

## برآورد ارزش در معرض خطر چنددوره‌ای بر پایه روش‌های شبیه‌سازی و پارامتریک

مهسا گرجی<sup>۱</sup>، رسول سجادی<sup>۲</sup>

**چکیده:** با توجه به تأکید کمیته بال بر لزوم استفاده از مدل‌های داخلی ارزش در معرض خطر (VaR) ده‌روزه، به‌منظور مشخص کردن حداقل سرمایه پشتیبان ریسک بازار و کاستی‌های قاعده جذر زمان، هدف این پژوهش ارائه برآوردهای دقیق‌تر از VaR چنددوره‌ای با استفاده از شانزده روش، برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)، NASDAQ و FTSE است. نتایج براساس مجموع معیارهای تابع زیان و کارایی نشان می‌دهد مدل شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ شده (BHS)، بهترین عملکرد را برای شاخص TEPIX دارد. همچنین، در سطح اطمینان ۹۵ درصد مدل پارامتریک EGARCH با توزیع تی-استیودنت و در سطوح اطمینان ۹۹ و ۹۹/۵ درصد مدل EGARCH با توزیع نرمال، عملکرد مطلوب‌تری نسبت به سایر مدل‌ها در برآورد VaR پنج‌روزه برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE دارد. به‌علاوه، یافته‌های ما نشان می‌دهند بهترین مدل از لحاظ آزمون پوشش شرطی لزوماً اقتصادی‌ترین مدل در برآورد VaR پنج‌روزه نیست.

واژه‌های کلیدی: آزمون پوشش شرطی، ارزش در معرض خطر چنددوره‌ای، کمیته بال، مدل شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ شده.

۱. کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشگاه رجا، قزوین، ایران

۲. استادیار مهندسی مالی، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۷/۲۹

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۴/۰۹/۱۵

نویسنده مسئول مقاله: مهسا گرجی

E-mail: m.gorji@hotmail.com

## مقدمه

کمیته<sup>۱</sup> بال<sup>۱</sup> به بانک‌های خبره اجازه داده است تا برای مشخص کردن حداقل سرمایه پشتیبان<sup>۲</sup> ریسک بازار، از مدل داخلی<sup>۳</sup> خود استفاده کنند. بر پایه رویکرد مدل‌های داخلی لازم است محاسبه (VaR)<sup>۴</sup> در سطح اطمینان ۹۹ درصد و با در نظر گرفتن افق زمانی<sup>۵</sup> ده روز انجام گیرد. با وجود این، بانک‌ها اجازه دارند با استفاده از قاعده جذر زمان<sup>۶</sup>، VaR ده‌روزه<sup>۷</sup> را تقریب بزنند. استفاده از قاعده جذر زمان فقط برای پرتوهای خطی با بازدهی دارای توزیع یکنواخت و مستقل<sup>۸</sup> (iid) معتبر است که به صورت نرمال توزیع شده است، اما از آنجا که اغلب پرتوها چنین ویژگی‌ای ندارند، استفاده از این تخمین یکی از دلایل به وجود آمدن ریسک مدل<sup>۹</sup> است (الکساندر، ۲۰۰۸). با وجود آنکه کمیته بال استفاده از قاعده جذر زمان را برای پیش‌بینی VaR ده‌روزه مجاز دانسته است، برخی از تحقیقات در این زمینه، مانند پژوهش کریستوفر سن، دیبولد و اسچورمن (۱۹۹۸)، داود، بلک و کیرنز (۲۰۰۳)، دانلیسون و زیگراند (۲۰۰۶) و اسکوگلاند، اردمن و چن (۲۰۱۱) این قاعده را با توجه به شرایط واقعی بازار نقد کرده‌اند. این قاعده غیرقابل اعتماد است و به طور شایان توجهی به بیش از حد برآورد کردن VaR منجر می‌شود (بلک، کیرنز و داود، ۲۰۰۰). با وجود این، در اغلب پژوهش‌ها تمرکز اصلی بر افزایش دقت مدل‌های VaR یک‌روزه به منظور به کارگیری قاعده جذر زمان به علت سادگی این روش علی‌رغم کاستی‌های آن بوده است و مطالعات محدودی در زمینه برآورد VaR چنددوره‌ای<sup>۱۰</sup> انجام پذیرفته است. مدل‌هایی که پیش‌بینی دقیقی از VaR یک‌دوره‌ای ارائه می‌کنند، لزوماً در دوره‌های آتی برآورد دقیقی ارائه نمی‌دهند و این مسئله نشان‌دهنده اهمیت معرفی مدل‌های مناسب برای پیش‌بینی‌های VaR چنددوره‌ای است. همچنین، بر اساس قوانین کفایت سرمایه مدل مناسب، مدلی است که توانایی ارائه پیش‌بینی صحیح‌تر را در بلندمدت داشته باشد. برآوردهای VaR چنددوره‌ای محافظه کارانه و ریسکی به تحمیل هزینه‌های شایان توجه به مؤسسات مالی منجر می‌شود. از این رو، ارائه

1. Basle Committee, 1955 & 1996

2. Capital Requirements

3. Internal model

4. Value-at-Risk

5. Time horizon

6. Square-root-of-time rule

۷. براساس این قاعده، به طور مثال بانک‌ها اجازه دارند VaR ده‌روزه را با ضرب VaR یک‌روزه در ریشه دوم عدد ۱۰ تقریب بزنند.

۸. منظور مقدار VaR در طول ده روز آینده است، که این مقدار با VaR ده روز آینده متفاوت است.

9. Independent and Identically Distributed

10. Model risk

11. Multi-period VaR

روشی با توانایی ارائه برآوردهای مناسب‌تر از VaR چنددوره‌ای به‌منظور تخمین سرمایه پشتیبان، به استفاده مؤثرتر از منابع موجود و مدیریت ریسک در نهادهای مالی منجر می‌شود؛ بنابراین، هدف تحقیق حاضر استفاده از مزیت‌های روش‌های شبیه‌سازی در کنار برخی از روش‌های پارامتریک به‌منظور دستیابی به تخمینی دقیق‌تر از این معیار بااهمیت و کاراست. از این‌رو، در تحقیق حاضر VaR چنددوره‌ای، برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)، NASDAQ و FTSE با استفاده از مدل شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده FHS<sup>۱</sup> روزانه و پنج‌روزه برآورد شده است. به‌این‌ترتیب، ضمن استفاده از مزیت‌های مدل نیمه‌پارامتریک FHS، به‌عنوان مدلی با پیچیدگی کمتر، سرعت قابل قبول و انطباق‌پذیری بیشتر با ویژگی‌های واریانس در داده‌های مالی (داود، ۲۰۰۵: ۹۶-۹۸) با استفاده از روش بازنمونه‌گیری بوت‌استرپ<sup>۲</sup>، سعی شده است برآورد دقیق‌تری از VaR پنج‌روزه ارائه شود. همچنین، به‌منظور مقایسه نتایج از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی موزون با واریانس<sup>۳</sup> (HW)، روش هیبریدی (BRW)<sup>۴</sup>، روش شبیه‌سازی تاریخی (HS)<sup>۵</sup>، شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ‌شده (BHS)<sup>۶</sup> و روش‌های پارامتریک برآورد VaR بر پایه دو مدل GARCH و GARCH نمای (EGARCH)، با توجه به وجود اثر اهرم مالی<sup>۸</sup> در بازده دارایی‌های مالی و با فرض توزیع نرمال و تی-استیودنت (t) استفاده شده است.

