Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153
Online ISSN: 2423-5377

Equity Portfolio Optimization Using Mean-CVaR Method Considering Symmetric and Asymmetric Autoregressive Conditional Heteroscedasticity

Reza Raei
Prof., Department of Finance Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: raei@ut.ac.ir

Hamed Basakha
*Corresponding author, PhD Candidate, Department of Finance-Banking, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: h.basakha@gmail.com

Hossein Mahdikhah
MSc., Department of Finance Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: hmkh69@gmail.com

Abstract

Objective: Risk management is one of the most important areas of study in finance, and its vital role in the field has attracted the attention of managers and investors in in various sectors of the industry. Especially in recent years, with the onset of financial crises, the importance and necessity of accurate studies in this area has doubled. The main purpose of this study is to provide a model for a more accurate measurement of equity portfolio risk.

Methods: To conduct this research, adjusted closing prices of a sample of thirty listed companies have been used. CVaR is the main model and four other models are formulated using different methods of variance modeling. The first method calculates conditional value at risk using constant variance and in the other three methods, variance is modeled on GARCH, E-GARCH and T-GARCH approaches.

Results: Ultimately, the results have been evaluated using appropriate statistical tests, namely paired t test and Wilcoxon signed rank test. The results obtained from both tests suggest that the method used to model variance has a significant effect on attaining a better optimal portfolio.

Conclusion: Considering results of the research, which approve the tested hypothesis, one can conclude, taking into account the heteroscedasticity in Iranian capital market, would result in a better optimized portfolio. Moreover, the results illustrated that the use of CVaR model, for risk measurement, rather than previously used traditional models, can be effective in improving the performance, in optimizing stock portfolios, significantly.

Keywords: Value at Risk (VaR), Conditional Value at Risk (CVaR), Portfolio Optimization, Conditional Heteroscedasticity.

Citation: Raei, R., Basakha, H., & Mahdikhah, H. (2020). Equity Portfolio Optimization Using Mean-CVaR Method Considering Symmetric and Asymmetric Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. Financial Research Journal, 22(2), 149-159. (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2020, Vol. 22, No.2, pp. 149- 159
DOI: 10.22059/frj.2019.205531.1006186
Received: May 06, 2016; Accepted: June 05, 2017
© Faculty of Management, University of Tehran

شاپا چاپی: ۸۱۵۳-۱۰۲۴
شاپا الکترونیکی: ۵۳۷۷-۲۴۲۳
تحقیقات مالی

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش Mean-CVaR و رویکرد ناهم‌سانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن

رضا راعی
استاد، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: raei@ut.ac.ir

حامد باسخا
* نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری، گروه مالی ــ بانکداری، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: h.basakha@gmail.com

حسین مهدی‌خواه
کارشناس ارشد، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: hmkh69@gmail.com

چکیده

هدف: مدیریت ریسک یکی از حوزه‌های مهم پژوهشی در رشته مالی است که مدیران و سرمایه‌گذاران بسیاری در بخش‌های مختلف به آن توجه کرده‌اند، به‌خصوص با وقوع بحران‌های مالی در سال‌های اخیر، اهمیت اجرای پژوهش‌های دقیق‌تر در این حوزه دوچندان شده است. هدف اصلی این پژوهش، ارائه مدلی برای اندازه‌گیری دقیق‌تر ریسک در پرتفولیوهای سهام است.

روش: برای اجرای این پژوهش، از قیمت پایانی تعدیل‌شده ۳۰ شرکت بورسی که نمونه آماری این پژوهش بودند، استفاده شده است. با در نظر گرفتن مدل CVaR به‌عنوان مدل اصلی پژوهش و با استفاده از روش‌های مختلف مدل‌سازی واریانس، ۴ مدل مجزا به دست آمد. در روش نخست، ارزش در معرض ریسک شرطی با بهره‌گیری از واریانس ثابت محاسبه شده است و در ۳ روش دیگر، واریانس از مدل‌های GARCH و E-GARCH و T-GARCH مدل‌سازی شده است.

یافته‌ها: در نهایت، نتایج به‌دست‌آمده با دو آزمون آماری مقایسه زوجی و ویلکاکسون سنجیده شدند. نتایج هر دو آزمون نشان داد که مدل‌سازی واریانس در دستیابی به پرتفوی بهینه‌تر، عملکرد بهتری دارد.

نتیجه‌گیری: بر اساس یافته‌های پژوهش و تأیید فرضیه‌های اصلی پژوهش، می‌توان نتیجه گرفت که در نظر گرفتن ناهم‌سانی واریانس موجود در بازار مالی ایران و وارد کردن این موضوع در مدل‌های بهینه‌سازی، به عملکرد بهتر در بهینه‌سازی سبدهای سرمایه‌گذاری می‌انجامد. همچنین یافته‌ها نشان داد که استفاده از مدل CVaR به‌جای مدل‌های سنتی ریسک، به‌صورت معناداری در بهبود عملکرد این صندوق‌ها مؤثر است.

