



## Selection of suppliers of repairable equipment with the aim of minimizing costs in the construction and operation phases

**Mohammadjavad Shamsi**

Ph.D. Candidate, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran. E-mail: m.j.shamsi66@gmail.com

**Mahmoud Shahrokhi\***

\*Corresponding Author, Associate Prof., Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran. E-mail: m.shahrokhi@uok.ac.ir

### Abstract

**Objective:** Selecting suppliers of industrial systems equipment to minimize the total construction and operation costs and implement it for Feed Water Multi-state System (FWS) of Heat Recovery Steam Generator (HRSG) boilers in Mapna Company.

**Methods:** Using the Markov chain model results in a mathematical programming model and then analyzing the sensitivity of this model. First, using the Markov chain, different system states are drawn. Then, using the state transfer rate (failure rate and repair rate) of the equipment, the probability of the system being in any of these states is determined parametrically. Then, the Markov chain model results are added to the other constraints of a mathematical model the problem and solved by GAMS software. The effect of cost parameter changes on the optimal solution is calculated individually and then compared in a general graph.

**Results:** The highest construction and operation costs are in ascending order: 1- the equipment purchasing price, 2- the production capacity reduction cost, 3- the system construction delay penalty, and 4- the system shutdown cost. Also, the relationship between the optimal solution to these parameters is linear in a wide range of changes.

**Conclusion:** All costs have a direct effect on the design of the Feed Water System (purchase, delay, capacity reduction, and shutdown), but the cost of purchasing equipment has the most significant effect on the total cost. It is therefore recommended to focus entirely on reducing this cost.

**Keywords:** Block diagram model, Availability, Reliability, Markov chain, Repairable equipment.

**Citation:** Shamsi, Mohammadjavad & Shahrokhi, Mahmoud (2020). Selection of suppliers of repairable equipment with the aim of minimizing costs in the construction and operation phases. *Industrial Management Journal*, 12(4), 634-654. (in Persian)

Industrial Management Journal, 2020, Vol. 12, No.4, pp. 634-654

DOI: 10.22059/IMJ.2021.307002.1007768

Received: August 13, 2020; Accepted: August 08, 2021

Article Type: Research-based

© Faculty of Management, University of Tehran



پرویشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی



## انتخاب تأمین کنندگان تجهیزات تعمیر پذیر با هدف کمینه کردن هزینه‌ها در فاز احداث و بهره‌برداری

محمدجواد شمسی

دانشجو دکتر، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران. رایانامه: m.j.shamsi66@gmail.com

محمود شهرخی\*

\* نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران. رایانامه: m.shahrokhi@uok.ac.ir

### چکیده

**هدف:** انتخاب تأمین کنندگان قطعات سیستم‌های صنعتی با هدف کمینه کردن مجموع هزینه‌های احداث و بهره‌برداری و پیاده‌سازی آن برای سیستم تغذیه آب بویلر بازیاب حرارتی (HRSG) در شرکت مپنا است.

**روش:** نخست به کمک زنجیره مارکوف وضعیت‌های متفاوت سیستم ترسیم می‌شوند. سپس با استفاده از آهنگ انتقال وضعیت (آهنگ خرابی و تعمیر) قطعات، احتمال قرار گرفتن سیستم در هر یک از این وضعیت‌ها به صورت پارامتری مشخص می‌شود. آنگاه، نتایج مدل زنجیره مارکوف در یک مدل ریاضی به محدودیت‌های دیگر مسئله اضافه شده و به کمک نرم‌افزار GAMS حل می‌شود. اثر تغییرات پارامترهای هزینه‌ای بر روی پاسخ بهینه مقایسه می‌شوند.

**یافته‌ها:** تأمین کنندگان برتر انتخاب شده‌اند. بیشترین هزینه‌های ساخت و بهره‌برداری، به ترتیب صعودی عبارتند از: ۱- هزینه خرید قطعات، ۲- هزینه کاهش ظرفیت تولید، ۳- هزینه تأخیر در تکمیل پروژه ساخت سیستم و ۴- هزینه توقف کامل سیستم. همچنین رابطه پاسخ بهینه به این پارامترها در یک بازه گسترده‌ای از تغییرات به صورت خطی است.

**نتیجه‌گیری:** همه هزینه‌ها در طراحی سیستم تغذیه آب (خرید، تأخیر، کاهش ظرفیت و توقف) اثر مستقیم دارند ولی هزینه خرید قطعات بیشترین اثر را بر هزینه کل دارد. بنابراین توصیه می‌گردد که بیشترین تمرکز بر روی مذاکره برای کاهش این هزینه قرار گیرد.

**کلیدواژه‌ها:** مدل دیاگرام بلوکی، دسترسی‌پذیری، قابلیت اطمینان، زنجیره مارکوف، قطعات تعمیرپذیر

**استناد:** شمسی، محمدجواد و شهرخی، محمود (۱۳۹۹). انتخاب تأمین کنندگان تجهیزات تعمیر پذیر با هدف کمینه کردن هزینه‌ها در فاز احداث و بهره‌برداری. مدیریت صنعتی، ۱۲(۴)، ۶۳۴-۶۵۴

مدیریت صنعتی، ۱۳۹۹، دوره ۱۲، شماره ۴، صص. ۶۳۴-۶۵۴

DOI: 10.22059/IMJ.2021.307002.1007768

دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۲۳، پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۱۸

نوع مقاله: علمی پژوهشی

© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

## مقدمه

انتخاب تأمین‌کنندگان به دلیل تأثیر تأمین‌کننده بر روی هزینه، کیفیت، تحویل و خدمات، بخش مهمی در مدیریت خرید در یک زنجیره تأمین است (کاگنیچی اوغلو، ۲۰۰۶). در این میان، مسئله انتخاب تأمین‌کنندگان قطعات سیستم‌های راهبردی با توجه به هزینه‌های بالای چرخه عمر سیستم، شامل هزینه‌های خرید، بهره‌برداری، تعمیرات و نگهداری، یکی از مسائل اساسی است که در طول سال‌های گذشته مورد توجه بسیاری از مدیران و طراحان قرار گرفته است (هوشیار، ۲۰۰۵). هزینه‌ی خرید قطعات به طور متوسط بیش از نیمی از هزینه‌های ساخت یک سیستم را تشکیل می‌دهد، از این رو شناسایی و انتخاب تأمین‌کنندگان تأثیر بسیار بالایی در موفقیت یک سیستم دارد (قدسی پور و اوبراین، ۲۰۰۱). در مسائل انتخاب تأمین‌کنندگان، هزینه خرید قطعات و زمان پاسخگویی و تأمین کالا بسیار با اهمیت‌تر از سایر پارامترها است و برای انعطاف‌پذیری مدل با شرایط واقعی باید این پارامترها به صورت هم‌زمان در مدل‌سازی در نظر گرفته شوند (وانتدیو، چینم و گاشیکین، ۲۰۱۱).

در پژوهش‌های پیشین تاکنون یک مدل مجتمع که علاوه بر هزینه‌های خرید قطعات در فاز تأمین و هزینه‌های کاهش ظرفیت و توقف سیستم در فاز بهره‌برداری، هزینه‌ای را نیز برای عدم تحویل به موقع سیستم در فاز ساخت در نظر گرفته باشد، توسعه داده نشده است. مسئله اصلی این پژوهش، انتخاب بهینه تأمین‌کنندگان قطعات سیستم تغذیه آب (FWS) در بویلر بازیاب حرارتی (HRSG) در شرکت مهندسی و ساخت بویلر و تجهیزات مینا است. در این مدل ده تأمین‌کننده، قطعاتی با قیمت، نرخ خرابی، نرخ تعمیر و زمان تحویل متفاوت ارائه می‌کنند. همچنین زمان نصب هر یک از قطعات بر روی سیستم باید به گونه‌ای تنظیم شود که تحویل سیستم ساخته شده پیش از موعد مقرر انجام گیرد، در غیر این صورت به ازای هر روز تأخیر، جریمه‌ای به سیستم تحمیل می‌شود. برای مدل‌سازی مسئله، نخست وضعیت‌های سیستم با توجه به نرخ خرابی و تعمیر قطعات با استفاده از زنجیره مارکوف تعیین و احتمال قرار گرفتن سیستم در این وضعیت‌ها، به صورت پارامتری، مدل‌سازی شد. سپس نتایج مدل مارکوف در قالب مجموعه‌ای از محدودیت‌ها، به یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی شامل هزینه‌ها و دیگر محدودیت‌های مسئله اضافه شد. در ادامه، مهم‌ترین پژوهش‌های پیشین در زمینه موضوع مقاله و تفاوت آن‌ها با مسئله موردنظر توضیح داده می‌شود. آنگاه، مسئله پژوهش بیان شده و مدل آن به صورت برنامه‌ریزی ریاضی ارائه می‌شود. سپس مدل ارائه شده، حل و نتایج آن مورد بحث قرار می‌گیرد.

