تحقیقات مالی
دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران

دورهٔ ۱۵، شمارهٔ ۲
پاییز و زمستان ۱۳۹۲
ص. ۲۲۸- ۲۱۵

مقایسهٔ عملکرد مدل‌های GARCH چندمتغیره در تعیین ریسک پرتفوی

محمدرضا رستمی[۱]، فاطمه حقیقی[۲]

چکیده: در این پژوهش عملکرد مدل‌های GARCH چندمتغیره، برای محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک، مقایسه شده است. بدین‌منظور از پرتفویی شامل شاخص‌های هفتگی TEDPIX، KLSE و XU ۱۰۰ برای مدت ده سال استفاده شد. برای تخمین ارزش در معرض ریسک، ابتدا مدل‌های CCC، DCC انگل، DCC تز و تسو و DECO-GARCH با استفاده از نرم‌افزار OxMetrics تخمین‌زده شدند. سپس با کمینه‌کردن معیارهای اطلاعاتی و حداکثر راست‌نمایی، مقدار وقفه‌های بهینه به‌دست آمد. پس از تأیید کفایت مدل‌ها، ماتریس واریانس کواریانس آنها برای تخمین ریسک استفاده شد. نتایج نشان داد، گرچه مدل CCC، ماتریس واریانس را بهتر تخمین می‌زند، مدل DECO-GARCH به‌واسطهٔ به‌کارگیری کامل‌تر اطلاعات ماتریس همبستگی، بهتر از دیگر مدل‌ها، ارزش در معرض ریسک را محاسبه می‌کند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض ریسک، مدل GARCH چند متغیره، همبستگی پویای شرطی.

۱. استادیار مدیریت مالی، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران
۲. کارشناس ارشد مدیریت بازرگانی گرایش مالی، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۹/۲۸
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۲/۰۲/۱۷
نویسندهٔ مسئول مقاله: فاطمه حقیقی
E-mail: F.Haqiqi@yahoo.com

مقدمه

مدیران در هر شرکتی در پی به حداکثر رساندن ثروت سهامداران خود هستند، اما با وجود عدم اطمینان در بازار، رسیدن به این هدف بسیار دشوار خواهد بود. ارزیابی ریسک برای مدیران ابزاری ایجاد می‌کند که به‌کمک آن، زیان‌های احتمالی طرح‌های خود را به حداقل برسانند (لو کمپل و مک‌کینلی، ۱۹۹۷). نگاهی گذرا به داده‌های مالی نشان می‌دهد، بازده‌ها در برخی از دوره‌های زمانی، پرریسک‌تر از دیگر سری‌های زمانی هستند. در این صورت با ناهمسانی واریانس بازده‌ها مواجه‌ایم. همچنین درجه‌ای از خودهمبستگی در بازارهای مالی پرریسک وجود دارد که در مدل‌های ساده بیان نمی‌شود (انگل و شپارد، ۲۰۰۱).

انگل (۲۰۰۱)، مدل خودرگرسیونی ناهمسانی واریانس شرطی یا ARCH را به‌منزلهٔ راه‌حلی برای این‌گونه سری‌های زمانی پیشنهاد داد. در مدل‌های ARCH، واریانس شرطی یک فرآیند خودرگرسیو است که از ناهمسانی واریانس شرطی خطاها منتج می‌شود. مدل‌های ARCH، قادر به توصیف دوره‌های آسایش و تلاطم سری‌های زمانی هستند. اما بولرسلو مدل انگل را با روشی گسترش داد که واریانس شرطی را در فرآیند ARMA بیان می‌کرد. تعمیم‌یافتهٔ مدل ARCH که مدل خودرگرسیونی ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته یا GARCH نامیده می‌شود، خودرگرسیونی و میانگین متحرک را با هم در ناهمسانی واریانس به‌کار می‌گیرد (اندرس، ۲۰۰۲). موفقیت مدل‌های GARCH باعث کاربرد گستردهٔ آن در توصیف نوسانات زمانی، نوسانات خوشه‌ای و واکنش نامتقارن به شوک‌های منفی و مثبت شده است.

هنگامی‌که مدل‌سازی بازده‌ها مرکز توجه قرار گیرد، درک حرکت همزمان بازده‌های مالی اهمیت ویژه‌ای می‌یابد؛ بنابراین، توجه ما به سمت مدل‌های GARCH چندمتغیره (MGARCH) جلب می‌شود. همچنین مدل‌های GARCH چندمتغیره برای به‌کارگیری نوسانات و انتقال همبستگی و اثرات سرریزی در مطالعات میدانی استفاده می شود. با توسعهٔ مدل‌های چندمتغیره، می‌توان روابط زیرمجموعه‌های پرتفوی را مدل‌سازی کرد (مک‌آلر و وییگا، ۲۰۰۸). اهمیت این حقیقت وقتی بیشتر مشخص می‌شود که اوزان پرتفوی وابسته به تغییر زمان باشد که در این‌صورت بازده‌های پرتفوی نیز بی‌ثبات‌تر می‌شوند. پس ما نیازمند ایجاد مدلی هستیم که بازده دارایی سری‌های زمانی چندمتغیره، طبق پیش‌بینی صحیح نوسان انجام شود (آدرینو و بارون آدسی، ۲۰۰۳). یکی از ویژگی‌های مطلوب MGARCH، این است که انعطاف کافی برای پویایی واریانس‌ها و کواریانس‌های شرطی فراهم می‌کند. دیگر اینکه بیشتر پارامترهای موجود در مدل MGARCH به‌سرعت با افزایش ابعاد مدل، تطبیق می‌یابند. این

ویژگی، صرفه‌جویی کافی را برای تخمین‌های آسان مدل مهیا می‌کند (انگل، فوکاردی و فبوزی، ۲۰۰۷).