## پیشینه نظری پژوهش

### روش شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی تاریخی بوت‌استرپ‌شده

مدل‌های تاریخی VaR فرض می‌کنند تمام تغییرات احتمالی آینده در گذشته مشاهده شده‌اند؛ بنابراین، توزیع شبیه‌سازی‌شده تاریخی با توزیع بازدهی‌ها برای یک افق زمانی معین در آینده یکسان است (الکساندر، ۲۰۰۸). در مدل HS با دراختیارداشتن توزیع بازده تجربی (با مرتب‌سازی داده‌ها) و کوانتایل مورد نظر به‌سادگی می‌توان مقدار VaR را محاسبه کرد. در روش BHS نیز به‌جای استفاده از داده‌های اصلی (اولیه)، از این داده‌ها با جایگزینی بارها استخراج می‌شود و به‌این‌ترتیب هزاران مسیر احتمالی برای بازده آتی شبیه‌سازی می‌شود. این فرایند خارج کردن با

1. Filtered Historical Simulation
2. Bootstrap Resampling Method
3. Volatility-weighted Historical Simulation
4. Hull and White (HW)
5. Boudoukh, Richardson & Whitelaw (BRW)
6. Historical Simulation
7. Bootstrapped Historical Simulation
8. Leverage Effect

جایگزینی بوت استرپ نامیده می شود. بوت استرپ روشی است که فارغ از بسیاری فرضیات با ایجاد نمونه های فراوان، شرایط نمونه را به شرایط جامعه نزدیک می کند و با در نظر گرفتن تمام حالات تشکیل نمونه، می توان از درستی برآورد ضرایب و برآورد فاصله اطمینان برای ضرایب مطمئن تر شد (افرون و تیشیرانی، ۱۹۹۳). هنگامی که این روش روی داده های غیرنرمال به کار گرفته می شود، مزیت های شایان توجهی دارد (هندرسون، ۲۰۰۵).

### روش هیبریدی

این روش را بودوخ، ریچاردسون و وایتلا (۱۹۹۸) پیشنهاد کرده اند. هدف آن ترکیب کردن مزیت های مرتبط با استفاده از فرایند کاهش وزن به صورت نمایی، با روش HS است. این فرایند به کمک استفاده از یک بازه تقریباً طولانی از داده های تاریخی انجام می گیرد و در عین حال به داده هایی که به لحاظ زمانی نزدیک تر هستند، وزن بزرگ تری تخصیص داده می شود. با فرض  $n$  مشاهده تاریخی، از زمان  $t-1$  تا  $t-n$ ، به هریک از مشاهدات وزن  $W_{t-i}$  تخصیص داده می شود:

$$W_{t-i} = \frac{\lambda^i}{\sum_{i=1}^n \lambda^i}, \quad 0 < \lambda < 1 \quad \text{رابطه (۱)}$$

هرچه  $\lambda$  یا میزان کاهش کوچک تر باشد، وزن تخصیص داده شده به مشاهدات گذشته با سرعت بیشتری کاهش می یابد. با مرتب سازی بازده ها به صورت صعودی (نزولی) و تعیین وزن اختصاصی هریک و سپس محاسبه وزن ها به صورت تجمعی می توان VaR را در سطح اطمینان معلوم محاسبه کرد. این روش محدودیت روش HS مبنی بر در نظر گرفتن فرض پایداری توزیع بازده عوامل بازار را با به کارگیری تکنیک کاهش وزن داده ها برطرف می کند (رستی و سرون، ۲۰۰۷: ۱۹۹). از این پس نمادهای BRW-97% و BRW-99%، نشان دهنده مدل BRW با میزان کاهش ۹۷ و ۹۹ درصد است.

### روش شبیه سازی تاریخی موزون با واریانس

هال و وایت (۱۹۹۸) روش شبیه سازی تاریخی موزون با واریانس را مطرح کردند و ایده اصلی اش آن است که اطلاعات بازده برای در نظر گرفتن تغییرات اخیر واریانس به روز می شود. در نتیجه، اگر بخواهیم مقدار VaR را برای روز  $T$  پیش بینی کنیم، در صورتی که  $r_{t,i}$  بازده تاریخی دارایی  $i$  در روز  $t$  و نمونه تاریخی مورد نظر،  $\sigma_{t,i}$  پیش بینی تاریخی نوسان پذیری با استفاده از مدل GARCH برای بازده دارایی  $i$  در روز  $t$  و  $\sigma_{T,i}$  پیش بینی اخیر ما از نوسان پذیری دارایی  $i$  باشد،

بازده‌ها در مجموعه داده،  $r_{t,i}$  با بازده‌های تعدیل‌شده با واریانس،  $r_{t,j}^*$  جایگزین می‌شوند، به این ترتیب داریم:

$$r_{t,j}^* = \left( \frac{\sigma_{T,i}}{\sigma_{t,i}} \right) r_{t,i} \quad \text{رابطه ۲}$$

بنابراین، بازده‌های واقعی در هر دوره زمانی  $t$  افزایش (یا کاهش) می‌یابند، براساس اینکه پیش‌بینی جاری از نوسان، بیشتر (یا کمتر) از نوسان پیش‌بینی‌شده برای دوره زمانی  $t$  است یا خیر (داود، ۲۰۰۵: ۹۴)، از این پس، نماد HW نشان‌دهنده مدل شبیه‌سازی تاریخی موزون با واریانس است.

### روش پارامتریک

در این روش با در نظر گرفتن الگوهای مناسب از میانگین و نوسانات بازدهی مالی، مقادیر میانگین و واریانس شرطی داده‌ها پیش‌بینی شده است. با استفاده از این مقادیر به‌طور مستقیم می‌توان VaR را استخراج کرد. به منظور در نظر گرفتن واریانس ناهمسانی از مدل‌های (۱ و ۱) GARCH و (۱ و ۱) EGARCH با فرض توزیع نرمال و  $t$  استفاده شده است. در ادامه نمادهای GARCH، GARCH-t، EGARCH، EGARCH-t و EGARCH نشان‌دهنده مدل‌های پارامتریک برآورد VaR با فرض توزیع نرمال و  $t$  است. مطابق الگوی GARCH داریم:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t) \quad \text{رابطه ۳}$$

$$\sigma_t^2 = c_0 + c_1 \varepsilon_{t-1}^2 + d_1 \sigma_{t-1}^2 \quad \text{رابطه ۴}$$

در معادله ۳، بازده، مجموع بازده میانگین (که می‌تواند صفر فرض شود) و  $\varepsilon_t$  خطای باقیمانده است. نوسان‌پذیری در معادله ۴ مجموع یک مقدار ثابت، یک جزء که نشان‌دهنده شک‌ها در دوره گذشته است و نوسان‌پذیری دوره گذشته است. سپس مقدار VaR، برای افق زمانی  $h$  به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{k}_\lambda = \hat{k}_\lambda(h, T) = \Phi^{-1}(\lambda; \hat{\mu}_{T+h}, \hat{\sigma}_{T+h}^2) \quad \text{رابطه ۵}$$

که در آن  $\Phi^{-1}(\lambda; \mu, \sigma^2)$  نشان‌دهنده معکوس تابع توزیع تجمعی<sup>۱</sup> توزیع نرمال استاندارد، با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$ ، و  $\lambda$  نشان‌دهنده سطح احتمال در نظر گرفته شده برای پیش‌بینی VaR است:

$$\hat{\mu}_{T+h} = \hat{\mu} \quad \text{رابطه ۶}$$

$$\hat{\sigma}_{T+h}^2 = \hat{c}_0 + \hat{c}_1 \varepsilon_{T+h-1}^2 + \hat{d}_1 \hat{\sigma}_{T+h-1}^2 \quad \text{رابطه ۷}$$

مقدار VaR، با فرض توزیع  $t$  نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{k}_\lambda = \hat{k}_\lambda(h, T) = \hat{\mu}_{T+h} + \hat{\sigma}_{T+h} F_t^{-1}(\lambda; \hat{\nu}) \quad \text{رابطه ۸}$$

که در آن  $F_t^{-1}(\lambda; \nu)$  نشان دهنده معکوس تابع توزیع تجمعی توزیع  $t$  با  $\nu$  درجه آزادی است. بلک (۱۹۷۶) مفهوم اثر اهرم مالی را مطرح کرد که بیان می کند تغییرات قیمت یک دارایی با تغییرات نوسان آن دارایی همبستگی منفی نشان می دهد. به منظور در نظر گرفتن این اثر از مدل EGARCH با توزیع نرمال و  $t$  برای برآورد واریانس استفاده شده است. معادله الگوی EGARCH، که نلسون (۱۹۹۱) ارائه کرد، به صورت زیر است:

$$\ln \sigma_t^2 = c_0 + \sum_{i=1}^r c_i \ln \sigma_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s d_j \left[ |z_{t-j}| - E|z_{t-j}| \right] + \sum_{j=1}^s \theta_j z_{t-j} \quad \text{رابطه ۹}$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t \quad \text{رابطه ۱۰}$$

که در آن  $d_j$  نشان دهنده بزرگی اثر است و مشخص می کند نوسان پذیری چه میزان به صورت خودکار در جهت شکها افزایش می یابد.  $\theta_j$  نیز نشان دهنده علامت اثر است.  $z_t$  و  $|z_t| - E|z_t|$  هر دو دارای میانگین صفر و iid با توزیع های پیوسته هستند.

### روش شبیه سازی تاریخی فیلتر شده

از جمله روش های نیمه پارامتریک بوت استرپ، که بارونی - ادسی، گیانوپلس و وسپر (۱۹۹۹) و بارونی ادسی و گیانوپلس (۲۰۰۰) ارائه کردند، روش FHS است. روش FHS توسط این افراد به منظور برآورد ریسک بازار در پرتفویهای شامل اوراق بهادار خطی و غیرخطی استفاده شده است. هدف این روش، ترکیب مزیت های روش HS، با قدرت و انعطاف پذیری مدل های نوسان پذیری شرطی مانند GARCH است. این فرایند به کمک بوت استرپ کردن خطاها، با یک الگوی واریانس شرطی انجام می پذیرد (داود، ۲۰۰۵: ۹۷).

روش HS در صورتی مناسب است که بازدهی ها توزیع یکنواخت و مستقل (iid) داشته باشند. این فرض با وجود تغییر واریانس در طول زمان نقض می شود و به ارائه یک تخمین بی ثبات از VaR منجر می شود. این موضوع را هندریکس (۱۹۹۶)، مک نیل و فری (۱۹۹۸) ثابت کرده اند

(بارونی - ادسی، گیانوپلس و وسپر، ۱۹۹۹). در روش FHS، به‌منظور در نظر گرفتن واریانس ناهمسانی از مدل (۱و۱) GARCH و مدل (۱و۱) EGARCH با فرض توزیع نرمال و t استفاده شده است. در ادامه نمادهای FHS-G، FHS-G-t، FHS-E، FHS-E-t و FHS-E با ترتیب نشان‌دهنده مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی فیلترشده پنج‌روزه، تحت فرض الگوی GARCH و EGARCH با فرض توزیع نرمال و t هستند. پس از تخمین ضرایب مدل به کمک معادله‌های ۳ و ۴، برای استاندارد کردن خطای باقیمانده، خطای باقیمانده تخمین زده شده ( $\hat{\varepsilon}_t$ ) بر برآورد جذر واریانس ( $\hat{\sigma}_t$ ) تقسیم شده است. بنابراین:

$$z_t = \frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{\sigma}_t} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

نوسان‌پذیری آتی ( $\hat{\sigma}_{t+1}$ ) با ضرایب به دست آمده از تخمین مدل بر روی بازده‌ها و مقادیر تخمین  $\hat{\varepsilon}_t$  و  $\hat{\sigma}_t$  به کمک رابطه ۷ پیش‌بینی شده است. خطاهای باقیمانده استاندارد شده ( $z_t$ ) به صورت تصادفی و با جایگزینی استخراج و با هربار استخراج، پس از آنکه با نوسان‌پذیری آتی تعدیل شد، به عنوان خطای باقیمانده آتی ( $\varepsilon_{t+1}^*$ ) برای ایجاد مسیر آینده بازده به کار گرفته شده است.

$$\varepsilon_{t+1}^* = \sigma_{t+1} \cdot z_t^* \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$r_{t+1}^* = \mu + \varepsilon_{t+1}^* \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$z_t^*$  نشان‌دهنده خطای باقیمانده استاندارد و بوت‌استرپ شده است. با هربار بوت‌استرپ  $z_t$ ، این فرایند تکرار می‌شود. به این ترتیب، با B بار تکرار بوت‌استرپ، B بازده شبیه‌سازی شده به دست آمده است و مقدار VaR محاسبه می‌شود. به کارگیری این روش حتی در مورد پرتفوی‌های سرمایه‌گذاری بزرگ، سرعت عمل قابل قبولی دارد. همچنین، الگوی همبستگی در داده‌ها بدون استناد به دانشی در مورد ماتریس واریانس-کوواریانس یا توزیع شرطی بازده دارایی‌ها حفظ می‌شود (داود، ۲۰۰۵: ۹۸).

### برآورد VaR بر اساس داده‌های روزانه به کمک روش FHS (FHS روزانه)

در این روش، برای برآورد VaR پنج‌روزه برخلاف روش‌های قبل که از بازده پنج‌روزه استفاده می‌شود، از بازده روزانه با فرکانس بالاتر استفاده شده است؛ بنابراین، باید توجه داشت پنجره متحرک شامل بازده‌های روزانه برای هربار پیش‌بینی میانگین و واریانس به اندازه h روز (افق زمانی مورد نظر) به جلو جابه‌جا می‌شود. اگر اولین خطای تولیدشده در بالا ( $\varepsilon_{t+1}^*$ ) برای ایجاد

مسیر اول را با  $\varepsilon_{1,t+1}^*$  نمایش دهیم، با در نظر گرفتن پیش بینی نوسان  $(\hat{\sigma}_{t+1})$ ، می توان پیش بینی نوسان در روز دوم  $(\hat{\sigma}_{t+1})$  را به کمک رابطه ۷ برآورد کرد. پس از این مرحله، مقدار جدیدی از خطای باقیمانده استاندارد شده با استفاده از بوت استرپ استخراج می شود  $(z_{1,t+1}^*)$  و مجدداً به کمک روابط ۱۲ و ۱۳ مقدار خطای باقیمانده روز دوم  $(\varepsilon_{1,t+2}^*)$  و بازده  $(r_{1,t+2}^*)$  در مسیر اول تولید می شود. روند ذکر شده می تواند برای سایر روزها تا پایان افق زمانی  $(h)$  مورد نظر به منظور تولید برداری از بازدهی ها (مسیر اول)،  $(r_{1,t+1}^*, \dots, r_{1,t+h}^*)$  تکرار شود.  $N-1$  مسیر دیگر، به منظور ساختن توزیعی از  $N$  مسیر محتمل از بازدهی در طول پنج روز آینده، با همین روند تولید می شود. نمادهای  $FHS-G-d$ ،  $FHS-G-t-d$ ،  $FHS-E-d$ ،  $FHS-E-t-d$  نشان دهنده مدل های  $FHS$  روزانه هستند.

### پیشینه تجربی

تیلور (۱۹۹۹) در پژوهشی VaR چنددوره ای را با استفاده از روش رگرسیون چندک برآورد کرده است. گیانوپلوس (۲۰۰۲) به منظور پیش بینی VaR در دوره زمانی بلندمدت از روش  $FHS$  استفاده کرده است. گایسلز، روبیا و ولکنو (۲۰۰۹) با استفاده از روش های پارامتریک به برآورد VaR چنددوره ای پرداخته اند و روشی جدید با عنوان مدل میداس را با قاعده جذر زمان مقایسه کرده اند. هوانگ، یو، فیوزی و فوکوشیما (۲۰۰۹) VaR چنددوره ای را با استفاده از مدل CAViaR برآورد کرده اند. همچنین، چرتین و کوگینز (۲۰۱۰) شانزده مدل برآورد VaR ماهانه را با تأکید بر مدل  $FHS$  برای سه شاخص سهام بررسی کرده اند. آن ها براساس نتایج آزمون های ارزیابی عملکرد نتیجه می گیرند که دو مدل روزانه  $FHS$  با استفاده از مدل های  $GARCH$  بهترین عملکرد را دارند. از این رو، در تحقیق حاضر علاوه بر مدل های اخیر از سایر مدل های شبیه سازی و پارامتریک استفاده شد تا کارایی این مدل ها در برآورد VaR چنددوره ای بررسی شود و مناسب ترین مدل ها در این گروه شناسایی شود. شایان ذکر است با وجود تحقیقات متعدد خارجی در زمینه روش های برآورد VaR چنددوره ای، تحقیقات داخلی در این زمینه محدود بوده و بیشترین تمرکز بر ارائه برآوردهای دقیق تر از VaR یک دوره ای به منظور استفاده از روش ناکارای تقریبی برای تخمین سرمایه پشتیبان بوده است؛ برای نمونه، رستمی نوروزآباد، شجاعی، خضری و رحمانی نوروزآباد (۱۳۹۴)، فلاح پور و احمدی (۱۳۹۳)، رستمی و حقیقی (۱۳۹۲) و محمدی، راعی و فیض آباد (۱۳۸۷) با استفاده از روش های مختلف به برآورد دقیق تر VaR یک دوره ای پرداخته اند، در حالی که تحقیق حاضر تخمین VaR چنددوره ای را که در تعیین سرمایه پشتیبان اهمیت قابل ملاحظه ای دارد، هدف قرار داده است. بنابر بررسی های



صورت گرفته، تاکنون در این زمینه فقط یک پژوهش با عنوان «پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک چنددوره‌ای» (رضائی، ۱۳۹۱) در قالب پایان‌نامه کارشناسی ارشد انجام گرفته است. در این تحقیق، کارایی برخی از مدل‌های پارامتریک، ناپارامتریک و نیمه‌پارامتریک براساس برآورد VaR چنددوره‌ای فقط با استفاده از شاخص S&P مقایسه شده است. با وجود این، تحقیق حاضر برای نخستین بار طیفی از مدل‌های شبیه‌سازی را به‌منظور برآورد این معیار در کنار مدل‌های پارامتریک با فرض‌های مختلف در مورد واریانس و توزیع خطاها با استفاده از شاخص TEPIX علاوه‌بر دو شاخص NASDAQ و FTSE استفاده کرده است و به‌منظور ارزیابی الگوها افزون بر الگوی شناخته‌شده کریستوفرسن (۱۹۹۸)، از تابع زیان و معیار هزینه فرصت نیز استفاده کرده است.