کلیدواژه‌ها: ارزش در معرض خطر (VaR)، ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR)، بهینه‌سازی سبد سهام، ناهم‌سانی واریانس.

استناد: راعی، رضا؛ باسخا، حامد؛ مهدی‌خواه، حسین (۱۳۹۹). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش Mean-CVaR و رویکرد ناهم‌سانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن. *تحقیقات مالی*، ۲۲(۲)، ۱۴۹– ۱۵۹.

تحقیقات مالی، ۱۳۹۹، دوره ۲۲، شماره ۲، صص. ۱۴۹– ۱۵۹
DOI: 10.22059/frj.2019.205531.1006186
دریافت: ۱۳۹۵/۰۲/۱۷، پذیرش: ۱۳۹۶/۰۳/۱۵
© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

مقدمه

مسئله بهینه‌سازی پرتفولیو، از زمانی که مارکوویتز بهینه‌سازی بر اساس میانگین ـ واریانس را مطرح کرد، پیشرفت‌های فراوانی داشته است. شاید بتوان گفت مهم‌ترین دستاورد مدل مارکوویتز، معرفی واریانس به‌عنوان شاخص ریسک و در واقع معرفی یک معیار کمی برای آن بود. پژوهش‌های بعد از مارکوویتز نشان دادند که استفاده از واریانس به‌عنوان عامل ریسک، کاستی‌هایی دارد. واریانس پراکندگی داده‌ها حول میانگین را اندازه‌گیری می‌کند. یعنی انحرافات مثبت و منفی از میانگین را یکسان در نظر می‌گیرد. اما از آنجا که در ادبیات مالی و بهینه‌سازی فقط به‌دنبال کم کردن انحرافات منفی از میانگین هستیم، حداقل کردن واریانس، به‌طور لزوم به کاهش ریسک منجر نمی‌شود. پس از آنکه مارکوویتز واریانس را به‌عنوان معیار ریسک معرفی کرد، پژوهش‌های زیادی با هدف شناسایی معیارهای دقیق‌تری برای اندازه‌گیری ریسک انجام گرفت. یکی از معیارهای مهمی که این اواخر سرمایه‌گذاران به آن توجه کرده‌اند، ارزش در معرض خطر شرطی ($CVaR$) است. به‌گونه‌ای که در مدل‌های جدید بهینه‌سازی پرتفولیو، به‌دنبال حداقل کردن ارزش در معرض خطر شرطی هستیم. عموم پژوهش‌های انجام‌شده در این راستا با فرض ثابت بودن واریانس پرتفولیو طی زمان انجام گرفته است. اما پژوهش‌های جدید در رابطه با سری‌های زمانی داده‌های مالی، وجود ناهم‌سانی واریانس را در این سری‌ها به اثبات رسانده‌اند. ما در این پژوهش با استفاده از مفاهیم ارزش در معرض خطر شرطی و مدل‌های ناهم‌سانی واریانس شرطی، به‌دنبال بررسی این موضوع هستیم که آیا مدل‌سازی واریانس با استفاده از مدل‌های ناهم‌سانی شرطی متقارن و نامتقارن و با استفاده از روش بهینه‌سازی Mean-CVaR می‌تواند به پرتفوی بهینه بهتری در بورس اوراق بهادار تهران منجر شود یا خیر.

پیشینه پژوهش

مدل‌سازی واریانس، به‌عنوان یکی از روش‌های محاسبه و پیش‌بینی ریسک، در حوزه‌های مختلف مالی استفاده شده و روند افزایشی استفاده از این مدل‌ها در پژوهش‌ها نشان‌دهنده نتایج مثبت به‌دست‌آمده از آنها است. از طرفی، پژوهش‌ها و بررسی بازارهای مالی مفاهیم دقیق‌تری از ریسک را معرفی کردند که یکی از این مفاهیم مهم ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی است. بامول[1] (۱۹۶۳) برای نخستین بار مفهوم ارزش در معرض خطر را که نشان‌دهنده حداکثر زیان در یک سطح اطمینان مشخص در یک زمان مشخص است، ارائه کرد. روکافلر و اورسایو[2] (۱۹۹۹)، با در نظر گرفتن توزیع غیرنرمال بازدهی دارایی‌های مالی به‌منظور غلبه بر نواقص معیار ارزش در معرض خطر، معیاری جدید به نام ارزش در معرض خطر شرطی معرفی کردند. ارزش در معرض خطر شرطی با معیار ارزش در معرض خطر رابطه نزدیکی دارد و در اصل بسیاری از مزایای ارزش در معرض خطر را داراست، در حالی که یک معیار محدب ریسک است. پژوهش‌های راکافلار و اوریاسو نشان می‌دهند که بهینه‌سازی پرتفوی توسط CVaR از بهینه‌سازی توسط VaR بهتر

1. Baumol
2. Rockafellar & Uryasev

بوده و پرتفولیوهایی که CVaR پایینی دارند دارای VaR پایینی نیز هستند. پژوهش‌های آنان نشان دادند که وقتی توزیع بازده‌ها نرمال باشد، نتایج به‌دست‌آمده از VaR و CVaR نتایج یکسانی داشته و پرتفوی‌های بهینه یکسانی را تشکیل می‌دهند.