بیان مسئله

در این پژوهش به مقایسهٔ مدل‌های همبستگی شرطی GARCH چندمتغیره پرداخته شد. مدل‌های مورد بررسی در این مقاله، همبستگی ثابت شرطی، همبستگی پویای شرطی انگل و همبستگی پویای شرطی تز و تسو و نیز، مدل همبستگی همسان است که ریسک دارایی‌های پرتفوی را با توجه به همبستگی بین آنها تعیین می‌کنند. این پژوهش به‌دنبال این پاسخ است که کدامیک از مدل‌های چندمتغیرهٔ مزبور، ریسک پرتفوی را بهتر تخمین می‌زند. فرض اولی که آزمون می‌شود، این است که مدل همبستگی پویای شرطی بهتر از مدل همبستگی ثابت شرطی ریسک پرتفوی را تعیین می‌کند. در فرض دوم، آزمون می‌شود که از میان مدل‌های همبستگی پویای شرطی، مدل تز و تسو بهتر از مدل انگل، معادلهٔ وارایانس را تخمین می‌زند. فرض سوم، برتری مدل‌های همبستگی همسان را در برابر همبستگی پویا آزمون می‌کند. در واقع، این فرض بیان می‌کند که میانگین همبستگی‌ها را می‌توان جایگزین همبستگی اعضای پرتفوی کرد.

پیشینهٔ پژوهش

ادبیات تجربی

پژوهش‌های متعددی در زمینهٔ چگونگی عملکرد مدل‌های GARCH و اهمیت همبستگی اعضای پرتفوی انجام شده است. بولرسلو، انگل و ولدریج (۱۹۸۸)، دریافتند که ماتریس کواریانس شرطی بازده دارایی‌ها، به‌شدت خودرگرسیو است و از فرآیند GARCH تبعیت می‌کند. تز و تسو (۱۹۹۸) نشان دادند، همبستگی شرطی بین دارایی‌های یک پرتفوی ثابت نیست. تز (۲۰۰۰)، از آزمون ضریب لاگرانژ برای آزمایش فرض همبستگی ثابت در مدل GARCH چندمتغیره استفاده کرد. وی برتری مدل‌های همبستگی وابسته به زمان را نشان داد. انگل و شپارد (۲۰۰۱)، دریافتند که فرآیند تخمین مدل‌های همبستگی پویای شرطی (DCC)[1] منعطف است و مدل‌سازی پویای فرآیند نوسانات را فراهم می‌کند. به‌ویژه، این مدل می‌تواند در پاسخ به اینکه آیا همبستگی بین دارایی‌ها سبب همبستگی یا نوسان دیگر دارایی‌ها می‌شود، نیز به‌کار گرفته شود انگل (۲۰۰۲)، مدل همبستگی پویای شرطی (DCC) را ارائه داد. انگل دریافت که ویژگی خاص مدل‌های DCC این است که پیش‌بینی نوسان یک‌متغیره و چندمتغیره با یکدیگر

1. Dynamic Conditional Correlation (DCC)

سازگارند. لی، چیو و لین (۲۰۰۶) نشان دادند که همبستگی بین دارایی‌ها در طول زمان ثابت نیست و هنگامی‌که ماتریس کواریانس شرطی بزرگ است، مدل DCC-GARCH می‌تواند به‌منزلهٔ بهترین مدل در ارزیابی ریسک درنظر گرفته شود. وانگ و هسوکو (۲۰۰۸)، به این نتیجه رسیدند که مدل DCC در پیش‌بینی از کمترین شکست برخوردار است، همبستگی وابسته به زمان در بدترین شرایط نقش مهمی دارد و هنگام مواجه‌شدن با مدیریت ریسک نمی‌توان آن را نادیده گرفت. لی و بین (۲۰۰۸) نشان دادند، عملکرد کلی مدل‌های چندمتغیره در ارزیابی ارزش در معرض ریسک پرتفوی بهتر از مدل‌های یک‌متغیره است. همچنین عملکرد مدل‌های DCC بهتر از سایر مدل‌های چندمتغیره است.

