^۲ و همبستگی^۳ به منظور تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص و همچنین شاخص بهبود یافته است. نتایج این پژوهش به سرمایه‌گذاران و مدیران سبد در اتخاذ تصمیمات سرمایه‌گذاری منفعلانه و تشکیل پرتفوی مبتنی بر شاخص یاری می‌کند. در ادامه مقاله پیشینه پژوهش مرور شده است. بخش بعد به روش‌شناسی پژوهش اختصاص دارد. پس از آشنایی با روش پژوهش، یافته‌های پژوهش بیان می‌شود. در پایان نیز به ارائه نتیجه‌گیری و پیشنهادها پرداخته خواهد شد.

پیشینه نظری پژوهش

در سال ۱۹۸۱، فردی به نام گرنجر مسئله هم‌انباشتگی را معرفی کرد و پس از آن در سال ۱۹۸۷ با همکاری انگل آن را بسط داد. هم‌انباشتگی اشاره می‌کند که ترکیب خطی دو یا چند سری زمانی نامانا، می‌تواند مانا^۴ باشد؛ در این صورت گفته می‌شود که آن سری‌ها، هم‌انباشته هستند. ویژگی هم‌انباشتگی این است که در آن دو یا چند سری زمانی، روند مشابهی را به اشتراک می‌گذارند. لوکاس (۱۹۹۷) و الکساندر (۱۹۹۹) از هم‌انباشتگی به منظور انتخاب سهام استفاده کردند. لوکاس چارچوبی برای مدیریت ریسک نامطلوب با پیوستگی زمانی مطرح کرد و نشان داد استفاده از این روش استراتژیکی در انتخاب سهام، نتایج بسیار مطلوبی را در بلندمدت رقم می‌زند. در مقایسه با مدل‌های سنتی بهینه‌سازی پرتفوی می‌توان به پژوهش رول (۱۹۹۲) اشاره کرد که با استفاده از رویکرد همبستگی، به رابطه بلندمدتی بین شاخص و پرتفوی دست یافت. از ویژگی‌های مهم رویکرد هم‌انباشتگی می‌توان به مواردی مانند؛ خاصیت بازگشت به میانگین^۵ خطای ردیابی، افزایش ثبات وزن‌ها و استفاده بهتر از اطلاعات اشاره کرد. این ویژگی‌ها امکان

1. Tracking error (TE)
 2. Cointegration
 3. Correlation
 4. Stationary
 5. Mean reversion

طراحی استراتژی‌های منعطف را به منظور ردیابی شاخص و ردیابی شاخص بهبودیافته^۱، فراهم می‌کنند. مطالعات گسترده‌ای در رابطه با هم‌انباشتگی و همبستگی صورت گرفته است که از جمله آن می‌توان به پژوهش‌های الکساندر و دیمیترو (۲۰۰۵ الف و ب) اشاره کرد. این مطالعات نشان می‌دهند که پرتفوی‌های مبتنی بر هم‌انباشتگی در مقایسه با روش‌های سنتی، خطای ردیابی کمتری داشته و پرتفوی ردیاب شاخص به روش هم‌انباشتگی در بازه‌های بزرگ‌تر خارج از نمونه، پایداری بیشتری نسبت به پرتفوی ردیاب شاخص به روش همبستگی دارد. گروبیس (۲۰۱۰) در تحقیق خود روش‌های هم‌انباشتگی و همبستگی را با استفاده از خطای ردیابی و نسبت‌های شارپ و ترینر مقایسه کرد و نتیجه گرفت که استفاده از هم‌انباشتگی در مقایسه با همبستگی برای ردیابی شاخص به نتایج بهتری می‌انجامد. در پژوهش دیگری سانتانا و همکارانش (۲۰۱۶) ردیابی شاخص را به روش هم‌انباشتگی و همبستگی روی شاخص S&P100 و Ibovespa بررسی کردند و نشان دادند هرچه دوره زمانی خارج از نمونه کوچک‌تر باشد، خطای ردیابی بیشتر می‌شود.

بر اساس بررسی‌های صورت گرفته، تا به حال پژوهشی در ایران به بررسی کاربرد رویکرد هم‌انباشتگی و همبستگی و مقایسه آنها در ردیابی شاخص نپرداخته است.

هم‌انباشتگی

متغیر تصادفی نامانای X_t انباشته^۲ از مرتبه^۱ به صورت $X_t \sim I(1)$ است، اگر اختلاف اول سری‌های زمانی مربوطه، مانا باشد $(I(0))$. اغلب سری‌های زمانی قیمت سهام نامانا هستند. فرض کنید $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Kt}$ رشته‌ای از سری‌های زمانی نامانا است، اگر ضرایب حقیقی و غیرصفر $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K +$ موجود باشد، به طوری که سری زیر مانا باشد، گفته می‌شود که $X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Kt}$ هم‌انباشته هستند.

$$Y_t = \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_K X_{Kt} \quad \text{رابطه ۱}$$

به بیانی، فرض کنید X_t نامانا باشد و بردار هم‌انباشتگی (غیرصفر) به نام β وجود داشته باشد، به طوری که $\beta'X \sim I(0)$ ، آنگاه X_t هم‌انباشته است؛ در نتیجه ترکیب خطی سری‌های قیمتی هم‌انباشته، مانا بوده و دارای ویژگی بازگشت به میانگین است. با استفاده از رگرسیون موجود در رابطه ۱ می‌توان ضرایب هم‌انباشتگی مرتبط با تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص را تخمین زد.

1. Enhanced Index Tracking (EIT)
2. Integrated

پیشینه تجربی

روش‌های موجود برای ردیابی شاخص به سه دسته متفاوت طبقه‌بندی می‌شود. یکی از این روش‌ها که در متون موضوعی ردیابی شاخص در کانون توجه قرار گرفته، کمینه‌کردن واریانس خطای ردیابی با استفاده از مدل بهینه‌سازی درجه دوم است (جیسن و ون‌دیک، ۲۰۰۲ و مید و سالکین، ۱۹۹۰). اختلاف بین بازده شاخص و بازده پرتفوی که به‌عنوان خطای ردیابی شناخته می‌شود، یکی از معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی ردیاب شاخص است. مید و سالکین (۱۹۹۰) چهار رویکرد متفاوت را بر اساس دو مشخصه طبقه‌بندی دارایی‌ها و نحوه وزن‌دهی به آنها، معرفی کردند. گایورنسکی، کریلو و وندر ویجست (۲۰۰۵) معیارهای دیگری را برای خطای ردیابی مطرح کردند و بر اساس این معیارها به بررسی برخی مدل‌ها پرداختند. برخی پژوهشگران نیز به بررسی محاسبات پیچیده در مدل برنامه‌ریزی درجه دوم پرداختند و با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری، به جواب‌های نزدیک به بهینه دست یافتند (بیزلی، مید و چانگ، ۲۰۰۴). متعادل‌سازی پرتفوی و هزینه‌های معاملاتی نیز با استفاده از روش‌های ابتکاری در مقاله‌ای دیگر بررسی شده است (گیلی و کلزی، ۲۰۰۲). رودلف، والتر و زیمرمن (۱۹۹۹) به معرفی معیارهای خطی برای اندازه‌گیری خطای ردیابی پرداختند و با استفاده از برنامه‌ریزی خطی مقدار خطای ردیابی را کمینه کردند.