روی در سال ۲۰۰۲ با بررسی سه نوع اوراق بهادار با سررسید یک تا سه سال، یک تا هشت سال و هشت سال بیشتر در اوراق بهادار هند نتیجه گرفت، در شرایطی که توزیع بازده اوراق بهادار به‌شدت دم‌پهن باشد، استفاده از روش پارامتریک VaR که مبتنی بر فرض نرمال بودن توزیع بازده‌ها هست، تخمین نادرستی از ارزش در معرض ریسک را ارائه می‌دهد. استفاده از مدل گارچ (۱/۱) که همان مدل عمومی هموارسازی نمایی ریسک متریک است، نتایج کارآمدی را در بازار اوراق بهادار ارائه نمی‌دهد. حال آنکه استفاده از مدل‌های مرتبه بالاتر گارچ پس از حذف هم‌بستگی سریالی موجود در داده‌ها نتایج کارآمدتری را به دست می‌دهد (فیض‌آباد، ۱۳۸۷).

بر اساس پژوهش‌های ژانگ و ایدزورک[1] (۲۰۱۰)، وقتی توزیع بازده‌ها نرمال باشد، بهینه‌سازی پرتفوی به روش مارکوئیتز و روش mean-CVaR نتایج تقریباً یکسانی دارد، ولی اگر توزیع بازده‌ها نرمال نباشد، بهینه‌سازی پرتفوی به روش mean-CVaR در مقایسه با روش مارکوئیتز عملکرد بهتری خواهد داشت.

فیض‌آباد و همکاران (۱۳۸۷)، عملکرد روش‌های پارامتریک و ناپارامتریک (شبیه‌سازی) را در پیش‌بینی مقادیر دو پرتفوی متشکل از شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران (پرتفوی متشکل از تمامی شرکت‌ها و پرتفوی متشکل از پنجاه شرکت با نقدشوندگی بالا) بررسی کرده‌اند. آنها برای این منظور پس از محاسبه مقادیر VaR یک‌روزه و ده‌روزه با استفاده از برخی از مدل‌های خانواده آرچ روی سه توزیع آماری نرمال، تی استیودنت و توزیع خطای تعمیم‌یافته، نتایج به‌دست‌آمده را با روش پس‌آزمایی در حجم‌های نمونه‌ای متفاوت، در سطوح اطمینان پایین و بالا مقایسه و تحلیل کردند. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که اولاً، پیش‌بینی مقادیر VaR یک‌روزه و ده‌روزه با استفاده از توزیع لپتوکورتیک از دقت و عملکرد بالاتری برخوردار هستند. ضمن آنکه در سطوح اطمینان پایین، در بیشتر موارد استفاده از روش شبیه‌سازی تاریخی عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. ثانیاً، انتخاب حجم‌های نمونه‌ای متفاوت بر تعداد و نتایج مدل‌هایی که VaR را به‌درستی تخمین می‌زنند، تأثیرگذار است. ثالثاً، مدل‌های ناهم‌سانی واریانس شرطی به‌خوبی می‌توانند ویژگی‌های داده‌های مالی از قبیل نوسان‌های خوشه‌ای، حافظه بلندمدت و اثرهای هرمی را مدل‌سازی کنند.

روش‌شناسی پژوهش

جامعه آماری این پژوهش، قیمت‌های پایانی تعدیل‌شده تمام سهم‌های معامله‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است. نمونه انتخابی برای انجام پژوهش، قیمت پایانی تعدیل‌شده روزانه سی شرکت بورسی از ابتدای سال ۱۳۸۴ تا مرداد سال ۱۳۹۴ در نظر گرفته شده است. روش نمونه‌گیری در این پژوهش از نوع گزینشی بوده و از بین جامعه آماری، ۳۰ شرکتی که شرایط زیر را برآورده می‌کردند انتخاب شد:

1. Xiong & Idzorek

۱. زیان‌ده نباشند.
۲. داده‌های مورد نیاز پژوهش در دوره پژوهش را دارا باشد.
۳. تعداد روزهای معاملاتی آنها در دوره پژوهش بیش از ۸۰ درصد روزهای معاملاتی کل دوره باشد.

پس از جمع‌آوری داده‌ها، بازده ماهیانه لگاریتمی برای تک‌تک سهم‌ها محاسبه شد. بازده‌های ۱۳۸۴ تا ابتدای ۱۳۹۳ به‌عنوان داده‌های درون نمونه هفده داده باقی‌مانده به‌عنوان داده‌های برون نمونه‌ای برای آزمون مدل‌ها استفاده شدند.