مدل‌های GARCH چندمتغیره در ایران بسیار جوان هستند و پژوهش‌های کمی در این زمینه انجام شده است، اما در زمینهٔ به‌کارگیری مدل‌های GARCH یک‌متغیره پژوهش‌هایی چند موجود است. نوروززاده (۱۳۸۵)، از مدل‌های شناخته‌شدهٔ تقریبی، مانند میانگین متحرک با وزن‌نمایی (EWMA)، GARCH (۱,۱) و نظریه مقدار مفرط (EVT)، برای فراهم کردن تخمین‌زننده‌های ارزش در معرض ریسک استفاده کرد. وی دریافت که با افزایش سطح اطمینان، روش GARCH (۱,۱) بهترین تخمین‌زننده است. شاه‌مرادی (۱۳۸۶)، ارزش در معرض ریسک پنج شاخص عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران را با استفاده از چهار نوع مدل GARCH برآورد کرد. او دریافت که نتایج روش‌های ریسک‌سنجی تا حدودی نسبت به مدل‌های دیگر مناسب‌تر است (شاه‌مرادی و زنگنه، ۱۳۸۶). شهریار (۱۳۸۵)، از روش‌های پارامتریک مانند روش‌های واریانس ـ کواریانس ساده و واریانس شرطی اتورگرسیو و GARCH، برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک پرتفوی سهام چهار شرکت در بازار بورس اوراق بهادار تهران استفاده کرد (شهریار و احمدی، ۱۳۸۵). محمدی و همکاران(۱۳۸۷)، هفت نوع مدل GARCH را در پیش‌بینی مقادیر ارزش در معرض ریسک، درمورد دو پرتفوی متشکل از شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران، بررسی کردند (محمدی، راعی و فیض‌آباد، ۱۳۸۷). کشاورز حداد و صمدی (۱۳۸۸)، مدل‌های با حافظهٔ کوتاه‌مدت و بلندمدت GARCH را برای تخمین ارزش در معرض ریسک شاخص قیمت بورس تهران به‌کار گرفتند (کشاورز حداد و صمدی، ۱۳۸۸). تهرانی، محمدی و پورابراهیمی (۱۳۸۹)، عملکرد پیش‌بینی دوازده مدل نوسان شرطی و غیرشرطی را دربارهٔ پیش‌بینی نوسان شاخص بازده نقدی و قیمت بورس تهران بررسی کردند. آنها نشان دادند که عملکرد مدل میانگین متحرک ۲۵۰ روزه، هموارسازی نمایی و CGARCH بهتر از دیگر مدل‌هاست. فلاح شمس (۱۳۸۹)، کارایی مدل‌های ریسک‌سنجی شرکت جی. پی. مورگان و مدل اقصاد سنجی GARCH را برای تخمین ارزش در معرض ریسک بررسی کرد. وی به این

نتیجه رسید که مدل‌های اقتصاد سنجی GARCH و ریسک‌سنجی، تفاوت معناداری با هم نداشته، هر دو مدل از کارایی مناسبی برای پیش‌بینی ریسک بازار برخوردارند. حیدری و ملابهرامی (۱۳۸۹)، برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، ماتریس کواریانس شرطی زمان ـ متغیر براساس مدل‌های چندمتغیرهٔ ناهمسانی واریانس Diagonal-BEKK (۱،۱)، CCC (۱،۱) و Diagonal-Vech (۱،۱) تخمین زدند.

مدل مفهومی

مدل GARCH: بولرسلو مدل ARCH انگل را با تکنیکی گسترش داد که واریانس شرطی را در فرآیند ARMA بیان می‌کرد. با توجه به فرآیند خطا:

رابطهٔ ۱) $\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$

که $\sigma_v^2 = 1$ و:

رابطهٔ ۲) $h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^{P} \beta_i h_{t-i}$

$\{v_t\}$ یک فرآیند وایت نویز و مستقل از ε_{t-i} تحقق یافته است؛ میانگین‌های شرطی و غیرشرطی ε_t برابر با صفر است. با توجه به امید ریاضی مقادیر ε_t:

رابطهٔ ۳) $E\varepsilon_t = Ev_t \sqrt{h_t} = 0$

نکتهٔ مهم این است که واریانس شرطی ε_t با $E_{t-1}\varepsilon_t^2 = h_t$ بیان می‌شود؛ بنابراین، واریانس شرطی ε_t با h_t رابطهٔ ۲ محاسبه می‌شود. تعمیم‌یافتهٔ مدل $ARCH\ (p,q)$ که $GARCH(p,q)$ نامیده می‌شود، خودرگرسیونی و میانگین متحرک را با هم در ناهمسانی واریانس به‌کار می‌گیرد (انگل و شپارد، ۲۰۰۱).

برای توصیف مدل‌های GARCH چندمتغیره، فرض کنید که دنبالهٔ بازده $\{r_t\}_{t-1}^{T}$ مربوط به داده‌های مالی، از یک فرآیند احتمالی تبعیت می‌کند:

رابطهٔ ۴) $r_t | f_{t-1} \sim P(\mu_t, H_t; \theta)$

که در آن $r_t \equiv (r_{1,t}, r_{2,t})'$ یک بردار ۲×۱ است، f_{t-1} اطلاعات مربوطبه زمان $t-1$ است و $E\,(r_t r_t' | f_{t-1}) = H_t$ و $E(r_t | f_{t-1}) = \mu_t$ و P تابع توزیع الحاقی تجمعی r_t و θ بیانگر پارامترهای توزیع هستند. سپس برای استاندارد سازی خطاها $\varepsilon_t \equiv H_t^{-1/2} r_t$، $E\,(\varepsilon_t | f_{t-1}) = 0$،

$E(\varepsilon_t \varepsilon_t' | f_{t-1}) = I$ و ماتریس کواریانس شرطی H_t باید به $D_t R_t D_t$ تجزیـه شـود کـه در آن R_t ماتریس همبستگی شرطی بین r_t ها است، و

رابطهٔ ۵) $$D_t \equiv \text{diag}(H_t)^{-1/2}$$

معمولاً فرض می‌شود که ε_t از توزیع نرمال تبعیت می‌کند: $\varepsilon_t \sim i.i.d.\ N(0, I)$. همـان‌طـور کـه می‌دانیم، ماتریس همبستگی شرطی بین $r_{1,t}$ و $r_{2,t}$ برابر است با واریانس شرطی بین متغیر اسـتاندارد شدهٔ $\varepsilon_{1,t}$ و $\varepsilon_{2,t}$.

