تحقیقات مالی
دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

دوره ۱۵، شماره ۱
بهار و تابستان ۱۳۹۲
صص ۷۴- ۵۱

مدل‌سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظرگرفتن اثر حافظه بلندمدت (مطالعه موردی: سه شاخص منتخب صنایع)

سید محمد سیدحسینی[۱]، سید بابک ابراهیمی[۲]

چکیده: هنگامی‌که مشاهدات گذشته با مشاهدات آینـده دور همبسـتگی دارنـد و رابطـه آنهـا غیرقابل چشم‌پوشی است، سری زمانی مورد مطالعه دارای ویژگی حافظه بلندمدت است. در این مقاله مدل‌سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظرگرفتن اثر حافظه بلندمدت مورد بررسی قرار می‌گیرد. مدل‌های مورد مقایسه، BEKK (1,1) و مدل توسعه‌یافته FBEKK (1,d,1) هسـتند که مدل توسعه‌یافته، پارامتر حافظه بلندمدت (d) را طی فرآیند مدل‌سازی لحاظ کـرده و بـرآورد می‌کند. همچنین در این پژوهش، شاخص قیمت سه گروه صنعت در بورس اوراق بهادار تهران، شامل شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات، شـاخص واسـطه‌گـری‌هـای مـالی (لیزینـگ) و شـــاخص ماشـــین‌آلات و تجهیـــزات طـــی بـــازه زمـــانی ۱۳۸۳/۰۶/۰۳ تـــا ۱۳۸۷/۰۶/۳۱ در مدل‌سازی‌های تجربی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حاصل نشان‌دهنده این بود که مدل FBEKK (1,d,1) تصریح دقیق‌تری را فراهم می‌کند که فرضیه‌های پایه اقتصـادی نیـز مؤیـد آن هستند.

واژه‌های کلیدی: بازده، تلاطم، حافظه‌بلندمدت، BEKK، FBEKK.

طبقه‌بندی JEL: G1، G10، G11.

۱. استاد دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی صنایع، تهران، ایران
۲. دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۵/۲۸
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۱/۰۹/۲۱
نویسنده مسئول مقاله: سید بابک ابراهیمی
E-mail: B_Ebrahimi@iust.ac.ir

مقدمه

بررسی مطالعات گذشته نشان می‌دهد که دیدگاه غالب در توصیف رفتار بازارهای مالی، این بوده که بسیاری از سری‌های زمانیِ مبتنی بر داده‌های اقتصادی، به‌ویژه سری‌های بازارهای پولی و مالی، از فرایندی تصادفی پیروی می‌کنند و درنتیجه تغییرات آنها قابل پیش‌بینی نیست. وجود حافظه بلندمدت در بازارهای مالی، شکل ضعیف فرضیه کارایی بازار را نقض کرده، همچنین در مدل‌های خطی قیمت‌گذاری تردید ایجاد می‌کند و بیانگر آن است که در قیمت‌گذاری باید از مدل‌های غیرخطی استفاده کرد (Barkoulas, Baum & Travlos, 2000). اکثر سری‌های زمانی مالی، نامانا[1] هستند، اگرچه نیاز نیست که چندین تفاضل[2] از آن گرفته شود، ولی گرفتن اولین تفاضل و سپس استفاده از یک مدل ARIMA، رویکرد قابل اعتمادی نیست. در تجزیه و تحلیل باکس ـ جنکینز[3]، فرض بر این است که اگر سری زمانی نامانا باشد، اولین تفاضل‌گیری از آن تا زمانی که اجزای فصلی وجود نداشته باشند، سبب می‌شود که سری زمانی رفتار قابل قبولی داشته باشد. همچنین امید می‌رود که تفاضل‌گیری به‌سرعت خود همبستگی‌ها[4] را محو کرده و رفتارش فاقد الگو شود که در این صورت می‌توان آن را با یک مدل مانای ARMA که قابلیت وارونه‌شوندگی[5] دارد، به خوبی تشریح کرد. اگرچه روشن است که همواره چنین حالتی رخ نمی‌دهد.

هنگامی‌که از تفاضل‌گیری استفاده می‌کنیم، احتمال از دست رفتن بخشی از اطلاعات مهم موجود در سری زمانی وجود دارد؛ اما اگر از یک سری بیش از میزان لازم تفاضل‌گیری[6] شود، رفتار واریانس سری تحت تأثیر قرار خواهد گرفت. در یک سری نامانا داده‌ها تمایل به پراکندگی دارند و خودهمبستگی نمونه به‌کُندی محو می شود. دوره‌نگار[7] به‌طور کامل تحت تأثیر اجزایی است که فراوانی کمی دارند. با گرفتن اولین تفاضل، ملاحظه می‌شود که خودهمبستگی‌ها باسرعت بیشتری محو می‌شوند؛ ولی به نظر می‌رسد که همچنان الگوهای روند وجود دارند. با بررسی دوره‌نگار در می‌یابیم که بیشتر در حول فراوانی صفر متمرکز شده است. این امر نشان می‌دهد که سری دارای الگوی شبیه به نقشه‌های زمانی است. هنگامی که برای بار دوم اقدام به تفاضل‌گیری می‌کنیم، مشاهده می‌شود که سری $\Delta^۲ x$ کمابیش فاقد الگوی رفتاری می‌شود و

1. Non Stationary
2. Difference
3. Box-Jenkins
4. Autocorrelations (ACF)
5. Invertibility
6. Over Differencing
7. Periodogram

تقریباً هیچ قدرتی حول فراوانی صفر وجود ندارد. این بدین معناست که اجزایی که دارای فراوانی کمی هستند، نه‌تنها تضعیف شده‌اند، بلکه به‌طور کامل از بین رفته‌اند و از آنها صرف‌نظرشده است. این امر باعث می‌شود که پیش‌بینی بلندمدت بسیار سخت شود. قدرت طیفی کمی که در اطراف فراوانی صفر مشاهده می‌شود، حاکی از آن است که $\Delta^{۲}x$ فاقد قابلیت وارونه شوندگی است. تمامی این موارد حاکی از این است که داده‌ها بیش از اندازه مورد تفاضل‌گیری قرار گرفته‌اند. بنابراین مطلوب است تعداد تفاضل‌گیری (d) بین ۱ و ۲ باشد. مورد دیگری که ناکارآمدی مدل‌های ARMA برای برخی از سری‌های زمانی مانا را مشخص ساخته و استفاده از مدل‌های حافظه بلندمدت را بیش از پیش ضروری می‌کند، نقض قضیه حدمرکزی است. اگر $x_0,\dots,x_{n-1}$ متغیرهای تصادفی مستقلی بوده و دارای توزیع یکسان (iid) و واریانس متناهی باشند، آنگاه میانگین نمونه ($\bar{x}$) نرمال بوده و واریانس آن متناسب با $\frac{۱}{n}$ خواهد بود. استنباط‌های استاندارد آماری (فاصله اطمینان، آزمون‌های فرض و غیره) برای میانگین μ، بر اساس همین قضیه شکل می‌گیرند. حتی اگر متغیرها (iid) هم نباشند، چنانچه اتوکواریانس‌ها به‌سرعت محو شوند، قضیه حد مرکزی برقرار خواهد بود. بررسی‌هایی که روی فرایندهای ARMA معکوس‌پذیر و مانا انجام گرفته، نشان می‌دهد که در این فرایندها، اتوکواریانس به‌سرعت و به‌طور نمایی (تصاعدی) به‌سمت صفر محو می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که اگرچه سری‌های زمانی مشاهده شده به‌ظاهر مانا هستند، ولی به‌دلیل اینکه واریانس $\bar{x}$ با سرعتی کمتر از $\frac{۱}{n}$ به‌سمت صفر حرکت می‌کند، قضیه حد مرکزی نقض می‌شود (Palma, 2007). به‌طور معمول نمودار لگاریتم واریانس $\bar{x}$ و لگاریتم n، خطی بوده و دارای شیبی بین ۰ و ۱- است. مثالی مشهور در این باره، محدوده سالانه سطح آب رودخانه نیل است که واریانس آن کمابیش با سرعت $n^{-۲}$ کاهش می‌یابد.

مندلبروت و والیس (۱۹۶۹)، رفتار مشابهی را در تعداد زیادی از سری‌های زمانی ژئوفیزیک، مانند بارندگی، فرکانس‌های زلزله و لکه‌های خورشیدی مشاهده کردند. در واقع، اگر واریانس $\bar{x}$ با نسبتی کمتر از $\frac{۱}{n}$ به‌سمت صفر حرکت کند، استنباطی که از اندازه میانگین (μ) خواهیم داشت اشتباه (غیرمحافظه‌کارانه[1]) خواهد بود. با انجام مطالعات تجربی بیشتر بر این پدیده، مشخص شد که اگرچه خودهمبستگی‌ها به‌تنهایی بزرگ نیستند؛ ولی هنگامی که با هم همراه می‌شوند ـ حتی در صورت وجود وقفه‌های بزرگ ـ می‌توانند فرضیه‌هایی که برای برقراری قضیه حدمرکزی موردنیاز هستند را نقض کنند (محمدی و چیت‌سازان، ۱۳۹۰). تجزیه و تحلیل‌های نظری نشان می‌دهد که اگر اتوکواریانس با سرعت کمی به‌سمت صفر محو شود، قضیه حدمرکزی نقض

1. Anti-Conservative

می‌شود. فرض کنید که برای (d) غیرصفر و متعلق به بازه (۰/۵ , ۰/۵-) داریم $c \approx kr^{2d-1}$. در این حالت همبستگی غیرقابل انکار، حتی میان گذشته و آینده وجود خواهد داشت. می‌توان نشان داد که این شرایط برابر تعریفی است که در ادامه از سری‌های زمانی دارای حافظه بلندمدت ارائه خواهیم داد (Palma, 2007).