## پیشینه پژوهش

مسائل انتخاب تأمین‌کنندگان را می‌توان به سه گروه کلی طبقه‌بندی کرد. گروه اول، با استفاده از معیارهای عملکردی مناسب به انتخاب و ارزیابی تأمین‌کنندگان می‌پردازد (هوانگ و کسکار<sup>۱</sup>، ۲۰۰۷). گروه دوم تأمین‌کنندگان را به کمک مجموعه معینی از معیارهای عملکردی رتبه‌بندی می‌کند (کوپفر، کوتزاب، لاش و جانکر<sup>۲</sup>، ۲۰۰۵). در گروه سوم، انتخاب

<sup>1</sup> Huang & Keskar

<sup>2</sup> Kopfer, Kotzab, Lasch & Janker

تأمین‌کنندگان به عنوان بخشی از یک مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود (کاگنیچی اوغلو<sup>۱</sup>، ۲۰۰۶). در این پژوهش مسئله انتخاب تأمین‌کنندگان به عنوان بخشی از مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان<sup>۲</sup> در نظر گرفته شده است. مسائل بهینه‌سازی قابلیت اطمینان نخستین بار توسط فایف، هاینس و لی<sup>۳</sup> (۱۹۶۸) مدل‌سازی شد. در این مسائل از رویکردهای متفاوتی مانند تخصیص قابلیت اطمینان، تخصیص افزونگی<sup>۴</sup>، تخصیص قابلیت اطمینان-افزونگی<sup>۵</sup> و تخصیص قطعات یدکی استفاده می‌شود. پژوهش‌های انجام شده در حوزه بهینه‌سازی قابلیت اطمینان را می‌توان با استفاده از ویژگی‌های تابع هدف، مشخصات قطعات، استراتژی افزونگی، عدم قطعیت و روش حل دسته‌بندی کرد (عطار، رئیسی و خلیلی دامغانی، ۲۰۱۷). در این بخش به مهمترین پژوهش‌های انجام شده در ارتباط با مسائل بهینه‌سازی سیستم‌ها و انتخاب تأمین‌کنندگان اشاره خواهد شد. امیری، تقوی فرد، عظیمی و آقایی (۱۳۹۸) مسئله تخصیص افزونگی و تخصیص بافر را به صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار دادند. هدف آن‌ها کمینه کردن هزینه‌ها، بیشینه کردن دسترسی‌پذیری و کمینه کردن ظرفیت بافرهای تخصیص‌یافته به سیستم بود و هزینه‌های خرید ماشین‌آلات جدید، نگهداری و تعمیرات و تخصیص ظرفیت‌ها بافرها را در نظر گرفتند. همچنین برای محاسبه توابع ریاضی دسترسی‌پذیری و هزینه‌ها از رویکرد ترکیبی شبیه‌سازی، طراحی آزمایش‌ها و شبکه عصبی استفاده کردند. برای حل مدل نیز از الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II<sup>۶</sup>) استفاده کردند. سبحانی و شهرخی (۱۳۹۸) مدلی برای انتخاب تأمین‌کنندگان با هدف کمینه کردن هزینه خرید و هزینه‌های نیمه‌بار شدن و توقف سیستم با رعایت محدودیت‌های هزینه و قابلیت اطمینان سیستم ارائه کردند. هدف از پژوهش تیموری، امیری، الفت و زندیه (۱۳۹۹) انتخاب تأمین‌کنندگان، تخصیص سفارش و قیمت‌گذاری در زنجیره‌تأمین چندکالایی بود. آن‌ها فرض کردند که خرده‌فروشان محصولات موردنظر خود را با تخفیف‌هایی از تأمین‌کنندگان تهیه می‌کنند. خرده‌فروشان در خرید محصولات با محدودیت بودجه و فضا روبه‌رو بودند. به منظور اعتبارسنجی مدل، نتایج بدست آمده از الگوریتم ژنتیک (GA<sup>۷</sup>) با نتایج خروجی از نرم‌افزار لینگو مقایسه گردید. نجفی، کریمی، چمبری و عظیمی (۲۰۱۳) مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان-افزونگی را با استراتژی افزونگی آماده به کار از نوع سرد و با هدف کمینه کردن میانگین زمان خرابی سیستم مدل‌سازی کردند و پاسخ‌های بهینه الگوریتم‌های تبرید شبیه‌سازی‌شده (SA<sup>۸</sup>) و الگوریتم ژنتیک را مقایسه کردند. اختیاری، زندیه، عالم تبریز و ربیعه (۲۰۱۸) یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی برای حل مسئله هم‌زمان انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش در زنجیره‌تأمین چندمرحله‌ای برای یک مسئله واقعی در صنعت فولاد تحت سناریوهای مختلف را ارائه دادند. هدف مدل، افزایش قابلیت اطمینان سیستم و کاهش هزینه‌های سیستم به صورت هم‌زمان بود. آن‌ها از روش بهینه‌سازی استوار و الگوریتم ژنتیک دوسطحی استفاده کردند. پورکریم گیلانی، جویباری، اردکان و کیم<sup>۹</sup> (۲۰۲۰) یک مدل ریاضی مبتنی بر مدل زنجیره مارکوف با زمان پیوسته برای مسئله بهینه‌سازی

1. Kagnicioglu

2. Reliability optimization

3. Fyffe, D. E., Hines, W. W., & Lee,

4. RAP

5. RRAP

6. Nondominated Sorting Genetic Algorithm II

7. Genetic Algorithm

8. Simulated Annealing

9. Guilani, Juybari, Ardakan & Kim

تخصیص افزونگی با استراتژی افزونگی ترکیبی، قطعات غیر مشابه و استفاده از سوئیچینگ غیر ایده‌آل ارائه دادند. هدف آن‌ها بیشینه کردن قابلیت اطمینان سیستم با رعایت محدودیت‌های هزینه و وزن بود. برای حل مدل نیز از الگوریتم ژنتیک اصلاح شده استفاده کردند. کمل، علی، محیب و عفافی<sup>۱</sup> (۲۰۲۰) یک مدل برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه برای بهینه‌سازی هزینه‌ها و بهبود عمر مفید ماشین‌های صنعتی در سیستم‌های پیچیده قابل تعمیر با هدف کمینه کردن کل هزینه‌های نگهداری و تعمیرات شامل هزینه‌های خرابی تصادفی، تعمیر و تعویض با رعایت سطح مشخصی از دسترسی‌پذیری و قابلیت اطمینان سیستم ارائه کردند. شریفی، چراغ، ملجعی، زارع‌طلب و شهریاری (۲۰۲۰) یک مسئله تخصیص افزونگی برای سیستم با پیکربندی K از N با دو نوع استراتژی افزونگی فعال و آماده به کار از نوع سرد را با هدف بیشینه کردن قابلیت اطمینان و کمینه کردن هزینه‌های سیستم به صورت هم‌زمان مدل‌سازی کردند. متغیرهای تصمیم در این پژوهش نوع و تعداد قطعات موجود در هر زیرسیستم، استراتژی افزونگی زیرسیستم‌ها و همچنین نرخ خرابی قطعات در زیرسیستم‌ها بود و برای حل مدل نیز از دو الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) و الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی شده استفاده کردند. نتایج نشان داد که الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری در شاخص‌های تنوع و زمان داشت و الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی شده برای دیگر شاخص‌ها عملکرد بهتری داشت. شریفی، شهریاری، خواجه پور و میر طاهری (۲۰۲۱) مسئله تخصیص افزونگی در یک سیستم سری-موازی با پیکربندی K از N را با افزونگی فعال و سوئیچینگ غیرایده‌آل با هدف بیشینه کردن قابلیت اطمینان سیستم با رعایت محدودیت‌های هزینه، حجم و وزن سیستم در نظر گرفته و برای حل مدل نیز از دو الگوریتم ژنتیک و رویکرد ترکیبی الگوریتم ژنتیک (HGA<sup>۲</sup>) استفاده کردند. بیشت و سینگ (۲۰۲۱) قابلیت اطمینان یک سیستم چند حالتی سری-موازی تعمیرپذیر که در آن هر قطعه در سه حالت مختلف قرار می‌گرفت را با استفاده از رویکرد IUF<sup>۳</sup> ارزیابی کردند. این رویکرد پیچیدگی محاسبات را به شدت کاهش می‌داد.

با توجه به بررسی انجام شده، هیچ یک از پژوهش‌های پیشین، یک مدل مجتمع که علاوه بر هزینه‌های خرید قطعات در فاز تأمین و هزینه‌های کاهش ظرفیت و توقف سیستم در فاز بهره‌برداری، هزینه‌ی عدم تحویل به موقع سیستم در فاز ساخت را در نظر نگرفته‌اند. در پژوهش حاضر، علاوه بر موارد فوق، رابطه پیش‌نیازی در فرآیند نصب قطعات نیز در نظر گرفته شده است.

## روش‌شناسی پژوهش

برای مدل‌سازی مسئله، نخست اجزای مهم سیستم تغذیه آب به کمک نقشه‌های فرآیند و ابزار دقیق<sup>۴</sup> تعیین و سپس به کمک بلوک دیاگرام<sup>۵</sup> ترسیم و سپس وضعیت‌های مختلف سیستم بر اساس تعداد قطعات خراب یا سالم تعیین و مدل زنجیره مارکوف رسم می‌شود. آنگاه معادلات مدل زنجیره مارکوف به مدل برنامه‌ریزی ریاضی اضافه می‌گردد.

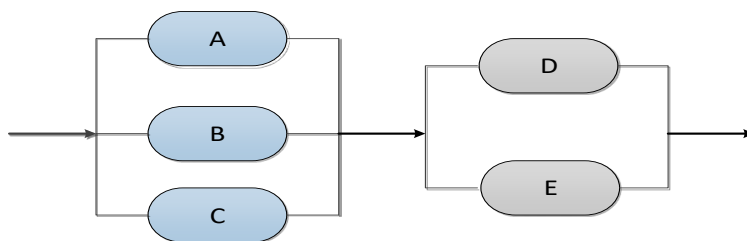
<sup>1</sup>. Kamel, Aly, Mohib & Afefy

<sup>2</sup>. Hybrid Genetic Algorithm

<sup>3</sup>. The interval universal generating function

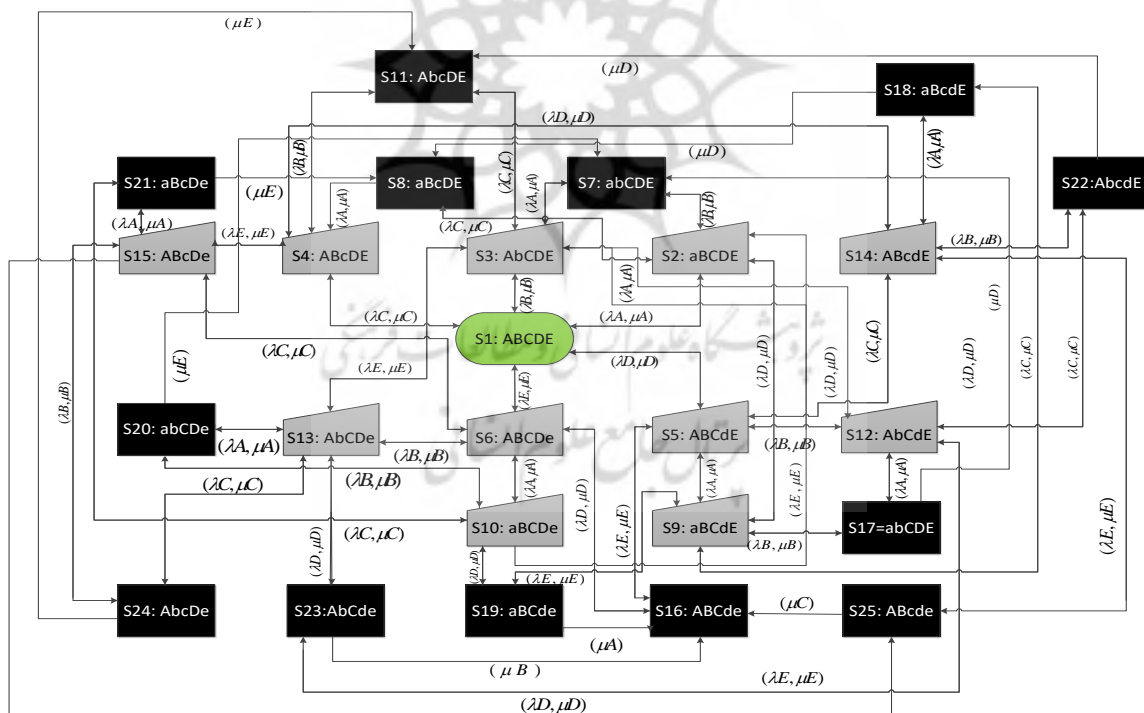
<sup>4</sup>. Piping and Instrument Diagram

<sup>5</sup>. Block Diagram



شکل ۱. نمای شماتیک قطعات اصلی سیستم تغذیه آب

شکل ۱ نمودار بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان سیستم تغذیه آب را نشان می‌دهد که دارای ۲ زیرسیستم اصلی "سیستم کنترل و ابزار دقیق" و "سیستم پمپاژ" است که به صورت سری با یکدیگر قرار گرفته‌اند. درون زیرسیستم اول (سیستم کنترل و ابزار دقیق)، قطعات {A, B, C} و درون زیرسیستم دوم (سیستم پمپاژ)، قطعات {D, E} به صورت موازی قرار گرفته‌اند. شکل ۲ زنجیره مارکوف مربوط به سیستم موردنظر را نشان می‌دهد. در این شکل، حروف بزرگ و کوچک به ترتیب سالم و یا خراب بودن قطعات را نشان می‌دهند. همچنین، حالت‌های توقف کامل، نیمه بار و ظرفیت کامل، به ترتیب با استفاده از اشکال مستطیل سیاه‌رنگ، دوزنقه خاکستری‌رنگ و مستطیل لبه‌گرد سبز رنگ نشان داده شده‌اند. در حالت آغازین، تمام ۵ قطعه سالم هستند ولی با خرابی قطعات، سیستم در وضعیت‌های جدیدی قرار می‌گیرد. با تعمیر قطعات، سیستم می‌تواند دوباره به وضعیت‌های پیشین باز گردد.



شکل ۲. زنجیره مارکوف

برای خرید قطعات، تأمین کنندگان مختلفی وجود دارد که قیمت، آهنگ خرابی، آهنگ تعمیر و همچنین زمان ارسال مشخصی را برای قطعات پیشنهاد می‌کنند. پس از خرید و دریافت قطعات، برای نصب هر قطعه، ۵ فرآیند مستقل، با زمان مشخص انجام می‌گیرد. همچنین، باید قطعات زیرسیستم دوم بعد از نصب تمام قطعات زیرسیستم اول نصب شوند.

مهلت تحویل این سیستم مشخص و از قبل تعیین شده است و به ازای هر روز تأخیر در تحویل، جریمه‌ای به سیستم تحمیل می‌شود. با سالم بودن تمام قطعات، سیستم با تمام توان کار می‌کند و با خرابی هر قطعه ممکن است ظرفیت سیستم کاهش یابد و هزینه کاهش ظرفیت به سیستم تحمیل شود. همچنین اگر قطعه سالمی در یکی از زیرسیستم‌ها نباشد، سیستم متوقف می‌شود. بنابراین، سیستم می‌تواند در سه وضعیت زیر قرار گیرد:

۱. ظرفیت کامل: در صورتی که همه قطعات  $\{A, B, C, D, E\}$  سالم کار کنند، سیستم با ظرفیت کامل کار می‌کند.
  ۲. نیم بار: در صورت خرابی یکی از قطعات در مجموعه  $\{A, B, C\}$  و/یا خرابی یکی از قطعات در مجموعه  $\{D, E\}$ ، سیستم با کاهش ظرفیت روبه‌رو شده و در وضعیت نیمه بار قرار می‌گیرد.
  ۳. توقف کامل: خرابی ۲ و یا ۳ قطعه در مجموعه  $\{A, B, C\}$  و/یا خرابی ۲ قطعه در مجموعه  $\{D, E\}$  منجر به توقف سیستم می‌شود و در نتیجه هزینه ثابت به ازای هر واحد زمان به سیستم تحمیل می‌شود.
- هدف مدل ارائه شده انتخاب تأمین‌کنندگان برای خرید قطعات به نحوی است که هزینه‌های احداث (هزینه خرید و هزینه تأخیر تحویل سیستم در موعد مقرر) و هزینه‌های بهره‌برداری (هزینه کاهش ظرفیت و توقف سیستم به ازای هر واحد زمان) کمینه گردد.

### یافته‌های پژوهش

در این بخش فرمول‌بندی مدل پیشنهادی بر اساس مفروضات زیر بیان شده است.

### مفروضات مسئله

۱. سیستم دارای ۲ زیرسیستم می‌باشد که به صورت سری قرار گرفته‌اند و در آغاز همه‌ی قطعات سالم می‌باشند.
۲. قطعات دو زیرسیستم، متفاوت بوده و با یکدیگر قابل جایگزینی نیستند.
۳. زیرسیستم‌های اول و دوم به ترتیب شامل ۳ و ۲ قطعه موازی هستند که برای عملکرد با ظرفیت کامل هر زیرسیستم، باید همه‌ی قطعات آن‌ها سالم باشند.
۴. پروژه دارای زمان تحویل معینی است و به ازای هر روز تأخیر یک هزینه ثابت به سیستم تحمیل می‌شود.
۵. قطعات تعمیرپذیر هستند.
۶. آهنگ خرابی و تعمیر اجزاء در تمام طول دوره ثابت بوده و مستقل از کارکرد یا خرابی بقیه اجزا می‌باشد.
۷. تأمین‌کنندگان قطعات ممکن است متفاوت باشند.
۸. هزینه خرید، سطح کیفیت و زمان ارسال قطعات تابع انتخاب تأمین‌کنندگان است.
۹. هزینه سفارش، بارگیری، حمل‌ونقل و نصب قطعات در هزینه خرید گنجانده شده است.



۱۰. تنها یک رابطه پیش‌نیازی برای فرآیند نصب قطعات وجود دارد و به این صورت است که قطعات زیرسیستم دوم بعد از نصب تمام قطعات زیرسیستم اول روی سیستم نصب می‌شوند.
۱۱. توابع زمان خرابی و تعمیر هر جز و در نتیجه کل سیستم از توزیع نمایی تبعیت می‌کند.
۱۲. وضعیت‌های ممکن برای سیستم عبارت از ظرفیت کامل، نیمه بار و یا توقف است.
۱۳. فاصله زمانی بین خرید و دریافت قطعات از هر تأمین‌کننده و همچنین زمان فرآیندهای انجام شده روی هر یک از قطعات برای نصب در سیستم مشخص و معین است.
۱۴. برای هر ساعت توقف سیستم و یا کار نیمه بار، هزینه‌های ثابت و مشخصی به سیستم تحمیل می‌شود.
۱۵. حداقل نرخ بهره جذب (MARR) سالانه ثابت و شناخته شده است.

### مدل‌سازی مسئله

قبل از ارائه مدل ریاضی مسئله، نخست علائم و نمادهای مورد استفاده معرفی می‌شوند. سپس به مدل‌سازی و محاسبه هزینه‌ها با استفاده از رویکرد زنجیره مارکوف پرداخته می‌شود. در نهایت با استفاده از مدل برنامه‌ریزی ریاضی تابع هدف هزینه کل با تعیین بهترین تأمین‌کنندگان قطعات کمینه می‌شود.

### نمادها و پارامترها

#### اندیس‌ها

$s$  شمارنده زیرسیستم

$i$  شمارنده قطعات  
 $\in \{A, B, C, D, E\}$

$j \in \{1, 2, \dots, 10\}$  شمارنده تأمین‌کننده قطعات

$k = 1, 2, \dots, K$  شمارنده وضعیت‌های سیستم

#### پارامترها

$N_s$  تعداد کل قطعات اولیه در زیرسیستم  $s$

$K_s$  تعداد قطعات موردنیاز برای فعال بودن زیرسیستم  $s$

$c_{ij}$  هزینه خرید قطعه  $i$  از تأمین‌کننده  $j$  ام

$c^D$  جریمه تأخیر در تحویل سیستم به ازای هر روز

$c^r$  هزینه هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم

$c^s$  هزینه هر ساعت توقف سیستم

$R$  حداقل آهنگ جذاب سالانه بازگشت سرمایه (MARR)

$T$  مهلت زمان تحویل پروژه

$\lambda_{ij}$	آهنگ خرابی قطعه $i$ ام اگر از تأمین کننده $j$ ام تأمین شده باشد.
$\mu_{ij}$	آهنگ تعمیر قطعه $i$ ام اگر از تأمین کننده $j$ ام تأمین شده باشد.
$L_{ij}$	زمان مورد انتظار برای تحویل قطعه $i$ ام اگر از تأمین کننده $j$ ام تأمین شده باشد.
$B^0$	بودجه در دسترس برای خرید قطعات
$B^H$	حداکثر هزینه انتظاری قابل قبول برای تأخیر در تحویل سیستم
$B^R$	حداکثر هزینه انتظاری قابل قبول برای کاهش ظرفیت سیستم
$B^S$	حداکثر هزینه انتظاری قابل قبول برای توقف سیستم

### متغیرهای تصمیم

$y_{ij}$	متغیر باینری با مقادیر ۱ اگر قطعه $i$ ام از تأمین کننده $j$ ام خریداری شود و صفر در غیر این صورت
$C^P$	مجموع هزینه خرید قطعات
$C^H$	امید ریاضی مجموع هزینه‌ی تأخیر در تحویل پروژه
$C^R$	امید ریاضی مجموع هزینه‌ی کاهش ظرفیت
$C^S$	امید ریاضی مجموع هزینه‌ی توقف کامل سیستم
$P^f$	احتمال کارکرد سیستم با تمام توان
$P^r$	احتمال کاهش ظرفیت سیستم
$P^s$	احتمال توقف کامل سیستم
$\lambda_i$	آهنگ خرابی قطعه $i$ ام
$\mu_i$	آهنگ تعمیر قطعه $i$ ام
$S_k$	وضعیت $K$ ام
$P_k$	احتمال قرار گرفتن سیستم در وضعیت $K$ ام
$T_c$	امید زمان عملی تکمیل پروژه
$T_c^i$	زمان تکمیل جزء $i$ ام

### مدل ریاضی

وضعیت آغازین سیستم به صورت  $(ABCDE)$  نشان داده می‌شود، بدین معنی که همه قطعات زیرسیستم‌های اول و دوم سالم هستند. با استفاده از مدل زنجیره مارکوف آهنگ انتقال بین وضعیت‌های ۲۵ گانه سیستم، بر پایه آهنگ خرابی و تعمیر قطعات، به صورت پارامتری زیر است:

$$P_1 \times (\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E) = (P_2 \times \mu_A) + (P_3 \times \mu_B) + (P_4 \times \mu_C) + (P_5 \times \mu_D) + (P_6 \times \mu_E) \quad (\text{رابطه ۱})$$

$$P_2 \times (\mu_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E) = (P_1 \times \lambda_A) + (P_7 \times \mu_B) + (P_8 \times \mu_C) + (P_9 \times \mu_D) + (P_{10} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۲}$$

$$P_3 \times (\mu_B + \lambda_A + \lambda_C + \lambda_D + \lambda_E) = (P_1 \times \lambda_B) + (P_7 \times \mu_A) + (P_{11} \times \mu_C) + (P_{12} \times \mu_D) + (P_{13} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۳}$$

$$P_4 \times (\mu_C + \lambda_A + \lambda_B + \lambda_D + \lambda_E) = (P_1 \times \lambda_C) + (P_8 \times \mu_A) + (P_{11} \times \mu_B) + (P_{14} \times \mu_D) + (P_{15} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۴}$$

$$P_5 \times (\mu_D + \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_E) = (P_1 \times \lambda_D) + (P_9 \times \mu_A) + (P_{12} \times \mu_B) + (P_{14} \times \mu_C) + (P_{16} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۵}$$

$$P_6 \times (\mu_E + \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D) = (P_1 \times \lambda_E) + (P_{10} \times \mu_A) + (P_{13} \times \mu_B) + (P_{15} \times \mu_C) + (P_{16} \times \mu_D) \quad \text{رابطه ۶}$$

$$P_7 \times (\mu_A + \mu_B) = (P_2 \times \lambda_B) + (P_3 \times \lambda_A) + (P_{17} \times \mu_D) + (P_{20} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۷}$$

$$P_8 \times (\mu_A + \mu_C) = (P_2 \times \lambda_C) + (P_4 \times \lambda_A) + (P_{18} \times \mu_D) + (P_{21} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۸}$$

$$P_9 \times (\mu_A + \mu_D + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D) = (P_2 \times \lambda_D) + (P_5 \times \lambda_A) + (P_{17} \times \mu_B) + (P_{18} \times \mu_C) + (P_{19} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۹}$$

$$P_{10} \times (\mu_A + \mu_E + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_D) = (P_2 \times \lambda_E) + (P_6 \times \lambda_A) + (P_{19} \times \mu_D) + (P_{20} \times \mu_B) + (P_{21} \times \mu_C) \quad \text{رابطه ۱۰}$$

$$P_{11} \times (\mu_B + \mu_C) = (P_3 \times \lambda_C) + (P_4 \times \lambda_B) + (P_{22} \times \mu_D) + (P_{24} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۱۱}$$

$$P_{12} \times (\mu_B + \mu_D + \lambda_A + \lambda_C + \lambda_E) = (P_3 \times \lambda_D) + (P_5 \times \lambda_B) + (P_{17} \times \mu_A) + (P_{22} \times \mu_C) + (P_{23} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۱۲}$$

$$P_{13} \times (\mu_B + \mu_E + \lambda_A + \lambda_C + \lambda_D) = (P_3 \times \lambda_E) + (P_6 \times \lambda_B) + (P_{20} \times \mu_A) + (P_{23} \times \mu_D) + (P_{24} \times \mu_C) \quad \text{رابطه ۱۳}$$

$$P_{14} \times (\mu_C + \mu_D + \lambda_A + \lambda_B + \lambda_E) = (P_4 \times \lambda_D) + (P_5 \times \lambda_C) + (P_{18} \times \mu_A) + (P_{22} \times \mu_B) + (P_{25} \times \mu_E) \quad \text{رابطه ۱۴}$$

$$P_{15} \times (\mu_C + \mu_E + \lambda_A + \lambda_B + \lambda_D) = (P_4 \times \lambda_E) + (P_6 \times \lambda_C) + (P_{21} \times \mu_A) + (P_{24} \times \mu_B) + (P_{25} \times \mu_D) \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$P_{16} \times (\mu_D + \mu_E) = (P_5 \times \lambda_E) + (P_6 \times \lambda_D) + (P_{19} \times \mu_A) + (P_{23} \times \mu_B) + (P_{25} \times \mu_C) \quad \text{رابطه ۱۶}$$

$$P_{17} \times (\mu_A + \mu_B + \mu_D) = (P_9 \times \lambda_B) + (P_{12} \times \lambda_A) \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$P_{18} \times (\mu_A + \mu_C + \mu_D) = (P_9 \times \lambda_C) + (P_{14} \times \lambda_A) \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$$P_{19} \times (\mu_A + \mu_D + \mu_E) = (P_9 \times \lambda_E) + (P_{10} \times \lambda_D) \quad \text{رابطه ۱۹}$$

$$P_{20} \times (\mu_A + \mu_B + \mu_E) = (P_{10} \times \lambda_B) + (P_{13} \times \lambda_A) \quad \text{رابطه ۲۰}$$

$$P_{21} \times (\mu_A + \mu_C + \mu_E) = (P_{10} \times \lambda_C) + (P_{15} \times \lambda_A) \quad \text{رابطه ۲۱}$$

$$P_{22} \times (\mu_B + \mu_C + \mu_D) = (P_{12} \times \lambda_C) + (P_{14} \times \lambda_B) \quad \text{رابطه ۲۲}$$

$$P_{23} \times (\mu_B + \mu_D + \mu_E) = (P_{12} \times \lambda_E) + (P_{13} \times \lambda_D) \quad \text{رابطه ۲۳}$$

$$P_{24} \times (\mu_B + \mu_C + \mu_E) = (P_{13} \times \lambda_C) + (P_{15} \times \lambda_B) \quad \text{رابطه ۲۴}$$

$$P_{25} \times (\mu_C + \mu_D + \mu_E) = (P_{14} \times \lambda_E) + (P_{15} \times \lambda_D) \quad \text{رابطه ۲۵}$$

$$\sum_{k=1}^{28} P_k = 1 \quad \text{رابطه ۲۶}$$

با جمع‌بندی نتایج زنجیره مارکوف، احتمال قرار گرفتن وضعیت سیستم در هر یک از وضعیت‌های ظرفیت کامل، نیمه بار و یا از کار افتاده به دست آمده و سپس با استفاده از ضرایب هزینه‌های خرید، جریمه تأخیر، کاهش ظرفیت و توقف سیستم می‌توان هزینه انتظاری کل سیستم را در دوره موردنظر محاسبه نمود. در نهایت، مدل ریاضی به صورت زیر در می‌آید:

$$\text{Min } Z = C^P + C^h + C^r + C^s \quad \text{رابطه ۲۷}$$

Subjected to:

$$C^P = \sum_i \sum_j (y_{ij} c_{ij}) \quad \text{رابطه ۲۸}$$

$$C^H = \max(0, T^C - T) \times C^D \quad \text{رابطه ۲۹}$$

$$C^R = 8760 * C^r * (1/r) * (P^r) \quad \text{رابطه ۳۰}$$

$$C^S = 8760 * C^s * (1/r) * P^s \quad \text{رابطه ۳۱}$$

$$T_c^i = \sum_{j=1}^{10} y_{ij} L_{ij} + \sum_{H \in E} F_{iH} \quad i = A, B, C \quad \text{رابطه ۳۲}$$

$$T_c^{i'} = \max(\sum_{j=1}^{10} y_{i'j} L_{i'j}, T_c^A, T_c^B, T_c^C) + \sum_{H \in E} F_{i'H} \quad i' = D, E \quad \text{رابطه ۳۳}$$

$$T_c = \max\{T_c^A, T_c^B, T_c^C, T_c^D, T_c^E\} \quad \text{رابطه ۳۴}$$

$P^f = S_1$	رابطه (۳۵)
$P^r = P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_9 + P_{10} + P_{12} + P_{13} + P_{14} + P_{15}$	رابطه (۳۶)
$P^s = P_7 + P_8 + P_{11} + P_{16} + P_{17} + P_{18} + P_{19} + P_{20} + P_{21} + P_{22} + P_{23} + P_{24} + P_{25}$	رابطه (۳۷)
$\sum_{j=1}^{10} y_{ij} = 1$	$\forall i \in (A, B, C, D, E)$ رابطه (۳۸)
$y_{ij} \in \{0,1\}$	$\forall i \in (A, B, C, D, E)$ رابطه (۳۹)
$\lambda_i = \sum_{j=1}^{10} y_{ij} \lambda_{ij}$	$\forall i \in (A, B, C, D, E)$ رابطه (۴۰)
$\mu_i = \sum_{j=1}^{10} y_{ij} \mu_{ij}$	$\forall i \in (A, B, C, D, E)$ رابطه (۴۱)
$C^P \leq B^o$	رابطه (۴۲)
$C^H \leq B^H$	رابطه (۴۳)
$C^R \leq B^R$	رابطه (۴۴)
$C^S \leq B^S$	رابطه (۴۵)
$P_k \geq 0, P^f \geq 0, P^r \geq 0, P^s \geq 0$	رابطه (۴۶)

همچنین، باید برای لحاظ کردن نتایج مدل زنجیره مارکوف، محدودیت‌های (۱) تا (۲۶) نیز به مدل فوق اضافه شوند. در مدل فوق رابطه (۲۷) تابع هدف مسئله است که کمینه کردن هزینه کل سیستم شامل هزینه خرید و هزینه تأخیر در تحویل به موقع سیستم و همچنین مجموع هزینه‌ی انتظاری کاهش ظرفیت و توقف کامل سیستم است.

محدودیت (۲۸) بیانگر مجموع هزینه انتظاری خرید قطعات سیستم را نشان می‌دهد. محدودیت (۲۹) هزینه تأخیر در تحویل سیستم در موعد مقرر که به ازای هر روز به سیستم تحمیل می‌شود را نشان می‌دهد. محدودیت (۳۰) بیانگر کل هزینه انتظاری کاهش ظرفیت و محدودیت (۳۱) کل هزینه انتظاری توقف سیستم، ناشی از کمبود قطعه در زیرسیستم اول و دوم می‌باشد که مناسب با زمان آن‌ها محاسبه شده است. محدودیت (۳۲) مدت‌زمان بین خرید تا دریافت قطعه سفارش داده شده و همچنین زمان نصب قطعات زیرسیستم اول را نشان می‌دهد. محدودیت (۳۳) مدت‌زمان بین خرید تا دریافت قطعه سفارش داده شده و همچنین زمان نصب قطعات زیرسیستم دوم را نشان می‌دهد که باید رابطه پیش‌نیازی برای نصب قطعات در زیرسیستم دوم رعایت شود. محدودیت (۳۴) نشان‌دهنده‌ی زمان تکمیل پروژه است و برابر با بیشترین زمان برای نصب همه قطعات در سیستم است. محدودیت (۳۵) احتمال کارکرد سیستم با تمام توان را محاسبه می‌کند. محدودیت‌های (۳۶) مجموع احتمالات وضعیت‌های سیستم در حالت نیمه بار و محدودیت (۳۷) مجموع احتمالات وضعیت‌های توقف سیستم است. محدودیت (۳۸) خرید هر قطعه را تنها از یک تأمین‌کننده محدود می‌کند.

استفاده از متغیرهای تصمیم صفر و یک در محدودیت (۳۹) تأمین کننده قطعه را مشخص می کند. محدودیت های (۴۰) و (۴۱) به ترتیب آهنگ خرابی و تعمیر هر قطعه را با توجه به تأمین کننده آن مشخص می کند. محدودیت (۴۲) تا (۴۵) به ترتیب حداکثر بودجه انتظاری برای خرید قطعات، حداکثر هزینه انتظاری قابل قبول برای هزینه های تأخیر در تحویل به موقع سیستم، کاهش ظرفیت و توقف سیستم را نشان می دهد. محدودیت (۴۶) نامفی بودن متغیرهای مسئله را تضمین می کند.

### مطالعه کاربردی

در ادامه مسئله با استفاده از نرم افزار GAMS حل شده است. بدیهی است که با توجه به NP-Hard بودن مسائل انتخاب تأمین کننده و بهینه سازی قابلیت اطمینان، حل مسائل در ابعاد بزرگ به زمان و منابع زیادی نیاز داشته و با روش های دقیق امکان پذیر نخواهد بود و نیازمند استفاده از الگوریتم های هیورستیک و یا متاهيورستیک خواهد بود. پارامترهای ورودی و مقادیر ثابت مسئله در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مسئله در مطالعه کاربردی

$K_1 = 2$	$K_2 = 1$		$N_1 = 3$	$N_2 = 2$
$B_{1T} = 700$	$B_{3T} = 600$		$C_S = 0.01$	$r = 0.1$
$B_{2T} = 300$	$B_{4T} = 300$		$C_F = 0.02$	$T = 50$

هزینه خرید قطعات از هر یک از تأمین کنندگان می تواند با توجه به کیفیت قطعات، شرایط ویژه تأمین کننده، فاصله تأمین کننده و موارد دیگر متفاوت باشند که برای مسئله فوق، مقادیر این هزینه در جدول ۲ آورده شده است. همچنین برای مسئله فوق تأمین کنندگان پس از دریافت سفارش خرید قطعات، اقدام به تهیه و ارسال این قطعات به مصرف کننده می کنند.

جدول ۲. هزینه خرید قطعات از هر یک از تأمین کنندگان ( $C_{ij}$ )

قطعه	تأمین کننده									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱۳۰	۱۳۵	۱۴۰	۱۲۵	۱۲۵	۱۳۰	۹۰	۱۴۰	۱۱۰	۱۱۰
۲	۱۲۰	۱۱۵	۱۳۰	۱۴۰	۱۲۵	۱۳۰	۱۰۵	۱۱۰	۱۱۵	۱۳۵
۳	۱۳۰	۱۱۵	۱۰۰	۱۲۰	۱۱۵	۱۳۰	۱۲۵	۱۴۰	۱۱۰	۱۲۰
۴	۱۲۵	۱۳۰	۱۴۰	۱۲۵	۱۳۰	۱۳۵	۱۱۰	۱۲۵	۱۱۰	۱۱۵
۵	۱۳۰	۱۲۵	۱۴۰	۱۱۰	۱۲۵	۱۳۰	۱۴۰	۱۳۵	۱۲۰	۱۰۰

در واقع زمان بین سفارش دهی و دریافت قطعات برای نصب در سیستم بر اساس نوع قطعه و نوع تأمین کننده مشخص است. این اعداد در جدول ۳ بیان شده است.

جدول ۳. زمان مورد انتظار برای تحویل قطعات توسط تأمین کنندگان ( $L_{ij}$ )

قطعه	تأمین کننده									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۱۶	۱۸	۲۱	۲۲	۱۹	۱۸	۲۰	۱۷	۲۴	۲۱
۲	۱۸	۲۱	۲۲	۱۹	۲۰	۲۳	۱۹	۱۸	۲۳	۲۰
۳	۱۹	۲۲	۲۳	۲۰	۲۱	۲۲	۱۸	۱۹	۲۲	۱۹
۴	۲۰	۲۱	۲۴	۱۹	۲۰	۲۰	۲۱	۲۲	۲۵	۲۲
۵	۱۸	۱۹	۲۲	۲۳	۲۴	۲۲	۲۵	۲۱	۲۳	۲۱

پس از دریافت هر قطعات، برای نصب آن، ۵ فرآیند انجام می‌گیرد که زمان هر کدام از بسته به نوع قطعه و نوع فرآیند اعداد ثابت و مشخصی هستند که در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۴. زمان انجام فرآیند روی هر قطعه ( $F_{iH}$ )

قطعه	تأمین کننده				
	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۵	۸	۷	۶	۹
۲	۷	۵	۸	۶	۵
۳	۶	۸	۹	۷	۶
۴	۸	۶	۵	۹	۸
۵	۹	۷	۸	۵	۷

جدول ۵ مقادیر مفروض آهنگ خرابی قطعات را برای تأمین کنندگان مسئله در نظر گرفته شده نشان می‌دهد.

جدول ۵. آهنگ خرابی قطعات تأمین کنندگان ( $\lambda_{ij}$ )

قطعه	تأمین کنندگان									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰/۱	۰/۱۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۰۵
۲	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۲	۰/۱۵
۳	۰/۱	۰/۱۵	۰/۰۵	۰/۱۵	۰/۲	۰/۲	۰/۰۵	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۱۵
۴	۰/۱۵	۰/۰۵	۰/۱۵	۰/۲	۰/۱	۰/۱۵	۰/۲	۰/۱۵	۰/۱۰	۰/۱۵
۵	۰/۱۰	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۳	۰/۱۵	۰/۰۵

جدول ۶ مقادیر آهنگ تعمیر قطعات را برای تأمین کنندگان مسئله مورد نظر نشان می‌دهد.

جدول ۶. آهنگ تعمیر قطعات تأمین کنندگان ( $\mu_{ij}$ )

قطعه	تأمین کنندگان									
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱	۰/۵	۰/۴	۰/۵	۰/۳۵	۰/۴	۰/۳۵	۰/۴	۰/۴۵	۰/۲۵	۰/۳۵
۲	۰/۳۵	۰/۵۵	۰/۴	۰/۳	۰/۴۵	۰/۵۵	۰/۴	۰/۴	۰/۴	۰/۴۵
۳	۰/۴	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۴۵	۰/۵	۰/۲۵	۰/۳۵	۰/۵۵	۰/۶۵	۰/۵۵
۴	۰/۴۵	۰/۳	۰/۴	۰/۳	۰/۵۵	۰/۳	۰/۵	۰/۴۵	۰/۲۵	۰/۵۵
۵	۰/۳۰	۰/۴	۰/۳	۰/۵۵	۰/۴۵	۰/۲۵	۰/۴۵	۰/۴	۰/۵۵	۰/۴

## یافته‌ها

مدل پیشنهادی با الگوریتم شاخه و کران و با استفاده موتور حل Baron در نرم‌افزار GAMS حل شد. لازم به ذکر است که در آزمون استفاده از موتورهای حل دیگر، موتور حل Baron با دقت بیشتری و در زمان محدود قادر به حل مسئله بود. پس از حل مسئله با استفاده از برنامه GAMS، مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم محاسبه و در جدول ۷ آورده شده است. در پاسخ بهینه، قطعه A از تأمین‌کننده دهم، قطعه B از تأمین‌کننده دوم، قطعه C از تأمین‌کننده سوم، قطعه D از تأمین‌کننده دوم و قطعه E از تأمین‌کننده دهم خریداری می‌شوند.

در این مطالعه موردی هزینه‌های سیستم شامل هزینه خرید قطعات برابر ۵۵۵، هزینه تأخیر در تحویل سیستم برابر ۲۲۵، هزینه کاهش ظرفیت ۴۰۶/۶۷۰ و هزینه توقف سیستم برابر ۱۶۶/۴۰۰ واحد می‌باشد. هزینه کل سیستم برابر ۱۳۵۶/۰۷۱ واحد است و زمان عملی تکمیل پروژه برابر ۹۵ روز است.

جدول ۷. نتایج بهینه مطالعه موردی با استفاده از نرم‌افزار GAMS

تخصیص قطعات اصلی به تأمین‌کننده						$Z=1356/071$
						$C^P=555$
						$C^H=225$
قطعه						$C^R=406/670$
تأمین‌کننده	A	B	C	D	E	$C^S=166/400$
	۱۰	۲	۳	۲	۱۰	$TC=95$

## بحث

در ادامه، رفتار مدل ریاضی در تعیین پاسخ بهینه، نسبت به تغییرات پارامترهای مسئله بررسی می‌شود. در ادامه، تغییر پاسخ بهینه، نسبت به تغییرات پارامترهای مسئله بررسی می‌شود.

## تحلیل حساسیت نسبت به قیمت خرید قطعات

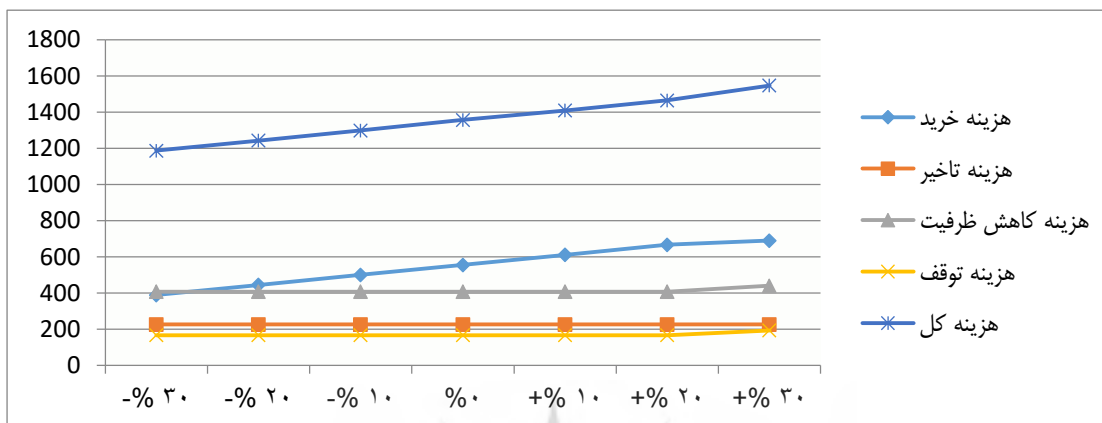
یکی از موارد مهم در طراحی و ساخت سیستم‌های صنعتی هزینه خرید قطعات است. در این مرحله نخست هزینه خرید قطعات به میزان (درصد) مشخص شده تغییر یافته و سپس نتایج حل مجدد مسئله در جدول ۸ نشان داده شده است.

جدول ۸. تحلیل حساسیت پاسخ بهینه مسئله نسبت به قیمت خرید قطعات

درصد تغییر هزینه کل	هزینه کل	هزینه توقف	هزینه کاهش ظرفیت	هزینه تأخیر	هزینه خرید	درصد تغییر
-۱۲٪	۱۱۸۶/۵۷۱	۱۶۶/۴۰۱	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۳۸۸/۵۰۰	-۳۰٪
-۸٪	۱۲۴۲/۰۶۳	۱۶۶/۳۹۱	۴۰۶/۶۷۱	۲۲۵	۴۴۴	-۲۰٪
-۴٪	۱۲۹۷/۵۷۱	۱۶۶/۴۰۱	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۴۹۹/۵۰۰	-۱۰٪
۰	۱۳۵۶/۰۷۱	۱۶۶/۴۰۰	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۵۵۵	۰٪
+۴٪	۱۴۰۸/۵۵۳	۱۶۶/۳۹۶	۴۰۶/۶۵۷	۲۲۵	۶۱۰/۵۰۰	+۱۰٪
+۸٪	۱۴۶۴/۰۳۳	۱۶۶/۳۸۲	۴۰۶/۶۵۲	۲۲۵	۶۶۶	+۲۰٪
+۱۴٪	۱۵۴۶/۲۲۹	۱۹۲/۶۰۵	۴۳۹/۶۲۴	۲۲۵	۶۸۹	+۳۰٪



همان‌گونه که شکل ۳ نشان می‌دهد تغییر در قیمت خرید قطعات تقریباً تأثیری بر هزینه‌های دیگر سیستم نخواهد داشت. فقط در حالتی که قیمت خرید ۳۰ درصد افزایش پیدا می‌کند این تغییر باعث تغییر در استراتژی انتخاب تأمین‌کنندگان قطعات شده و بر هزینه‌های دیگر سیستم نیز تأثیرگذار خواهد بود. با تغییر قیمت خرید قطعات، هزینه خرید و در نتیجه هزینه کل به صورت خطی افزایش پیدا می‌کنند.



شکل ۳. اثر تغییر هزینه خرید بر هزینه کل

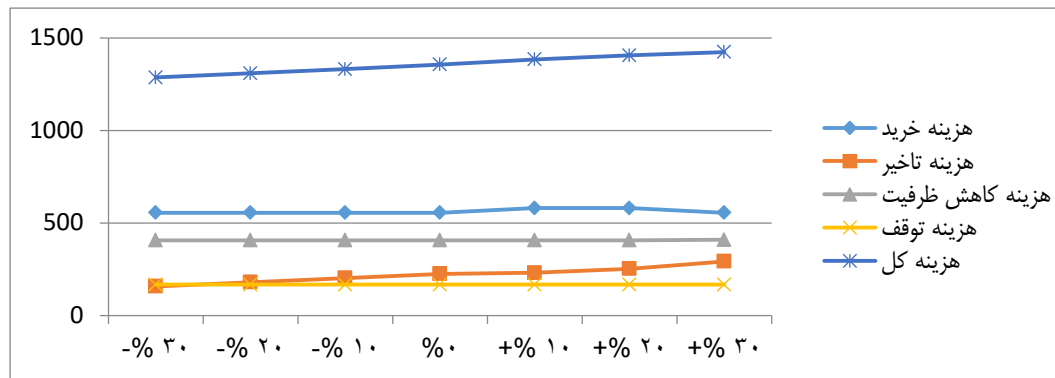
### تحلیل حساسیت نسبت به هزینه تأخیر در تحویل سیستم

در این مرحله هزینه تأخیر در تحویل سیستم به میزان (درصد) مشخص شده تغییر یافته و سپس نتایج حل مجدد مسئله در جدول ۹ نشان داده شده است.

جدول ۹. تحلیل حساسیت پاسخ بهینه مسئله نسبت به هزینه جریمه تأخیر در تحویل سیستم

درصد تغییر هزینه کل	هزینه کل	هزینه توقف	هزینه کاهش ظرفیت	هزینه تأخیر	هزینه خرید	درصد تغییر
-۳۰٪	۱۲۸۵/۵۷۱	۱۶۶/۴۰۱	۴۰۶/۶۷۰	۱۵۷/۵۰۰	۵۵۵	-۳۰٪
-۲۰٪	۱۳۰۸/۰۶۷	۱۶۶/۳۹۲	۴۰۶/۶۷۵	۱۸۰	۵۵۵	-۲۰٪
-۱۰٪	۱۳۳۰/۵۷۰	۱۶۶/۳۹۸	۴۰۶/۶۷۲	۲۰۲	۵۵۵	-۱۰٪
۰٪	۱۳۵۶/۰۷۱	۱۶۶/۴۰۰	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۵۵۵	۰٪
+۱۰٪	۱۳۸۴/۰۶۱	۱۶۶/۳۹۳	۴۰۶/۶۶۸	۲۳۱	۵۵۵	+۱۰٪
+۲۰٪	۱۴۰۵/۰۷۱	۱۶۶/۴۰۱	۴۰۶/۶۷۰	۲۵۲	۵۸۰	+۲۰٪
+۳۰٪	۱۴۲۳/۲۳۳	۱۶۶/۸۰۶	۴۰۸/۹۲۷	۲۹۲/۵۰۰	۵۵۵	+۳۰٪

همان‌گونه که در شکل ۴ نشان داده شده است، تغییر در جریمه هزینه تأخیر در تحویل سیستم تقریباً تأثیری بر هزینه‌های دیگر سیستم نداشته و تنها باعث افزایش خطی هزینه تأخیر و در نتیجه هزینه کل می‌گردد.



شکل ۴. اثر تغییر هزینه تأخیر بر هزینه کل

تنها هنگامی که هزینه تأخیر در تحویل سیستم به مقدار ۱۰ و ۲۰ درصد افزایش یابد، استراتژی انتخاب تأمین کننده نیز تغییر پیدا کرده و در حقیقت مدل برای کمینه کردن هزینه کل برخی از قطعات را از تأمین کنندگان دیگری خریداری می کند و این امر سبب می شود که در این موارد هزینه خرید قطعات با افزایش جریمه تأخیر، افزایش پیدا کند.

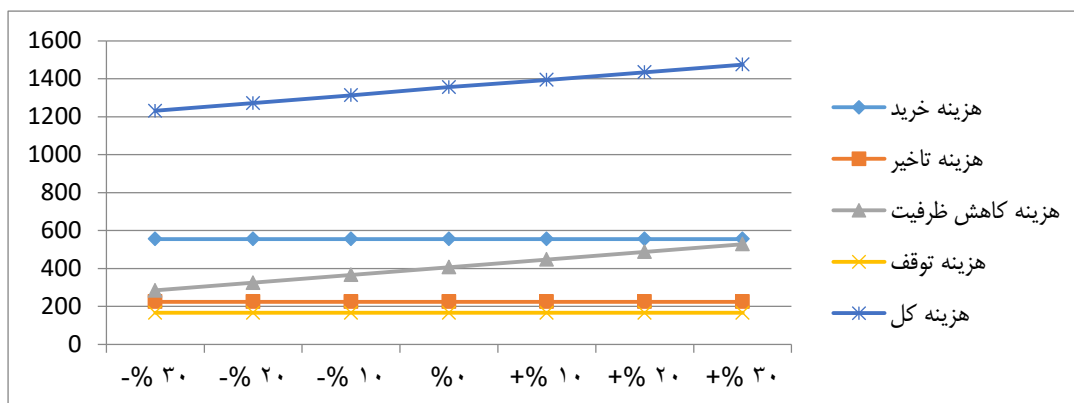
#### تحلیل حساسیت مسئله نسبت به هزینه هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم

در این مرحله هزینه هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم به میزان (درصد) مشخص شده تغییر یافته و سپس نتایج حل مجدد مسئله در جدول ۱۰ نشان داده شده است.

جدول ۱۰. تحلیل حساسیت پاسخ بهینه مسئله نسبت به هزینه هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم

درصد تغییر هزینه کل	هزینه کل	هزینه توقف	هزینه کاهش ظرفیت	هزینه تأخیر	هزینه خرید	درصد تغییر
-۹%	۱۲۳۱/۰۶۹	۱۶۶/۴۰۰	۲۸۴/۶۶۹	۲۲۵	۵۵۵	-۳۰%
-۶%	۱۲۷۱/۷۳۴	۱۶۶/۳۹۲	۳۲۵/۳۴۲	۲۲۵	۵۵۵	-۲۰%
-۳%	۱۳۱۲/۴۰۲	۱۶۶/۳۹۸	۳۶۶/۰۰۴	۲۲۵	۵۵۵	-۱۰%
۰%	۱۳۵۶/۰۷۱	۱۶۶/۴۰۰	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۵۵۵	۰%
+۳%	۱۳۹۳/۷۳۲	۱۶۶/۳۸۹	۴۴۷/۳۴۳	۲۲۵	۵۵۵	+۱۰%
+۶%	۱۴۳۴/۳۸۹	۱۶۶/۳۸۹	۴۸۸	۲۲۵	۵۵۵	+۲۰%
+۹%	۱۴۷۵/۰۶۵	۱۶۶/۳۹۶	۵۲۸/۶۶۹	۲۲۵	۵۵۵	+۳۰%

تنها با تغییر هزینه کاهش ظرفیت سیستم به ازای هر ساعت، هزینه کاهش ظرفیت سیستم و در نتیجه هزینه کل به صورت خطی افزایش پیدا می کنند (شکل ۵).



شکل ۵. اثر تغییر هزینه هر ساعت کاهش ظرفیت سیستم بر هزینه کل

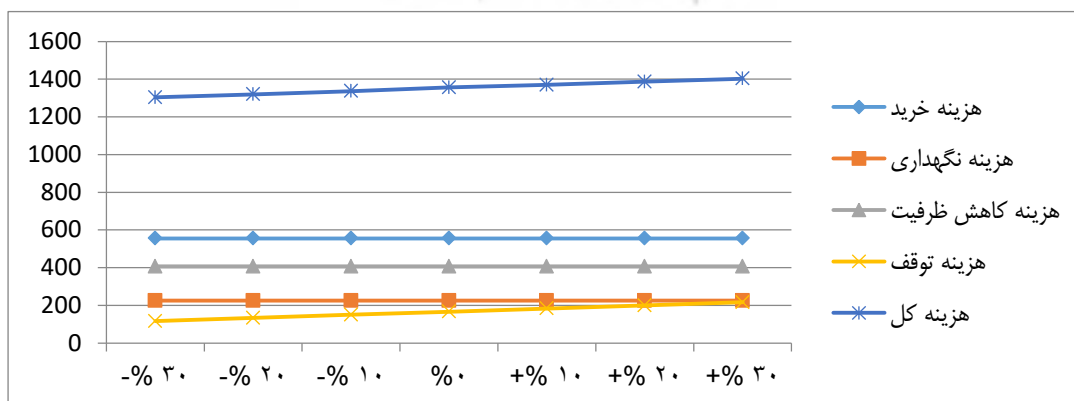
### تحلیل حساسیت مسئله نسبت به حداکثر هزینه توقف سیستم

در این مرحله هزینه هر ساعت توقف سیستم به میزان (درصد) مشخص شده تغییر یافته و سپس نتایج حل مجدد مسئله در جدول ۱۱ نشان داده شده است.

جدول ۱۱. تحلیل حساسیت پاسخ بهینه مسئله نسبت به هزینه هر ساعت توقف سیستم

درصد تغییر هزینه کل	هزینه کل	هزینه توقف	هزینه کاهش ظرفیت	هزینه تأخیر	هزینه خرید	درصد تغییر
-۴%	۱۳۰۳/۱۴۶	۱۱۶/۴۹۱	۴۰۶/۶۵۵	۲۲۵	۵۵۵	-۳۰%
-۲٫۷%	۱۳۱۹/۷۸۸	۱۳۳/۱۱۹	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۵۵۵	-۲۰%
-۱٫۴%	۱۳۳۶/۴۳۱	۱۴۹/۷۶۱	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۵۵۵	-۱۰%
۰%	۱۳۵۶/۰۷۱	۱۶۶/۴۰۰	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۵۵۵	۰%
+۱%	۱۳۶۹/۷۱۰	۱۸۳/۰۴۰	۴۰۶/۶۷۰	۲۲۵	۵۵۵	+۱۰%
+۲%	۱۳۸۶/۳۴۱	۱۹۹/۶۸۱	۴۰۶/۶۶۰	۲۲۵	۵۵۵	+۲۰%
+۳%	۱۴۰۲/۹۸۱	۲۱۶/۳۱۸	۴۰۶/۶۶۳	۲۲۵	۵۵۵	+۳۰%

شکل ۶ نشان می‌دهد، تغییر در هزینه هر ساعت توقف سیستم تنها در هزینه توقف سیستم تأثیرگذار است. تنها با تغییر هزینه توقف سیستم به ازای هر ساعت، هزینه توقف سیستم و در نتیجه هزینه کل به صورت خطی افزایش پیدا می‌کنند.



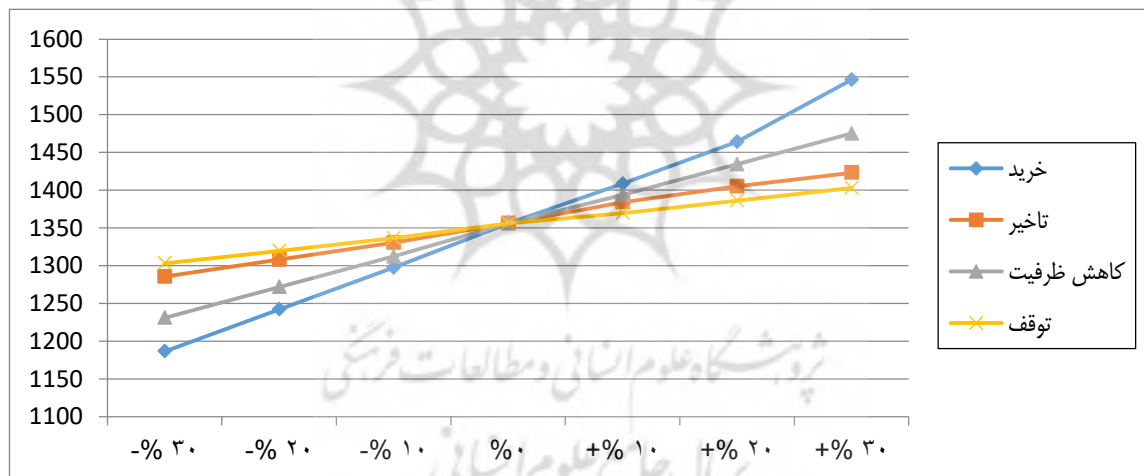
شکل ۶. اثر تغییر هزینه هر ساعت توقف سیستم بر هزینه کل

خلاصه نتایج تحلیل حساسیت پارامترهای مسئله در جدول ۱۲ آورده شده است.

جدول ۱۲. خلاصه تحلیل حساسیت پاسخ بهینه مسئله نسبت به پارامترهای مسئله

مقدار بهینه تابع هدف (با در نظر گرفتن میزان درصد تغییر هزینه‌ها)								درصد تغییر
توقف		کاهش ظرفیت		تأخیر		خرید		
-۴٪	۱۳۰۳/۱۴۶	-۹٪	۱۲۳۱/۰۶۹	-۵٪	۱۲۸۵/۵۷۱	-۱۲٪	۱۱۸۶/۵۷۱	-۳۰٪
-۲٫۷٪	۱۳۱۹/۷۸۸	-۶٪	۱۲۷۱/۷۳۴	-۳٫۵٪	۱۳۰۸/۰۶۷	-۸٪	۱۲۴۲/۰۶۳	-۲۰٪
-۱٫۴٪	۱۳۳۶/۴۳۱	-۳٪	۱۳۱۲/۴۰۲	-۲٪	۱۳۳۰/۵۷۰	-۴٪	۱۲۹۷/۵۷۱	-۱۰٪
۰٪	۱۳۵۶/۰۷۱	۰٪	۱۳۵۶/۰۷۱	۰٪	۱۳۵۶/۰۷۱	۰٪	۱۳۵۶/۰۷۱	۰٪
+۱٪	۱۳۶۹/۷۱۰	+۳٪	۱۳۹۳/۷۳۲	+۲٪	۱۳۸۴/۰۶۱	+۴٪	۱۴۰۸/۵۵۳	+۱۰٪
+۲٪	۱۳۸۶/۳۴۱	+۶٪	۱۴۳۴/۳۸۹	+۴٪	۱۴۰۵/۰۷۱	+۸٪	۱۴۶۴/۰۳۳	+۲۰٪
+۳٪	۱۴۰۲/۹۸۱	+۹٪	۱۴۷۵/۰۶۵	+۵٪	۱۴۲۳/۲۳۳	+۱۴٪	۱۵۴۶/۲۲۹	+۳۰٪

اثر تغییر نسبی پارامترهای فوق بر روی پاسخ بهینه به صورت نمودار عنکبوتی در شکل ۷ نمایش داده شده‌اند. محور افقی در این شکل، درصد تغییر پارامتر موردنظر و محور عمودی میزان هزینه کل را نشان می‌دهد.