رابطهٔ ۶) $$\rho_{12,t} \equiv \text{Corr}(r_{1,t}, r_{2,t} | f_{t-1}) = \text{Cov}(\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t} | f_{t-1})$$

که در آن:

رابطهٔ ۷) $$\varepsilon_t = D_t^{-1} r_t \equiv (\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t})'$$

آنچه در این جا اهمیت دارد، فرآیند ماتریس H_t است. مدل‌های پارامتریـک مختلفـی وجـود دارد که هر کدام H_t را به‌شیوه‌ای خاص تصریح می‌کنند (لانگ، ۲۰۰۴). می‌توان این مدل‌هـا را به سه طبقه تقسیم کرد. در اولین طبقه، ماتریس کواریانس شرطی به‌صورت مستقیم مدل‌سـازی می‌شود. این طبقه شامل مدل‌های برداری VEC و BEKK اسـت کـه جـزء اولـین مـدل‌هـای پارامتریک MGARCH محسوب می‌شوند. مدل‌های طبقهٔ دوم، بر این عقیده ساخته مـی‌شـوند که مدل‌سازی واریانس و همبستگی شرطی، در برابر مدل‌سازی ماتریس کواریانس شرطی بسیار راحت‌تر است. اعضای این طبقه شامل مدل همبستگی ثابت شرطی (CCC)[1] و توسـعه‌یافتـهٔ آن است. کاربرد این طبقه متکی به درک تفسیر همبستگی‌هاست. سومین طبقه، مـدل‌هـای عـاملی هستند که با ویژگی صرفه‌جو بودن شناخته می‌شوند (سیلونین و تراسویرتا، ۲۰۰۸).

مدل‌های مورد بررسی در این پژوهش به طبقهٔ دوم این دسته‌بنـدی تعلـق دارنـد کـه H_t را به‌طور غیرمستقیم و از طریق همبستگی شرطی مدل‌سازی می‌کنند. اولـین مـدل از ایـن طبقـه، مدل CCC بولرسلو است. مدل CCC فرض می‌کند که همبستگی شرطی، ثابت است. فرمـول مدل CCC عبارت است از:

رابطهٔ ۸) $$h_{i,t} = \omega_i + k_i h_{i,t-1} + \lambda_i r_{i,t-1}^2 \quad , \quad i = 1,2$$

رابطهٔ ۹) $$\rho_{12,t} = \rho$$

1. Constant Conditional Correlation (CCC)

آزمون‌های مختلف مربوط به اطلاعات ماتریس یا آزمون ضریب لاگرانژ، فرضیهٔ صفر را مبنی بر ثابت‌بودن همبستگی در بازار سهام، رد کرده است. پژوهش های تجربی و عملی مختلفی در زمینهٔ پویایی همبستگی شرطی انجام شده است و مدل‌های مختلفی مثل مدل DCC پیشنهاد شده است. بر مبنای $H_t = D_t R_t D_t$ مدل DCC تز و تسوی، شامل مدل GARCH یک‌متغیره برای $h_{i,t}$ رابطهٔ ۸، و تابع پویای نوع GARCH مربوطبه R_t است:

رابطهٔ ۱۰) $$R_t = (1-\beta-\gamma)\overline{R} + \beta R_{t-1} + \gamma \tilde{R}_{t-1}$$

که در آن $\bar{R}$، R_t و $\tilde{R}_t$ غیرشرطی، شرطی و ماتریس همبستگی نمونه در زمان t با عناصر واحد دیاگونال هستند و عناصر غیردیاگونال مربوط به $\tilde{R}_t$ عبارت است از:

رابطهٔ ۱۱) $$\tilde{\rho}_{12,t} = \frac{\sum_{K=1}^{M} \varepsilon_{1,t-k}\, \varepsilon_{2,t-k}}{\sqrt{\left(\sum_{K=1}^{M} \varepsilon_{t-k}\right)\left(\sum_{K=1}^{M} \varepsilon_{t-k}\, \varepsilon_{2,t-k}^2\right)}}$$

کواریانس شرطی $h_{12,t}$ ویژگی وابسته به زمان بودن را هم از واریانس شرطی $h_{i,t}$ و هم از همبستگی شرطی $\rho_{12,t}$ به‌کار می‌گیرد. مؤثرترین ویژگی مدل DCC، الگوریتم دو مرحله‌ای آن است که انگل آن را بیان کرد. بعد از استانداردسازی پسماندها ε_t، یک مدل BEKK برای کواریانس شرطی Q_t مربوطبه ε_t، به‌وسیلهٔ مدل‌سازی واریانس شرطی با مدل GARCH یک‌متغیره، همانند رابطهٔ ۸، ساخته می‌شود:

رابطهٔ ۱۲) $$Q_t = (1-\beta-\gamma)\overline{Q} + \beta\,(\varepsilon_{t-1}\varepsilon'_{t-1}) + \gamma\, Q_{t-1}$$

که در آن $\bar{Q}$ ماتریس کواریانس نمونه مربوط به $\hat{\varepsilon}_t$ است. $\beta > 0$ و $\gamma > 0$ و $\beta+\gamma < 1$ شرایط ضروری برای مانا بودن Q_t هستند. ویژگی‌های ماتریس همبستگی، مثل معین مثبت‌بودن، عنصر واحد دیاگونال، با تبدیل $R_t \equiv \mathrm{diag}\{Q_t\}^{-1} Q_t \mathrm{diag}\{Q_t\}^{-1}$ به حد مطلوب خود می‌رسد (لانگ، ۲۰۰۴). هنگامی‌که مدل DCC با چارچوب همبستگی همسان منطبق شود، مدل همبستگی همسان (DCC-DECO)[1] ایجاد می‌شود که ρ_t را برابر با میانگین اعضای Q_t در رابطهٔ ۱۲ قرار می‌دهد (انگل و کلی، ۲۰۰۸).