ارزش در معرض ریسک[1]

ارزش در معرض ریسک، حداکثر زیان پرتفوی را در یک دوره زمانی مشخص کرده و سطح اطمینان از قبل تعیین‌شده، با بیانی کمی را ارائه می‌دهد. به بیان دیگر، ارزش در معرض ریسک، مبلغی (درصدی) از ارزش پرتفوی را که انتظار می‌رود ظرف یک دوره زمانی مشخص و با میزان احتمال معین از دست برود، مشخص می‌کند.

معیار VaR دو پارامتر اساسی دارد، سطح معناداری α (یا سطح اطمینان $1-\alpha$) و افق زمانی که در آن VaR محاسبه می‌شود. در عمل، بخش‌های خارجی مانند شرکت‌های رتبه‌بندی یا نهادهای قانون‌گذار، سطح معناداری را تعیین می‌کنند. ولی در صورت نبود محدودیت‌های خارجی، سطح معناداری بر اساس ریسک گریزی افراد تعیین می‌شود. هرچه سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزتر باشند α کوچک‌تری انتخاب می‌کنند (سطح اطمینان افزایش می‌یابد).

به‌طور طبیعی ریسک‌های مختلف بر مبنای قابلیت نقدشوندگی[2]، در افق‌های زمانی مختلف برآورد می‌شوند. برای مثال، بر اساس قانون بال دو[3]، بانک‌ها موظف به محاسبه VaR ده‌روزه هستند. در صورت نبود محدودیت‌های خارجی افق زمانی محاسبه VaR باید نشان‌دهنده دوره‌ای باشد که می‌خواهیم در آن موقعیت خود را نگه داریم. هرچه با دارایی-های نقدشونده‌تری سروکار داشته باشیم، افق زمانی محاسبه ریسک کوتاه‌تر می‌شود. باید در نظر داشت که ارزش در معرض ریسک پاسخ این پرسش نیست که در یک دوره زمانی مشخص، چقدر از ارزش پرتفوی ما کاسته خواهد شد. پاسخ این پرسش هر عددی می‌تواند باشد، همان‌گونه که در زمان سقوط بازارهای مالی قیمت دارایی‌ها ممکن است به‌اندازه‌ای کاهش یابد که ارزش کل پرتفوی به‌لحاظ تئوریک تا حد صفر نیز تنزل پیدا کند.

فرض می‌کنیم که توزیع بازدهی‌های پرتفوی iid بوده و دارای توزیع نرمال است. اگر بازدهی پرتفوی را با متغیر تصادفی X نمایش دهیم، آنگاه:

$$X \sim NID(\mu, \sigma^2)$$ رابطه ۱)

با استفاده از تعریف کوانتیل $(P(X \leq x_\alpha) = \alpha)$ فرمول VaR به دست می‌آید. با توجه به فرمول توزیع نرمال داریم:

1. Value at Risk (VaR)
2. Liquidity
3. Basel

رابطه ۲) $$P(X < x_\alpha) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{x_\alpha - \mu}{\sigma}\right)$$

چون $P(X < x_\alpha) = \alpha$ و $Z \sim N(0,1)$ بوده و بر اساس تعریف $P\left(Z < \Phi^{-1}(\alpha)\right) = \alpha$ است، بنابراین با استفاده از معادله بالا داریم:

رابطه ۳) $$\frac{x_\alpha - \mu}{\sigma} = \Phi^{-1}(\alpha)$$

بر اساس تعریف داریم $x_\alpha = -VaR$ زیرا زمانی که α کوانتیل توزیع را به دست می‌آوریم، عددی منفی است. به‌منظور سادگی و فهمیدنی بودن، معیار VaR که نشان‌دهنده زیان است، در عدد ۱− ضرب می‌شود.

رابطه ۴) $$VaR_\alpha = -\Phi^{-1}(\alpha)\sigma - \mu$$

چون توزیع نرمال متقارن بوده و داریم $\Phi^{-1}(\alpha) = -\Phi^{-1}(1-\alpha)$ ، بنابراین معادله بالا را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

رابطه ۵) $$VaR_\alpha = \Phi^{-1}(1-\alpha)\sigma - \mu$$

فرمول بالا، فرمول محاسبه ارزش در معرض ریسک یک‌روزه است. عددی که از معادله بالا به دست می‌آید به‌صورت درصد بوده و برای به دست آوردن مبلغ دلاری VaR باید عدد حاصل را در ارزش روز پرتفوی (p_t) ضرب کرد (الکساندر[1]، ۲۰۰۸).

در این پژوهش برای مدل‌سازی واریانس از سه مدل GARCH، EGARCH، TGARCH استفاده می‌شود و نتایج به‌دست‌آمده با مدل واریانس ثابت مقایسه خواهند شد. فرضیه اصلی این پژوهش، تخمین بهتر ارزش در معرض خطر شرطی و در نهایت بهینه‌سازی بهتر Mean-CVAR با استفاده از مدل‌سازی واریانس است، بنابراین از ۴ مدل زیر برای اجرای پژوهش استفاده شده است.