شکل ۷. نمودار عنکبوتی پاسخ بهینه مسئله نسبت به پارامترهای مسئله

این نمودار نشان می‌دهد که در این مسئله تغییر همه پارامترها اثر مستقیم بر روی مقدار بهینه تابع هدف دارند ولی تغییر پارامتر هزینه خرید بیش از سایر پارامترها بر هزینه کل مؤثر است.

## بحث و نتیجه‌گیری

این پژوهش به ارائه راهکاری در انتخاب قطعات در فاز طراحی برای سیستم تغذیه آب بویلر بازیاب حرارتی چندحالتی با قطعات تعمیرپذیر با توجه به هزینه خرید، هزینه تأخیر و دسترسی‌پذیری سیستم با استفاده از مدل زنجیره مارکوف و مدل برنامه‌ریزی ریاضی پرداخته است. در واقع به کمک مدل زنجیره مارکوف هزینه‌های بهره‌برداری از سیستم شامل هزینه نیمه بار شدن و هزینه توقف سیستم محاسبه شد. با حل مدل توسط نرم‌افزار GAMS علاوه بر تعیین تأمین‌کنندگان

بهینه در خرید قطعات، مقادیر بهینه هزینه‌های سیستم در فاز احداث و بهره‌برداری نیز مشخص گردید. در این میان سهم هزینه‌های خرید قطعات ۴۱٪، تأخیر در تحویل سیستم در موعد مقرر ۱۷٪، کاهش ظرفیت ۳۰٪ و توقف ۱۲٪ می‌باشد. همچنین نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که طراحی سیستم‌های صنعتی با توجه به هزینه‌های ساخت و بهره‌برداری امکان‌پذیر بوده و می‌توان از ترکیب نتایج زنجیره مارکوف در مدل بهینه‌سازی ریاضی در فاز طراحی سیستم‌ها استفاده کرد.

بنابر نتایج پژوهش، پیشنهادات مدیریتی زیر توصیه می‌گردد:

- هزینه خرید بیشترین سهم از هزینه کل سیستم را دارد، بنابراین پیشنهاد می‌شود که با استفاده از قطعات مشابه در سیستم، حجم سفارش آن‌ها را افزایش داد. این امر موجب بهره‌گیری از تخفیفات، کاهش هزینه سفارش و حمل آن‌ها و در نتیجه کاهش هزینه خرید کل می‌گردد. در نظر گرفتن اثرات خرید گروهی موجب بهبود مدل خواهد شد که می‌تواند در پژوهش‌های آتی مدنظر قرار گیرد.

- با توجه به اینکه هزینه تأخیر در تحویل پروژه به مبلغ ۲۲۵ واحد و حتی بیش از هزینه توقف در پاسخ بهینه است، پیشنهاد می‌گردد که در قراردادهای آتی فروش محصول، برای تاریخ تحویل آن مهلت بیشتری در نظر گرفته شود.

- در پاسخ بهینه، پس از هزینه خرید، هزینه کاهش ظرفیت بیشترین مقدار را دارد که نشان دهنده نسبت زیاد زمان کار سیستم در حالت نیمه بار است. این موضوع توجه به بهبود در طراحی پیکربندی سیستم تغذیه آب به منظور کاهش این زمان را ایجاب می‌کند.

در پژوهش‌های آتی همچنین می‌توان اثر افزایش آهنگ تعمیر (به دلیل افزایش مهارت کارکنان در تعمیر قطعات و سهولت تأمین ابزارها و قطعات یدکی یکسان) را در تابع هزینه در نظر گرفت. برای اعتبارسنجی مدل ارائه شده نیز می‌توان از فرآیندهای تصادفی و شبیه‌سازی عددی استفاده نمود. همچنین در فاز بهره‌برداری برای نزدیک شدن مسئله به دنیای واقعی می‌توان علاوه بر در نظر گرفتن عدم قطعیت در آهنگ خرابی و تعمیر و استفاده از اعداد فازی، محدودیت‌های تیم تعمیراتی نیز که همواره گلوگاهی برای تعمیرات هستند را به مدل اضافه کرد که در این حالت استفاده از نظریه صف کاربرد پیدا خواهد کرد.

## منابع

- امیری، مقصود؛ تقوی فرد، محمدتقی؛ عظیمی، پرهام؛ آقایی، مجتبی (۱۳۹۸). مدل چندهدفه تعیین اندازه بهینه بافر و تخصیص افزونگی - دسترس‌پذیری به صورت هم‌زمان در سیستم‌های تولیدی. مدیریت صنعتی، ۱۱ (۳)، ۴۶۰-۴۲۷.
- سبحانی، زهرا؛ شهرخی، محمود (۱۳۹۸). بهینه‌سازی دسترسی‌پذیری نوعی سیستم صنعتی چند وضعیت با رویکرد زنجیره مارکوف. مدیریت صنعتی، ۱۱ (۳)، ۴۰۴-۳۸۰.
- تیاموری، احسان؛ امیری، مقصود؛ الفت، لعیا؛ زندیه، مصطفی (۱۳۹۹). مدل انتخاب تأمین‌کننده، تخصیص سفارش و قیمت‌گذاری در مدیریت زنجیره تأمین چندکالایی تک‌دوره‌ای و چند تأمین‌کننده با رویکرد روش‌های سطح پاسخ و الگوریتم ژنتیک. مدیریت صنعتی، ۱۲ (۱)، ۲۳-۱.

اختیاری، مصطفی؛ زندیه، مصطفی؛ عالم تبریز، اکبر؛ ربیع، مسعود (۲۰۱۸). ارائه یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی برای زنجیره تأمین چند مرحله‌ای با تأکید بر قابلیت اطمینان در شرایط عدم قطعیت. مدیریت صنعتی، ۱۱ (۲)، ۱۷۷-۲۰۶.

## References

- Amiri, M., Taghavifard, M.T., Azimi, P., & Aghaei, M. (2019). Multi-Objective Model for determining Optimal Buffer Size and Redundancy-Availability Allocation Simultaneously in Manufacturing Systems. *Industrial Management Journal*, 11(3), 427-460. (in Persian)
- Attar, A., Raissi, S., & Khalili-Damghani, K. (2017). A simulation-based optimization approach for free distributed repairable multi-state availability-redundancy allocation problems. *Reliability Engineering & System Safety*, 157, 177-191.
- Bisht, S., & Singh, S. B. (2021). Reliability Evaluation of Repairable Parallel-Series Multi-State System Implementing Interval Valued Universal Generating Function. *Journal of Reliability and Statistical Studies*, 81-120.
- Fyffe, D. E., Hines, W. W., & Lee, N. K. (1968). System reliability allocation and a computational algorithm. *IEEE Transactions on Reliability*, 17(2), 64-69
- Ghodsypour, S. H., & O'Brien, C. (1997, August). An integrated method using the analytical hierarchy process with goal programming for multiple sourcing with discounted prices. In Proceedings of the international conference on Production Research (ICPR), Osaka, Japan.
- Guilani, P. P., Juybari, M. N., Ardakan, M. A., & Kim, H. (2020). Sequence optimization in reliability problems with a mixed strategy and heterogeneous backup scheme. *Reliability Engineering & System Safety*, 193, 106660.
- Houshyar, A. (2005). Reliability and maintainability of machinery and equipment, part 2: benchmarking, life-cycle cost, and predictive maintenance. *International Journal of Modelling and Simulation*, 25(1), 1-11.
- Huang, S. H., & Keskar, H. (2007). Comprehensive and configurable metrics for supplier selection. *International journal of production economics*, 105(2), 510-523.
- Kagnicioglu, C. H. (2006). A fuzzy multiobjective programming approach for supplier selection in a supply chain. *The Business Review*, 6(1), 107-115.
- Kamel, G., Aly, M. F., Mohib, A., & Afefy, I. H. (2020). Optimization of a multilevel integrated preventive maintenance scheduling mathematical model using genetic algorithm. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 1-11.
- Kopfer, H., Kotzab, H., Lasch, R., & Janker, C. G. (2005). Supplier selection and controlling using multivariate analysis. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*.
- Najafi, A. A., Karimi, H., Chambari, A., & Azimi, F. (2013). Two metaheuristics for solving the reliability redundancy allocation problem to maximize mean time to failure of a series-parallel system. *Scientia Iranica*, 20(3), 832-838.
- Sharifi, M., Cheragh, G., Dashti Maljahi, K., Zaretalab, A., Shahriari, M. (2020). Reliability and Cost Optimization of a System with k-out-of-n Configuration and Choice of Decreasing the Components Failure Rates. *Scientia Iranica*.

- Sharifi, M., Shahriyari, M., Khajepour, A., & Mirtaheri, S. A. (2021). Reliability Optimization of a k-out-of-n Series-Parallel System with Warm Standby Components. *Scientia Iranica*.
- Sobhani, Z., & Shahrokhi, M. (2019). Availability Optimization of a Multi-State Industrial System with the Markov Chain Approach. *Industrial Management Journal*, 11(3), 380-404. (in Persian)
- Teymouri, E., Amiri, M., Olfat, L., & Zandieh, M. (2020). Presenting a Supplier Selection, Order Allocation, and Pricing Model in Multi-item, Single-Period, and Multi-Supplier Supply Chain Management with Surface Response Methodology and Genetic Algorithm Approach. *Industrial Management Journal*, 12(1), 1-23. (in Persian)
- Vanteddu, G., Chinnam, R. B., & Gushikin, O. (2011). Supply chain focus dependent supplier selection problem. *International Journal of Production Economics*, 129(1), 204-216.