بیان مسئله

مدل‌های حافظه بلندمدت نخست با عنوان یکپارچگی کسری[1] از سوی گرنجر و جویکس (۱۹۸۰) به ادبیات اقتصادسنجی معرفی شدند؛ ولی یکی از اولین کسانی که مدل‌های حافظه بلندمدت را برای سری‌های زمانی پیشنهاد کرد، دکتر کاکس بود. وی هنگامی که در صنعت پارچه مشغول به‌کار بود، از این مدل‌ها برای تشریح تغییرات قطر نخ استفاده کرد (Granger & Joyeux, 1980). این مدل‌ها را کولموگروف[2] ابداع کرد و به‌دلیل ارتباطی که با فراکتال‌ها داشتند، توسط مندلبروت عمومیت یافتند. حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی را می‌توان به‌صورت خودهمبستگی بین وقفه‌های طولانی، بیش از صدها دوره زمانی تعریف کرد (Tolvi, 2003). مدل‌های حافظه بلندمدت نشان‌دهنده ساختار غیرخطی بازارهای سرمایه است و درنتیجه نشان می‌دهد که الگوهای خطی در توصیف ماهیت واقعی این بازارها ناکارآمد هستند. ساختار غیرخطی بازار سرمایه موجب می‌شود تا پیش‌بینی آن مشکل شود (Jin & Jin, 2007). خودهمبستگی‌های یک سری انباشته $I(1)$ و$I(2)$ در وقفه‌های طولانی نیز به شکل ماندگاری باقی می‌ماند. یک سری زمانی دارای حافظه بلندمدت را می‌توان با تابع خود همبستگی (ACF) آن که با نرخ هیپربولیک (شبه هذلولی) کاهش می‌یابد، مشخص کرد. نرخ کاهشی هیپربولیک بسیار کندتر و آهسته‌تر از نرخ کاهشی تابع خودهمبستگی سری زمانی‌ای است که حافظه کوتاه‌مدت دارد. سری زمانی‌ای که حافظه کوتاه‌مدت دارد، به‌طور معمول با نرخی نمایی به میرایی رفته و مقادیر بالای خود همبستگی تنها بعد از چند وقفه از بین می‌رود. برخی فرایندها نیز رفتاری بین این دو مورد را نشان می‌دهند. آنها به‌وضوح نامانا هستند. با وجود این ، زمانی که از آنها تفاضل‌گیری می‌شود، این ویژگی را دارند که به‌طور یک در میان همبستگی‌های مثبت و منفی نشان دهند. اما داده‌هایی که از آنها تفاضل‌گیری نشده است، در وقفه‌های بسیار دور هم خودهمبستگی‌های معناداری نشان می‌دهند (Green, 2003). این فرایندها، فرایندهای با حافظه بلندمدت نامیده می‌شوند و یکی از رایج‌ترین روش‌ها برای اندازه‌گیری و سنجش حافظه بازارها،

---

1. Fractional integration (FI)
2. Kolmogorov

برآورد پارامتر انباشتگی کسری (d) در آنها است. در بیان‌های مختلف ادبیات اقتصادسنجی، اگر سری زمانی $\{Y_t\}$ با توابع خود همبستگی ρ_j در وقفهJ، را داشته باشیم؛ بر اساس نظر مک لئود و هیپل (۱۹۷۸)، فرایند دارای حافظه بلندمدت خواهد بود، اگر:

رابطه ۱) $$\lim \sum_{j=-n}^{n} \left|\rho_j\right| = \infty$$

حافظه بلندمدت را می‌توان با تصریح میرایی هیپربولیک اتوکوواریانس‌ها به شکل رابطه شماره ۲ نیز تعریف کرد (Palma, 2007).

رابطه ۲) $$c(h) \approx k(h).r^{2d-1}$$

وقتی که $h \to \infty$، مقدار d پارامتر حافظه بلندمدت و $k(h)$ یک تابع با تغییر آهسته است. برای اثبات این موضوع، از ارتباط میان دوره‌نگار $I(\omega)$ و اتوکواریانس‌های نمونه $(\hat{C}_r)$ به شکل رابطه شماره ۳ استفاده می‌کنیم:

رابطه ۳) $$I(\omega) = \frac{۱}{۲\pi} \sum_{|r|<n} \hat{c}_r e^{(ir\omega)}$$

بنابراین اگر فراوانی صفر باشد، داریم:

رابطه ۴) $$I(۰) = \frac{۱}{۲\pi n} \left| \sum_{t=۰}^{n-۱} x_t \right|^۲ = \frac{n}{۲\pi} \bar{x}^۲ = \frac{۱}{۲\pi} \sum_{|r|<n} \hat{c}_r$$

برای ساده‌تر شدن موضوع فرض می‌کنیم که $E[x_t]=۰$، در این صورت رابطه به‌شکل ساده شده (۷) قابل بازنویسی است؛

رابطه ۵) $$Var\bar{x} = E(\bar{x}^۲) = \frac{۱}{n} \sum_{|r|<n} E\left[\hat{c}_r\right] = \frac{۱}{n} \sum_{|r|<n} (۱-\frac{|r|}{n}) c_r \approx$$

رابطه ۶) $$\frac{۲k}{n} \sum_{r=۱}^{n-۱} (۱-\frac{r}{n}) r^{۲d-۱} . \frac{n^{۲d-۱}}{n^{۲d-۱}} = n^{۲d-۱} \times \frac{۲k}{n} \sum_{r=۱}^{n-۱} (۱-\frac{r}{n})(\frac{r}{n})^{۲d-۱} \approx$$

رابطه ۷) $$n^{۲d-۱} \times ۲k \int_۰^۱ (۱-h) h^{۲d-۱} dh$$

بنابراین زمانی که $k(h) = ۲k \int_۰^۱ (۱-h)h^{۲d-۱}dh$ ثابت باشد، $Var\bar{x} \approx k(h).n^{۲d-۱}$ است که هم‌ارز با رابطه شماره ۲ است. در صورتی که $d > ۰$ باشد، اتوکواریانس‌ها به‌قدری آرام به‌سمت صفر محو می‌شوند که جمع‌پذیر نخواهند بود، برای مثال $\sum_r |C_r| = \infty$ و واریانس $\bar{x}$ نیز با سرعتی کمتر از $\frac{۱}{n}$ به سمت صفر محو می‌شود. اگر $d < ۰$ باشد اتوکواریانس‌ها جمع‌پذیر

خواهند بود؛ $\sum_r |C_r| < \infty$، ولی همچنان آهسته‌تر از نرخ نمایی که از طریق فرایندهای ARMA مانای معکوس‌پذیر به‌دست می‌آید، به‌سمت صفر محو می‌شوند. بر این اساس چنانچه بخواهیم هم مانایی سری را داشته باشیم و هم دچار مشکلات ناشی از بیش تفاضل‌گیری نشویم، لازم است تفاضل‌گیری کسری انجام دهیم. اگر d پارامتر تفاضل‌گیری کسری باشد، سری زمانی غیر مانای x_t را که در رابطه شماره ۸ نمایش داده شده است را با روش زیر می‌توان مانا کرد.

$$(1-L)^d x_t = \varepsilon_t \qquad \text{رابطه ۸)}$$

که در آن، L عملگر وقفه و ε_t سری زمانی مانا شده است. بسط مک لورن $(1-L)^d$ به‌صورت رابطه شماره ۹ است:

$$(1-L)^d = 1 - dL + \frac{d(d-1)}{2!}L^2 - \frac{d(d-1)(d-2)}{3!}L^3 + \ldots \qquad \text{رابطه ۹)}$$

برای هر عدد واقعی $d > -1$، رابطه شماره ۹ را می‌توان بر اساس یک تابع فوق هندسی به شکل رابطه (۱۰) نوشت:

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(k+1)\Gamma(-d)} L^k \qquad \text{رابطه ۱۰)}$$

اگر $d = 0$ باشد، سری مانا بوده و تابع خود همبستگی آن به‌سرعت به صفر میل خواهد کرد (سیدحسینی و همکاران، ۱۳۹۰). چنانچه $d = 1$ باشد، سری تحت بررسی گام تصادفی خواهد بود و مقدار تابع خود همبستگی آن یک بوده و با اولین تفاضل‌گیری مانا می‌شود. اما اگر عامل تفاضل‌گیری d عددی غیرصحیح باشد، هر کدام از عناصر سری تفاضل‌گیری کسری شده w_t در واقع مجموع وزنی عناصر سری اولیه یعنی x_t خواهد بود. مثلاً، i امین عنصر سری تفاضل‌گیری کسری شده، نه فقط با x_i و x_{i-1} تعیین می‌شود، بلکه تحت تأثیر تمامی مقادیر قبل از i سری x قرار خواهد داشت. این ویژگی همان ویژگی حافظهٔ بلندمدت سری است. پیترز (۱۹۹۹) مطرح کرده است که از نظر تئوری، ویژگی حافظه بلندمدت ویژگی‌ای است که اثر آن برای مدت طولانی باقی می‌ماند، هر چند که اثر مقادیر جاری بزرگتر از مقادیر گذشته است. با توجه به همین ویژگی است که می‌توان برای مقدار تابع گاما سطح آستانه‌ای در نظر گرفت تا چنانچه مقدار تابع از آن کمتر شد، آن را صفر در نظر گیرد (Peters, 1999). حالت‌های مختلف پارامتر حافظه بلندمدت در جدول شماره ۱ آورده شده است.