1. Dynamic EquiCorrelation (DECO)

$$\rho_t = \frac{1}{n\,(n-1)}\sum_{i\neq j}\frac{q_{i,j,t}}{\sqrt{q_{i,i,t}q_{j,j,t}}}$$ رابطهٔ ۱۳)

برای مدل DCC تابع احتمال لگاریتمی را به این صورت می‌توان بیان کرد (لانگ، ۲۰۰۴):

$$L = \frac{1}{2}\sum\left(2\log(2\pi) + 2\log|D_t| + \log|R_t| + r_t^{'} D_t^{-1} R_t^{-1} D_t^{-1} r_t\right)$$ رابطهٔ ۱۴)

ارزش در معرض ریسک: غالباً در فعالیت‌های مالی، احتمال اینکه بازده پرتفوی از یک محدوده مشخص پائین‌تر رود، بسیار موردتوجه قرار می‌گیرد. این محدوده مشخص ارزش در معرض ریسک[1] نامیده می‌شود. VaR در سطح اطمینان α عبارت است از:

$$P\left(w'_t r_t < VaR_\alpha\right) = \alpha$$ رابطهٔ ۱۵)

$$\alpha = \int_{-\infty}^{VaR_\alpha} f_{w'_t r_t | I_{t-1}}(r_p)\,dr_p$$ رابطهٔ ۱۶)

VaR، ارزیابی ریسک بازار پرتفوی و ارزیابی زیانی است که می‌تواند در سطح اطمینان معین روی دهد است. با احتمال α-۱، زیان پرتفوی کوچک‌تر از VaR_α خواهد بود (جوریون، ۲۰۰۳). VaR تابعی از سطح α، چگالی g(.)، اوزان پرتفوی w_t، حالت تبعی بردار میانگین μ_t و ماتریس کواریانس H_t است. در حالتی که g(.) چگالی نرمال چندمتغیره باشد، تعریف VaR، مقدار فرمول $VaR_\alpha = w'_t \mu_t + \left(w'_t H_t w_t\right)^{1/2} z_\alpha$ را کاهش می‌دهد (رامبوتس و وربیک، ۲۰۰۹).

روش پژوهش

برای تخمین ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل‌های GARCH چندمتغیره، پرتفویی شامل بازده‌های هفتگی سه شاخص ایران (TEDPIX)، ترکیه (XU100) و مالزی (KLSE) را در بازه زمانی ده سال از اول فروردین ۱۳۸۰ (۲۱ مارس ۲۰۰۱) تا اول فروردین ۱۳۹۰ (۲۰ مارس ۲۰۱۱) که ۴۵۲ مشاهده بود، درنظر گرفته شد. هدف از انتخاب این پرتفوی نزدیک‌بودن و همگن‌بودن بازار هر سه کشوراست. از این طریق چگونگی همبستگی بازار کشورهای یادشده را می‌توان بررسی کرد. به‌دلیل اینکه بازار ترکیه و مالزی، شنبه و یکشنبه را روز آخر هفته و ایران پنج‌شنبه و جمعه را روز آخر هفته درنظر گرفته‌اند، ما تنها سه روز کاری در هفته خواهیم داشت. به‌همین دلیل از داده‌های هفتگی استفاده کرده و سه‌شنبه به‌عنوان روز هفته درنظر گرفته شد.

1. Value at Risk (VaR)

بازده شاخص به‌صورت تفاضل لگاریتمی تعریف شد که اجزای غیرقابل پیش‌بینی بازده شاخص را مشخص می‌کند. بازده شاخص عبارت است از:

رابطهٔ ۱۷) $$r_t = \log Y_t - \log Y_{t-1}$$

که Y_t بردار ارزش بازده‌ها در زمان t است.

جدول ۱، بیانگر توصیف آماری داده‌ها است. طبق این جدول، نتایج آزمون جارک ـ برا، غیرنرمال بودن توزیع داده‌ها را به اثبات می‌رساند. مقادیر مربوط به چولگی و کشیدگی نیز اختلاف معناداری با توزیع نرمال نشان می‌دهند؛ بنابراین، در تخمین معادله‌های میانگین و واریانس از توزیع تی. استیودنت استفاده شد.

جدول ۱. توصیف آماری داده‌ها

توصیف	TEDPIX	KLSE	XU100
مینیمم	-۰/۰۲۴۴	-۰/۰۵۶۸	-۰/۰۹۵۵
میانگین	۰/۰۰۲۸	۰/۰۰۰۷	-۰/۰۰۱۹
ماکزیمم	۰/۰۴۵۲	۰/۰۳۶۶	۰/۱۰۹۲
انحراف استاندارد	۰/۰۰۸۶	۰/۰۱۰۷	۰/۰۲۳۶
چولگی	۱/۱۱۹۶	-۱/۰۷۸۵	۰/۰۸۵۱
کشیدگی	۳/۹۰۳۱	۴/۹۰۲۵	۲/۳۸۲۸
جارک ـ برا	۳۸۰/۵۱ (۰/۰۰۰۰)	۵۳۹/۰۸ (۰/۰۰۰۰)	۱۰۷/۲۴ (۰/۰۰۰۰)
ضریب لاگرانژ (F_{10})	۳/۷۵۱۹ (۰/۰۰۰۱)	۲/۲۰۴۳ (۰/۰۱۶۷)	۴/۶۹۲ (۰/۰۰۰۰)
باکس ـ پیرس (Q_{50})	۳۰۲/۵۹۷ (۰/۰۰۰۰)	۵۶/۷۷۵۳ (۰/۲۳۷۳)	۵/۶۵۴ (۰/۸۴۶۳)
باکس ـ پیرس (Q^2_{20})	۷۸/۴۸۴۹ (۰/۰۰۶۲)	۹۳/۳۰۲۳ (۰/۰۰۰۲)	۱۱۹/۰۱۵ (۰/۰۰۰۰)
دیکی فولر افزوده مقدار بحرانی در سطح (۹۵٪) = ۱/۹۴۰۹۳	-۷/۰۳۶۳	-۱۲/۴۵۰۷	-۱۱/۴۰۰۹