بهینه‌سازی mean-CVaR با واریانس ثابت

در این روش ابتدا برای سری درون نمونه‌ای در دست، میانگین و واریانس را با روش معمولی محاسبه می‌کنیم. این کار در نرم‌افزار متلب و با استفاده از دستور $var(Series)$ و $mean(sereies)$ انجام می‌شود. در مرحله بعد با توجه به میانگین و واریانس به‌دست‌آمده، اعداد تصادفی با توزیع نرمال تولید می‌شود. سپس به روش گفته‌شده بهینه‌سازی انجام می‌شود. برای انجام این بهینه‌سازی در نرم‌افزار متلب از تابع $PortfolioCVaR$ استفاده می‌شود.

بهینه‌سازی mean-CVaR با مدل‌سازی وریانس

در این روش، ابتدا بهترین مرتبه مدل‌های GARCH، E-GARCH و T-GARCH با استفاده از معیارهای اطلاعاتی

1. Alexander

AIC[1] و BIC[2] تعیین می‌شوند. سپس بر اساس بهترین مرتبه تعیین‌شده و با استفاده از مدل‌های بالا، مدل‌سازی واریانس انجام گرفته و در نهایت با استفاده از واریانس مدل‌سازی‌شده ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه و بهینه‌سازی انجام می‌شود.

یکی از روش‌های مدل‌سازی واریانس که در این پژوهش استفاده خواهد شد، مدل ناهم‌سانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته خواهد بود. در این پژوهش از مدل GARCH با فرمول کلی زیر استفاده خواهد شد:

رابطه ۶)
$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \;\; \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i a_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^{s} \beta j \sigma_{t-j}^2$$

که برای تخمین پارامترهای آن، از تابع حداکثر درست‌نمایی زیر استفاده می‌شود:

رابطه ۷)
$$ln\, L(\theta) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^{T} \left(ln(\sigma_t^2) + \left(\frac{a_t}{\sigma_t}\right)^2 \right)$$

برای مدل‌سازی واریانس با روش $E-GARCH$ نیز از فرمول کلی زیر استفاده خواهیم کرد:

رابطه ۸)
$$a_t = \sigma_t \epsilon_t, \quad ln\left(\sigma_t^2 + \frac{1+\beta_1 B + \cdots + \beta_{s-1} B^{s-1}}{1-\alpha_1 B - \cdots - \alpha_m B^m}\right) g(\epsilon_{t-1})$$

برای تخمین پارامترهای این مدل نیز، از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده می‌شود.

مدل $T-GARCH$ نیز با استفاده از مدل زیر و تخمین حداکثر درست نمایی، مدل‌سازی خواهد شد:

رابطه ۹)
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{s} (\alpha_i + \gamma_i N_{t-i}) a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{m} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

به‌گونه‌ای که:

رابطه ۱۰)
$$N_{t-i} = \begin{cases} 1 & if\ a_{t-i} \le 0 \\ 0 & if\ a_{t-i} \ge 0 \end{cases}$$

پس از مدل‌سازی و پیش‌بینی واریانس با چهار روش مختلف (واریانس ثابت، GARCH، E-GARCH و T-GARCH)، باید پرتفولیوهای بهینه را به دست آوریم. روش استفاده‌شده برای بهینه‌سازی در این پژوهش، روش mean-CVaR است که با استفاده از رابطه زیر و با محدودیت‌های مشخص‌شده، پرتفوی بهینه را مشخص می‌کند:

رابطه ۱۱)
$$Min\ Z = \frac{e^{-\frac{z_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \delta_p - \bar{r}_p$$
$$\sum_{j=1}^{M} x_j = 1$$
$$x_j \ge 0$$

1. Akaike Information Criteria
2. Schwarz-Bayesian Information Criteria

در عمل برای انجام این بهینه‌سازی از نرم‌افزار متلب و توابع تعریف‌شده در آن استفاده خواهیم کرد. این کار با استفاده از دستور $portfolioCVaR$ انجام خواهد گرفت و سپس با استفاده از خروجی این تابع و دستورهای $estimatePortReturn$ و $estimatePortRisk$، به‌ترتیب بازده و ریسک پرتفوی محاسبه می‌شود. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، هفده ماه آخر به‌عنوان داده‌های برون نمونه‌ای در نظر گرفته شده و مراحل پیش‌بینی بالا به‌صورت یک گام به جلو برای تک‌تک ماه‌ها تکرار خواهند شد.