جدول ۱. حالت‌های مختلف پارامتر حافظه و ویژگی سری زمانی در هر یک از حالت‌ها (Lo, 1991)

حالات مختلف	بازه مورد بررسی	ویژگی سری زمانی در بازه مورد بررسی
۱	$۰/۵ \leq d < ۱$	حافظه بلندمدت، نامانا، معکوس‌پذیر، برگشت به میانگین، واریانس نامحدود
۲	$۰ \leq d < ۰/۵$	حافظه بلندمدت، مانا، معکوس‌پذیر، واریانس محدود
۳	$d = ۰$	حافظه کوتاه‌مدت، مانا، معکوس‌پذیر، واریانس محدود و مستقل از زمان، قابل مدل‌سازی با ARMA
۴	$-۰/۵ \leq d < ۰$	حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس‌پذیر، کوواریانس‌ها جمع‌پذیر، ناماندگار
۵	$-۱ \leq d < -۰/۵$	حافظه میان‌مدت، مانا، معکوس ناپذیر، کوواریانس‌ها جمع‌پذیر

در نظر بگیرید که سری زمانی را به‌صورت رابطه شماره ۸)مدل‌سازی کنیم، در این شکل مدل‌سازی $\varepsilon_t \sim N(0\,,\sigma^۲)$ بوده و نوفه سفید است. اگر $d = ۰$ باشد، سری x_t حافظه‌کوتاه‌مدت دارد، بدین معنا که همبستگی‌های بین مشاهدات پی‌درپی، به‌سرعت به صفر گراییده و سری به‌سمت میانگین ثابت خود برمی‌گردد. واریانس این سری نیز محدود و مستقل از زمان است و می‌توان با مدل ARMA آن را مدل‌سازی کرد. اگر $d = ۱$ باشد، سری مربوطه دارای ریشه واحد است و میانگین، واریانس و کوواریانس آن نامانا هستند؛ چراکه واریانس این سری نامحدود و وابسته به زمان بوده و اثر شوک‌های وارده بر آن در طول زمان، انباشته شده و سری به‌سمت میانگین ثابت خود بازگشت نمی‌کند. مدل‌سازی این سری مستلزم آن است که ابتدا تفاضل‌گیری مرتبه اول انجام گیرد و سپس بر اساس مدل ARIMA مدل‌سازی انجام شود. اگر $۰ \leq \mathrm{d} < ۱$ باشد، سری زمانی دارای حافظه بلندمدت است. در این صورت، این سری هم ممکن است ویژگی سری مانا را داشته و هم ویژگی سری نامانا را داشته باشد. اگر $۰ \leq \mathrm{d} < ۰/۵$ باشد، واریانس سری محدود و مانا است. کوواریانس آن نیز مانا بوده و بنابراین، سری به‌طور کلی مانا است. اگر $۰/۵ \leq \mathrm{d} < ۱$ باشد، واریانس آن نامحدود و نامانا است. کوواریانس آن نیز نامانا و سری نامانا خواهد بود. ویژگی برگشت به میانگین در این حالت، بر وجود سازوکارهایی که در افق‌های زمانی بلندمدت عمل می‌نماید، دلالت دارد؛ زیرا رفتار برگشت به میانگین بر این ایده تمرکز دارد که تغییر به‌وجود آمده در افق‌های بلندمدت، با تغییرات با علامت مخالف دنبال خواهد شد. اگر این ویژگی در یک سری زمانی وجود داشته باشد، آنگاه می‌توان در آن بازار به‌صورت دائم خریداری یا فروش استقراضی کرده و به بازده مثبت دست یافت و این امکان‌پذیر نیست. همچنین از دیدگاه راهبردهای سرمایه‌گذاری، راهبرد مومنتوم نیز در چنین بازاری درست است و این منطقی

نیست؛ چرا که این راهبرد برای افق‌های بلندمدت جواب نمی‌دهد (محمدی و چیت‌سازان، ۱۳۹۰).

پیشینه پژوهش

در اکثر آزمون‌هایی که به سنجش حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی می‌پردازد، فرضیه صفر عدم وجود حافظه بلندمدت و فرضیه مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی است. بنابراین، چنانچه آماره آزمون اختلاف معناداری از صفر نداشته باشد، فرضیه صفر یعنی عدم وجود حافظه بلندمدت را نمی‌توان رد کرد. در ادامه، معرفی کوتاهی از دو روش رایج در سنجش حافظه بلندمدت، یعنی آماره (R/S) و GPH تست که در اکثر پژوهش‌های مالی مورد توجه ویژه است، ارائه خواهد شد.

- **آماره (R/S)**

یکی از آزمون‌های تشخیص حافظه بلندمدت، آزمون دامنه مقیاس‌بندی شده[1] یا به‌شکل ساده، آماره R/S است که آن را برای نخستین‌بار هارست (۱۹۵۱) ارائه و پس از وی، از سوی مندلبروت (۱۹۷۲ و ۱۹۷۵) بازتعریف شد. آمارهR/S امکان محاسبه پارامتر H را فراهم می‌کند و این پارامتر شدت وابستگی بلندمدت در یک سری زمانی را می‌سنجد (Grau, 2000). برای مجموعه معینی از مشاهدات $(Y_t, t \geq ۰)$با میانگین $\overline{Y}_n$ و واریانس نمونه‌ای $S_n^۲$برای دوره n، آماره R/S را می‌توان به‌صورت رابطه شماره ۱۱ تعریف کرد:

رابطه (۱۱) $$R/S(n) = \frac{\left[Max\sum_{t=۱}^{k}(y_t - \bar{y}_n) - Min\sum_{t=۱}^{k}(y_t - \bar{y}_n) \right]}{S(n)} \qquad 1 \leq k \leq n$$

برای هر n متفاوت یک $R/S(n)$ متفاوت وجود دارد. بعد از آنکه برای nهای مختلف، $R/S(n)$ محاسبه شد، مقدار پارامتر H با برآورد شیب معادله رگرسیونی (رابطه ۱۲) با روش حداقل مربعات معمولی محاسبه می‌شود.

رابطه (۱۲) $$\log R/S(n) = \log C + H \log n$$

اگر پارامتر H که در معادله شماره ۱۲ به‌عنوان ضریب منظور شده است، بین ۰/۵ ≤ H≤1باشد، می‌توان نتیجه گرفت سری زمانی دارای حافظه بلندمدت است. در یک بیان

1. Rescaled range

کلی، پیترز (۱۹۹۹) رابطه H و d را به شکل تقریبی $H = 0/5 + d$ معرفـی مـی‌کنـد (Peters, 1999).

- **آماره R/S تعدیل‌شده**

لو (۱۹۹۱) نشان داد که آماره R/S تعریف شده در حالتی که با حافظه کوتـاه‌مـدت و ناهمسـانی واریانس مواجه هستیم، استوار[1] نیست (Lo, 1991). او برای نشان‌دادن وابسـتگی‌هـای ناشـی از حافظه کوتاه‌مـدت در سـری زمـانی y_t، بـه‌ازای $t = 1, 2, \dots, n$، آمـاره R/S تعـدیل یافتـه را به‌شکل رابطه شماره ۱۳ معرفی کرد.

رابطه ۱۳)
$$\widetilde{Q}_t = \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)}\left[\max_{1\le k\le n}\sum_{t=1}^{k}(y_t-\bar{y}_n)-\min_{1\le k\le n}\sum_{t=1}^{k}(y_t-\bar{y}_n)\right]$$

لو بـه جـای انحـراف اسـتاندارد نمونـه‌ای $S(n)$ در مخـرج کسـر رابطـه شـماره ۱۱، یـک برآوردکننده سازگار از ریشه دوم تخمین واریانس بلندمدت مشاهدات را به شکل رابطه شماره ۱۴ قرار می‌دهد.

رابطه ۱۴)
$$\hat{\sigma}_n^2(q) = \hat{\sigma}_y^2(q) + \frac{2}{n}\sum_{j=1}^{q} w_j(q)\left[\sum_{i=j+1}^{n}(y_i-\bar{y}_n)(y_{i-j}-\bar{y}_n)\right]$$
$$= \hat{\sigma}_n^2(q) \equiv \hat{\sigma}_y^2(q) + 2\sum_{j=1}^{q} w_j(q)\hat{\gamma}_j$$

که در آن معادله γ تابع اتوکواریانس وq مرتبه وقفه است و ضابطه آمـاری خاصـی بـرای آن وجود ندارد. $w_j(q)$ نیز به شکل رابطه شماره ۱۵ تعریف می‌شود.

رابطه ۱۵)
$$w_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \qquad q < n$$

ارزش بهنیه q در معادله (۱۳) بـرای محاسـبه $\widetilde{Q}_t$ بایـد بـه دقـت انتخـاب شـود. لـو مقـدار $q = [k_n]$ را پیشنهاد داد به‌طوری که:

رابطه ۱۶)
$$k_n \equiv \left(\frac{3n}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{2\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}^2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$[k_n]$ بیانگر زیان تجمعی بزرگتر یا مساوی k_n است و $\hat{\rho}$ ضریب خودهمبستگی ساده درجـه اول مشاهدات است. اگر فرایند بـرای گشـتاور چهـارم مناسـب باشـد و دارای وابسـتگی حافظـه

1. Robust

کوتاه‌مدت باشد، در این حالت نیز $\tilde{Q}_t$ به V (دامنه پل براونی[1]) هم‌گرا خواهـد بـود و $V_n = \frac{Q_n}{\sqrt{n}}$ و به‌طور مجانبی منجر به توزیع متغیر تصادفی مطابق معادله (۱۷) می‌شود.

$$Fv(\upsilon) = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty}(1 - 4k^2\upsilon^2)e^{-2(k\upsilon)^2}$$ رابطه ۱۷)

لو (۱۹۹۱) نشان داد که چنانچه y_t حافظه کوتاه‌مدت داشـته باشـد، ولـی حافظـه بلندمـدت نداشته باشد، این امکان را فراهم می‌کند تا محدودیت‌هایی که سطح اطمینـان بـر فـرض صـفر تحمیل می‌کند (که سری زمانی دارای حافظه کوتاه‌مدت اسـت) را پیـدا کنـیم (Rachev et al, 2007). برای $q = 0$ مقدار آماره R/S تعدیل‌شده که در رابطه شماره ۱۳ نشان داده شـده اسـت، همان آماره R/S است. در حالت کلی نیز بعد از محاسبه $\tilde{Q}_t$ بـرای nهـای مختلـف، پـارامتر H از طریق برآورد رابطه $\log(\tilde{Q}_t) = \log C + H \log n$ به روش حداقل مربعات محاسبه می‌شود.