مجموعه دومی که در روش‌های ردیابی شاخص مطرح می‌شود، استفاده از رویکرد میانگین - واریانس مارکویتز است. رول (۱۹۹۲) در پژوهشی به کمینه‌سازی خطای ردیابی با استفاده از رویکرد میانگین - واریانس پرداخت و راودر (۱۹۹۸) نیز هزینه‌های معاملاتی را به این مدل افزود. در پژوهش دیگری، ادیریسینگ (۲۰۱۳) پس از بهینه‌سازی به این نتیجه رسید که پرتفوی ردیاب شاخص نسبت به پرتفوی میانگین - واریانس، دارای بتا و انحراف معیار بالاتر و در عین حال متنوع‌سازی بیشتری است.

سومین گروه روش‌های ردیابی شاخص، استفاده از مدل‌های عاملی برای ایجاد تطابق بین مشخصه‌های پرتفوی ردیاب و شاخص است. رود (۱۹۸۰) در پژوهش خود مدلی ارائه کرد که به تشکیل پرتفویی با ضریب بتای یک و حداقل واریانس پسماند منجر شد. اردوگان، گولدفارب و اینگار (۲۰۰۴) با در نظر گرفتن چندین عامل و هزینه‌های معاملاتی به بهینه‌سازی شاخص شارپ پرداختند. این پژوهشگران به‌منظور برآورد دقیق‌تری از بازده دارایی‌ها از مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای استفاده کردند. جنگ، لی و ژانگ (۲۰۱۳) با استفاده از مدل چندعاملی و روش وزن‌دهی ادهاک^۱، نسبت اطلاعات بالاتر و خطای ردیابی کمتر ایجاد کردند. ادورتی،

ساوین و تیواری (۲۰۱۷) با تجمیع اطلاعات چندین مدل عاملی، به خطای ردیابی و هزینه معاملاتی کمتر دست یافتند.

در پژوهش‌های داخلی می‌توان به مقاله فلاح‌پور و تندنویس (۱۳۹۴) اشاره کرد که با بررسی شاخص ۵۰ شرکت فعال تر بورس، کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار را در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص بررسی کردند و نشان دادند در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها با استفاده از رویکرد بهینه‌سازی استوار، عملکرد مدل را بهبود می‌بخشد. در تحقیق دیگری، سبزواری، سجادی و سجادی (۱۳۹۴) به بررسی ردیابی شاخص با استفاده از الگوریتم کرم شب‌تاب پرداختند و نشان دادند این الگوریتم فراابتکاری، کارایی مناسبی در ردیابی شاخص دارد.

روش‌شناسی پژوهش

مشهورترین روش برای آزمون هم‌انباشتگی را انگل و گرنجر (۱۹۸۷) و انگل و یو (۱۹۸۷) معرفی کردند که شامل دو مرحله است؛ در مرحله اول یک رابطه تعادلی بلندمدت برآورد شده و در مرحله دوم، با به‌کارگیری پسماندهای معوق^۱، رابطه پویایی برای تصحیح خطا برآورد می‌شود. طبق مطالعات الکساندر و دیمیترو (۲۰۰۵ الف) و بر اساس ردیابی شاخص به روش هم‌انباشتگی، رابطه لگاریتمی زیر تعریف می‌شود:

$$\log(I_t) = \beta_0 + \sum_{i=1}^K \beta_i \log(p_{i,t}) + \varepsilon_t \quad \text{رابطه ۲}$$

در رابطه ۲، I_t و $p_{i,t}$ به ترتیب مقدار شاخص و قیمت سهم نام در زمان t است. با نرمال کردن ضرایب β_i (به طوری که مجموع آنها برابر با ۱ شود)، وزن هر سهم از پرتفوی محاسبه می‌شود:

$$w_i = \frac{\beta_i}{\sum_{i=1}^K \beta_i} \quad \text{رابطه ۳}$$

در مرحله دوم روش انگل و گرنجر، به بررسی ریشه واحد پسماند (ε_t) در رگرسیون تعریف شده در رابطه ۲ پرداخته می‌شود. با توجه به آنچه بیان شد و این مفهوم که لگاریتم شاخص و قیمت هر دو فرایند تصادفی نامانا هستند، اگر بتوان با استفاده از β رابطه هم‌انباشتگی را برقرار کرد، پسماندها فرایند مانایی خواهند داشت. به این ترتیب تابع زیان به صورت زیر تعریف می‌شود:

1. Lagged residuals

$$L(\varepsilon_t) = \frac{\hat{\rho} - 1}{se(\hat{\rho})} \quad \text{رابطه ۴}$$

ρ ، ضریب رگرسیون در رابطه کمکی برازش مانده‌ها است که در رابطه ۵ مشاهده می‌شود.

$$\varepsilon_t = \alpha + \rho\varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^d \gamma_i \Delta \varepsilon_{t-1} + v_t \quad \text{رابطه ۵}$$

در این روابط d و $se(\hat{\rho})$ به ترتیب خطای استاندارد و گام تعویق^۱ است. به طور عمده، مؤلفه ثابت α ، کارایی تخمین را بهبود می‌بخشد. آزمون فرض به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} H_0 : \rho = 1 \\ H_1 : \rho \neq 1 \end{cases} \quad \text{رابطه ۶}$$

در آزمون دیکی فولر^۲ (رابطه ۶)، تأیید فرض صفر نشان‌دهنده وجود ریشه واحد است. طبق فرض صفر که مبنی بر عدم وجود هم‌انباشتگی است، پسماندهای تخمین زده شده نامانا هستند؛ زیرا سری زمانی شاخص و قیمت، نامانا بوده و کل پارامترها در درازمدت دارای مقدار صفر می‌شوند. هرچه آماره آزمون ADF کمتر باشد، به معنای قوی‌تر بودن مانایی پسماندهاست که در این صورت رابطه برابری قوی‌تری بین شاخص و مجموعه سهم‌های انتخاب شده برقرار می‌شود. هدف این است که بردار β را به گونه‌ای تنظیم کنیم تا $L(\varepsilon_t)$ کمینه شود. ردیابی شاخص با استفاده از روش همبستگی با کمینه کردن واریانس خطای ردیابی تحقق می‌یابد (رول، ۱۹۹۲). خطای ردیابی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$TE_t = \sum_{i=1}^N w_i r_{it} - R_t \quad \text{رابطه ۷}$$

در رابطه ۷، w_i وزن هر سهم موجود در پرتفوی ردیاب شاخص و r_{it} و R_t به ترتیب بازده سهم و بازده شاخص در زمان t است. بدیهی است که هرچه عملکرد پرتفوی و شاخص به هم نزدیک‌تر باشد، اندازه خطای ردیابی و انحراف معیار خطای ردیابی کوچک‌تر است. واریانس خطای ردیابی به کمک رابطه ۸ به دست می‌آید.