یافته‌های پژوهش

قبل از مدل‌سازی واریانس با استفاده از مدل‌های ناهم‌سانی واریانس شرطی، بایستی وجود اثر آرچ را در بازده‌های شرکت‌های نمونه بررسی کنیم. برای این کار از آزمون ضریب لاگرانژ استفاده می‌شود. فرضیه صفر در این آزمون، نبود اثر آرچ و فرضیه مقابل، وجود اثر آرچ حداقل در یکی از وقفه‌هاست. آماره این آزمون برابر با TR^2 بوده که در آن T تعداد نمونه و R^2 ضریب تعیین به‌دست‌آمده از مدل $ARCH(q)$ است. این آماره از توزیع χ^2 پیروی می‌کند. بیشتر بودن مقدار آماره آزمون از مقدار بحرانی، به‌معنای رد شدن فرضیه صفر و اثبات وجود اثر آرچ است. در این پژوهش برای هر ۳۰شرکت نمونه، این آزمون انجام شد و وجود اثر آرچ برای تمامی شرکت‌ها در سطح خطای ۵ درصد به تأیید رسید.

در مرحله بعد، بهینه‌سازی ۳۰ شرکت نمونه، برای ۱۷ ماه (فروردین ۱۳۹۳ تا مرداد ۱۳۹۴) انجام شد. خروجی فرایند بهینه‌سازی، بازده و CVaR مربوط به ۱۰ پرتفولیو است که روی مرز کارا قرار دارند. با استفاده از خروجی به‌دست‌آمده از بهینه‌سازی، برای هر ماه، معیار شارپ CVaR محاسبه شده و برای هر یک از مدل‌ها مرز کارا ترسیم شد. برای نمونه، خروجی فرایند بهینه‌سازی برای ماه نخست ارائه شده است.

جدول ۱. ریسک، بازده و معیار شارپ در ماه نخست

مدل واریانس ثابت			مدل T-GARCH			مدل EGARCH			مدل GARCH		
معیار شارپ	بازده	CVaR	معیار شارپ	بازده	CVaR	معیار شارپ	بازده	CVaR	معیار شارپ	بازده	CVaR
۰/۰۰۰۰۰	۰/۰۱۹۸۵	۰/۰۲۲۷۸	۰/۰۶۴۵۶	۰/۰۲۱۷۵	۰/۰۲۲۴۲	۰/۰۹۱۳۷	۰/۰۱۷۲۱	۰/۰۰۱۲۰	۰/۰۷۲۵۵	۰/۰۲۲۱۶	۰/۰۲۵۵۸
۰/۰۹۳۵۸	۰/۰۲۲۵۲	۰/۰۲۳۷۷	۰/۱۸۰۲۹	۰/۰۲۴۵۳	۰/۰۲۳۴۶	۰/۲۲۶۵۳	۰/۰۲۰۱۸	۰/۰۰۰۷۰	۰/۱۶۳۶۷	۰/۰۲۴۶۴	۰/۰۲۶۵۴
۰/۱۸۴۴۰	۰/۰۲۵۲۰	۰/۰۲۶۵۸	۰/۲۶۷۸۱	۰/۰۲۷۳۱	۰/۰۲۶۱۸	۰/۳۳۲۸۲	۰/۰۲۳۱۵	۰/۰۰۰۹۹	۰/۲۳۵۱۳	۰/۰۲۷۱۳	۰/۰۲۹۰۵
۰/۲۴۲۲۹	۰/۰۲۷۸۸	۰/۰۳۱۲۸	۰/۳۲۱۹۳	۰/۰۳۰۰۹	۰/۰۳۰۴۲	۰/۴۰۳۱۱	۰/۰۲۶۱۱	۰/۰۰۳۵۳	۰/۲۸۳۵۰	۰/۰۲۹۶۲	۰/۰۳۲۸۷
۰/۲۷۳۸۵	۰/۰۳۰۵۵	۰/۰۳۷۴۵	۰/۳۴۵۲۷	۰/۰۳۲۸۷	۰/۰۳۶۴۲	۰/۴۳۷۲۵	۰/۰۲۹۰۸	۰/۰۰۶۶۲	۰/۳۰۷۱۱	۰/۰۳۲۱۱	۰/۰۳۸۴۴
۰/۲۷۷۵۷	۰/۰۳۳۲۳	۰/۰۴۶۵۹	۰/۳۳۳۲۵	۰/۰۳۵۶۶	۰/۰۴۶۰۸	۰/۴۴۰۱۵	۰/۰۳۲۰۵	۰/۰۰۰۵۷	۰/۳۰۴۰۰	۰/۰۳۴۵۹	۰/۰۴۷۰۲
۰/۲۵۵۸۱	۰/۰۳۵۹۱	۰/۰۶۱۰۱	۰/۲۹۹۸۰	۰/۰۳۸۴۴	۰/۰۶۰۵۰	۰/۴۱۰۳۸	۰/۰۳۵۰۲	۰/۰۳۷۸۱	۰/۲۸۱۱۱	۰/۰۳۷۰۸	۰/۰۵۹۷۰
۰/۲۲۴۲۲	۰/۰۳۸۵۸	۰/۰۸۱۵۵	۰/۲۵۲۴۸	۰/۰۴۱۲۲	۰/۰۸۲۸۵	۰/۳۵۱۶۱	۰/۰۳۷۹۸	۰/۰۷۰۴۶	۰/۲۴۷۸۶	۰/۰۳۹۵۷	۰/۰۷۷۷۴
۰/۱۶۸۹۵	۰/۰۴۱۲۶	۰/۱۲۴۰۷	۰/۱۷۷۱۶	۰/۰۴۴۰۰	۰/۱۳۳۷۹	۰/۲۴۷۱۲	۰/۰۴۰۹۵	۰/۱۱۶۸۸	۰/۱۹۳۸۷	۰/۰۴۲۰۶	۰/۱۱۲۲۲
۰/۱۱۰۷۶	۰/۰۴۳۹۴	۰/۲۱۳۴۱	۰/۱۲۷۷۳	۰/۰۴۶۷۸	۰/۲۰۷۳۳	۰/۱۱۷۱۲	۰/۰۴۳۹۲	۰/۱۷۹۳۳	۰/۱۱۷۹۰	۰/۰۴۴۵۴	۰/۲۰۵۶۳