- **روش GPH تست**

گوک، پورتر و هوداک (۱۹۸۳) یـک روش نیمـه پارامتریـک را بـرای آزمـون حافظـه بلندمـدت پیشنهاد کردند (Geweke, Porter & Hudak, 1983). آنها چگالی طیفی فرایند انباشته جزئـی y_t را به‌شکل رابطه (۱۸) ارائه کردند:

$$f(\omega) = [4\sin^2(\frac{\omega}{2})]^{-d}\ f_u(\omega)$$ رابطه ۱۸)

که ω فرکانس فوریه است و $f_u(\omega)$ چگالی طیفـی متناسـب بـا u_t اسـت. گـوک، پـورتر و هوداک با استفاده از تخمین دوره‌نگار ($f(\omega_t)$ نشان دادند، تخمین حداقل مربعات $\hat{d}$ با استفاده از رگرسیون در نمونه‌های بزرگ توزیع نرمال دارد. آماره تعریف‌شده برای بررسی وجود اثـر حافظـه بلندمـدت بـه‌گونـه‌ای اسـت کـه در آن $U_t = \ln\left[4sin^2\left(\frac{\omega_j}{2}\right)\right]$ و $\overline{U}$ میـانگین نمونـه U_t، $t = 1, \dots, n_f$ است. تحت فرض صفر عدم وجود حافظه بلندمدت ($d = 0$)، آماره t عبارت است از رابطه شماره ۱۹ که دارای توزیع نرمال استاندارد است.

$$t_{d=0} = \hat{d}.(\frac{\pi^2}{6\sum_{t=1}^{n_f}(U_t - \overline{U})^2})^{-1/2}$$ رابطه ۱۹)

چگالی طیفی ارائه شده در رابطه (۱۸) که از دوره‌نگار نمونه حاصل شده است را می‌توان بـه شکل ساده‌تر (رابطه ۲۰) در قالب رگرسیون طیفی بازنویسی کرد.

1. Brownian bridge

رابطه ۲۰) $\ln I(\omega_\lambda) = \beta_0 + \beta_1 \ln[4\sin^2 \frac{\omega_\lambda}{2}] + \varepsilon \qquad \lambda = 1,\dots,\frac{n-1}{2}$

با استفاده از روش حداقل مربعات، در معادله (۱۹)، $\hat{\beta}_1$ −برآورد پارامتر حافظـه بلندمـدت(d)، $\omega_t = \frac{2\pi\lambda}{n}$ فرکانس فوریه و $I(\omega_\lambda)$ دوره‌نگار نمونه در فرکانس‌های مختلف است. فرض اصلی این نوع برآورد یکسان، در نظرگرفتن چگالی طیفی فرایند ARFIMA(p,d,q) و فرایند $(0, d, 0)$ ARFIMA است (Bahardwaj & Swanson, 2004).

روش پژوهش

معرفی الگو

مدل‌سازی تلاطم بازده در بازارهای سهام، از دیدگاه پژوهشگران دانشگاهی و نیز کارپردازان علم مالی، به لحاظ موارد استفاده آن در پیش‌بینی بازده سهام، موضوع با اهمیتی به‌نظر می‌رسد. ایـن پیش‌بینی‌ها در مواردی چون مدیریت ریسک قیمت‌گذاری مشتقات مالی و پوشش ریسک ناشـی از آنها، بازارسازی، انتخاب سبدهای مالی و خیلی از فعالیت‌های مالی دیگر می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. از این جهات تخمین تلاطم در بازارهای مالی، اهمیت می‌یابد. اهمیت این موضوع بـا نگاهی به مقاله‌ها و کتاب‌های منتشرشده در زمینه تلاطم بازده و قابلیت‌های پیش‌بینی مدل‌های تلاطمی متعدد، بیشتر نمایان می‌شود و اهمیت تلاطم را در سـرمایه‌گـذاری، ارزش‌گـذاری اوراق بهادار، مدیریت ریسک و اتخاذ سیاست‌های پولی منعکس می‌کند (Poon & Granger, 2003). از جمله ابزارهای مورد استفاده در سنجش سرایت تلاطم، مدل‌های GARCH است کـه شـکل عمومی معادله واریانس در یک مـدل GARCH(1,1) در رابطـه شـماره ۲۱ آورده شـده اسـت. همچنـین چنانچـه بخـواهیم مـدل GARCH(1,1) را بـه‌صـورت دارای حافظـه بلندمـدت FIGARCH(1,d,1) بازنویسی کنیم به شکل معادله (۲۲) قابل بازنمایی است.

معادله واریانس در مدل GARCH(1,1)؛

رابطه ۲۱) $\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma_{t-1}^2 + \alpha\varepsilon_{t-1}^2$

معادله واریانس در مدل FIGARCH(1,d,1)؛

رابطه ۲۲) $\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma_{t-1}^2 + (1-\beta L-(1-\phi L)(1-L)^d)\varepsilon_t^2$

توسعه مدل FIGARCH تک‌متغیره به یک چارچوب چنـدمتغیره بـا لحـاظ کـردن حافظـه بلندمدت پسماندها در مدل GARCH چندمتغیره و براساس الگوی زیر انجام می‌پذیرد؛

ماتریس واریانس ـ کوواریانس در مدل GARCH(1,1) چندمتغیره قطری بـه‌صـورت رابطـه (۲۳) است.

رابطه ۲۳ $$H_{ij,t} = \omega_{ij} + \alpha_{ij}\varepsilon_{i,t-1}\varepsilon_{j,t-1} + \beta_{ij}H_{ij,t-1}$$

برای لحاظ کردن خاصیت FI در معادلـه (۲۱) و تبـدیل آن بـه معادلـه (۲۲)، کـافی اسـت $1-\beta L-(1-\phi L)(1-L)^d$ را جـایگزین αL کنـیم (Pafka & Matyas, 2001). همچنـین برای توسعه به‌سمت چارچوب قطری چندمتغیره، می‌بایست برای هر عضو از ماتریس کواریـانس شرطی، یک معادله GARCH ارائه دهیم. گفتنی است مـاتریس کواریـانس H_t و $\varepsilon_t\varepsilon'_t$ کـه در معادله (۲۳) مطرح شده، ماتریس‌هـای متقـارن بـوده و در نتیجـه ω_{ij}، α_{ij} و β_{ij} نیـز متقـارن هستند. برای توسعه مدل FIGARCH به مدلFIGARCH چندمتغیره، باید برای هر مؤلفـه از ماتریس کواریانس شرطی معادله FIGARCH بنویسیم؛

رابطه ۲۴ $$H_{ij,t} = \omega_{ij} + \beta_{ij}H_{ij,t-1} + (1-\beta_{ij}L-(1-\phi_{ij}L)(1-L)^{d_{ij}})\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t}$$

این رویکرد یک توسعه مستقیم از مدل دو متغیره به سمت چنـدمتغیره اسـت (Teyssiere, 1997). نقطه ضعف این رویکرد این است که تابع راست‌نمایی آن به تعـداد پارامترهـای حافظـه بلندمدت بسیار حساس است؛ چراکه $N(N+1)/2$ پارامتر داریـم کـه تـابع راسـت‌نمـایی بـرای تخمین مدل با مشکل روبه‌رو می‌شود. برای رفع این مشکل یک تصریح کوتـاه‌تـر و باصـرفه‌تـر برای مشخص‌نمایی اجزای حافظه بلندمدت به‌کار می‌بریم. در این رویکرد برای توسـعه از مـدل تک‌متغیره FIGARCH به یک چارچوب چندمتغیره از رویـه‌ای شـبیه توسـعه مـدل GARCH تک‌متغیره به چندمتغیره استفاده می‌کنیم. با این تفاوت که عملگر $(1-L)^d$ را به‌صـورت اسـکالر باقی نگاه داشته و سایر اجزای معادله (۲۲) را به‌صورت ماتریسـی بیـان مـی‌کنـیم کـه بازنمـایی معادله واریانس به شکل رابطه شماره ۲۵ خواهد شد؛

رابطه ۲۵ $$H_{ij,t} = \omega_{ij} + \beta_{ij}H_{ij,t-1} + (1-\beta_{ij}L-(1-\phi_{ij}L)(1-L)^{d})\varepsilon_{i,t}\varepsilon_{j,t}$$

مشخص‌نمایی تعریف‌شده به سادگی از مشـخص‌نمـایی رابطـه ۲۳ بـا قـرار دادن $d_{ij} = d$ به‌دست می‌آید. به‌گفته دیگر، یک ساختار مشـترک در اجـزای حافظـه بلندمـدت در نظـر گرفتـه می‌شود. در ذیل چند دلیل آورده شده است که ارزش روش به‌کار گرفته شده را آشـکار مـی‌کنـد (Pafka & Matyas, 2001).

۱- برای سری‌های زمانی تجربی مالی مشابه، از لحاظ تئوریک منطقی است فرض شود که یک ساختار حافظه بلندمدت مشترک وجود دارد. (برای مثال نرخ‌های ارز خارجی در مقابل دلار آمریکا)؛

۲- مطالعات انجام‌گرفته به این نکته اشاره دارد که درجه حافظه بلندمدت در تلاطم سری‌های زمانی تجربی مالی مشابه، نزدیک به یکدیگر هستند (برای مثال تیسیر (۱۹۹۷) با استفاده از مدل‌های تخمین نیمه پارامتریک به یک درجه حافظه بلندمدت مشترک در تلاطم‌های روزانه نرخ ارز بین آلمان و انگلیس در مقابل دلار آمریکا دست یافت).

۳- بسط مک لورن $(1-L)^d$ یک فرم غیر خطی از d است. بنابراین لزومی به اعمال جزء $(1-L)^{d_{ij}}$ نیست. گفتنی است، این موضوع در مورد پارامترهای دیگری مانند ω، β و ϕ لحاظ نمی‌شود؛ چراکه این پارامترها دارای فرم خطی در معادله واریانس (۲۴) هستند.

با توجه به‌دلایل ارائه شده برای مشخص‌نمایی معادله واریانس از معادله (۲۴) استفاده می‌کنیم که در آن ماتریس‌های ω_{ij}، β_{ij} و ϕ_{ij} متقارن هستند و پارامتر حافظه بلندمدت $0 < d < 1$ است. از لحاظ تحلیلی، یافتن شرایط مثبت معین بودن فرایند H_t، دشوار است. بنابراین شرط مثبت معین بودن به‌صورت عددی برای مقادیر داخل نمونه‌ای[1] ماتریس واریانس شرطی، اعمال می‌شود.

توسعه مدل BEKK(1,1) به مدل FBEKK(1,d,1)

فرض کنید بردار r_t بردار بازده N دارایی مالی در دوره tام و I_{t-1} مجموعه اطلاعات جمع‌آوری شده تا زمان $t-1$ باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$r_t = \mu_t(I_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad \text{(۲۶ رابطه)}$$

که در آن μ_t بردار بازده مورد انتظار دوره tام با توجه به مجموعه اطلاعات گذشته بوده که می‌تواند یک مدل VAR به‌صورت رابطه (۲۷) باشد:

$$\mu_t = A_0 + \sum_{i=1}^{p} A_i r_{t-i} \qquad \text{(۲۷ رابطه)}$$

بردار ε_t نیز نشان‌دهنده پسماندها در دوره tام بوده که به‌صورت (۲۸) قابل تعریف است:

1. In-the-sample values

رابطه ۲۸)
$$\varepsilon_t = H_t^{\frac{1}{2}}(I_{t-1})Z_t$$

که $H_t^{\frac{1}{2}}(I_{t-1})$ یک ماتریس مثبت معین $N \times N$ و z_t بردار تصادفی به‌صورت $N \times 1$ بوده و دارای گشتاورهای اول و دوم زیر است:

$$E(z_t) = 0$$

$$var(z_t) = I_N$$

که در آن I_N ماتریس یکه با بعد N بوده و به‌راحتی می‌توان نشان داد که ماتریس واریانس شرطی r_t برابر H_t است. یک معادله عمومی برای H_t که بالرسلو در سال ۱۹۸۸ پیشنهاد کرد، مدل ساده *VEC*(1,1) است که به‌صورت رابطه شماره ۲۹ تعریف می‌شود:

رابطه ۲۹)
$$h_t = c + A\eta_{t-1} + Gh_{t-1}$$

که در آن، $h_t = vech(H_t)$ و $\eta_t = vech(\varepsilon_t \varepsilon_t')$ است. عملگر *vech* روی یک ماتریس مربع تعریف شده و مقادیر روی قطر اصلی و زیر قطر اصلی را به‌صورت بردار می‌دهد. این مدل به‌طور عمده در موارد دو متغیره کاربرد دارد و برای حل این مشکل معمولاً محدودیت‌هایی روی پارامترهای مدل اعمال می‌شود. بالرسلو (۱۹۸۸) مدل قطری *VEC* را پیشنهاد کرد که در آن ماتریس‌های A و G قطری فرض‌شده و عناصر h_{ijt} فقط وابسته به وقفه‌های خود و مقادیر یک دوره گذشته $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}$ هستند. این محدودیت تعداد پارامترها را به $N(N+5)/2$ کاهش می‌دهد، اما همچنان در مدل‌های با بعد زیاد، تخمین مدل مشکل خواهد بود. با توجه به اینکه در یک مدل *VEC* تضمین مثبت معین بودن H_t بدون اعمال محدودیت‌های قوی مشکل است، انگل و کرونر (۱۹۹۵) مدل *BEKK* را پیشنهاد کردند (سیدحسینی و همکاران، ۱۳۹۱). یک مدل BEKK(1,1,K) به‌صورت رابطه شماره ۳۰ تعریف می‌شود:

رابطه۳۰)
$$H_t = C^{*\prime}C^* + \sum_{k=1}^{K} A_k^{*\prime}\varepsilon_{t-1}'\varepsilon_{t-1}A_k^* + \sum_{k=1}^{K} G_k^{*\prime}H_{t-1}G_k^*$$

در شکل ساده‌تر یک مدل BEKK(1,1) به‌صورت (۳۱) تعریف می‌شود:

رابطه ۳۱)
$$H_t = C^{*\prime}C^* + A^{*\prime}\varepsilon_{t-1}'\varepsilon_{t-1}A^* + G^{*\prime}H_{t-1}G^*$$

که درآن A^*، G^* و C^* ماتریس‌های $N \times N$ و C^* یک ماتریس بالامثلثی است. مدل *BEKK* پرکاربردترین مدل*GARCH* چندمتغیره است که در مقاله‌های مختلف از آن استفاده شده است. باونس، لارنت و رومباوتس (۲۰۰۶) اشاره دارند که این مدل در بُعد پایین (کمتر از ۱۰) مشکلات سایر مدل‌ها در همگرایی برآورد را ندارند و این امر سبب می‌شود که تخمین‌های پارامترها از قابلیت اتکای بالایی برخوردار باشند. همچنین باید ماتریس واریانس، مثبت معین باشد که برقراری این ویژگی‌ها توسط پارامترهای برآورد شده، چندان ساده نیست. گفتنی است، مدل‌های BEKK شکل خاصی از مدل‌های *VEC* هستند، اما پارامترهای مدل *BEKK*، برخلاف مدل *VEC*، مستقیماً تأثیر وقفه‌ها را روی عناصر H_t نشان نمی‌دهند. با وجود اعمال محدودیت‌های مختلف روی مدل‌های *BEKK*، معمولاً زیادبودن پارامترها همچنان یک مشکل اساسی است (سیدحسینی و همکاران، ۱۳۹۱). درنتیجه این مدل‌ها در مواردی با بُعد بیش از ۳ یا ۴ متغیر (سری) به‌کار نمی‌روند. حال برای توسعه مدل GARCHچندمتغیره به *FIGARCH*، چندمتغیره یک مدل *BEKK*(1,1) را در نظر می‌گیریم. پیش از این توضیح داده شد که برای توسعه مدل GARCH(1,1) چندمتغیره به مدلFIGARCH(1,d,1) چندمتغیره، باید عبارت در معادله (۲۳) با عبارت (۳۲) جایگزین شود.

رابطه ۳۲) $$[1-\beta_{ij}L-(1-\phi_{ij}L)(1-L)^{d_{ij}}]\varepsilon_{ti}\varepsilon_{tj}$$

رابطه (۳۲) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد.

رابطه ۳۳) $$\begin{aligned}&[1-\beta_{ij}L-(1-\phi_{ij}L)(1-L)^{d_{ij}}]\varepsilon_{ti}\varepsilon_{tj}=\\&=\varepsilon_{ti}\varepsilon_{tj}-\beta_{ij}L(\varepsilon_{ti}\varepsilon_{tj})-(1-L)^{d}(\varepsilon_{ti}\varepsilon_{tj})+\varphi_{ij}L(1-L)^{d}(\varepsilon_{ti}\varepsilon_{tj})\end{aligned}$$

بنابراین، برای تبدیل مدل BEKK(1,1) به مدل FBEKK(1,d,1) می‌بایست، عبارت $A^{*\prime}\varepsilon'_{t-1}\varepsilon_{t-1}A^*$ در معادله (۳۱) با عبارت (۳۴) جایگزین شود.

رابطه ۳۴) $$\varepsilon'_t\varepsilon_t-G^{*\prime}(\varepsilon'_{t-1}\varepsilon_{t-1})G^*-(1-L)^d\,\varepsilon'_t\varepsilon_t+A^{*\prime}(1-L)^d\,\varepsilon'_{t-1}\varepsilon_{t-1}A^*$$

در نتیجه، مدل FBEKK(1,d,1) به‌صورت رابطه ۳۵ به‌دست می‌آید.

رابطه ۳۵) $$H_t=C^{*\prime}C^*-G^{*\prime}\varepsilon'_{t-1}\varepsilon_{t-1}G^*+[1-(1-L)^d](\varepsilon'_t\varepsilon_t)+(1-L)^dA^{*\prime}(\varepsilon'_{t-1}\varepsilon_{t-1})A^*+G^{*\prime}H_{t-1}G^*$$

این مدل چندمتغیره توسعه‌ای از مدل BEKK است که اثر حافظه‌بلندمدت را در نظر می‌گیرد و به مدل امکان تطبیق‌پذیری بیشتری با دنیای واقعی می‌دهد. مدل توسعه داده شده، علاوه‌بر لحاظ‌کردن پارامتر حافظه بلندمدت، آن را طی فرایند مدل‌سازی برآورد می‌کند. مدل فوق در برنامه Eviews کدنویسی شده که نتایج حاصل در ادامه آورده شده است.

یافته‌های پژوهش

از آنجا که هدف نهایی تمامی مطالعات تجربی، معرفی مدل‌هایی است که توانایی بهتری در تبیین فرایند تولید داده‌ها[1] (که ناشناخته است) دارند و می‌توانند پیش‌بینی دقیق‌تری از سری زمانی ارائه دهند، در این پژوهش تلاش شده است که به مدل‌سازی مقایسه‌ای سرایت تلاطم با در نظرگرفتن اثر حافظه بلندمدت در مدل‌های GARCH پرداخته شود. در راستای سنجش وجود حافظه بلندمدت در سری‌های زمانی مورد مطالعه از آزمون‌های آماری وجود حافظه بلندمدت (آماره R/S تعدیل‌شده و آزمون GPH) استفاده شد. همچنین مدل‌های FBEKK و BEKK از لحاظ توانایی آنها در شناسایی مؤلفه‌های سرایت تلاطم میان شاخص‌های مطالعاتی مورد مقایسه قرار گرفتند. مدل FBEKK که در این پژوهش به‌کار گرفته شد، توسعه‌یافته از مدل BEKK است که پارامتر حافظه بلندمدت (d) در آن لحاظ شده و آن را طی فرآیند مدل‌سازی برآورد می‌کند.

معرفی شاخص‌های مالی مورد مطالعه

در این پژوهش، شاخص قیمت سه گروه صنعت در بورس اوراق بهادار تهران شامل شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات، شاخص واسطه‌گری‌های مالی (لیزینگ) و شاخص ماشین‌آلات و تجهیزات در مدل‌سازی‌های تجربی استفاده می‌شود. بازه زمانی پژوهش نیز برای داده‌های روزانه از ۱۳۸۳/۰۶/۰۳ الی ۱۳۸۷/۰۶/۳۱ در نظر گرفته شده است. در انتهای سال ۱۳۸۸، ارزش بازاری شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات افزون‌بر ۴۳ میلیارد ریال و شاخص‌های لیزینگ و ماشین‌آلات و تجهیزات در رتبه‌های بعد از آن با ارزشی بیش از ۴ میلیارد ریال قرار داشتند. گفتنی است در این مقاله، به‌دلیل اینکه امکان مقایسه مدل‌ها فراهم شود، از داده‌های مرجع (ابراهیمی و کشاورز حداد، ۱۳۸۹) استفاده شده است. همچنین در انتخاب سه شاخص یادشده موارد زیر مدنظر قرار گرفته شده است:

1. Data Generating Process (DGP)

الف: وجود دست‌کم سه شرکت در گروه مربوطه: در بورس تهران گروه‌هایی با تنها یک یا دو شرکت نیز وجود دارند. وجود تعداد بسیارکم شرکت‌ها در یک گروه، موجب می‌شود شاخص، تحت تأثیر شدید تغییرات بازده و تلاطم آن شرکت (ها) قرار گیرد.

ب: اندازه ـ مرتب[1] باشند؛ یعنی این شاخص‌ها بر اساس اندازه شرکت‌های زیرمجموعه خود انتخاب و مرتب شوند؛ به‌گفته دیگر، این شاخص‌ها به‌ترتیب شامل شرکت‌های بزرگ، متوسط و کوچک باشند. مطالعات تجربی نشان می‌دهد که به‌طور عمده، تلاطم‌ها ابتدا به سهام بزرگتر وارد شده و سپس سهام کوچکتر به‌دنبال آنها متلاطم شده‌اند، تلاش شده از این ویژگی برای بررسی پیش‌بینی‌پذیری شاخص بهره گرفته شود.

ویژگی‌های آماری داده‌ها

پیش از مدل‌سازی باید ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص‌های مورد مطالعه بررسی شود. برای این امر، ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص‌ها در ذیل آورده شده است. همان‌طور که در جدول شماره ۲ مشاهده می‌شود، میانگین بازده روزانه شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات از آذرماه ۱۳۷۶ تا پایان آذرماه ۱۳۸۷ برابر ۰/۰۰۱۲۰۴ و انحراف معیار آن ۰/۰۰۸۵۲۳بوده است (ابراهیمی و کشاورز حداد، ۱۳۹۰).

جدول ۲. ویژگی‌های آماری توزیع بازده شاخص‌ها

	صنعت خودرو و ساخت قطعات	واسطه‌گری‌های مالی(لیزینگ)	ماشین‌آلات و تجهیزات
میانگین	۰.۰۰۱۲۰۴	۰.۰۰۱۹۹۵	۰.۰۰۰۵۵۳
انحراف معیار	۰.۰۰۸۵۲۳	۰.۰۱۹۱۱۸	۰.۰۰۸۱۹۷
چولگی	۱.۵۲۵۸۵۱	-۰.۰۷۸۶۷۰	۱.۸۱۹۹۷۵
کشیدگی	۳۴.۶۵۸۳۹	۱۹.۰۲۴۰۵	۷۲.۱۴۹۵۳

مقدار انحراف معیار در مقایسه با میانگین نشان می‌دهد که این متغیر در طول دوره مورد بررسی از تلاطم بالایی برخودار نبوده است. توزیع تجربی این سری‌زمانی دارای چولگی ۱/۵۲۵ است که به‌معنای چولگی به راست است، همچنین کشیدگی آن ۳۴/۶۵ است که خیلی بیشتر از کشیدگی تابع چگالی نرمال است. بنابراین منحنی آن دارای دنباله باریک و پهن و قله بلند است.

1. Size-sorted

حافظه بلندمدت

برای بررسی حافظه بلندمدت در سه سری زمانی مورد مطالعه از آزمون GPH و آماره R/S و نرم‌افزار S-PLUS استفاده شده است. در آزمون GPH و آماره R/S فرضیه صفر، عدم وجود حافظه بلندمدت و فرض مقابل، وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی است. بنابراین چنانچه آماره آزمون اختلاف معناداری از صفر نداشته باشد، فرض صفر یعنی عدم وجود حافظه بلندمدت را نمی‌توان رد کرد. نتایج به‌کارگیری هر یک از دو آزمون ذکر شده در جدول (۳) ارائه شده است.

جدول ۳. آزمون GPH و آماره R/S برای سنجش وجود حافظه بلندمدت

نتایج سنجش وجود حافظه بلندمدت (آماره R/S تعدیل‌شده و آزمون GPH)				سطح معناداری	
شاخص مورد آزمون(بازده)	مقدار آماره آزمون R/S	مقدار آماره آزمون GPH	d	٪۹۵	٪۹۹
صنعت خودرو و ساخت قطعات	۲.۲۸۷**	۳.۳۲۴**	۰.۳۳۸۶	*	**
واسطه‌گری‌های مالی(لیزینگ)	۲.۰۹۴۴*	۲.۹۲۱۴**	۰.۴۰۱۱	*	**
ماشین‌آلات و تجهیزات	۲.۶۶۶۱**	۲.۱۰۰۶*	۰.۲۸۸۴	*	**

بر اساس نتایج ارائه شده در جدول (۳)، وجود حافظه بلندمدت در بازده شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات و شاخص واسطه‌گری‌های مالی (لیزینگ) در سطح اطمینان ۹۹درصد تأیید می‌شود. بر اساس این آزمون، وجود حافظه بلندمدت در شاخص ماشین‌آلات و تجهیزات در سطح اطمینان ۹۹درصد قابل تأیید نیست و در سطح اطمینان ۹۵ درصد تأیید می‌شود. با توجه به مقدار مثبت و کوچکتر از ۰/۵ به‌دست آمده برای پارامتر حافظه بلندمدت (d)، مشخص است که هر سه سری زمانی مورد مطالعه مانا هستند. گفتنی است تخمین عددی پارامتر حافظه، فقط توسط آزمون GPH انجام می‌پذیرد و آماره R/S قادر به تعیین مقدار پارامتر حافظه به‌طور مستقیم نیست و نرم‌افزار S-PLUS فقط وجود یا عدم وجود آن را می‌آزماید. همان‌طور که در جدول (۳) مشاهده می‌شود، بر اساس آماره R/S دو سری زمانی صنعت خودرو و ساخت قطعات و ماشین‌آلات و تجهیزات در سطح اطمینان ۹۹ درصد و شاخص واسطه‌گری‌های مالی ـ لیزینگ نیز در سطح اطمینان ۹۵درصد دارای حافظه بلندمدت هستند.

آزمون وجود سرایت تلاطم در بازده شاخص‌ها

برای تخمین پارامترهای مدل FBEKK، می‌بایست معادله‌های مربوط به واریانس‌ها و کوواریانس شرطی سری‌های زمانی مورد مطالعه را نوشته و پارامترهایی که باید برآورد شوند را تعریف کنیم. این پارامترها شامل کلیه مؤلفه‌های ماتریس‌های A^*، G^*، C^* و همچنین پارامتر

حافظه بلندمدت d است. سپس برای هرکدام از سری‌های زمـانی، یـک مـدل GARCH(1,1) تک‌متغیره برآورد کرده و از نتایج این بـرآورد، بـرای تعریـف مقـادیر اولیـهٔ مؤلفـه‌هـای قطـری ماتریس‌های A^*، G^*، C^* و تعریـف پسـماندهای سـری‌هـای زمـانی $(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \varepsilon_{3t})$ اسـتفاده می‌کنیم. برای ساختار حافظه بلندمدت $(1-L)^{\mathrm{d}}$ نیز از بسط مک‌لورن آن به شـکل رابطـه (۹) بهره می‌گیریم. آخرین مرحله بهینه‌سازی تابع لگـاریتم راسـت‌نمـایی اسـت کـه از طریـق روش عددی برندت هال، هال و هاسمن BHHH ماکزیمم شده است. البتـه در مـدل دومتغیـره، سـه معادله واریانس و کوواریانس وجود دارد، در حالی که در مدل سه‌متغیره تعداد ایـن معادلـه‌هـا بـه عدد شش افزایش می‌یابند و بیست‌وپنج پارامتر نیز می‌بایست، برآورد شود. چارچوب به‌کـارگیری این روش در قالب معادله (۳۶) تعریف می‌شود:

$$\theta^{(i+1)} = \theta^{(i)} + \lambda_i \left(\left(\frac{\partial I_t}{\partial \theta} \right)^T \frac{\partial I_t}{\partial \theta} \right)^{-1} \left(\frac{\partial I_t}{\partial \theta} \right)^T$$

رابطه ۳۶)

که در آن $\theta^{(\mathrm{i})}$ پارامتر برآوردی را پس از تکرار i ام مشخص می‌کند، $\frac{\partial I_t}{\partial \theta}$ در $\theta^{(\mathrm{i})}$ معین است و λ طول گام متغیر انتخاب شده برای تابع حداکثر درست‌نمـایی در مسـیر داده شـده اسـت کـه به‌وسیله رگرسیون حداقل مربعات بردار $T \times 1$ برای هریک از $\frac{\partial I_t}{\partial \theta}$ محاسبه شده است. همان‌طـور که گفته شد، برای تخمین مدل BEKK و FBEKK از روش شبه حداکثر راست‌نمایی اسـتفاده شده است. مدل FBEKK علاوه‌بر لحـاظ‌کـردن پـارامتر حافظـه بلندمـدت، آن را طـی فرآینـد مدل‌سازی برآورد می‌کند که رویکرد مقایسه‌ای مدل‌ها تا کنون در مطالعات گذشته مـورد توجـه نبوده است. در مدل FBEKK، α_{ii} اثرات آرچ در هر یک از متغیرهـا را تصـریح مـی‌کنـد و α_{ij} نشان‌دهنده اثر سرایت (سرریز) شوک (تلاطم)های دوره پیشین متغیر i به تلاطم جاری متغیـر j است. این اثر سرایت بر اساس مربع پسماندها اندازه‌گیری می‌شود که از مدل‌های پیش‌بینی بازده به‌دست می‌آید. β_{ii} اثرات گارچ را نشان می‌دهد و تصـریحی از پایـداری تلاطـم در هـر یـک از سری‌ها است. β_{ij} که بر مبنای پیش‌بینی اخیر واریانس است، نشان‌دهنـده اثـر سـرایت تلاطـم واریانس‌های دوره پیشین متغیر i به واریانس جاری متغیر j است. گفتنی است هر دو عبـارت α_{ij} و β_{ij}، می‌توانند حاکی از سرایت بین شاخص‌هـا باشـند. اثـر سـرریز تلاطـم بـه‌وسـیله مقـادیر غیرقطری مشخص می‌شود. نتایج حاصل از تخمین مـدل‌هـای BEKK و FBEKK در جـدول شماره ۴ آورده شده است.

جدول ٤. مقایسه نتایج حاصل از تخمین مدل‌های BEKK و FBEKK

تخمین ضرایب	مدل BEKK (بدون در نظرگرفتن اثر حافظه بلندمدت)		مدل FBEKK		مقایسه دو مدل
	Pr(>|t|)	Value	Pr(>|t|)	Value	
d	–	–	۰.۰۰۸۹	−۰.۳۱۵۸۰۰	پارامتر حافظه بلندمدت
α_{11}	۰.۰۰۰۰	۰.۸۹۸۸۵	۰.۱۲۴۷	۰.۱۴۰۶۲۸	در مدل BEKK بامعنی
α_{12}	۷.۶۶۶e-۰۰۱	۰.۰۲۲۲۷	۰.۰۲۶۳	۰.۰۴۷۸۴۱	در مدل FBEKK بامعنی
α_{13}	۴.۰۲۸ e-۰۰۱	−۰.۰۶۷۲۸۳	۰.۶۳۷۲	۰.۰۳۹۴۳۱	در هر دو مدل بی‌معنی
α_{21}	۷.۴۱۴ e-۰۰۳	۰.۰۲۸۶۸۵۱۰	۰.۰۰۰۰	۰.۸۲۳۸۳۳	در هر دو مدل بامعنی
α_{22}	۰.۰۰۰۰	۰.۸۳۰۰۲۸	۰.۰۰۰۰	۰.۴۸۳۰۰۸	در هر دو مدل بامعنی
α_{23}	۴.۹۷۹ e-۰۰۳	۰.۰۶۷۴۹۵	۰.۰۰۱۲	۰.۳۰۳۱۱۴	در هر دو مدل بامعنی
α_{31}	۲.۹۶۵ e-۰۰۱	۰.۰۳۰۷۴۴	۰.۰۳۶۴	−۰.۱۱۱۳۶۱	در مدل FBEKK بامعنی
α_{32}	۲.۹۶۴ e-۰۰۱	۰.۰۳۰۲۱۰	۰.۰۰۰۰	۰.۰۸۷۲۶۱	در مدل FBEKK بامعنی
α_{33}	۰.۰۰۰۰	۰.۶۶۱۷۴۱	۰.۰۰۰۰	۰.۴۱۳۳۷۴	در هر دو مدل بامعنی
β_{11}	۰.۰۰۰۰	۰.۴۹۹۱۳۲	۰.۲۲۰۵	۰.۷۸۱۳۳۳	در مدل BEKK بامعنی
β_{12}	۶.۲۲۳ e-۰۰۱	−۰.۰۲۷۸۸۱	۰.۳۹۱۸	−۰.۰۴۰۵۲۷	در هر دو مدل بی‌معنی
β_{13}	۷.۱۹۴ e-۰۰۱	۰.۰۲۲۰۱۵	۰.۷۶۷۰	۰.۰۴۹۲۴۴	در هر دو مدل بی‌معنی
β_{21}	۵.۳۹۶ e-۰۰۱	۰.۰۰۲۶۰۷	۰.۹۷۵۲	۰.۰۳۵۲۹۰	در هر دو مدل بی‌معنی
β_{22}	۰.۰۰۰۰	۰.۸۶۴۶۹۱	۰.۰۰۰۰	۰.۵۹۳۶۴۶	در هر دو مدل بامعنی
β_{23}	۲.۱۰۲ e-۰۰۲	−۰.۰۱۵۴۵۹	۰.۰۱۱۵	۰.۴۵۴۰۴۶	در هر دو مدل بامعنی
β_{31}	۴.۹۱۴ e-۰۰۱	۰.۰۱۱۵۶۷	۰.۹۸۵۲	۰.۰۰۶۳۰۷	در هر دو مدل بی‌معنی
β_{32}	۸.۷۶۴ e-۰۰۱	−۰.۰۰۲۰۷۸	۰.۰۰۰۱	−۰.۰۹۴۲۴۷	در مدل FBEKK بامعنی
β_{33}	۰.۰۰۰۰	۰.۸۵۰۷۳۶	۰.۰۰۰۰	۰.۷۰۹۴۹۹	در هر دو مدل بامعنی
	BIC= −۲۲۲۴۸.۵	AIC = −۲۲۴۷۳.۵۶	BIC= −۱۹.۱۷۹۰۹	AIC = −۱۹.۳۲۲۸۰	

مدل FBEKK چندمتغیره بعد از ۵۵ بار تکرار، همگرا شده و مقدار لگاریتم تابع راست‌نمایی آن که با استفاده از روش BHHH ماکزیمم شد، برابر با ۹۰۸۱ گزارش می‌شود. مدل BEKK نیز پس از ۴۶ تکرار همگرا شد و مقدار لگاریتم راست‌نمایی آن ۸۰۴۳ به‌دست آمد. همان‌طور که در جدول شماره ۴ قابل مشاهده است، مقدار پارامتر حافظه‌بلندمدت (d)، برابر با (۰/۳۱۵−) برآورد شده است. می‌توان نشان داد زمانی که $|d| > ۱/۲$ است، سری زمانی نامانا است و زمانی که $۰ < d < ۱/۲$ است، سری زمانی مانا و دارای حافظه بلندمدت است. همچنین وقتی که $-۱/۲ < d < ۰$ است، سری زمانی مانا و دارای حافظه کوتاه‌مدت است که در پاره‌ای از متون آن را ناماندگار[1] می‌نامند (Rachev et al, 2007). گفتنی است، این تعبیر خود در حوزه حافظه بلندمدت طبقه‌بندی می‌شود. همچنین تفاوت d برآورده شده برای مدل‌های مختلف، حاکی از تبیین متفاوت مدل‌ها از میزان دیرپایی تأثیر شوک‌های مختلف بر فرآیند میانگین لگاریتمی سری زمانی است (کشاورز و همکاران، ۱۳۹۰).

در مدل BEKK، ضرایب α_{ii} و β_{ii} همگی معنادار هستند که نشان‌دهنده میزان انتقال شوک‌ها و پایداری در تلاطم‌های شرطی درون هر یک از سه شاخص فوق‌الذکر است. [یادآوری می‌شود که اولین سری زمانی به صنعت خودرو و ساخت قطعات اختصاص یافت و واسطه‌گری‌های مالی (لیزینگ) و ماشین‌آلات و تجهیزات دوم و سوم را به خود اختصاص دادند.] اما این اثر در مدل FBEKK و شاخص صنعت خودرو و ساخت قطعات ($\alpha_{۱۱} = ۰/۱۴۰۶۲۸$) و ($\beta_{۱۱} = ۰/۷۸۱۳۳۳$) مشاهده نشد، اما در لیزینگ و ماشین‌آلات و تجهیزات به‌صورت معناداری مشاهده شد.

همان‌طور که در جدول شماره ۴ نشان داده شده است، نتایج حاصل از تخمین مدل BEKK، تنها نشان‌دهنده معنادار بودن ضریب ($\alpha_{۲۱} = ۰/۲۸۶۸۵۱۰$) بود. اما در مدل FBEKK ضرایب ($\alpha_{۲۱} = ۰/۸۲۳۸۳۳$) و ($\alpha_{۱۲} = ۰/۰۴۷۸۴۱$) معنادار هستند. معناداری این ضرایب نشان‌دهنده سرایت از شاخص صنعت خودرو به شاخص لیزینگ و برعکس است.

همچنین ضرایب $\alpha_{۲۳}$ و $\beta_{۲۳}$ که نشان‌دهنده سرایت تلاطم از سهام لیزینگ به ماشین‌آلات و ساخت قطعات است، در مدل BEKK معنادار نبودند، اما در مدل FBEKK هر دو ضریب ($\alpha_{۲۳} = ۰/۰۸۷۲۶۱$) و ($\beta_{۲۳} = ۰/۰۹۴۲۴۷$) معنادار هستند. این سرایت در هر دو مدل به‌طور برعکس مشاهده شد و ضرایب $\alpha_{۳۲}$ و $\beta_{۳۲}$، معنادار بودند. اثر سرایت از سهام صنعت خودرو به سهام ماشین‌آلات و تجهیزات نیز مشاهده نشد.

1. Anti-persistent

مدل BEKK نیز اثر تلاطم را در هر شاخص به‌صورت کاملاً معناداری نشان مـی‌داد، امـا در مدل‌سازی سرایت، تنها ضرایب $\alpha_{۲۱}$و $\alpha_{۳۳}$ و $\beta_{۳۳}$، معنادار بود که این یافته بـا نتـایج حاصـل از مدل FBEKK همخوانی داشت؛ اما در مدل BEKK سایر ضرایب تلاطم معنادار نبودند و نشان می‌دهد که مدل FBEKK که پارامتر حافظه بلندمدت (d) را طی فرآیند مدل‌سازی لحاظ کـرده و برآورد می‌کند و ضرایب $\alpha_{۱۲}$، $\alpha_{۳۱}$، $\alpha_{۳۲}$ و $\beta_{۳۲}$ را معنادار نشان می‌دهد، تصریح دقیق‌تـری از مدل را فراهم می‌کند و تئوری‌های پایه اقتصادی نیز مؤید آن هستند.

همان‌طور که مشاهده شد، سرایت (ویژگی تقدم و تأخر) در بازده‌های روزانـه کـاملاً مشـهود بود. ویژگی تقدم و تأخر در بسیاری از بازارهای مالی دنیـا قابـل مشـاهده اسـت. بخشـی از ایـن ویژگی تقدم و تأخر مشاهده شده در بازده‌های روزانه، می‌تواند ناشی از ساختار خـرد بـازار (ماننـد معاملات غیر همزمان و جریان اطلاعات) باشد؛ زیرا معمولاً سهم‌هـای بزرگتـر، بـه‌دلیـل حجـم معاملاتی بالاتر، تأثیر اخبار جدید را زودتر نشان می‌دهد که این ایده توسط کنراد و کول (۱۹۸۹) مطرح شده است (Conrad & Kaul, 1989).

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

نتایج حاصل از آزمون GPH و آماره R/S، وجود حافظـه بلندمـدت در سـه سـری زمـانی مـورد مطالعه را تأیید کرد. با توجه به اینکه هر سه سری زمانی مالی دارای ویژگی حافظـه بودنـد، امـا مدل‌سازی آن می‌بایست با روش غیرخطی انجام می‌گرفت. از آنجا که حافظه بلندمـدت موجـب وابستگی غیرخطی در گشتاور اول توزیع بازده است، در مدل‌سازی سری زمانی پارامتری را تولید کرد که قابلیت پیش‌بینی داشت، این پـارامتر در مـدل FBEKK، تخمـین زده شـد. وجـود ایـن ویژگی موجب رد شکل ضعیف فرضیه کارایی بازار شد. وجود حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌هـا بیانگر وجود خودهمبستگی قوی میان مشاهدات با فاصله زمانی زیاد است. بنابراین، مـی‌تـوان از بازده گذشته برای پیش‌بینی بازده آینده استفاده کرد که این امر خود دلیلـی بـر عـدم کـارایی در بورس اوراق بهادار تهران بود.

سرایت تلاطم از شاخص صنعت خودرو به شاخص لیزینگ و برعکس مشاهده شد کـه البتـه این سرایت از شاخص خودرو به شاخص لیزینگ بیشتر بوده است. این امر، وجود اثر تقدم و تأخر را در این دو سری زمانی تأیید می‌کند. بررسی اطلاعات مالی شرکت‌های مجموعه صنعت خودرو نیز مؤید نتایج حاصل بود، به‌گونه‌ای که فروش تنها دو شرکت از زیرمجموعـه شـاخص صـنعت خودرو (ایران‌خودرو و سایپا) در سال ۱۳۸۸، حدود ۱۷هزارمیلیارد بـوده اسـت. از طرفـی بـیش از

۳۵درصد فروش تولیدات خودروسازان از طریق لیزینگ‌ها صورت می‌گیرد، بنابراین سرایت بیشتر تلاطم از شاخص صنعت خودرو به شاخص لیزینگ را مورد تأیید قرار می‌دهد.

سرایت تلاطم از شاخص ماشین‌آلات و ساخت قطعات به شاخص لیزینگ و برعکس نیز مشاهده شد که البته این سرایت از شاخص ماشین‌آلات و ساخت قطعات به شاخص لیزینگ بیشتر بوده است. این امر نیز وجود اثر تقدم و تأخر را در این دو سری زمانی تأیید می‌کند. همچنین اثر سرایت از سهام صنعت خودرو به سهام ماشین‌آلات و تجهیزات نیز قابل مشاهده بود. با توجه به گستردگی و حجم بالای معاملات صنعت خودرو، سرایت تلاطم آن به ماشین‌آلات و ساخت قطعات، طبیعی به نظر می‌رسد. از سویی وجود سرایت دو طرفه بین لیزینگ و ماشین‌آلات، از انجام عملیات لیزینگ که موجب افزایش غیرمستقیم تقاضا و کمک به جذب سرمایه موردنیاز در این بخش می‌شود نیز، نشئت می‌گیرد. سرایت تلاطم از بخش ماشین‌آلات و مجموعه‌های آن، یعنی قطعه‌سازان و تولیدکنندگان مواد اولیه به لیزینگ با تکیه بر تئوری‌های جریان اطلاعات در بازار و تأثیر معاملات غیرهمزمان نیز تأیید می‌شود.

منابع

۱. ابراهیمی، ب.، و کشاورز حداد، غ. (۱۳۸۹). *مدل‌سازی غیرخطی تلاطم و بازدهی در صنعت خودرو ایران*، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف.

۲. سیدحسینی، س. م.، باباخانی، م.، و ابراهیمی، ب. (۱۳۹۱). *درآمدی بر مدل‌های سرایت تلاطم در بازار سهام*. تهران. انتشارات بورس.

۳. محمدی، ش.، و چیت سازان، ه. (۱۳۹۰). بررسی حافظه بلندمدت بورس اوراق بهادار تهران. *فصلنامه تحقیقات اقتصادی*، ۴۵ (۹۷): ۲۲۶– ۲۰۷.

۴. کشاورزحداد، غ.، ابراهیمی، ب.، و جعفر عبدی، ا. (۱۳۹۰). بررسی سرایت تلاطم میان بازدهی سهام صنعت سیمان و صنایع مرتبط با آن در ایران. *فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران*، ۱۶ (۴۷): ۱۶۲– ۱۲۹.

۵. عرفانی، ع. (۱۳۸۷). بررسی حافظه بلندبودن شاخص کل قیمت بورس اوراق بهادار تهران. *پژوهشنامه علوم اقتصادی*، ۸ (۲۸): ۹۴– ۸۷.

6. Barkoulas, J.T., Baum, C.F., and Travlos, N., (2000). Long Memory in the Greek Stock Market, *Applied Financial Economics*, 10:177-184.

7. Bhardwaj, G., & Swanson, N. R. (2004). An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series. *Journal of Econometrics*, 131(1-2): 539-578.

8. Conrad J., Kaul G. (1989). Mean Reversion in Short-Horizon Expected Returns, *the Review of financial studies*, 2(2): 225-240.
9. Geweke, J. & Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models. *Journal of Time Series Analysis*, 4 (4): 221-238.
10. Granger, C. W. J. and Joyeux, R. (1980), An Introduction to Long Memory time Series Models and Fractional difference. *Journal of Time Series Analysis*, 1: 15-29.
11. Grau-Carles, . (2000). Empirical Evidence of Long-Range Correlations in Stock Returns, *Physica A*, 287 (3): 396-404.
12. Green, W. H., (2003). *Econometric Analysis*, Fifth Edition, New Jersey: Prentice Hall.
13. Lo, A. (1991). Long term memory in stock market prices. *Econometrica*, 59(5): 1279-1313.
14. Pafka, S., Matyas, L. (2001), Multivariate Diagonal FIGARCH: Specification, Estimation and Application to modeling Exchange Rate Volatility, Available at http://ideas.repec.org.5-7.
15. Palma, W., (2007), *Long-Memory Time Series, Theory and Methods*, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
16. Peters. E. E. (1999). Fractal market analysis, Wiley- New York.
17. Poon, S. H., Granger, C. W. J. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, *Journal of Economic Literature*, 41(2): 478–539.
18. Fabozzi, F.J., Focardi, S. M., Rachev, S.T., Mittnik, S.,. (2007). *Financial Econometrics from Basics to Advanced Modeling Techniques*. The Frank J. Fabozzi Series. John Wiley & Sons, Inc.
19. Tolvi, J., (2003), Long Memory and Outliers in Stock Market Returns, *Applied Financial Economics*, 13(7): 495-502.
20. Teyssiere G. (1997). Modelling Exchange Rates Volatility with Multivariate Long Memory ARCH processes, *Working Paper* 97B03, GERQAM, Marseille, France.
21. Xiu, J. & Jin, Y. (2007). Empirical Study of ARFIMA model based on fractional differencing, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 377 (1): 138-154.
22. Zivot, E. and Wang, J. (2003). *Modelling Financial Time Series with S-PLUS*, New York: Springer-Verlag, ISBN 0-387-95549-6.