## روش پژوهش

### ارزیابی عملکرد مدل‌های پیش‌بینی VaR

در تحقیق حاضر، برای مقایسه عملکرد مدل‌ها علاوه‌بر الگوی شناخته‌شده کریستوفرسن (۱۹۹۸) که در ادامه توضیح داده می‌شود، از تابع زیان و معیار هزینه فرصت نیز استفاده شد. تابع زیان به‌منظور بررسی بزرگی شکست‌ها از VaR برآوردشده به‌کار گرفته شده است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} (r_t - VaR_t)^2 & \text{if } r_t \leq VaR_t \\ 0 & \text{if } r_t > VaR_t \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

برای مقایسه هزینه فرصت مدل‌ها نیز با استفاده از تابع زیر به مدل‌ها امتیاز داده شده است:

$$E_t = \begin{cases} |r_t - VaR_t| & \text{if } r_t > VaR_t \\ 0 & \text{if } r_t \leq VaR_t \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

که در آن  $r_t$  نشان‌دهنده بازده و  $VaR_t$  پیش‌بینی VaR متناظر است. پس از محاسبه  $E_t$  و  $C_t$  برای دوره خارج از نمونه، میانگین این مقادیر با یکدیگر جمع شده است و بدیهی است هرچه مجموع این دو معیار ( $\bar{S}$ ) کوچک‌تر باشد، مدل مورد نظر عملکرد دقیق‌تر ( $C_t$ ) و کارایی بیشتری ( $E_t$ ) دارد.

با در نظر گرفتن پیش‌بینی VaR،  $\hat{k}_\lambda(1, t)$  برای یک افق زمانی یک‌روزه و بازده واقعی مشاهده شده  $r_{t+1}$ ، مجموعه صفر و یک  $\lambda$  - که نشان‌دهنده وجود داشتن یا وجود نداشتن شکست‌های VaR است - به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$I_{t+1} = \varphi_{(-\infty, \hat{k}_\lambda(1, t))}(r_{t+1}) \quad \text{رابطه ۱۶}$$

تعداد شکست‌ها  $T_1 = \sum_{t=1}^T I_{t+1}$  و  $T_0 = T - T_1$  تعداد نبود شکست‌ها و احتمال شکست تجربی به صورت  $\hat{\lambda} = T^{-1} \sum_{t=1}^T I_{t+1} = T_1/T$  برای یک مدل پیش‌بینی VaR صحیح، انتظار داریم مجموعه شکست‌ها  $I_{t+1}$  به صورت زیر باشد:

$$H_0: I_{t+1} \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(\lambda) \quad \text{رابطه ۱۷}$$

آزمون این فرض صفر همان‌طور که کریستوفرسن (۱۹۹۸) نشان داد، شامل دو بخش است: بخش اول شامل آزمون پوشش غیرشرطی و بخش دوم بررسی استقلال شکست‌هاست.

## یافته‌های پژوهش

### توصیف آماری داده‌ها

داده‌های تحقیق شامل ۵۰۱۲ داده روزانه از تاریخ ۱۳۷۱/۰۴/۰۸ تا ۱۳۹۲/۰۷/۱۰ مربوط به شاخص بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX)، ۱۰۷۳۲ داده از تاریخ ۱۹۷۱/۰۲/۰۵ و ۷۴۳۴ داده از تاریخ ۱۹۸۴/۰۴/۰۴ تا پایان ۲۰۱۳/۱۰/۰۳ به ترتیب برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE هستند. بازدهی روزانه به صورت بازده مرکب پیوسته محاسبه شده است. شایان ذکر است به علت کمبود داده‌های در دسترس شاخص TEPIX، برآورد VaR پنج‌روزه الزامی بود. فقط در مدل‌های FHS روزانه، از بازده روزانه استفاده شد. در بقیه مدل‌ها از بازده پنج‌روزه - که به صورت غیرهم‌پوشانده محاسبه شده است - استفاده شد تا مشکل همبستگی بین بازده‌ها ایجاد نشود. طول دوره تخمین به صورت روزانه  $T=1000$  مفروض است. همچنین، به منظور برآورد VaR در مدل‌های BHS و FHS، هزاربار فرایند بوت‌استرپ انجام گرفت. جدول ۱ ویژگی‌های آماری بازده روزانه و پنج‌روزه شاخص‌های مورد نظر را نمایش می‌دهد. مقادیر کشیدگی و چولگی نشان‌دهنده آن است که بازده‌های روزانه و پنج‌روزه از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کنند. آزمون جاک‌برا نیز نشان‌دهنده رد فرض نرمالیتی در سطح اطمینان ۹۵ درصد برای سه شاخص مورد

بررسی است. همچنین، فرض استقلال سریالی بازده روزانه و پنج‌روزه در سطح اطمینان ۹۵ درصد با ده وقفه به‌جز در شاخص FTSE رد می‌شود. مربع بازده‌ها نیز با توجه به مقدار آماره باکس-یونگ<sup>۱</sup>، با ده وقفه خودهمبسته است؛ بنابراین، واریانس‌های بازده قابل‌پیش‌بینی است. به‌طور کلی، بازده‌های پنج‌روزه در مقایسه با بازده‌های روزانه کمتر پهن‌دنباله هستند.

جدول ۱. ویژگی‌های آماری TEPIX، NASDAQ و FTSE

شاخص	تعداد	میانگین	انحراف معیار	ماکزیمم	مینیمم	چولگی	کشیدگی
بازده روزانه							
TEPIX	۵۰۱۱	۰/۰۹۸۲	۰/۵۵۱۲	۵/۲۶۱	-۵/۴۵۰	۰/۴۸۴۹	۱۴/۶۳۷
NASDAQ	۱۰۷۳۱	۰/۰۳۳۸	۱/۲۵۷	۱۳/۲۵۵	-۱۲/۰۴۳	-۰/۲۸۹	۱۲/۷۴۳
FTSE	۷۴۳۳	۰/۰۲۳۹	۱/۱۱۹	۹/۳۸۴	-۱۳/۰۲۹	-۰/۳۷۶۲	۱۱/۲۸۲
بازده پنج‌روزه							
TEPIX	۱۰۰۲	۰/۳۹۰۵	۱/۵۴۴۶	۱۰/۱۱۱	-۵/۹۵۲	۰/۹۱۳	۸/۳۰۴
NASDAQ	۲۱۴۶	۰/۱۴۶۱	۲/۶۱۷	۱۳/۱۱۴	-۲۳/۱۹۲	-۱/۰۵۷	۱۰/۸۶۳
FTSE	۱۴۸۶	۰/۰۹۰۷	۲/۰۹۸	۸/۹۴۵	-۱۳/۵۵۴	-۰/۳۶۷۸	۶/۰۵۶
آزمون نرمالیتی و استقلال	JB-test	Q-test(k=۱۰)	Q <sup>۲</sup> -test(k=۱۰)				
بازده روزانه							
TEPIX	۲۸۴۶۹/۷۶*	۱۸۶۸/۱۹*	۵۵۱/۹۱۸*				
NASDAQ	۴۲۵۹۳/۴۰*	۵۰/۲۸۷*	۷۵۸۴/۰۸*				
FTSE	۲۱۴۱۷/۳۶*	۸۹/۶۳*	۴۲۰۸/۰۴*				
بازده پنج‌روزه							
TEPIX	۱۳۱۳/۸۶*	۳۵۳/۰۰۵*	۱۲۲/۱۰۸*				
NASDAQ	۵۹۳۷/۳۲*	۳۶/۵۱۵*	۵۱۸/۰۳*				
FTSE	۶۱۱/۹۳*	۱۳/۰۷	۲۰۶/۸۱*				

JB-test نشان‌دهنده آماره آزمون جارک‌برا، Q-test و Q<sup>۲</sup>-test به‌ترتیب نشان‌دهنده آماره آزمون استقلال بازده و مربع بازده با وقفه ۱۰ (k=۱۰) است.

\* نشان‌دهنده معناداری آماری در سطح اطمینان ۹۵ درصد است.

### برآورد تجربی و ارزیابی عملکرد مدل‌ها در تخمین VaR چنددوره‌ای

p-value هر یک از آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی، میزان شکست تجربی با احتمالات ۱ و ۵ درصد و معیار  $\bar{G}$ ، برای پانزده مدل از مدل‌های به‌کاررفته در تحقیق، در جدول ۲ و ۳ به‌ترتیب برای شاخص‌های TEPIX و NASDAQ مشخص شده است. نتایج مربوط به مدل‌های HS و BRW-97%، سطح احتمال ۰/۵ درصد، آزمون استقلال و جدول نتایج مربوط به شاخص FTSE موجود است، اما به‌علت کمبود فضا ارائه نشده است. با بررسی نتایج آزمون پوشش غیرشرطی مشاهده می‌شود که فرض صفر این آزمون در سطح احتمال ۵ درصد در مدل‌های HS، BRW-97%، BRW-99%، HW، FHS-G، FHS-G-t، FHS-E و FHS- E-t به‌طورمشترک در تمام شاخص‌ها پذیرفته می‌شود. این مسئله در مورد مدل‌های BRW-97%، BRW-99%، FHS-G و FHS-G-t در سطح احتمال ۱ درصد و مدل BRW-99% در سطح احتمال ۰/۵ درصد نیز رخ داده است. با توجه به مقدار p-value این آزمون، در تمام سطوح احتمال مدل‌های FHS-G، FHS-E-t-d، FHS-G و BRW-99% به‌ترتیب برای شاخص‌های TEPIX، NASDAQ و FTSE، بهترین عملکرد را از نظر دقت آماری دارند.

مقدار p-value آزمون پوشش شرطی که معیار جامع‌تری را برای ارزیابی ارائه می‌دهد، در سطح احتمال ۵ درصد در مدل‌های BRW-97%، FHS-G و FHS-G-t به‌طورمشترک برای تمام شاخص‌ها بیش از ۵ درصد است و فرض صفر این آزمون تأیید می‌شود. در سطح احتمال یک درصد نیز در مورد مدل‌های BRW-97% و FHS-G این مسئله رخ داده است. با توجه به مقدار p-value این آزمون در سطح احتمال ۵ درصد (۱ و ۰/۵) مدل‌های BRW-97% (BRW-99% و FHS-G)، FHS-G-t-d و FHS-G-d، FHS-G و BRW-99% به‌طورمشترک و FHS-E-d و FHS-E-t-d (به‌طورمشترک) و BRW-99% (FHS-G-d و BRW-99%) به‌ترتیب برای شاخص‌های TEPIX، NASDAQ و FTSE بهترین عملکرد را دارند؛ بنابراین، با توجه به معیار پوشش شرطی مدل‌های FHS-G، FHS-E-t-d و BRW-99% در تمام سطوح احتمال به‌ترتیب برای شاخص‌های TEPIX، NASDAQ و FTSE بهترین عملکرد را به‌لحاظ آماری دارند. همچنین، ملاحظه می‌شود مدل‌های FHS روزانه به‌استثنای شاخص TEPIX حتی در سطوح احتمال نهایی (دنباله‌ها) نیز عملکرد مناسبی دارند. به‌نظر می‌رسد این مسئله به‌دلیل فرکانس بالاتر داده‌های روزانه در مقایسه با داده‌های پنج‌روزه در مدل‌های FHS به‌ویژه در مورد شاخص NASDAQ است.

جدول ۲. نتایج اجرای آزمون‌های ارزیابی عملکرد برای شاخص TEPIX

مدل‌های VaR	BHS	BRW-99%	HW	FHS-G	FHS-G-t	FHS-E	FHS-E-t	FHS-G-d	FHS-E-d	GARCH	GARCH-t	EGARCH	EGARCH-t
$\hat{\lambda}$	-.085	-.051	-.056	-.043	-.053	-.041	-.054	-.023	-.054	-.041	-.054	-.044	-.041
LR <sub>min</sub>	-.005	-.051	-.059	-.035	-.059	-.036	-.048	-.007	-.048	-.036	-.048	-.037	-.036
LR <sub>cc</sub>	-.007	-.050	-.019	-.048	-.048	-.040	-.044	-.004	-.040	-.040	-.040	-.043	-.040
$\bar{S}$	۱/۹۰۴۰	۲/۲۳۵	۲/۲۳۸	۲/۵۳۸	۲/۵۳۸	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۱/۹۲۵۵	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲
VaR 5%													
$\hat{\lambda}$	-.085	-.051	-.056	-.043	-.053	-.041	-.054	-.023	-.054	-.041	-.054	-.044	-.041
LR <sub>min</sub>	-.005	-.051	-.059	-.035	-.059	-.036	-.048	-.007	-.048	-.036	-.048	-.037	-.036
LR <sub>cc</sub>	-.007	-.050	-.019	-.048	-.048	-.040	-.044	-.004	-.040	-.040	-.040	-.043	-.040
$\bar{S}$	۱/۹۰۴۰	۲/۲۳۵	۲/۲۳۸	۲/۵۳۸	۲/۵۳۸	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۱/۹۲۵۵	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲
VaR 1%													
$\hat{\lambda}$	-.085	-.051	-.056	-.043	-.053	-.041	-.054	-.023	-.054	-.041	-.054	-.044	-.041
LR <sub>min</sub>	-.005	-.051	-.059	-.035	-.059	-.036	-.048	-.007	-.048	-.036	-.048	-.037	-.036
LR <sub>cc</sub>	-.007	-.050	-.019	-.048	-.048	-.040	-.044	-.004	-.040	-.040	-.040	-.043	-.040
$\bar{S}$	۱/۹۰۴۰	۲/۲۳۵	۲/۲۳۸	۲/۵۳۸	۲/۵۳۸	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۱/۹۲۵۵	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲	۲/۲۴۲

ap-value برای آزمون‌های پوشش غیرشرطی، LR<sub>min</sub>، پوشش شرطی، LR<sub>cc</sub> و میزان شکست تجربی،  $\hat{\lambda}$  در جدول نمایش داده شد. نمادهای BHS، BRW-99%، HW، EGARCH و GARCH برای پوشش‌سازی تاریخی بول-استریم شده با نرخ کاهش ۹۹ درصد و شبیه‌سازی تاریخی موزون با واریانس است. FHS-G، FHS-E، FHS-E-t و FHS-G-d، FHS-E-d، EGARCH و EGARCH-t نیز نشان دهنده مدل‌های معادل اما روزانه هستند. نمادهای EGARCH، EGARCH-t و EGARCH-t نیز نشان دهنده مدل‌های پارامتریک برآورد VaR نرمال و I هستند. نماد  $\bar{S}$  نشان دهنده مجموع معیار بزرگی شکست‌ها و کارایی است.



مدل HS به‌ویژه در مورد شاخص‌های NASDAQ و FTSE عملکرد مطلوبی ندارد و مقدار VaR را کمتر از حد برآورد کرده است. فرض یکسان بودن توزیع احتمال بازده دارایی‌ها در آینده، با توزیع احتمال گذشته آن‌ها و پایداری الگوی رفتار بازده در آینده، در مدل HS ساده در افق‌های زمانی بلندمدت، قابلیت اتکای کمتری دارد. با افزایش داده‌های تاریخی که برای تخمین VaR استفاده می‌شود، میزان اثرگذاری داده‌های جدید کاهش می‌یابد و مدل به‌کندی تغییرات ریسک را نمایش می‌دهد. این پدیده در پژوهش پریسکر (۲۰۰۱) در بورس‌ها و پرتفوی‌های مختلف مشاهده شده و برای رفع آن روش FHS پیشنهاد شده است. برخلاف روش HS استفاده از مدل‌های واریانس شرطی مانند GARCH ساده یا نمایی امکان در نظر گرفتن پدیده نوسان‌پذیری خوشه‌ای را در روش‌های FHS، HW و پارامتریک ایجاد می‌کند. مدل‌های نیمه‌پارامتریک که ویژگی تغییرپذیری نوسان در طول زمان را لحاظ می‌کنند، نسبت به مدل HS که این ویژگی و شرایط جدید حاکم بر بازار را در نظر نمی‌گیرد، توانایی مناسب‌تری در ارائه برآوردهای مناسب از معیار VaR دارند. با وجود این، براساس اینکه در مدل‌های BRW، وزن مشاهدات گذشته به‌صورت نمایی در نمونه مورد نظر کاهش داده شده است، پاسخ‌دهی مناسب‌تری به اطلاعات جدید بازار مشاهده می‌شود. همچنین، مشاهده می‌شود مدل‌های پارامتریک VaR براساس الگوی واریانس شرطی GARCH و EGARCH نرمال، توانایی مطلوبی برای برآورد VaR به‌ویژه در سطوح احتمال نهایی با توجه به پهن‌دنباله بودن توزیع بازدهی‌های پنج‌روزه ندارند و در نظر گرفتن فرض توزیع  $t$  به بهبود نسبی عملکرد این مدل‌ها در دنباله‌ها برای شاخص‌های TEPIX و FTSE منجر شده است.

در ادامه، عملکرد مدل‌ها با توجه به مجموع دو معیار تابع زیان و کارایی ( $\bar{S}$ ) بررسی می‌شود. از آنجاکه با توجه به منابع موجود، محاسبه سرمایه پشتیبان براساس VaR چنددوره‌ای معمول نیست، در تحقیق حاضر مدل‌ها با استفاده از معیار کارایی نیز بررسی می‌شوند تا مشخص شود در صورت محاسبه سرمایه پشتیبان، کدامیک از مدل‌ها اقتصادی‌تر عمل می‌کند. بررسی معیار  $\bar{S}$  نشان‌دهنده آن است که مدل BHS، در تمام سطوح احتمال، کمترین مقدار را برای این معیار در مورد شاخص TEPIX دارد. در نتیجه، به‌کارگیری تکنیک بوت‌استرپ در روش BHS به بهبود عملکرد این مدل در مقایسه با روش پایه HS در مورد شاخص TEPIX منجر شده است. همچنین، در سطح احتمال ۵ درصد مدل EGARCH-t و در سطح احتمال ۱ و ۰/۵ درصد مدل EGARCH، کمترین معیار  $\bar{S}$  را برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE، با توجه به چولگی و کشیدگی شایان توجه این شاخص‌ها دارند؛ بنابراین، مدل‌های مذکور دقت بالاتری به لحاظ میزان بزرگی شکست‌ها دارند و در صورت محاسبه سرمایه پشتیبان، هزینه فرصت کمتری را نیز برای

بنگاه به ارمغان می‌آورند؛ به عبارت دیگر، به کارگیری این مدل‌ها موجب می‌شود مقدار کمتری از منابع مالی بنگاه بی‌دلیل دست‌نخورده باقی بماند. با وجود این، مدل‌های مذکور با در نظر گرفتن نتایج آزمون پوشش شرطی برای سه شاخص مورد بررسی در هر سه سطح احتمال، دقت آماری لازم را نداشته‌اند و فقط مدل‌های EGARCH-t و EGARCH برای شاخص FTSE در دو سطح احتمال ۵ و ۱ درصد عملکرد قابل‌قبولی به لحاظ آماری داشته‌اند. بررسی بهترین مدل‌ها با توجه به معیار پوشش شرطی در تمام سطوح احتمال، نشان می‌دهد این گروه از مدل‌ها در مقایسه با گروه برگزیده از نظر معیار  $\bar{S}$ ، هزینه فرصت بیشتری را به بنگاه تحمیل می‌کنند.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تحقیق حاضر عملکرد شانزده روش شبیه‌سازی تاریخی و پارامتریک در برآورد VaR چنددوره‌ای (پنج‌روزه) با استفاده از شاخص‌های TEPIX، NASDAQ و FTSE را در سه سطح احتمال ۵، ۱ و ۰/۵ درصد بررسی می‌کند. در این تحقیق سعی شد ضمن بررسی عملکرد روش‌های مذکور در برآورد VaR پنج‌روزه، با استفاده از روش شناخته‌شده کریستوفرسن، مجموع دو معیار تابع زیان و کارایی ( $\bar{S}$ ) نیز به منظور شناسایی مدل‌های با دقت مناسب (بزرگی شکست‌ها) و اقتصادی (هزینه فرصت تحمیلی به بنگاه) به کار گرفته شود. نتایج براساس معیار پوشش شرطی نشان می‌دهد مدل‌های FHS-G، FHS-E-t-d و BRW-99% در تمام سطوح احتمال به ترتیب برای شاخص‌های TEPIX، NASDAQ و FTSE دقت بالاتری به لحاظ آماری دارند. با وجود این، بررسی مدل‌ها با توجه به معیار  $\bar{S}$ ، نشان می‌دهد مدل BHS در تمام سطوح احتمال برای شاخص TEPIX، مدل EGARCH-t در سطح احتمال ۵ درصد و مدل EGARCH در سطح احتمال ۱ و ۰/۵ درصد، برای شاخص‌های NASDAQ و FTSE کمترین هزینه فرصت را به بنگاه تحمیل می‌کنند و بیشترین دقت را به لحاظ بزرگی شکست‌ها دارند. در نتیجه، نتایج نشان می‌دهند مدل‌هایی که به لحاظ آماری دقت مناسبی دارند، لزوماً مدل‌های اقتصادی‌تری نیستند. همچنین، با توجه به ویژگی‌های بازده می‌توان از سایر مدل‌های شرطی به منظور توصیف رفتار میانگین و واریانس در روش‌های پارامتریک یا نیمه پارامتریک این تحقیق برای برآورد VaR چنددوره‌ای استفاده کرد. به کارگیری مدل‌های چندمتغیره GARCH نیز به منظور بررسی سرایت تلاطم میان شاخص‌های مختلف، به عنوان روشی برای توسعه این پژوهش مطرح است.

### References

- Alexander, C. (2008). *Market risk analysis Value-at-Risk models*. England: John Wiley & Sons, Ltd.



- Angelidis, T., Benos, A. & Degiannakis, S. (2004). The use of GARCH models in VaR estimation, *Statistical Methodology*, 1(2): 105- 128.
- Barone-Adesi, G. & Giannopoulos, K. (2000). *Non-parametric VaR techniques. Myths and realities. Mimeo*, Universita della Svizzera Italiana and City University Business School and Westminster Business School, November 2000: 18.
- Barone-Adesi, G., Giannopoulos, K. & Vosper, L. (1999). VaR without correlations for non-linear portfolios. *Journal of Futures Markets*, 19(5): 583 - 602.
- Basle Committee on Banking Supervision. (1995). *An internal model-based approach to market risk capital requirements*. Available in: <http://www.bis.org>.
- Basle Committee on Banking Supervision. (1996). Overview of the amendment to the capital accord to incorporate market risks, <http://www.bis.org>.
- Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes, *In proceedings of the 1976 meetings of the business and economics statistics section*, American Statistical Association: 177- 181.
- Blake, D., Cairns, A. & Dowd, K. (2000). Extrapolating VaR by the square-root rule, *Financial Engineering News*, 01/2000; 17.
- Chrétien, S. & Coggins, F. (2010). Performance and conservatism of monthly FHS VaR: An international investigation, *Int. Review of Financial Analysis*, 19(5): 323– 333.
- Christoffersen, P. F. (1998). Evaluating interval forecasts, *International Economic Review*, 39(4): 841- 861.
- Christoffersen, P. F., Diebold, F. X. & Schuermann, T. (1998). Horizon problems and extreme events in financial risk management, *Economic Policy Review*, 4(9): 109- 118.
- Dowd, K. (2005). *Measuring Market Risk*, 2<sup>nd</sup> edition, New York, Wiley.
- Efron, B. & Tibshirani, R. (1993). *An introduction to the bootstrap*. New York: Chapman & Hall.
- Fallahpour, S. & Ahmadi, E. (2014). Estimating value at risk of portfolio of oil and gold by Copula-GARCH method, Retrieved from [https://www.jfr.ut.ac.ir/article\\_50711\\_0.html](https://www.jfr.ut.ac.ir/article_50711_0.html). (in Persian)
- Ghysels, E., Rubia, A. & Valkanov, R. (2009). Multi-period forecast of volatility: Direct, iterated and mixed-data approaches, *EFA 2009 Bergen Meetings Paper*.

- Henderson, A. R. (2005). The bootstrap: A technique for data-driven statistics, Using computer-intensive analyses to explore experimental data, *Clinica Chimica Acta*, 359(1- 2): 1- 26.
- Hull, J. & White, A. (1998). Incorporating volatility updating into the historical simulation method for value-at-risk, *Journal of Risk*, 1(1): 5-19.
- Jorion, P. (2003). *Financial risk manager handbook*. 2<sup>nd</sup> edition, John Wiley & Sons Inc.
- Mohammdi, S., Raei, R. & Feyzabad, A. (2008). Forecasting value-at-risk using conditional volatility models: Evidence from Tehran stock exchange. *Journal of Financial Research*, 9(4): 109-124. (in Persian)
- Nelson, D.B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2): 347- 370.
- Resti, A. & Sironi, A. (2007). *Risk management and shareholders value in banking from risk measurement models to capital allocation policies*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Rostami Noroozabad, M., Shojaei, A., Khezri, M. & Rahmani Noorozabad, S. (2015). Estimate value at risk return Tehran stock exchange using wavelet analysis, *Journal of Financial Research*, 17(1): 59- 82. (in Persian)
- Rostami, M. & Haqiqi, F. (2013). Using MGARCH to estimate value at risk. *Journal of Financial Research*, 15(2): 215- 228. (in Persian)
- Skoglund, J., Erdman, D. & Chen, C. (2011). On the time scaling of value-at-risk with trading. *Journal of Risk Model Validation*, 5(4): 17- 26.
- Taylor, J. W. (1999). A quintile regression approach to estimating the distribution of multiperiod returns. *Journal of Derivatives*, 7(1): 64- 78.