$$\sigma_{TE}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^N w_i r_{it} - R_t \right]^2 \quad \text{رابطه ۸}$$

1. Lag-order
2. Augmented Dickey Fuller (ADF)

ساختار و مدل بررسی شده در پژوهش

رویکرد هم‌انباشتگی

گام نخست برای بررسی هم‌انباشتگی، اجرای آزمون ADF روی سری زمانی قیمت سهام و شاخص است (در این پژوهش لگاریتم طبیعی قیمت‌های روزانه در نظر گرفته شده است). اگر نتیجه آزمون نشان دهد که سری زمانی قیمت یک سهم نامانا نیست، آن سهم باید از نمونه حذف شود. متعاقب آن، با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی^۱ برای هر درون‌نمونه، رابطه^۲ تخمین زده می‌شود که در آن سری زمانی قیمت شاخص و سهام، به ترتیب به‌عنوان متغیر وابسته و مستقل در نظر گرفته خواهد شد. برای تخمین هر رگرسیون، ۱۱ سهم به‌طور تصادفی برای تشکیل پرتفوی انتخاب می‌شود، سپس آزمون ADF روی پسماندهای موجود در رابطه^۵ به اجرا درمی‌آید. اگر نتیجه آزمون مبنی بر مانایی پسماندها باشد، می‌توان نتیجه گرفت که شاخص و سری قیمت سهام‌های انتخاب شده هم‌انباشته‌اند و پرتفوی مدنظر می‌تواند به‌عنوان نماینده‌ای برای درون‌نمونه پذیرفته شود. واضح است اگر پسماندها نامانا باشند، پرتفوی مدنظر رد می‌شود. همان‌طور که بیان شد، در این پژوهش انتخاب سهام برای تخمین هر برازش تصادفی است. در این مدل، برای انتخاب هر پرتفوی ۱۳۰/۰۰۰ رگرسیون برآورد شده و در هر رگرسیون ترکیبی از ۱۱ سهم برای تخمین در نظر گرفته شده است. برای هر رگرسیون رابطه‌های ۲ و ۵ تخمین زده می‌شوند. اگر شرایط هم‌انباشتگی برقرار باشد، پرتفوی مدنظر به‌عنوان نماینده نگهداری می‌شود. بنابراین، از میان ۱۳۰/۰۰۰ رگرسیون، پرتفوی‌هایی را که شرایط هم‌انباشتگی دارند، نگهداری می‌کنیم و در نهایت از این بین، پرتفوی را انتخاب می‌کنیم که دارای کمترین مجموع مربعات خطای پیش‌بینی^۲ باشد.

رویکرد همبستگی

در این رویکرد، در هر بازه درون‌نمونه از میان کل سهام، ۱۱ سهمی که بازده آنها همبستگی بیشتری با بازده شاخص دارند، انتخاب می‌شوند. سپس طبق پژوهش سانتانا، فیلومنا، گودس و بورنشتاین (۲۰۱۶)، شرط بیان شده برای محاسبه وزن‌های سهام، یعنی کمینه شدن واریانس خطای ردیابی (رابطه^۸) برقرار شده و وزن‌های سهام پرتفوی به‌دست می‌آید. در این پژوهش، در هر دو رویکرد (هم‌انباشتگی و همبستگی) مجموع وزن سهام پرتفوی برابر با ۱ بوده و موقعیت خرید و فروش استقرایی سهم مجاز است.

1. Ordinary Least Squares (OLS)
2. Sum of the Squared Errors (SSE)

رویکرد ردیابی شاخص بهبودیافته

بر اساس پژوهش الکساندر و دیمیترو (۲۰۰۵ الف)، ردیابی شاخص بهبودیافته بدین مفهوم است که به بازده سالانه شاخص اصلی، مقدار بازده اضافه‌ای، افزوده شده (این مقدار اضافه سالانه به‌طور مساوی بین بازده روزانه شاخص توزیع می‌شود)؛ سپس به‌منظور ردیابی، شاخص جدید به‌جای شاخص اصلی در محاسبات وارد می‌شود. در این پژوهش مقدار بازده اضافه سالانه ۵، ۱۰ و ۱۵ درصد در نظر گرفته شده است. در این رویکرد تمام مراحل تشکیل پرتفوی مانند قبل است. با این تفاوت که شاخص بهبودیافته در محاسبات درون‌نمونه، جایگزین شاخص اصلی شده است. هدف از ردیابی شاخص بهبودیافته رسیدن به بازدهی بیشتر از بازدهی شاخص اصلی است.

در این پژوهش شاخص مد نظر، شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران است. بازه زمانی این تحقیق از تاریخ ۱۳۸۹/۱/۷ تا ۱۳۹۵/۹/۳۰ در نظر گرفته شده است. جامعه تحقیق را کلیه سهام پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران شکل داده و برای انتخاب نمونه از اطلاعات قیمت روزانه شرکت‌هایی استفاده شده است که دست کم در ۷۵ درصد از روزهای معاملاتی، دارای داده قیمت بوده‌اند؛ دلیل اعمال شرط یاد شده آن است که اگر تعداد روزهای بدون داده در سهام تشکیل‌دهنده پرتفوی ردیاب شاخص زیاد باشد، دقت ردیابی کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، معمولاً شرکت‌هایی که نماد آنها در روزهای زیادی از سال بسته و بدون داده است، در تعیین روند شاخص نقش خاصی ایفا نمی‌کنند. مزیت دیگر اعمال شرط فوق این است که با بررسی تعداد کمتری از شرکت‌ها می‌توان شاخص را ردیابی کرد. در تمام مراحل پژوهش، با وجود محدودیت اعمال شده برای بررسی شرکت‌ها، اطلاعات شاخص کل بورس بدون اعمال هیچ‌گونه تغییر و محدودیت، در محاسبات وارد شده است.

محدوده زمانی برای بررسی درون‌نمونه‌ای ۱ سال و ۲ سال بوده و برای برون‌نمونه، ۱ ماه، ۲ ماه، ۳ ماه و ۶ ماه در نظر گرفته شده است. برای مثال، اگر بخواهیم پرتفوی ردیاب شاخص را، برای درون‌نمونه ۱ ساله (۱۳۹۰) و برون‌نمونه ۱ ماهه بررسی کنیم؛ ابتدا با استفاده از داده‌های فروردین تا اسفند سال ۹۰ پرتفوی را تشکیل می‌دهیم، سپس عملکرد آن را در فروردین سال ۹۱ بررسی می‌کنیم، متعاقب آن با استفاده از داده‌های اردیبهشت سال ۹۰ تا فروردین سال ۹۱، پرتفوی را دوباره تشکیل می‌دهیم و عملکرد آن را در اردیبهشت سال ۹۱ مشاهده می‌کنیم و این روند تا انتهای بازه زمانی مد نظر ادامه می‌یابد.

هدف از این پژوهش بررسی و مقایسه عملکرد روش‌های هم‌انباشتگی و همبستگی به‌منظور تشکیل پرتفوی ردیاب شاخص و همچنین شاخص بهبودیافته است. بنابراین سؤال‌های پژوهش به‌شرح زیر بیان می‌شوند:

- آیا عملکرد مدل هم‌انباشتگی در ردیابی شاخص، بهتر از مدل همبستگی است؟

- آیا عملکرد مدل هم‌انباشتگی در ردیابی شاخص بهبودیافته، بهتر از ردیابی شاخص است؟

معیارهای به کار رفته برای سنجش

در این پژوهش برای بررسی عملکرد استراتژی انتخاب پرتفوی، از میانگین بازده روزانه، انحراف معیار بازده روزانه و انحراف معیار بازده سالانه ($\sqrt{250}\sigma_{daily}$)، همبستگی روزانه و ماهانه، بتا، چولگی، کشیدگی، خطای ردیابی و انحراف معیار آن استفاده شده است. برای بررسی عملکرد پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته، نسبت اطلاعاتی و نسبت شارپ تعدیل شده نیز محاسبه شده است. نسبت شارپ تعدیل شده از تقسیم اختلاف بازده کل دوره پرتفوی و شاخص (خطای ردیابی کل)، به انحراف معیار بازده روزانه پرتفوی در کل بازه زمانی مورد بررسی (ابتدای ۹۱ تا آذر ۹۵)، به دست می‌آید. نسبت اطلاعاتی نیز طبق رابطه ۹، از تقسیم میانگین اختلاف بازده روزانه پرتفوی و شاخص (میانگین روزانه خطای ردیابی)، به انحراف معیار خطای ردیابی روزانه، محاسبه می‌شود:

$$IR = \frac{\bar{r}_p - \bar{r}_m}{\sigma_{r_p - r_m}} \quad \text{رابطه ۹}$$

یافته‌های پژوهش

برای سهولت، پرتفوی‌ها را بدین صورت نام‌گذاری می‌کنیم؛ ۱سال. ۱ماه (بازه زمانی درون نمونه ۱سال و برون نمونه ۱ماه)، ۱سال. ۲ماه (درون نمونه ۱سال و برون نمونه ۲ماه)، و به همین ترتیب. جدول‌های ۱ و ۲ مقدار سالانه خطای ردیابی را برای هر پرتفوی به ترتیب با استفاده از روش هم‌انباشتگی و همبستگی، نشان می‌دهد. همان‌طور که گفته شد، این مقدار برابر است با اختلاف بین بازده سالانه پرتفوی و شاخص. با توجه به جدول ۱، می‌توان دریافت که در تمام پرتفوی‌ها (به جز ۱ماه برون نمونه)، میانگین خطای ردیابی در بازه درون نمونه‌ای دوساله کمتر از بازه یک‌ساله است؛ به بیان دیگر با افزایش بازه درون نمونه، خطای ردیابی کاهش یافته و عملکرد مدل هم‌انباشتگی بهبود می‌یابد. از سوی دیگر، نتایج مندرج در جدول ۲ نشان می‌دهد در روش همبستگی، برخلاف روش هم‌انباشتگی با افزایش بازه درون نمونه‌ای، کارایی مدل کاهش می‌یابد و با افزایش دوره برون نمونه در پرتفوی‌های یک‌سال درون نمونه، میانگین خطای ردیابی افزایش می‌یابد. همچنین از مقایسه جدول‌های ۱ و ۲ می‌توان نتیجه گرفت که میانگین سالانه خطای ردیابی در روش هم‌انباشتگی کمتر از روش همبستگی است که گویای کارایی بهتر روش هم‌انباشتگی است.

جدول ۱. خطای ردیابی پرتفوی‌ها بدروش هم‌انباشگی

اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه			
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۱	% -۲۶/۷۶	% -۱۱/۷۷	% -۲۷/۴۵	% -۱۷/۶۷	% -۳۰/۵۳	% -۱۴/۰۶	% -۴/۳۸	% -۶/۳۸	% -۲۹/۰۴	% -۱۷/۹۰	% -۱۵/۴۶	% -۱۷/۷۷	% -۱۵/۴۶	% -۱۷/۹۰	% -۲۶/۷۶	% -۱۱/۷۷	% -۲۷/۴۵	% -۱۷/۶۷	% -۳۰/۵۳	% -۱۴/۰۶	% -۴/۳۸	% -۶/۳۸	% -۲۹/۰۴
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۲	% ۲۶/۴۶	% -۶/۶۰	% ۵/۲۰	% -۱۸/۶۷	% ۴/۴۳	% -۴/۶۵	% ۹/۶۹	% ۹/۶۹	% ۵/۳۰	% -۱۳/۱۰	% -۱۵/۷۸	% -۶/۶۰	% -۱۵/۷۸	% -۱۳/۱۰	% ۲۶/۴۶	% -۶/۶۰	% ۵/۲۰	% -۱۸/۶۷	% ۴/۴۳	% -۴/۶۵	% ۹/۶۹	% ۹/۶۹	% ۵/۳۰
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۳	% -۴/۹۵	% ۲/۷۹	% ۳/۳۷	% -۳/۲۵	% ۵/۴۵	% ۹/۹۱	% ۷/۳۳	% ۷/۳۳	% ۵/۵۴	% -۲۷/۹۵	% ۱۱/۳۷	% ۵/۲۰	% ۱۱/۳۷	% -۲۷/۹۵	% -۴/۹۵	% ۲/۷۹	% ۳/۳۷	% -۳/۲۵	% ۵/۴۵	% ۹/۹۱	% ۷/۳۳	% ۷/۳۳	% ۵/۵۴
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۴	% -۱۰/۲۰	% -۰/۹۱	% ۶/۳۱	% -۴/۶۶	% -۶/۱۹	% ۱/۳۴	% ۳/۷۶	% ۳/۷۶	% -۴/۵۵	% -۲۶/۱۳	% ۷/۳۸	% -۰/۲۰	% ۷/۳۸	% -۲۶/۱۳	% -۱۰/۲۰	% -۰/۹۱	% ۶/۳۱	% -۴/۶۶	% -۶/۱۹	% ۱/۳۴	% ۳/۷۶	% ۳/۷۶	% -۴/۵۵
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۵	% ۶/۴۲	% -۰/۵۳	% -۰/۰۹	% -۰/۲۷	% ۲/۱۳	% ۲/۳۷	% -۶/۶۶	% -۶/۶۶	% ۱/۴۹۴	% -۱۷/۰۲	% -۱۷/۵۸	% ۱۱/۳۷	% -۱۷/۵۸	% -۱۷/۰۲	% ۶/۴۲	% -۰/۵۳	% -۰/۰۹	% -۰/۲۷	% ۲/۱۳	% ۲/۳۷	% -۶/۶۶	% -۶/۶۶	% ۱/۴۹۴
جمع کل	% -۹/۱۳	% -۱۷/۰۲	% -۱۴/۶۷	% -۴۲/۵۱	% -۲۴/۷۰	% -۵/۰۹	% ۲/۷۳	% ۲/۷۳	% -۷/۸۲	% -۱۷/۰۲	% -۱۷/۵۸	% ۱۱/۳۷	% -۱۷/۵۸	% -۱۷/۰۲	% -۹/۱۳	% -۱۷/۰۲	% -۱۴/۶۷	% -۴۲/۵۱	% -۲۴/۷۰	% -۵/۰۹	% ۲/۷۳	% ۲/۷۳	% -۷/۸۲
میانگین سالانه	% -۱/۸۳	% -۳/۴۰	% -۲/۹۳	% -۸/۹۰	% -۴/۹۴	% -۱/۰۲	% ۰/۵۵	% ۰/۵۵	% -۱/۵۶	% -۱۷/۰۲	% -۱۷/۵۸	% ۱۱/۳۷	% -۱۷/۵۸	% -۱۷/۰۲	% -۱/۸۳	% -۳/۴۰	% -۲/۹۳	% -۸/۹۰	% -۴/۹۴	% -۱/۰۲	% ۰/۵۵	% ۰/۵۵	% -۱/۵۶

جدول ۲. خطای ردیابی پرتفوی‌ها بدروش همبستگی

اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	اسال. ۱ماه	اسال. ۲ماه	اسال. ۳ماه	
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۱	% -۱۵/۴۶	% -۱۵/۷۸	% -۱۸/۳۰	% -۲۱/۳۱	% -۱۱/۷۵	% -۱۳/۱۰	% -۸/۹۵	% -۱۷/۹۰	% -۱۷/۹۰	% -۱۵/۴۶	% -۱۵/۷۸	% -۱۸/۳۰	% -۲۱/۳۱	% -۱۱/۷۵	% -۱۳/۱۰	% -۸/۹۵	% -۱۷/۹۰	% -۱۷/۹۰	% -۱۵/۴۶	% -۱۵/۷۸	% -۱۸/۳۰
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۲	% -۱۷/۷۷	% -۱۷/۵۸	% -۲۵/۰۴	% -۲۵/۹۷	% -۲۶/۱۳	% -۲۷/۹۵	% -۱۸/۸۷	% -۲۰/۴۹	% -۲۰/۴۹	% -۱۷/۷۷	% -۱۷/۵۸	% -۲۵/۰۴	% -۲۵/۹۷	% -۲۶/۱۳	% -۲۷/۹۵	% -۱۸/۸۷	% -۲۰/۴۹	% -۲۰/۴۹	% -۱۷/۷۷	% -۱۷/۵۸	% -۲۵/۰۴
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۳	% ۱۵/۳۰	% ۱۱/۳۷	% ۸/۷۹	% ۵/۲۶	% -۲/۱۱	% -۲/۱۴	% -۱/۰۷	% -۱/۰۷	% -۱/۴۲	% ۱۵/۳۰	% ۱۱/۳۷	% ۸/۷۹	% ۵/۲۶	% -۲/۱۱	% -۲/۱۴	% -۱/۰۷	% -۱/۰۷	% -۱/۰۷	% ۱۵/۳۰	% ۱۱/۳۷	% ۸/۷۹
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۴	% ۱۰/۵۱	% ۸/۶۹	% ۱۱/۵۸	% ۷/۳۸	% -۶/۲۰	% -۱/۹۳	% ۰/۷۵	% ۰/۷۵	% ۵/۷۴	% ۱۰/۵۱	% ۸/۶۹	% ۱۱/۵۸	% ۷/۳۸	% -۶/۲۰	% -۱/۹۳	% ۰/۷۵	% ۰/۷۵	% ۰/۷۵	% ۱۰/۵۱	% ۸/۶۹	% ۱۱/۵۸
مجموع خطای ردیابی سال ۱۳۹۵	% -۳/۸۰	% -۳/۳۷	% -۲/۶۸	% -۳۳/۱۵	% -۳۶/۴۴	% -۳۸/۰۸	% -۴/۱۴	% -۴/۱۴	% -۳۶/۴۴	% -۳/۸۰	% -۳/۳۷	% -۲/۶۸	% -۳۳/۱۵	% -۳۶/۴۴	% -۳۸/۰۸	% -۴/۱۴	% -۴/۱۴	% -۴/۱۴	% -۳/۸۰	% -۳/۳۷	% -۲/۶۸
جمع کل	% -۱۱/۲۴	% -۱۶/۶۷	% -۲۵/۶۸	% -۳۳/۱۵	% -۳۶/۴۴	% -۳۸/۰۸	% -۴/۱۴	% -۴/۱۴	% -۳۶/۴۴	% -۱۱/۲۴	% -۱۶/۶۷	% -۲۵/۶۸	% -۳۳/۱۵	% -۳۶/۴۴	% -۳۸/۰۸	% -۴/۱۴	% -۴/۱۴	% -۴/۱۴	% -۱۱/۲۴	% -۱۶/۶۷	% -۲۵/۶۸
میانگین سالانه	% -۲/۲۴	% -۲/۳۳	% -۵/۱۴	% -۶/۹۷	% -۷/۲۸	% -۷/۶۲	% -۶/۱۵	% -۶/۱۵	% -۷/۲۵	% -۲/۲۴	% -۲/۳۳	% -۵/۱۴	% -۶/۹۷	% -۷/۲۸	% -۷/۶۲	% -۶/۱۵	% -۶/۱۵	% -۶/۱۵	% -۲/۲۴	% -۲/۳۳	% -۵/۱۴

جدول ۳. معیارهای ارزیابی بر تئوی‌ها با درون‌مجموعه یک سال

روش همبستگی			روش هم‌انباشتگی			روش هم‌انباشتگی			شاخص	
۱سال، ۱ماه	۱سال، ۲ماه	۱سال، ۳ماه	۱سال، ۱ماه	۱سال، ۲ماه	۱سال، ۳ماه	۱سال، ۱ماه	۱سال، ۲ماه	۱سال، ۳ماه	شاخص	
٪۰/۰۶۶	٪۰/۰۷۵	٪۰/۰۸۴	٪۰/۰۶۸	٪۰/۰۱۰۵	٪۰/۰۹۴	٪۰/۰۱۰۳	٪۰/۰۹۸	٪۰/۰۹۸	میانگین بازده روزانه	
٪۷/۱۵۴	٪۵۵/۷۹	٪۹۳/۷۴	٪۴۳/۹۱	٪۱۰۶/۹۰	٪۹۸/۳۴	٪۱۰۸/۳۴	٪۱۱۱/۳۷	٪۱۱۱/۳۷	بازده کل	
٪۱/۰۳	٪۱/۰۶	٪۱/۰۹	٪۱/۰۳	٪۱/۰۱	٪۱/۰۶	٪۱/۱۳	٪۱/۱۳	٪۱/۱۳	بوسان‌های روزانه بازده	
٪۱۶/۳۵	٪۱۶/۷۸	٪۱۷/۲۳	٪۱۶/۳۸	٪۱۵/۹۰	٪۱۶/۷۸	٪۱۷/۸۸	٪۱۷/۱۹	٪۱۷/۱۹	بوسان‌های روزانه بازده	
٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۱	٪-۰/۰۵	٪-۰/۰۱	٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۱	٪-۰/۰۱	٪-۰/۰۱	میانگین روزانه خطای ردیابی	
٪۰/۶۱	٪۰/۶۲	٪۰/۶۵	٪۰/۷۲	٪۰/۶۸	٪۰/۷۱	٪۰/۸۲	٪۰/۸۲	٪۰/۸۲	انحراف معیار روزانه خطای ردیابی	
٪۴۰/	٪۵۰/۱	٪۳۷/۴	٪۷۰/۹	٪۳۰/	٪۳۱/	٪۱۹/۳۳	٪۲۵/۸	٪۲۵/۸	چربایی	
۱/۳۰-	۱/۳۷۸	۰/۹۳۴	۱/۱۹۴	۰/۷۰۹	۱/۴۸۳	۱/۹۳۳	۰/۲۵۸	۰/۲۵۸	کسب‌دهی	
۰/۸۰۷	۰/۸۱۳	۰/۸۰۸	۰/۸۱۳	۰/۷۲۳	۰/۷۳۶	۰/۶۸۴	۰/۶۸۴	۰/۶۸۴	همبستگی روزانه بازده بر تئوی و شاخص	
۰/۸۸۳	۰/۸۸۳	۰/۸۷۰	۰/۸۶۸	۰/۸۹۲	۰/۹۱۰	۰/۹۰۳	۰/۹۰۳	۰/۹۰۳	همبستگی ماهانه بازده بر تئوی و شاخص	
۱/۰۶	۱/۱۲	۱/۱۳	۱/۱۵	۰/۹۴	۰/۹۸	۱/۰۵	۱/۰۳	۱/۰۳	بنا	

روش همبستگی			روش هم‌انباشتگی			روش هم‌انباشتگی			شاخص	
۲سال، ۱ماه	۲سال، ۲ماه	۲سال، ۳ماه	۲سال، ۱ماه	۲سال، ۲ماه	۲سال، ۳ماه	۲سال، ۱ماه	۲سال، ۲ماه	۲سال، ۳ماه	شاخص	
٪۰/۰۶۵	٪۰/۰۷۱	٪۰/۰۶۵	٪۰/۰۶۶	٪۰/۰۹۳	٪۰/۰۸۳	٪۰/۰۷۳	٪۰/۰۹۸	٪۰/۰۹۸	میانگین بازده روزانه	
٪۵۹/۶۸	٪۸۰/۷۳	٪۷۲/۳۳	٪۵۹/۰۶	٪۱۰۰/۰۳	٪۸۹/۶۷	٪۸۷/۸۷	٪۱۱۱/۳۷	٪۱۱۱/۳۷	بازده کل	
٪۱/۰۳	٪۱/۰۳	٪۱/۰۷	٪۱/۰۷	٪۰/۹۳	٪۰/۹۱	٪۰/۹۴	٪۰/۱۰۷	٪۰/۱۰۷	بوسان‌های روزانه بازده	
٪۱۶/۱۰	٪۱۶/۲۵	٪۱۶/۹۴	٪۱۶/۸۴	٪۱۴/۶۷	٪۱۳/۳۳	٪۱۵/۳۲	٪۱۷/۱۹	٪۱۷/۱۹	بوسان‌های روزانه بازده	
٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۱	٪-۰/۰۰	٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۳	٪-۰/۰۳	میانگین روزانه خطای ردیابی	
٪۰/۶۰	٪۰/۵۹	٪۰/۶۳	٪۰/۶۳	٪۰/۶۵	٪۰/۶۲	٪۰/۶۷	٪۰/۶۷	٪۰/۶۷	انحراف معیار روزانه خطای ردیابی	
۰/۴۸۷	۰/۴۳۷	۰/۴۳۸	۰/۴۶۱	۰/۵۵۷	۰/۵۴۴	۰/۴۶۰	۰/۴۵۸	۰/۴۵۸	چربایی	
۱/۴۸۳	۱/۵۹۳	۱/۶۰۴	۱/۸۷۷	۱/۴۰۳	۱/۷۶۴	۱/۴۹۲	۰/۲۵۸	۰/۲۵۸	کسب‌دهی	
۰/۸۰۶	۰/۸۳۱	۰/۸۱۳	۰/۸۱۹	۰/۷۲۱	۰/۷۳۱	۰/۶۸۴	۰/۶۸۴	۰/۶۸۴	همبستگی روزانه بازده بر تئوی و شاخص	
۰/۹۰۷	۰/۸۹۵	۰/۸۹۵	۰/۸۹۳	۰/۸۸۱	۰/۸۸۱	۰/۹۲۳	۰/۹۲۳	۰/۹۲۳	همبستگی ماهانه بازده بر تئوی و شاخص	
۱/۰۵	۱/۰۹	۱/۱۲	۱/۱۳	۰/۸۵	۰/۹۰	۰/۹۰	۰/۹۰	۰/۹۰	بنا	

جدول ۴. معیارهای ارزیابی بر تئوی‌ها با درون‌مجموعه دو سال

در جدول‌های ۳ و ۴، نتایج نهایی هر برون‌نمونه به‌همراه معیارهای ارزیابی مربوطه، به‌ترتیب برای دوره درون‌نمونه ۱ ساله و ۲ ساله مشاهده می‌شود.

با بررسی نوسان‌های خطای ردیابی (انحراف معیار روزانه خطای ردیابی)، مشاهده می‌شود که در هر دو روش، پرتفوی‌های با درون‌نمونه ۲سال، انحراف معیار کمتر و در نتیجه عملکرد بهتری در مقایسه با پرتفوی‌های با درون‌نمونه ۱سال دارند؛ یعنی افزایش دوره درون‌نمونه، در هر دو روش به کاهش نوسان‌های خطای ردیابی کمک می‌کند. همچنین، در هر دو مدل با افزایش دوره درون‌نمونه، نوسان‌های روزانه و سالانه بازده، به نوسان‌های روزانه و سالانه شاخص نزدیک‌تر می‌شود. پس می‌توان چنین نتیجه گرفت که در هر دو مدل، با افزایش دوره درون‌نمونه، نوسان‌های نامطلوب نتایج کاهش می‌یابد و ردیابی شاخص از جنبه انحراف معیار، بهتر انجام می‌شود. همچنین انحراف معیار خطای ردیابی در روش همبستگی، کمتر از روش هم‌انباشتگی است. نکته شایان توجه این است که در روش هم‌انباشتگی، میانگین بازده روزانه در هر دو بازه درون‌نمونه، بیشتر از روش همبستگی است و همچنین مقدار آن به میانگین بازده روزانه شاخص نزدیک‌تر است.

مقادیر محاسبه‌شده برای همبستگی روزانه بازده پرتفوی و شاخص، نشان می‌دهد بازده روزانه اغلب پرتفوی‌هایی که بازه درون‌نمونه آنها ۲سال است، در مقایسه با پرتفوی‌هایی با درون‌نمونه ۱سال، همبستگی بیشتری با بازده روزانه شاخص دارند. از طرفی، همبستگی روزانه بازده پرتفوی با شاخص در روش همبستگی، به‌طور واضح از روش هم‌انباشتگی بیشتر است.

جدول ۵. معیارهای ارزیابی پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته با درون‌نمونه ۱ سال

شاخص	۱سال. ۱سال	۱سال. ۱سال	۱سال. ۱سال	۱سال. ۱سال	۱سال. ۱سال
	%۱۵+	%۱۰+	%۵+	%۱۵+	%۱۰+
متوسط بازده سالانه	%۲۸/۲۰	%۱۵/۰۲	%۱۸/۱۴	%۱۲/۳۶	%۲۷/۲۲
بازده انباشته	%۱۱۱/۴۷	%۶۰/۰۶	%۷۲/۵۵	%۵۵/۶۹	%۱۰۸/۸۸
نوسان‌های سالانه	%۱۲/۱۹	%۱۵/۱۴	%۱۵/۵۶	%۱۶/۴۴	%۱۶/۹۹
نسبت شارپ تعدیل‌شده	-	-۵۵/۰۷۰	-۴۰/۹۰۹	-۵۴/۹۲۵	-۳/۶۴۷
نسبت اطلاعاتی (متوسط سالانه)	-	-۰/۰۸۶	-۰/۰۵۸	-۰/۰۸۴	-۰/۰۰۶
نسبت اطلاعاتی در کل بازه	-	-۰/۰۷۸	-۰/۰۵۷	-۰/۰۷۲	-۰/۰۰۴

در جدول ۵، نتایج نهایی پرتفوی ردیاب شاخص بهبودیافته همراه با معیارهای ارزیابی مربوط به آن، به‌ترتیب برای دوره درون‌نمونه ۱ سال و ۲ سال، درج شده است. در این قسمت نیز برای سهولت، پرتفوی‌ها را بدین صورت نام‌گذاری می‌کنیم؛ ۱سال. ۱سال + %۵ (بازه زمانی درون‌نمونه

۴۷۰ رديابی شاخص و شاخص بهبودیافته با استفاده از رویکردهای....

۱سال، بازه زمانی خارج از نمونه ۱سال و ۵ درصد بازده سالانه اضافه شده به شاخص)،
 ۱سال. ۱۰٪ و

در این پژوهش پرتفوی ردياب شاخص بهبودیافته با استفاده از رویکرد هم‌انباشتگی تشکیل شده و بازه زمانی خارج از نمونه تمام پرتفوی‌ها ۱ سال است. به منظور مقایسه، پرتفوی‌های ۱سال. ۱۰سال و ۲سال. ۱۰سال (به روش هم‌انباشتگی) نیز در این جدول‌ها گنجانده شده‌اند.

جدول ۶. معیارهای ارزیابی پرتفوی ردياب شاخص بهبودیافته با درون نمونه ۲ سال

شاخص	۲سال. ۱۰سال %۵+	۲سال. ۱۰سال %۱۰+	۲سال. ۱۰سال %۱۵+
متوسط بازده سالانه	%۲۸/۹۵	%۲۷/۵۲	%۲۲/۸۵
بازده انباشته	%۱۱۱/۴۷	%۸۲/۶۱	%۷۱/۹۹
نوسان‌های سالانه	%۱۲/۱۹	%۳۲/۳۹	%۱۸/۵۵
نسبت شارپ تعدیل شده	-	-۲/۷۳۴	-۱۳/۷۵۱
نسبت اطلاعاتی (متوسط سالانه)	-	۰/۰۰۳	-۰/۰۰۳
نسبت اطلاعاتی در کل بازه	-	-۰/۰۰۴	-۰/۰۲۲

در جدول ۵ مشاهده می‌شود که علی‌رغم عملکرد مناسب پرتفوی ۱سال. ۱۰سال + ۱۵٪ در مقایسه با سایر پرتفوی‌ها، با توجه به معیارها و بازده‌ها، هنگام مقایسه رديابی شاخص با رديابی شاخص بهبودیافته نمی‌توان به نتیجه فراگیری رسید؛ در حالیکه با توجه به جدول ۶ مشاهده می‌شود که متوسط بازده سالانه و بازده انباشته، در پرتفوی‌های ردياب شاخص بهبودیافته، کمتر از پرتفوی ۲سال. ۱۰سال است، حتی پرتفوی ۲سال. ۱۰سال + ۱۵٪ که انتظار می‌رفت متوسط بازده سالانه و بازده کل بیشتری نسبت به بقیه پرتفوی‌ها داشته باشد، کمترین مقادیر را به خود اختصاص داده است. در جدول ۶ با افزایش بازده سالانه اضافه شده به شاخص، نسبت شارپ و نسبت اطلاعاتی کاهش می‌یابد و چنین برداشت می‌شود که در بازه درون نمونه ۲ساله (طبق جدول‌های ۱، ۳ و ۴، عملکرد و اعتبار بهتری نسبت به بازه درون نمونه ۱ساله دارد)، مدل هم‌انباشتگی شاخص را بهتر از شاخص بهبودیافته رديابی می‌کند و اضافه کردن بازده مازاد به بازده شاخص، عملکرد مدل هم‌انباشتگی را تضعیف می‌کند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش با استفاده از رویکردهای هم‌انباشتگی و همبستگی، پرتفوی ردياب شاخص تشکیل شد و با استفاده از رویکرد هم‌انباشتگی به تشکیل پرتفوی ردياب شاخص بهبودیافته اقدام گردید، همچنین مدل‌های ریاضی جدیدی به منظور رديابی شاخص معرفی شد. مزیت این مدل‌ها این است که پرتفوی ردياب شاخص متشکل از ۱۱ سهم است و برای رديابی شاخص کل که از بیش از ۴۰۰ سهم تشکیل شده، عملکرد مناسبی دارد.

در روش هم‌انباشتگی مشاهده شد که با افزایش بازه درون‌نمونه، خطای رديابی کاهش پیدا می‌کند؛ نوسان‌های خطای رديابی نیز طی بازه درون‌نمونه ۲ساله در مدل‌های همبستگی و هم‌انباشتگی، کمتر از بازه درون‌نمونه ۱ساله است. همچنین بر اساس شواهد به‌دست آمده، نوسان‌های بازده پرتفوی با افزایش بازه درون‌نمونه به نوسان‌های بازده شاخص نزدیک‌تر می‌شود و همبستگی بازده پرتفوی با بازده شاخص نیز افزایش می‌یابد. به بیان دیگر، افزایش دوره درون‌نمونه، عملکرد مدل‌ها را بهبود می‌بخشد.

با توجه به میانگین سالانه خطای رديابی، می‌توان نتیجه گرفت که روش هم‌انباشتگی عملکرد بهتری نسبت به روش همبستگی دارد. از سوی دیگر، متوسط بازدهی روزانه پرتفوی در روش هم‌انباشتگی از روش همبستگی بیشتر بوده و این مقدار به متوسط بازدهی روزانه شاخص نیز نزدیک‌تر است.

در پایان، با مقایسه عملکرد مدل هم‌انباشتگی در رديابی شاخص و شاخص بهبودیافته، این نتیجه به‌دست آمد که عملکرد مدل در رديابی شاخص، بهتر از رديابی شاخص بهبودیافته است و اضافه کردن بازده مازاد به بازده شاخص، عملکرد مدل هم‌انباشتگی را تضعیف می‌کند.

سانتانا و همکاران (۲۰۱۶) نیز نشان دادند کارایی مدل هم‌انباشتگی بهتر از مدل همبستگی است که با یافته‌های پژوهش حاضر همخوانی دارد. همچنین، در پژوهش آنها عملکرد مدل رديابی شاخص بهتر از رديابی شاخص بهبودیافته است که این یافته نیز با نتیجه تحقیق حاضر همخوانی دارد. همچنین در پژوهش سانتانا و همکارانش (۲۰۱۶) با افزایش زمان درون‌نمونه، خطای رديابی کاهش می‌یابد که این نتیجه در این تحقیق نیز مشاهده می‌شود. نتایج تحقیق حاضر با یافته‌های پژوهش گروویس (۲۰۱۰) مبنی بر عملکرد بهتر مدل هم‌انباشتگی نسبت به مدل همبستگی نیز منطبق است.

با توجه به نتایج پژوهش، به مدیران سبد و سرمایه‌گذارانی که به دنبال رویکرد منفعلانه برای تشکیل پرتفوی هستند، پیشنهاد می‌شود که برای رديابی شاخص از رویکرد هم‌انباشتگی استفاده کنند؛ البته در اجرای این مهم، توجه به افزایش دوره درون‌نمونه در محاسبات مربوطه، ضروری

است. همچنین برای استفاده از این مدل بهتر است پرتفوی تشکیل شده را حداکثر ظرف شش ماه تعدیل کنند.

منابع

سبزواری، م؛ سجادی، س. ج؛ سجادی، س. م. (۱۳۹۴). حل مسئله ردیابی شاخص با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ترکیبی کرم شبتاب. *فصلنامه مدیریت مهندسی و رایانش نرم*، ۱(۱)، ۱۴۳-۱۲۵.

فلاحپور، س؛ تندنویس، ف. (۱۳۹۴). کاربرد رویکرد بهینه‌سازی استوار در تشکیل پرتفوی سهام مبتنی بر شاخص با در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها. *فصلنامه علمی پژوهشی تحقیقات مالی*، ۱۷(۲)، ۳۴۰-۳۲۵.

Alexander, C. (1999). Optimal hedging using cointegration. *Philosophical Transactions of the Royal Society Series A*, 357, 2039–2058.

Alexander, C., & Dimitriu, A. (2005a). Indexing and statistical arbitrage: Tracking error or cointegration? *Journal of Portfolio Management*, 31(2), 50–63.

Alexander, C., & Dimitriu, A. (2005b). Indexing, cointegration and equity market regimes. *International Journal of Finance & Economics*, 10(3), 213–231.

Beasley, J.E., Meade, N. & Chang, T.J. (2004). An evolutionary heuristic for the index tracking problem. *European Journal of Operational Research*, 148 (3), 621-643.

Cremers, M., Ferreira, M. A., Matos, P., & Starks, L. (2016). Indexing and active fundmanagement: International evidence. *Journal of Financial Economics*, 120(3), 539-560.

Edirisinghe, N. C. P. (2013). Index-tracking optimal portfolio selection. *Quantitative Finance Letters*, 1(1), 16-20.

Engle, R., & Yoo, B. S. (1987). Forecasting and testing in co-integrated systems. *Journal of Econometrics*, 35(1), 143–159.

Engle, R.F., & Granger, C. (1987). Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing. *Econometrica*, 55(2), 251–276.

Erdogan, E., Goldfarb, D. & Iyengar, G. (2004). *Robust portfolio management*.

Fallahpour, S. & Tondnevis, F. (2015). Application of an optimization model for constructing an index tracker portfolio and considering the uncertainty of model parameters by using of robust optimization approach. *Journal of Financial Researches*, 17(2), 325-340. (in Persian)

- Gaivoronski, A.A., Krylov, S. & van der Wijst, N. (2005). Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking. *European Journal of operational research*, 163(1), 115-131.
- Gilli, M. & Këllezi, E. (2002). The threshold accepting heuristic for index tracking. *Financial Engineering, E-Commerce and Supply Chain*, 1-18.
- Granger, C. W. J. (1981). Some properties of time series data and their use in econometric model specification. *Journal of Econometrics*, 16(1), 121-130.
- Grobys, K. (2010). Correlation versus cointegration: Do cointegration based index-tracking portfolios perform better? Evidence from the Swedish stock-market. *German Journal for Young Researchers*, 2(1), 72-78.
- Jansen, R. & van Dijk, R. (2002). Optimal benchmark tracking with small portfolios. *The journal of portfolio management*, 28(2), 33-39.
- Jeng, Y., Lee, C. J. & Tzang, S.W. (2013). Application of a multifactor model in enhanced index fund: Performance analysis in China. *Emerging Markets Finance and Trade*, 49(4), 163-183.
- Lucas, A. (1997). *Strategic and tactical asset allocation and the effect of long-run equilibrium relations*. In Serie Research Memoranda 0042, VU University Amsterdam, Faculty of Economics, Business Administration and Econometrics.
- Meade, N. & Salkin, G.R. (1990). Developing and maintaining an equity index fund. *Journal of the Operational Research Society*, 41(7), 599-607.
- O'Doherty, M.S., Savin, N.E. & Tiwari, A. (2017). Hedge fund replication: A model combination approach. *Review of Finance*, 21(4), 1767-1804.
- Rohweder, H. C. (1998). Implementing stock selection ideas: does tracking error optimization do any good? *Journal of Portfolio Management*, 24(3), 49-59.
- Roll, R. (1992). A mean-variance analysis of tracking error. *Journal of Portfolio Management*, 18(4), 13-22.
- Rudd, A. (1980). Optimal selection of passive portfolios. *Financial Management*, 9(1), 57-66.
- Rudolf, M., Wolter, H.J. & Zimmermann, H. (1999). A linear model for tracking error minimization. *Journal of Banking & Finance*, 23(1), 85-103.
- Sabzevari, M., Sajadi, S.J & Sajadi, S.M. (2015). Index tracking problem solving using metaheuristic firefly algorithm. *Journal Management System*, 1(1), 125-143. (in Persian)
- Sant'Anna, L. R., Filomena, T. P. & Caldeira, J. F. (2016). Index tracking and enhanced indexing using cointegration and correlation with endogenous

portfolio selection. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 65, 146-157.

Sant'Anna, L. R., Filomena, T. P., Guedes, P. C., & Borenstein, D. (2016). Index tracking with controlled number of assets using a hybrid heuristic combining genetic algorithm and non-linear programming. *Annals of Operations Research*, 1-19.