آزمون ضریب لاگرانژ[1] که با وقفه‌ای معین بالاترین مقدار همبستگی پیاپی را مشخص می‌کند، نشان‌دهندهٔ معناداری تمامی مقادیر به‌دست‌آمدهٔ اجزای اخلال است و هر سه شاخص

1. Lagrange Multiplier (LM)

دارای اثرات ARCH در پسماندهای خود هستند. آمارهٔ باکس ـ پیرس[1] که خود همبستگی پسماندها و مربع پسماندها را تا وقفهٔ مشخص در سطح اطمینان معلوم، تعیین می‌کند، بیانگر خودهمبستگی در پسماندهای ایران و مربع پسماندهای هر سه شاخص است. نتایج آزمون دیکی ـ فولر افزوده[2]، حاکی از نامانایی سری زمانی شاخص‌ها در سطح اطمینان ۹۵ درصد است. به‌دلیل خودرگرسیونی بازده‌ها و نیز وجود اثرات ARCH و نوسانات خوشه‌ای، مدل‌های GARCH قادر به حمل ویژگی‌های این داده‌ها و مناسب برای تخمین ریسک آنها هستند.

برای تخمین ریسک از روش دلتا نرمال (واریانس ـ کواریانس) و مدل‌های MGARCH استفاده شد. به‌منظور حداقل‌سازی تفاوت خوبی برازش مدل، با استفاده از معیارهای اطلاعاتی آکائیک، شوارتز و حنان و کوئین، تعداد وقفه‌های بهینه تا چهار وقفه بررسی شده است. با توجه به معیارهای اطلاعاتی حاصل، برای تخمین معادلات میانگین و واریانس، وقفه‌های (۳،۳) برای تمامی مدل‌ها جز مدل تز و تسو با وقفهٔ (۴،۳) بهتر از سایر وقفه‌ها، مدل‌ها را بهینه ساختند. همچنین برای تخمین مدل GARCH وقفهٔ (۲،۲) برای تمامی مدل‌ها جز مدل تز و تسو با وقفه (۳،۲) بهترین وقفه‌ها شناخته شدند.

نتایج آزمون باکس پیرس بیانگر عدم وجود اثرات ARCH در پسماندها و مربع پسماندهای هر سه مدل است. آزمون هوسکینگ که برای بررسی چندمتغیره خودهمبستگی پسماندها و مربع پسماندهای دارایی‌های پرتفوی، به‌کار می‌رود بیانگر عدم وجود خودهمبستگی در پسماندها و مربع پسماندهای پرتفوی است. مقادیر آزمون چندمتغیره لی و مکلود که برای بیان خطای تصریح میانگین شرطی مدل ARMA به‌کار می‌رود، حاکی از عدم وجود همبستگی پیاپی میان مربع اجزای اخلال است. آزمون‌های آماری تز و نیز آزمون انگل و شپارد، بیانگر ثبات ماتریس همبستگی شرطی در مدل CCC است و صحت فرض اساسی مدل CCC را تأیید می‌کنند. از آنجا که بعد از تخمین مدل هیچ‌گونه همبستگی پیاپی بین اجزای اخلال و مربع آنها وجود ندارد و خالی از اثرات ARCH هستند، کفایت مدل‌ها تضمین می‌شود؛ بنابراین، مدل‌های تصریح‌شده برای تصریح ماتریس واریانس ـ کواریانس و تخمین ارزش در معرض ریسک کافی خواهند بود.

یافته‌های پژوهش

همان‌طور که در تعریف ریسک بیان شد، برای تخمین ارزش در معرض ریسک نیازمند بازده، واریانس و اوزان پرتفوی هستیم. اوزان پرتفوی برای مدل‌های مورد بررسی به‌شرح زیر هستند:

---

1. Box -Pierce
2. Augmented Dickey–Fuller (ADF)

جدول ۲. وزن‌های بهینه مدل‌های مختلف

model	weight	TEDPIX	KLSE	XU100
CCC	w_1	۰/۱۹	۰/۷۸	۰/۰۴
	w_2	۰/۵۹	۰/۳۵	۰/۰۷
	w_3	۱/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
DCC_E	w_1	۰/۱۵	۰/۷۹	۰/۰۶
	w_2	۰/۵۶	۰/۳۲	۰/۱۱
	w_3	۱/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
DCC_T	w_1	۰/۱۳	۰/۸۴	۰/۰۳
	w_2	۰/۵۶	۰/۴۴	۰/۰۰
	w_3	۱/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
DCC-DECO	w_1	۰/۱۵	۰/۷۷	۰/۰۸
	w_2	۰/۵۸	۰/۳۸	۰/۰۵
	w_3	۱/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰

وزن‌های بالا با توجه به تئوری مارکویتز تعیین شدند و روی مرز کارای پرتفوی قرار دارند؛ یعنی وزن‌ها طوری انتخاب شدند که در واریانس یکسان بیشترین بازده یا در بازده‌های یکسان کمترین واریانس حاصل شود. مقادیر ارزش در معرض ریسک برای وزن‌های بالا به‌شرح زیر هستند:

جدول ۳. ارزش در معرض ریسک پرتفوی در سطح اطمینان ۹۵ درصد

وزن‌ها	CCC	DCC_E	DCC_T	DCC-DECO
w_1	۰/۰۰۸۶	۰/۰۰۹۳	۰/۰۰۸۶	۰/۰۰۸۹
w_2	۰/۰۰۸۷	۰/۰۰۹	۰/۰۰۹۷	۰/۰۰۸۹
w_3	۰/۰۱۳۹	۰/۰۱۳۹	۰/۰۱۷	۰/۰۱۳۹

در سطح ۹۵ درصد، مدل‌های DCC-DECO و CCC، VaRهای نزدیک به هم ایجاد کرده‌اند؛ درحالیکه مدل DCC_T مقدار VaR را بیشتر تخمین زده است. مدل CCC دربرگیرندهٔ ماتریس همبستگی ثابتی در طول زمان است؛ چنانچه با تغییر وزن‌ها، همبستگی و درنهایت ریسک پرتفوی تغییر می‌کند. درنتیجه، تخمین ریسک با تورش‌هایی همراه می‌شود. این مدل نسبت به مدل‌های دیگر پارامترهای مدل واریانس را بهتر تخمین می‌زند؛ درحالیکه مدل‌های DCC_E، DCC_T و DCC-DECO پارامترهای همبستگی را بهتر تخمین می‌زنند.

جدول ٤. مقدار همبستگی در مدل‌های مختلف برازش‌شده

ضرایب همبستگی	CCC	DCC_E	DCC_T	DCC_DECO
rho_21	۰/۱۱۸۹۴	۰/۱۱۷۹۳	۰/۱۴۷۵	
rho_31	۰/۰۶۳۹۹	۰/۰۵۳۷۷	۰/۱۰۱۸۷	۰/۱۶۶۷۴
rho_32	۰/۳۲۰۸۱	۰/۳۱۸۲	۰/۳۳۲۱۲	

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

ارزش در معرض ریسک، ابزاری است که می‌تواند برای تعیین ریسک هر نوع پرتفوی به‌کار گرفته شود و مقایسهٔ ریسک پرتفوی‌های مختلف را نیز فراهم کند. در بازارهای مالی با وجود ناهمسانی واریانس و نوسانات خوشه‌ای، مدل‌های GARCH ابزاری سودمند برای محاسبهٔ بهینهٔ ارزش در معرض ریسک محسوب می‌شوند. چنانچه نیازمند مدل‌سازی روابط بین زیرمجموعه‌های پرتفوی باشیم و ماتریس همبستگی پرتفوی نیز وابسته به زمان باشد، مدل‌هایی ضرورت می‌یابند که قادر به حمل چندبعدی و وصف همبستگی‌های شرطی پرتفوی باشند. در این پژوهش عمکرد چند مدل کاربردی در این زمینه مقایسه شده است. مقایسهٔ نتایج معیارهای اطلاعاتی در جدول ۵، برتری مدل CCC را بیان می‌کند. اما باید توجه داشت که این مدل ماتریس همبستگی را ثابت فرض می‌کند. پس می‌توان نتیجه گرفت که مدل CCC تنها ماتریس واریانس را بهتر از سایر مدل‌ها تخمین می‌زند، اما در تخمین بهینهٔ ماتریس همبستگی ناتوان است. بنابراین، نمی‌توان آن را در مطالعات بلندمدت که ماتریس همبستگی متغیر است به‌کار برد که این یک نقص محسوب می‌شود، اما در دوره‌ای که ماتریس همبستگی تغییر نکند این مدل بهتر از مدل‌های DCC عمل می‌کند.

جدول ۵. معیارهای اطلاعاتی مدل‌های برازش شده

معیارهای اطلاعاتی	log-likelihod	شوارتز	حنان و کوئین	آکائیک
CCC	۴۲۲۴/۰۲۰۴	-۱۸/۶۳۶	-۱۸/۶۵۸	-۱۸/۶۷۳
DCC_E	۴۲۲۵/۰۵۷۹	-۱۸/۶۱۴	-۱۸/۶۴۷	-۱۸/۶۶۷
DCC_T	۴۲۱۸/۶۶۲	-۱۸/۵۸۵	-۱۸/۶۱۹	-۱۸/۶۴۰
DCC_DECO	۴۲۱۵/۴۱۴۳	-۱۸/۵۹۸	-۱۸/۶۲۰	-۱۸/۶۳۵

MGARCH T --> MGARCH D : Chi^2(2)=۶/۴۹۵۵ [۰/۰۳۸۹]

MGARCH E --> MGARCH C : Chi^2(2)= ۲/۰۷۵۰ [۰/۰۳۵۴۳]

MGARCH E --> MGARCH D : Chi^2(2)= ۱۹/۲۷۸ [۰/۰۰۰۱]

با توجه به معیارهای اطلاعاتی بالا، مدل انگل برتر از سایر مدل‌هاست. مدل DCC-DECO و مدل تز و تسو در رده‌های بعدی قرار دارند. اما آنچه در مقایسه مدل‌های انگل و DECO

می‌بایست درنظر داشت، تخمین بهتر واریانس است. آزمون مقایسهٔ واریانس‌ها حاکی از برتری تخمین مدل DECO بر مدل‌های تز و تسو و انگل است. درواقع، می‌توان میانگین همبستگی پرتفوی را برای پیش‌بینی همبستگی و نیز ریسک دوره‌های آتی به‌کار گرفت. بنابراین، مطابق نتایج یادشده، فرض یک را مبنی بر برتری مدل‌های همبستگی پویای شرطی به همبستگی ثابت، رد نمی‌شود. اما فرض دوم مبنی بر برتری مدل تز و تسو به مدل انگل را نمی‌توان پذیرفت. نتایج حاکی از برتری مدل انگل به مدل تز و تسو بود. فرض سوم نیز که برتری مدل‌های همبستگی همسان نسبت به مدل‌های همبستگی پویا را می‌سنجد، نمی‌توان رد کرد.

منابع

تهرانی، ر.؛ محمدی، ش. و پورابراهیمی، م. (۱۳۸۹). مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسانات بازده در بورس اوراق بهادار تهران. *نشریهٔ تحقیقات مالی*، ۱۲(۳۰): ۳۴-۲۳.

حیدری، ح. و ملابهرامی، الف. (۱۳۸۹). بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری سهام براساس مدل‌های چندمتغیرهٔ GARCH شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۱۲(۳۰): ۵۶-۳۵.

شاه‌مرادی، الف. و زنگنه، م. (۱۳۸۶). محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک برای شاخص‌های عمدهٔ بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش پارامتریک. *مجلهٔ تحقیقات اقتصادی*، ۷۹ (۲): ۱۴۹-۱۲۱.

شهریار، ب. و احمدی، س. (۱۳۸۵). تعیین میزان بهینهٔ سرمایه گذاری در بازار بورس اوراق بهادار با رویکرد ارزش در معرض ریسک. *فصلنامهٔ بررسی‌های حسابداری و حسابرسی*، ۱۴(۳): ۲۴-۳.

فلاح‌شمس، م. (۱۳۸۹). بررسی مقایسه‌ای کارایی مدل ریسک سنجی و مدل اقتصادسنجی GARCH در پیش‌بینی ریسک بازار در بورس اوراق بهادار تهران. *مجلهٔ مهندسی مالی و مدیریت پرتفوی*، (۵): ۱۵۸-۱۳۷.

کشاورز حداد، غ. و صمدی، ب. (۱۳۸۸). برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران مقایسهٔ دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر، کاربردی از مدل های خانواده FIGARCH. *مجلهٔ تحقیقات اقتصادی*، ۴۴ (۱): ۲۶۶-۲۲۲.

محمدی، ش.؛ راعی، ر. و فیض‌آباد، الف. (۱۳۸۷). محاسبه ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. *نشریه تحقیقات مالی*، ۱۰(۲۵): ۱۲۴- ۱۰۹.

نوروززاده، پ. (۱۳۸۵). *کارآیی روش‌های اندازه‌گیری دارایی در خطر در بورس تهران*. همایش آینده‌پژوهی، فناوری و چشم‌انداز توسعه، تهران: دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

Audrino, F. & Barone-Adesi, G. (2003). *Semiparametric Multivariate GARCH Models for Volatility Asymmetries and Dynamic Correlations*. Financial Valuation and Riak Management. Working Paper No. 137.

Bollerslev, T., Engle, R. F. & Wooldridge, J. M. (1988). A capital asset pricing model with time-varying covariances. *The Journal of Political Economy*, 96(1): 116-131.

Campbell, J. Y., Lo A. W., & MacKinlay A. C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Enders, W. (1996). *Applied Econometrics Time Series*. Iowa State Univercity. Wiley & sons, inc.

Engle, R. F. & Sheppard, K. (2001). *Theorical and Emprical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH*. National Bureau of Economic Research. Working Paper 8554, http://www.nber.org/papers/w8554.

Engle, R. (2002). Dynamic Conditional Correlation –A Simple Class of Multivariate GARCH Models. *Forthcoming Journal of Business and Economic Statistics*, 20 (3): 339-350.

Engle, R. F., Focardi, S. M. & Fabozzi F. J. (2007). *ARCH/GARCH Models in Applied Financial Econometrics*. JWPR026-Fabozzi c114-NP.

Engle, R. & Kelly, B. (2008). *Dynamic Equicorrelation*. NYU Working Paper No. FIN-08-038.

Hsu Ku, Y. H., & Wang, J. (2008). Estimating portfolio value at risk via dynamic conditional correlation MGARCH model-an empirical study on forein exchange rate. *Applied Financial Economics Letters*, 15: 533-538

Jorion, P. (2003). *Financial Risk Manager*. Handbook second edition. Hoboken, New Jersey, Jon Wiley and Sons, Inc.

Lee, M. C., Chiou, J. Sh., & Lin Ch. M. (2006). A study of value at risk on portfolio in stock return using DCC Multivariate GARCH. *Applied Financial Economics Letters*, 2 (3): 183-188.

Lee, S. J., & Binh, K. B. (2008). Model selection for estimating portfolio var in Korean stock market. *Asia-Pacific Journal of Financial Studies*, 37(5): 877-913.

Long, X., (2004). *Semiparametric Multivariate GARCH Model*. University of California; Riverside, CA 92521-0427, USA.

McAleer, M. & Veiga, B. DA. (2008). Forecasting value-at-risk with a parsimonious portfolio spillover GARCH (PS-GARCH) model. *Journal of Forecasting*, 27 (1): 1–19.

Rombouts, J. V.K., & Verbeek, M. (2009). Evaluating portfolio value-at-risk using semi-parametric GARCH models. *Quantitative Finance*, 9(6): 737-745.

Silvennoinen, A. & Terasvirta, T. (2008). *Multivariate GARCH modela*. SSE/EFE Working paper series in economics and finance No. 669.

Tse, Y.K. (2000). A test for constant correlations in a multivariate GARCH model. *Journal of Econometrics*, 98: 107-127.

Tse, Y.K. & Tsui, A. K.C. (1998). *A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations*. Department of Economics National University of Singapore.