بر اساس بهینه‌سازی انجام‌شده برای ماه نخست، مدل GARCH بهترین و مدل با واریانس ثابت بدترین معیار شارپ را داشته است. رتبه‌بندی روش‌ها در جدول زیر آمده است.

جدول ۲. رتبه‌بندی عملکرد مدل‌ها در ماه نخست

مدل	معیار شارپ	رتبه
GARCH	۰/۳۰۷۱	۳
E-GARCH	۰/۴۴۰۲	۱
T-GARCH	۰/۳۴۵۳	۲
Cons	۰/۲۷۷۶	۴

پس انجام مراحل بالا برای هفده ماه مد نظر، فرضیه‌های پژوهش با استفاده از دو آزمون مقایسه زوجی (پارامتریک) و ویلکاکسون (ناپارامتریک) آزمون شدند.

آزمون مقایسه زوجی: اگر گروه اول از داده‌ها را با $\{x_1, x_2, \dots, x_t\}$ و گروه دوم را با $\{y_1, y_2, \dots, y_t\}$ نمایش دهیم، اختلاف این مقادیر را می‌توان از فرمول زیر به دست آورد:

$$d_i = y_i - x_i$$ رابطه ۱۲)

آماره آزمون مقایسه زوجی دارای توزیع t استیودنت با درجه آزادی $t-1$ بوده و می‌توان آن را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{S_{\bar{d}}}{\sqrt{t}}}$$ رابطه ۱۳)

در رابطه بالا:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{t} d_i}{t}$$ رابطه ۱۴)

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{t}(d_i - \bar{d})^2}{t-1}}$$ رابطه ۱۵)

با انجام مراحل قبل، خروجی لازم شامل بازده و ارزش در معرض خطر شرطیِ ده پرتفوی بهینه برای هر یک از چهار روش و برای هفده ماه به دست می‌آید. برای آزمون عملکرد روش‌ها، معیار شارپ را با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌کنیم:

$$S = \frac{E(R_i) - R_f}{CVaR}$$ رابطه ۱۶)

آزمون مقایسه زوجی را با استفاده از سری به‌دست‌آمده، برای هر یک از فرضیه‌های مطرح‌شده انجام می‌دهیم.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

آزمون زوجی بررسی می‌کند که آیا میانگین دو سری داده با هم برابر هستند یا اختلاف دارند. همچنین می‌توان بررسی کرد که میانگین کدام یک از داده‌ها به‌صورت معناداری بیشتر از دیگری است.

جدول زیر نتایج به‌دست‌آمده از آزمون مقایسه زوجی برای تمام فروض پژوهش را نشان می‌دهد. خروجی اصلی نرم‌افزار برای این آزمون‌ها در پیوست آورده خواهد شد.

جدول ۳. نتایج آزمون مقایسه زوجی

	آماره آزمون	PValue
Cons-GARCH	−۱۶/۹۹۹	۰/۰۰
Cons-EGARCH	−۱۰/۷۹۲	۰/۰۰
Cons-TGARCH	−۱۳/۰۷۵	۰/۰۰
EGARCH-GARCH	۷/۱۰۲	۰/۰۰
EGARCH-TGARCH	۹/۴۶۸	۰/۰۰

همان‌گونه که مشخص است، فرضیه اصلی پژوهش مبنی بر اینکه مدل‌سازی واریانس به دستیابی پرتفوی بهینه بهتری منجر می‌شود را تأیید می‌کند. همچنین نشان می‌دهد، در بین مدل‌هایی که برای مدل‌سازی واریانس استفاده شدند، مدل گارچ نمایی (EGARCH) توانسته عملکرد بهتری داشته باشد.

برای بررسی بیشتر نتایج پژوهش، بهترین معیار شارپ به‌دست‌آمده برای هر یک از مدل‌ها را در هفده ماه مد نظر انتخاب کرده و برای بررسی معناداری اختلاف آنها از آزمون ویلکاکسون استفاده می‌کنیم.

ویلکاکسون، آزمونی ناپارامتری و برای متغیرهایی با مقیاس رتبه‌ای است. از طریق این آزمون، امکان مقایسه قبل و بعد یک وضعیت تحت تأثیر یک متغیر امکان‌پذیر است. این آزمون برای ارزیابی همانندی دو نمونه وابسته با مقیاس رتبه‌ای به‌کار می‌رود و اندازه تفاوت میان رتبه‌ها را در نظر گرفته است، بنابراین متغیرها می‌توانند دارای جواب‌های متفاوت یا فاصله‌ای باشند. آزمون ویلکاکسون متناظر با آزمون t دونمونه‌ای وابسته است و در صورت وجود نداشتن شرایط آزمون t جانشین خوبی برای آن است. نمونه‌های به‌کاربرده شده در این آزمون باید در خصوص سایر صفت‌های خود جورشده (جفت‌شده) باشند که در این پژوهش بهترین معیار شارپ به‌دست‌آمده برای هر یک از مدل‌ها در هفده ماه متوالی داده‌های آزمون‌شده هستند.

جدول ٤. نتایج آزمون ویلکاکسون

	آماره آزمون	PValue
Cons-GARCH	−۳/۵۴۷	۰/۰۰
Cons-EGARCH	−۳/۶۲۱	۰/۰۰
Cons-TGARCH	−۳/۲۹۰	۰/۰۱
EGARCH-GARCH	۳/۱۰۱	۰/۰۲
EGARCH-TGARCH	−۳/۶۲۱	۰/۰۰

جدول ۴ نتایج به‌دست‌آمده از آزمون ویلکاکسون برای فرضیه‌های پژوهش را نشان می‌دهد. نتایج به‌دست‌آمده از این آزمون نیز نتایج آزمون زوجی را تأیید کرده و نشان می‌دهند که مدل‌سازی واریانس در بهینه‌سازی پرتفوی سهام با معیار ارزش در معرض خطر شرطی می‌تواند از نظر معیار شارپ به پرتفوی بهینه بهتری بینجامد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

برای بهینه‌سازی پرتفولیو روش‌های مختلفی ارائه شده است که می‌توان نخستین روش را مدل مارکوویتز دانست. با گذشت زمان و ارائه تعاریف جدید از ریسک، برای بهینه‌سازی پرتفولیو مدل‌های جدید نیز ارائه شدند. یکی از این روش‌ها، مدل $Mean - CVaR$ است. هدف اصلی از انجام این پژوهش، بررسی این موضوع است که آیا محاسبه $CVaR$ با استفاده از واریانس مدل‌سازی‌شده، می‌تواند ما را در دستیابی به پرتفولیوی بهینه‌ای که از روش $Mean - CVaR$ به دست می‌آید، یاری کند یا خیر. برای بررسی این موضوع، واریانس با استفاده از سه روش $GARCH$ معمولی $E - GARCH$ و $T - GARCH$ مدل‌سازی شد و با استفاده از واریانس معمولی، چهار نوع $CVaR$ نیز محاسبه شد و سپس به بهینه‌سازی پرتفولیوی سی‌سهمی پرداختیم. در مرحله آخر نیز تفاوت مدل‌ها بررسی شد. نتایج به‌دست‌آمده از دو آزمون نشان می‌دادند که در سطح اطمینان ۹۵ درصد، پرتفولیوهای به‌دست‌آمده از سه روش واریانس مدل‌سازی‌شده، به‌صورت معناداری در مقایسه با پرتفولیوهای واریانس معمولی، عملکرد بهتری داشته‌اند. همچنین عملکرد روش‌های مختلف مدل‌سازی واریانس آزمون شده و نتایج نشان‌دهنده عملکرد بهتر مدل $E - GARCH$ در مقایسه با دو مدل دیگر هستند.

منابع

فیض‌آباد، آرش؛ (۱۳۸۷) بررسی و تحلیل روش‌های محاسبه ارزش در معرض خطر در بورس اوراق بهادار تهران. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشکده مدیریت.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

References

Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis.Vol 4, Value at Risk*. West Sussex: John Wiley & Sons.

Alexander, C. (2008). *Market Risk Analysis.Vol 2, Practical Financial Econometrics*. West Sussex: John Wiley & Sons

Baumol, W.J. (1963). An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection. *Management Science*, 10, 174-182.

Feyzabad, A. (2008). *Review and analysis of calculation methods of Value at Risk models in Tehran Stock Market*. Tehran, University of Tehran, Management Faculty, MSc Thesis. (*in Persisan*)

Xiong, J.X. (2010). Mean-Variance Versus Mean-Conditional Value-at-Risk Optimization: The Impact of Incorporating Fat Tails and Skewness into the Asset Allocation Decision.

Rockafellar, R.T., & Uryasev, S. (1999). *Optimization of Conditional Value-at-Risk.* Available in: https://www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/CVaR1_JOR.pdf.

Rockafellar, R.T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of Banking & Finance*, 26(7), 1443-1471.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی