

بررسی مقایسه ای شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (A) با پارامترهای چند فراکتالی الگوی تکامل پیچان رودها با استفاده از روابط رگرسیونی (مطالعه موردی: رودخانه قره آغاج در استان فارس)

علی حسینی - کارشناس ارشد مهندسی عمران - مهندسی و مدیریت منابع آب، گروه مهندسی عمران، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران.

محمد هادی فتاحی* - استادیار، گروه مهندسی عمران، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران.

پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۲/۲۱ تأیید نهایی: ۱۳۹۹/۰۴/۱۲

چکیده

پیچان رودها بعنوان یکی از رایج ترین انواع رودخانه ها در طبیعت هستند که دارای ماهیت خطی بوده و جریان های بسیار پیچیده ای در آنها برقرار است. آشکار سازی این جریان ها که منجر به پیش بینی تغییرات الگوی هندسی رودخانه می شوند نیازمند ابزار دقیق مطالعاتی می باشد. هدف از این مقاله بررسی و ارزیابی حوضه آبریز قره آغاج در استان فارس بر اساس تحلیل چندفراکتال روند تکاملی آبراهه و مقایسه انطباقی حاصل از عملیات رگرسیونی پارامترهای چندفراکتال حوضه آبریز با شاخص زاویه مرکزی (A) می باشد. در مطالعه فراکتال حوضه آبریز رودخانه قره آغاج در استان فارس با در نظر گرفتن ۳ بازه مطالعاتی از رودخانه در ابتدا شاخص زاویه مرکزی (A) برای تک تک قوس های بازه های مطالعاتی رودخانه محاسبه گردید. با انجام ۱۸۰ مدل نموداری در محیط نرم افزار اکسل نتایج بدست آمده حاکی از آن است که الگوی تکاملی رودخانه تحت تاثیر ویژگی های چندفراکتال می باشد. در تمامی بازه های شماره ۱ تا ۳ رودخانه همواره بیشترین درصد تاثیرگذاری را در افزایش مقدار عددی ضریب رگرسیونی R^2 دارند. در نتایج و بررسی های مختلف در نهایت این نتایج حاصل شد که در الگوی تکاملی بازه شماره ۱ رودخانه که دارای ریتم منظم تر قوس های متوالی نسبت به دو بازه دیگر یعنی بازه های ۲ و ۳ بود، تفاوت های چشمگیری در نتایج حاصله پدید آمد که همگی این ها نشانگر این است که همواره زاوایای مرکزی قوس ها در رودخانه از اهمیت بسزایی برخوردار هستند و در چگونگی نحوه شکل گیری آنها بسیار موثر اند.

واژگان کلیدی: هندسه فراکتال، چندفراکتال، روش شمارش جعبه، شاخص مورفولوژی، زاویه مرکزی (A).

مقدمه

رودخانه ها در گذر زمان تحت تاثیر عوامل مختلفی مانند ویژگی های زمین شناسی، هیدرولوژیکی و ژئومورفولوژیکی دستخوش تغییرات می شوند. از جمله مباحث کلیدی در مهندسی رودخانه شناخت الگوی رودخانه (مورفولوژی) آنها است. که بررسی جنبه های مورفولوژیکی رودخانه ها همواره مورد توجه متخصصین قرار گرفته است. در این میان پیچان رودها بعنوان یکی از رایج ترین انواع رودخانه ها در طبیعت هستند که دارای ماهیت خطی بوده و جریان های بسیار پیچیده ای در آنها برقرار است. آشکار سازی این جریان ها که منجر به پیش بینی تغییرات الگوی هندسی رودخانه می شوند نیازمند ابزار دقیق مطالعاتی می باشد. که در این میان آنالیز فراکتال و چندفراکتال یکی از قدرتمندترین روشهای تحلیل سیستم های غیرخطی جهت بررسی این الگوهای پیچیده می باشد. علم فراکتال، اشیاء یا فرایندهایی را در بر می گیرد که نوعی تکرار الگو در آنها به چشم می خورد این تکرار می تواند قطعی یا تصادفی باشد. در صورتی که یک الگوی مشخص تکرار گردد، شیء یا فرآیند فراکتال بوده و در صورتی که چند الگوی مختلف بر پدیده مورد نظر حاکم باشند، آن پدیده چندفراکتال است. در دنیای واقعی بیشتر اشیاء از نوع چندفراکتال می باشند. در واقع آنالیز چند فراکتال راهی برای آشکار کردن الگوهای پنهان سیستم های غیر خطی است. در دنیای واقعی بیشتر اشیاء از نوع چندفراکتال می باشند. در واقع آنالیز چند فراکتال راهی برای آشکار کردن الگوهای پنهان سیستم های غیر خطی است. در نهایت پی بردن به این موضوع که تحلیل های غیر خطی (آنالیز فراکتال و چندفراکتال) چه ارتباطی می توانند با تحلیل های کلاسیک (محاسبه شاخص های ژئومورفولوژی) داشته باشند، جذاب و معمولاً جزء مواردی است که کمتر روی آنها کار شده است.

در این پژوهش با توجه وسعت منطقه مورد مطالعه رودخانه قره آغاج در استان فارس، محدوده هایی از منطقه مورد مطالعه که قرار است تحلیل های گوناگون بر روی آن صورت پذیرد شناسایی گردید. پارامترهایی از قبیل (توپوگرافی، الگوی پیچان، شرایط قرارگیری رودخانه) همواره در تعیین محدوده مورد بررسی حائز اهمیت قرار گرفت. تحلیل چند فراکتالی ابزاری بسیار قدرتمند در تحلیل غیر خطی سیستم های غیر خطی و پیچیده می باشد به همین دلیل برای آشکار سازی رفتار و الگوهای غیر خطی نهفته در سیستم های پیچیده استفاده می شود (مون و همکاران، ۲۰۰۴). فتاحی و همکاران (۲۰۱۰) نشان دادند که کاربرد هر یک از روشها متناسب با نوع داده های وارده می تواند دقیق ترین بعد فراکتال را حاصل کند و الزاماً هر روشی را نمی توان با هر نوع داده ای به کار برد. فتاحی و همکاران (۲۰۱۲) در نگرشی چند فراکتالی به بررسی رفتار جریان رودخانه قره آغاج در زمان سیلاب پرداختند و به این نتیجه رسیدند که رفتار سری زمانی جریان در هنگام سیلاب از الگوی چند فراکتال به تک فراکتال تغییر پیدا می کند. برادران علیزاده (۲۰۱۴) با تعیین بعد فراکتال و تحلیل آن با استفاده از تئوری هندسه فرکتال و روش شاخه بندی هورتون - استرالر و توکوناگا، به مطالعه ویژگی های رودخانه زرينه رود پرداختند. کرم و صابری (۲۰۱۵) در تعیین مقدار بعد فرکتالی برای آبراهه های شمال تهران، همچنین مورفولوژی آبراهه ها و حوضه های آبریز با اندازه گیری کمیت های مختلفی از قبیل انتگرال هیپسومتریک، نسبت کشیدگی، شاخص رودخانه اصلی و میزان پیچ و خم جبهه کوهستان را مورد تحلیل قرار دادند. فتاحی و کامیاب (۱۳۹۷) با ارزیابی حوضه های آبریز وال نات گولج در جنوب شرق ایالات آریزونای آمریکا نشان دادند که روابط معنا داری بین شاخصهای ژئومورفولوژیک و پارامترهای چند فراکتالی برقرار است. نتایج تحقیقات آنان نشان داد که شاخص تقارن توپوگرافی عرضی رودخانه T ارتباط مستقیم با تقارن طیف تکینگی دارد بگونه ای که در زیر حوضه هایی که T کمترین است طیف تکینگی دارای عدم تقارن و کشیدگی به سمت راست است و در زیر حوضه هایی که بیشترین مقادیر T را دارند نمودار طیف تکینگی نیز متقارن تر است و در زیر حوضه ای که مقدار T حداکثر است نمودار طیف تکینگی نیز کاملاً متقارن است. نیکویی و همکاران (۱۳۸۷) بر این عقیده اند که تئوری ریاضیات چند-فراکتال ها، گام های بلندی در جهت توجیه رفتار هندسی رودخانه ها در گذر زمان، پیش بینی شکل هندسی آبی آنها و بررسی فرایندهای فیزیکی درون رودخانه ها برداشته است. تنگ و همکاران (۲۰۱۸) با تغییر در اندازه و مقیاس داده ها، شاخصهای فراکتالی سری زمانی را مورد بررسی و تجزیه و تحلیل

قرار دادند. وارگاس و همکاران (۲۰۱۹) با استفاده از آنالیز فراکتالی، به مطالعه الگوی طرح شبکه انتقال آب پرداختند. با انتخاب شبکه‌های مختلف، محدوده بعد فراکتال آنها بین 0.8 الی 1.1 بدست آمده. با در مطالعات سری زمانی رودخانه و با گذشت زمان، نمودار طیف تکینگی دارای عدم تقارن به سمت راست می‌باشد و دامنه α افزایش و نمودار ضریب مقیاسی آن شارپ تر می‌شود و نشان می‌دهد که نسبت به شرایط اولیه ورودی حساس می‌باشد (ژانگ و همکاران، ۲۰۱۹؛ مارین و همکاران، ۲۰۲۰؛ کامپوز و همکاران، ۲۰۲۰).

لی و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از آنالیز فراکتالی، الگوی امواج رسوبات ته نشین شده بستر رودخانه را بررسی نمودند. حسینی و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از مطالعات آزمایشگاهی رفتارهای جریان چگال را با آنالیز فراکتال و چند فراکتال مورد بررسی قرار دادند نتایج آنها نشان داد که پارامترهای ورودی همچون دبی ماهیت کلی فراکتالی جریان چگال را تحت تاثیر قرار می‌دهد. هدف این پژوهش ارزیابی رفتار پیچان رودی رودخانه و تکاملی آن و همچنین ارزیابی روند تغییرات رودخانه با استفاده از آگوهای چند فراکتالی که ماهیت کلی پدیده آشکار شود و در نهایت مقایسه نتایج هندسه چند فراکتال پیچان رودها با نتایج شاخص‌های ژئومورفولوژی از جمله زاویه مرکزی است که منجر به یافتن ارتباط میان این نتایج در بررسی تغییرات الگوی هندسی رودخانه قره‌آغاج می‌شود.

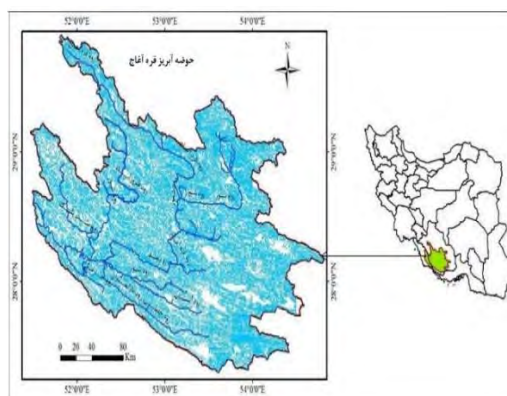
مواد و روش

معرفی منطقه مطالعاتی

حوضه‌های آبریز قره‌آغاج در دامنه‌های شرقی سلسله جبال زاگرس و بین طولهای جغرافیایی $31^{\circ} 07' 52''$ و $7^{\circ} 06' 54''$ و عرض $28^{\circ} 21' 07''$ تا $29^{\circ} 39' 15''$ واقع شده است. وسعت حوضه آبریز آن 13050 کیلومتر مربع است و از شمال به حوضه آبریز رودخانه کر و حوضه آبریز دریاچه بختگان و مهارلو و از شرق به حوضه آبریز رودخانه کل، از جنوب به حوضه آبریز مند و از غرب به حوضه آبریز شاپور و دالکی محدود می‌شود و ریزشهای جوی در منطقه به جز در قسمت‌هایی از ارتفاعات غربی به صورت برف می‌باشد (مهندسین مشاور پارساب، ۱۳۷۵). رودخانه قره‌آغاج در استان فارس یکی از دو شاخه مهم رودخانه مند و شاخه سرچشمه اصلی آن می‌باشد که دارای حوضه آبریز وسیعی می‌باشد. این رودخانه از مهمترین رودخانه‌های استان فارس است. شاخه اولیه آن از دامنه شرقی قله 2941 متر انار و ارتفاع 3040 متری شرق این کوه که در حدود 30 کیلومتری شمال شرقی کازرون قرار دارد سرچشمه می‌گیرد و در جهت جنوب شرقی جریان می‌یابد و پس از عبور از چهل چشمه و خانزنیان و گذر از منطقه کوهستانی وارد منطقه ده بال و سپس کوار می‌شود و پس از آن وارد بخش خفر (باب انار) می‌گردد و بعد از خروج از این بخش وارد بخش سیمکان (کوشکسار) شده و در این منطقه شاخه‌های متعددی از جمله رودخانه‌های سیمکان، حکان و شود (دیت) را ضمیمه خود می‌نماید سپس به سمت جنوب متمایل شده و وارد بخش قیر و کارزین فیروزآباد می‌گردد. این رودخانه پس از عبور از دشت قیر و کارزین به سمت غرب تغییر مسیر داده و در غرب روستای دژگاه با رودخانه فیروزآباد تلاقی و از این محل به بعد با نام رودخانه مند شناخته می‌شود. زول رودخانه تا محل ایستگاه تنگ کارزین 323 کیلومتر و حوضه آبریز آن تا محل سد سلمان فارسی منطقه‌ای به وسعت 13050 کیلومتر مربع را شامل می‌شود. بستر این رودخانه پر پیچ و خم و متشکل از آبرفت‌های دانه درشت می‌باشد (جلالی، ۱۳۸۸). آب رودخانه قره‌آغاج دائمی بوده و در زمستان و بهار پرآب می‌باشد. به کلی می‌توان از رودخانه را یک رودخانه سیلابی به حساب آورد. این رودخانه در طول مسیر خود به نام‌های دیگری چون کوار، کارزین و بار نیز نامیده می‌شود (افشین، ۱۳۷۳). شکل (۱) موقعیت کلی رودخانه قره‌آغاج در ایران و استان فارس را نشان می‌دهد:



ب) تصویر کلی



الف) موقعیت کلی

شکل ۱: موقعیت کلی و تصویر رودخانه قره آغاج در استان فارس

بازه‌های مورد مطالعاتی حوضه‌های آبریز رودخانه قره آغاج در استان فارس

بطور کلی ۳ بازه مطالعاتی برای تحقیق انتخاب گردید و بازه شماره یک در مختصات طول جغرافیایی $51^{\circ} 23' 11.106''$ و $51^{\circ} 23' 40.387''$ و عرض جغرافیایی $28^{\circ} 27' 58.102''$ و $28^{\circ} 21' 55.424''$ و بازه شماره ۲ در مختصات طول جغرافیایی $52^{\circ} 41' 54.068''$ و $52^{\circ} 47' 28.484''$ و عرض جغرافیایی $29^{\circ} 10' 56.520''$ و $29^{\circ} 9' 19.911''$ و بازه شماره ۳ در مختصات طول جغرافیایی $53^{\circ} 7' 12.242''$ و $53^{\circ} 7' 49.304''$ و عرض جغرافیایی $28^{\circ} 31' 53.172''$ و $28^{\circ} 28' 15.572''$ واقع شده است. بازه شماره ۱ دارای شیب بسیار اندک و ملایمی می‌باشد و شرایط ژئومورفولوژی در این منطقه بستر بسیار مناسبی را فراهم آورده تا یک رودخانه مئاندری با پیچ و خم‌های بسیار ملایم را تشکیل دهد. با توجه به پیچ و قوس‌های ملایمی که در این بازه مشاهده می‌شود از لحاظ سن رودخانه ای جزء رودخانه‌های قدیمی و پایدار و دارای ثبات محسوب شده که با توجه به شیب بسیار کم منطقه میزان فرسایش در آن بسیار اندک می‌باشد. بازه شماره ۲ دارای شیب نسبتاً زیادی می‌باشد و الگوی ژئومورفولوژی در این منطقه همچنان در حال تغییر و تحویل است و تقریباً در بعضی از پیچ و خم‌های بسیار زیاد حالت شاخ گاوی وجود دارد به گونه‌ای که احتمال آن وجود دارد که در گذر زمان بعضی از آنها آنقدر به یکدیگر نزدیک شوند که از محدوده رودخانه جدا گردند. با توجه به پیچ و قوس‌هایی که در این بازه مشاهده می‌شود از لحاظ سن رودخانه ای جزء رودخانه‌های جوان محسوب شده که با توجه به شیب نسبتاً زیاد منطقه میزان فرسایش در آن نیز نسبتاً زیاد می‌باشد. و بازه شماره ۳ لذا دارای شیب بسیار زیادی می‌باشد و شرایط ژئومورفولوژی در این منطقه بسیار دستخوش تغییر می‌گردد. با توجه به پیچ و قوس‌های تیزی که در این بازه مشاهده می‌شود از لحاظ سن رودخانه ای جزء رودخانه‌های جوان محسوب شده که با توجه به شیب بسیار زیاد منطقه میزان فرسایش در آن بسیار زیاد می‌باشد و پس از انجام عملیات‌های پیشرفته پردازش تصاویر جهت جداسازی الگوی آب از رودخانه در محیط نرم افزار Arc GIS فایل پویگونی الگوی آب رودخانه به نرم افزار Auto CAD جهت اندازه‌گیری شاخص‌های مورفولوژی و ژئومورفولوژی انتقال داده شد.



ب) بازه شماره ۲



الف) بازه شماره ۱



ج) بازه شماره ۳

شکل ۲: تصویر ماهواره‌ای از بازه‌های مطالعاتی رودخانه قره‌آغاج

مبانی نظری

شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (A)

زاویه مرکزی به عنوان معیاری جهت تقسیم بندی و شناسایی میزان توسعه پیچان رودی رودخانه استفاده میشود. پس از ترسیم دایره‌های مماس بر مسیر رودخانه در نرم افزار اتوکد^۱، از مرکز هر یک از دایره‌های مماس بر قوس‌ها دو شعاع به نقاط عطف دایره‌ها با دره رودخانه ترسیم می‌شود. به زاویه ایجاد شده از محل اتصال دو شعاع، زاویه مرکزی و به شعاع مماس بر دایره قوسها، شعاع دایره گفته می‌شود (مرتضوی، ۱۳۹۷).

کورینز^۲ برای بیان کیفی توسعه و پیشرفت پیچان رودی رودخانه‌های آبرفتی و تمایز آنها از یکدیگر از معیار زاویه مرکزی استفاده نموده است که ۶ نوع تقسیم بندی که شامل شش حالت کانال از مستقیم تا شاخ گاوی^۳ می باشد، انجام شده است (جدول ۱). طبقه بندی مئاندرها بر اساس زاویه مرکزی که کورینز بدست آورده است در واقع مبین کاربرد مدل های زمین آماری در تعیین الگوی پیچان رودها می باشد (کهربائیان، ۱۳۹۳).

¹ Auto CAD software

² Kurinze

³ OX-Bow

جدول ۱: انواع پیچان رودی در رودخانه‌ها بر اساس شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (تلوری، ۱۳۷۱).

ردیف	شکل رودخانه	زاویه مرکزی (درجه)
۱	مستقیم	۰
۲	شبه پیچان رودی	۰-۴۱
۳	پیچان رودی توسعه نیافته	۴۱-۸۵
۴	پیچان رودی توسعه یافته	۸۵-۱۵۸
۵	پیچان رودی زیاد توسعه یافته	۱۵۸-۲۹۶
۶	شاخ گوی	>۲۹۶

جهت محاسبه شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی پس از اندازه گیری طول کمان و شعاع دایره برازش داده شده برای هر تک قوس در نرم افزار اتوکد توسط فرمول زیر که در اکسل بصورت کدنویسی آن را وارد کرده ایم به محاسبه شاخص زاویه مرکزی در تک تک قوس‌های پیچان رودها می‌پردازیم:

$$A = \frac{180 \times l}{R \times \pi}$$

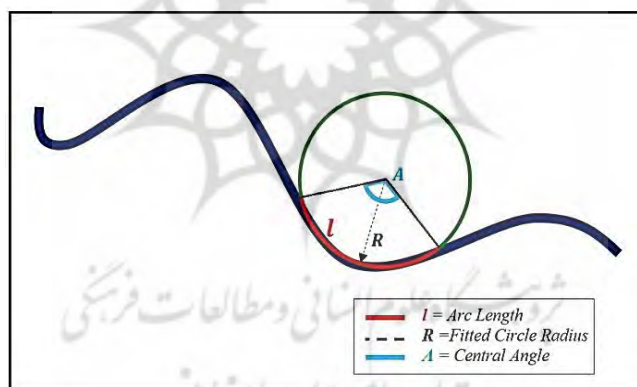
رابطه (۱)

A = زاویه مرکزی قوس.

l = طول کمانی از دایره برازش داده شده که درگیر محیط پیرامونی قوس می‌باشد.

R = شعاع دایره برازش داده شده به قوس.

π = عدد پی که برابر مقدار تقریبی ۳,۱۴ می‌باشد.



شکل ۳: تصویر شماتیک از نحوه محاسبه شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی قوس‌های پیچان رود

بعد فراکتال

بعد فراکتال، علمی ریاضی است که به واسطه آن جریان موجود در عناصر طبیعت می‌تواند تعیین و اندازه‌گیری شود. بعد فراکتال همواره عددی بین ۱ و ۲ است. در بحث بعد فراکتال، طول منحنی که از مدل فراکتالی حاصل می‌شود در هر مرحله از پروسه تولید افزایش می‌یابد. ولی همواره باید به این نکته توجه داشت که این طول در هر پروسه تکرار و تولید به یک اندازه ثابت افزایش نمی‌یابد. در واقع میزان رشد طول منحنی هر فراکتال در هر مرحله، خصوصیتی است که آن را نسبت به هر بعد فراکتالی دیگری متمایز می‌کند. همواره ارتباط مستقیمی میان طول منحنی و اندازه وسیله‌ای که فراکتال با آن مورد سنجش قرار گرفته وجود دارد. از این رابطه مستقیم به واسطه تعریف بعد فراکتال رابطه مستقیم $\gamma \propto (X)^d$ حاصل می‌شود. همواره روش‌های گوناگونی برای محاسبه بعد فراکتال پیشنهاد شده است که در این پژوهش از روش شمارش جعبه‌ای استفاده کرده ایم. این روش یکی از پرکاربردترین و در عین حال بهترین روش جهت تعیین اشکال فراکتالی که قابلیت آن توسط محققین مختلف در علوم پیچیده تأیید شده است، روش بعد شماره خانه می‌باشد. هنگامی که جهت تعیین بعد فراکتالی یک رودخانه بخواهیم از روش بعد شمارش خانه بهره بگیریم، بایستی شبکه‌هایی را

با اندازه واحد بر روی الگوی مسیر رودخانه ترسیم کنیم و سپس بعد فراکتالی رودخانه را با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای محاسبه شود.

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log[N(\varepsilon)]}{\log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} \quad \text{رابطه (۲)}$$

که در آن ε اندازه واحد شبکه، $N(\varepsilon)$ حداقل تعداد خانه‌های شبکه می‌باشد که به طور کامل منحنی را پوشش می‌دهد و D نیز بعد فراکتال است.

تحلیل‌های چند فراکتالی (چند فراکتال)^۱

بعد تعمیم یافته^۲

بعد فراکتال حاصل از روش شمارش جعبه ای در واقع اطلاعات کلی و یا میانگین اطلاعات شبکه را منتقل مینماید. روش شمارش جعبه ای امکان تعمیم مفهوم چند فراکتال را فراهم می‌سازد (کارپینتری و همکاران، ۲۰۰۹). برای هر ε در روش شمارش جعبه ای بی قاعدگی هایی به اندازه ای کمتر از ε نادیده گرفته می‌شود. بنابراین تعداد نقاط یافت شده درون جعبه‌ها که مجموعه را پوشش می‌دهند متناسب نیست. در نتیجه بعد فراکتال به تنهایی برای به تصویر در آوردن خصوصیات فراکتالی پدیده‌هایی مانند الگوی تکامل رودخانه کافی نمی‌باشد.

$$D_q = \frac{1}{(q-1)} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln \sum \mu_i^q}{\ln \varepsilon} \quad \text{رابطه (۳)}$$

که در آن μ_i طول کلی شکل در i امین جعبه می‌باشد. مقدار q متعلق به مجموعه اعداد حقیقی است و بازه تغییرات آن از $-q$ تا $+q$ نشانگر آستانه حدی است.

طیف تکینگی^۳

طیف تکینگی که با $f(\alpha)$ نمایش داده می‌شود در واقع بعد فراکتال جعبه‌هایی است که با شدت تکینگی α در جایگاه α پارامتر موضعی است، محاسبات آن از جعبه ای به جعبه دیگر تغییر می‌کند. در روش شمارش جعبه ای چند فراکتال، شبکه مجازی از جعبه‌های مستطیلی شکل تصویر هندسی الگوی رودخانه را پوشش میدهند و یک احتمال به هر جعبه بر اساس شماره پیکسل آن جعبه نسبت داده میشود (چهاربا و همکاران، ۱۹۸۹).

$$f(\alpha) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\sum \mu_i(q, \varepsilon) \log \mu_i(q, \varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad \text{رابطه (۴)}$$

(q, ε) وزن مربوط به i امین جعبه، ε اندازه جعبه و α شدت تکینگی می‌باشد. با بررسی زاویه α در این نمودار و با توجه به باز و بسته بودن این نمودار که از آن به عنوان دامنه یاد می‌شود، می‌توان رفتار سیستم را تا حدودی حدس زد.

ضریب مقیاسی^۴

ضریب مقیاسی که با $T(q)$ شناخته می‌شود شیب منحنی برازشی لوگ-لوگ تابع ضریب مقیاسی $T(q)$ بر حسب می‌باشد. نمودار $T(q)$ بر حسب q به عنوان یکی از پرکاربردترین نمودارها در طیف چند فراکتالی شناخته می‌شود (تانا و همکاران، ۲۰۱۳).

$$T(q) = q \cdot D(q) - 1 \quad \text{رابطه (۵)}$$

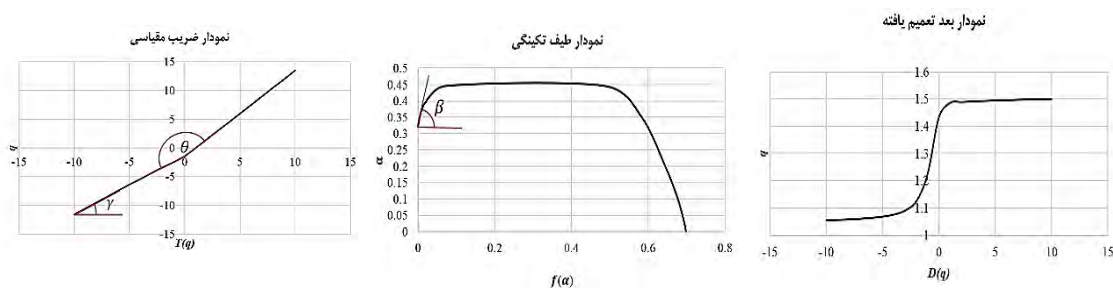
¹ Multi-Fractal Analyze

² Fractal Generalized Dimension

³ Singularity Spectrum

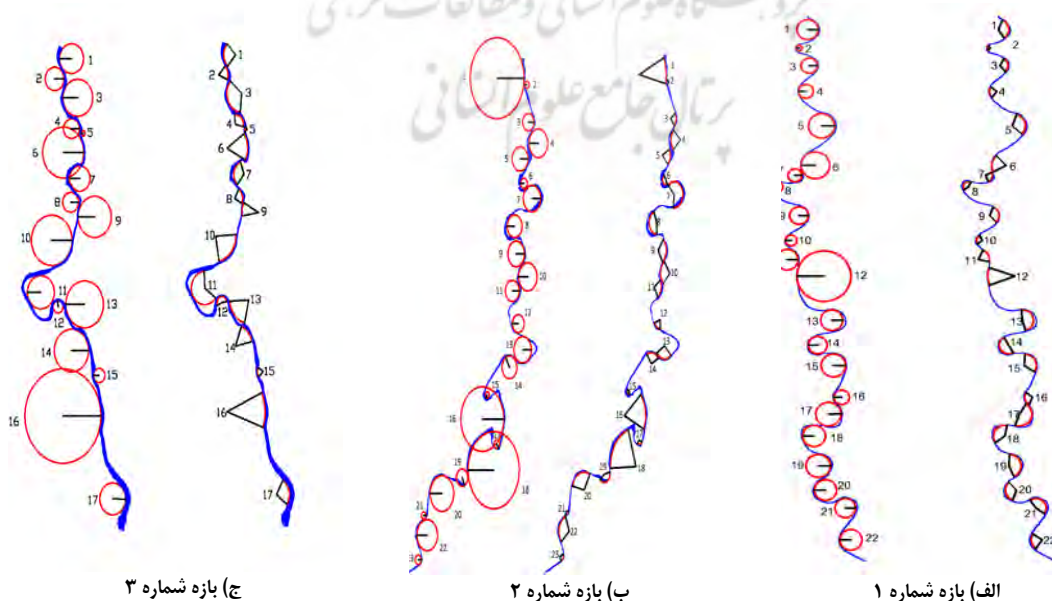
⁴ Scaling Exponent

که در آن q مجموعه اعداد حقیقی و $D(q)$ بعد تعمیم یافته می باشد. این نمودار معمولاً جهت تعیین الگوی رفتاری سیستم مورد استفاده قرار می گیرد. خطی بودن این نمودار نشان دهنده تمایل سیستم به الگوی چند فراکتالی است و بالعکس وجود شکستگی درجه ای از تک فراکتالی بودن را نشان می دهد. به عبارتی وجود نقطه شکستگی نشان دهنده رفتاری تک فراکتالی است و هرچه این نقطه شکستگی سبب شکستگی بیشتر این نمودار شده باشد تمایل سیستم به تک فراکتالی بودن را بیشتر نشان می دهد.

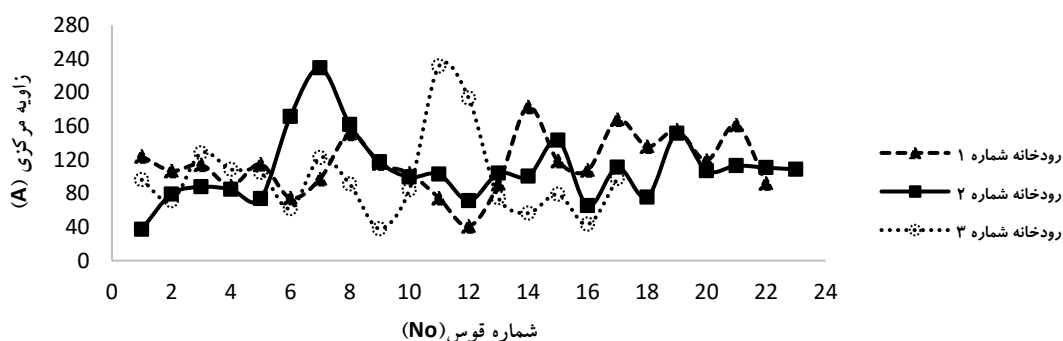


شکل ۴: نمودارهای مربوط به تحلیل چند فراکتال (به ترتیب از راست به چپ (الف) نمودار بعد تعمیم یافته، (ب) نمودار طیف تکینگی و (ج) نمودار ضریب مقیاسی)

برازش دایره‌هایی در مسیر بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه جهت تعیین شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی جهت تعیین اندازه و حدود شاخصه‌هایی چون زاویه مرکزی، دوایی بادقت بسیار زیاد به متاندرهای بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه بزارش داده شد. پس از برازش این دوایر تعداد ۲۳ عدد متاندر در بازه شماره یک، ۲۳ متاندر در بازه شماره دو و ۱۷ متاندر در بازه شماره سه مشخص گردید که توسط نرم افزار Auto CAD شاخص زاویه مرکزی برای تک تک متاندرهای بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه مشخص گردیدند. با در نظر گرفتن همه قوسهای برای بازهای مختلف در شکل ۵ مشاهده می شود کمترین زاویه مرکزی در بازه‌های شماره ۲ و ۳ که تقریباً حدود ۳۷ می باشد و بیشترین زاویه مرکزی مربوط به بازه شماره ۳ با میزان ۲۳۱ می باشد که در این بازه‌های رودخانه‌ها جوان و شیب بسیار زیاد و فرسایش پذیری بالایی دارند.

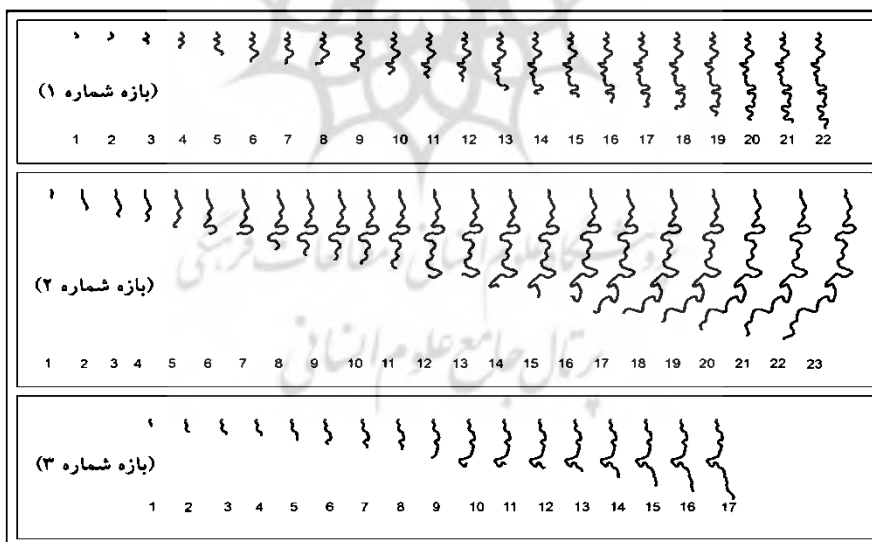


شکل ۵: برازش دایره‌هایی در مسیر رودخانه جهت تعیین شاخص زاویه مرکزی (از راست به چپ بازه ۱ تا ۳)



شکل ۵: نمودارهای روند پیشرفت ترتیبی شاخص مورفولوژی زوایای مرکزی برای بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه

همانگونه که از نمودار شکل ۵ پیداست بیشترین میزان شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی در بازه شماره یک رودخانه مربوط به قوس شماره ۱۵، در بازه شماره دو رودخانه مربوط به قوس شماره ۷ و در بازه شماره سه رودخانه مربوط به قوس شماره ۱۱ می‌باشد. همچنین کمترین میزان شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی در بازه شماره یک رودخانه مربوط به قوس شماره ۱۳، در بازه شماره دو رودخانه مربوط به قوس شماره ۱ و در بازه شماره سه رودخانه مربوط به قوس شماره ۹ است. بنابراین، میانگین عددی زاویه مرکزی ۱۱۵ درجه برای بازه شماره یک رودخانه، ۱۰۸ درجه برای بازه شماره دو و ۹۸ درجه برای بازه شماره سه که همگی آنها در محدوده عددی بین ۸۵ تا ۱۵۸ درجه ($158 > 115 > 108 > 98 > 85$) قرار می‌گیرند، هر سه نوع بازه انتخابی از رودخانه از نوع پیچانرودی توسعه یافته می‌باشد.



شکل ۶: الگوی روند تکاملی بازه‌های رودخانه (از بالا به پایین بازه ۱ تا ۳)

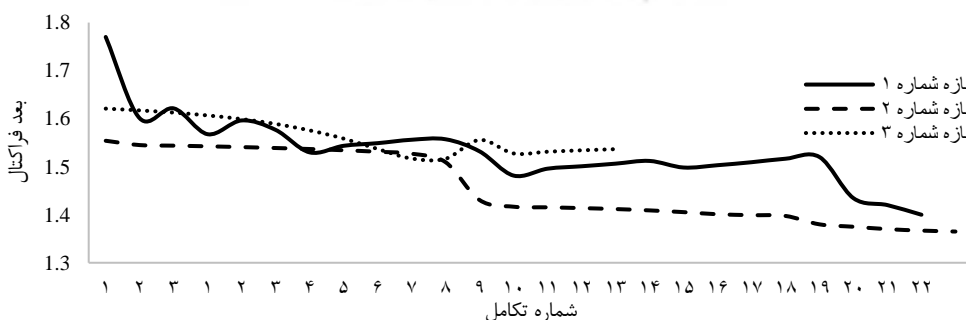
اما، در پژوهش حاضر از آنجائیکه همواره تکامل الگوی رودخانه جهت بررسی پارامترهای چند فراکتالی مورد ارزیابی قرار گرفت، لذا با توجه به بازه شماره یک رودخانه که شامل ۲۲ الگوی تکامل، بازه شماره دو رودخانه که شامل ۲۳ الگوی تکامل و بازه شماره سه رودخانه که شامل ۱۷ الگوی تکامل بر اساس شکل ۶ می‌باشند، در هر یک از الگوهای تکامل با توجه به روند تکاملی پیشرفت مقادیر محاسبه شده هر کدام از شاخصه‌های مورفولوژی و ژئومورفولوژی برای بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه بر اساس میانگین مقادیر قبلی آن محاسبه گردید که نتایج واقعی آن بر اساس جداول حالت تکامل (۳) آمده است:

جدول ۳: حالت میانگین مقادیر قبلی زوایای مرکزی تک تک قوس‌های متوالی بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه

ردیف	زاویه مرکزی بازه شماره ۱	زاویه مرکزی بازه شماره ۲	زاویه مرکزی بازه شماره ۳
1	123.9964	37.13571	83.46469
2	115.3394	58.05867	98.24908
3	114.8993	67.89523	100.7798
4	108.3343	72.07225	101.5452
5	109.6062	72.38258	94.90175
6	103.7585	88.83605	98.81704
7	102.7974	108.8365	97.81938
8	108.8059	115.4321	91.14113
9	109.5677	115.6339	90.42036
10	108.9891	113.9901	103.205
11	105.8425	112.9643	110.69
12	100.4222	109.4706	107.9061
13	99.70424	109.0358	104.2222
14	105.6311	108.3989	102.5181
15	106.4816	110.702	98.80474
16	106.5391	107.8628	98.71517
17	110.1316	108.0331	83.46469
18	111.5431	106.21	----
19	113.8304	108.5753	----
20	114.0945	108.4796	----
21	116.3428	108.6837	----
22	115.2271	108.7631	----
23	----	108.7475	----

محاسبه پارامترهای فراکتال و چند فراکتالی تکامل الگوی بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه

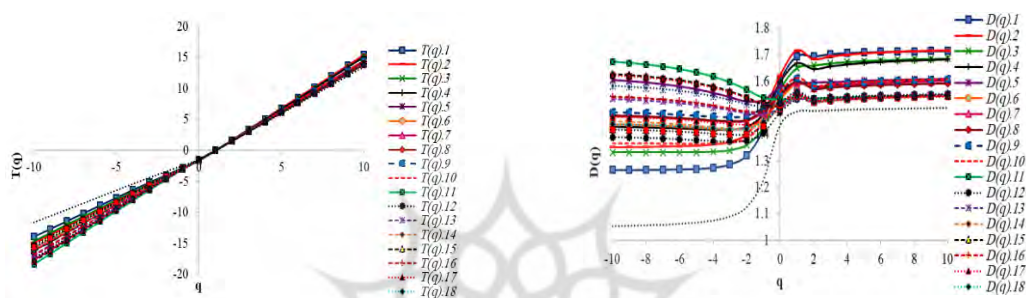
با توجه به وجود ۲۲ الگو برای بازه شماره یک، ۲۳ الگو برای بازه شماره دو و ۱۷ الگو برای بازه شماره سه تا رسیدن به تکامل کامل برای همه بازه‌ها بعد فراکتال آنها به کمک روش‌جعبه شمارش محاسبه شده است و در شکل ۷ نشان داده شده است. با بررسی نمودار تکاملی الگوهای رودخانه کمترین بعد فراکتال در همه بازه‌های مربوط به آخرین تکامل وضعیت رودخانه می باشد که برای بازه شماره ۱ کمترین بعد فراکتال میزان $1/43$ و بیشترین بعد فراکتال در ابتدای شکل گیری به میزان $1/77$ می باشد. و هرچه بعد فراکتال به سمت ۲ نزدیک شود الگوی رودخانه دارای پیچیدگی های خاصی می باشد و با تکامل الگو از پیچیدگی آن کاسته شده است.



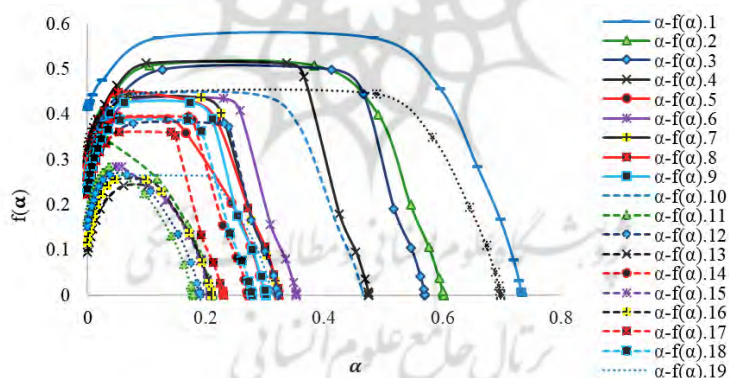
شکل ۷: بعد فراکتال تکامل الگوی رودخانه در همه بازه ها

اما از آنجایی که بعد فراکتال به تنهایی نمی تواند تمام خصوصیات پیچیده و نهفته درون سیستم را آشکار کند نیاز به بررسی ابزارهای چند فراکتالی می باشیم. به عنوان نمونه با بررسی بازه شماره ۱ در نمودارهای بعد تعمیم یافته فراکتال می توان به خصوصیات چند فراکتالی آن پی برد بطوریکه با افزایش تکامل الگوی رودخانه شیب نمودار از حالت ملایم به

سمت حالت با شیب تند میل می کند که از دیدگاه تئوری فراکتال هر چه نمودار بعد تعمیم یافته فراکتال شیب تند تری داشته باشد تمایل به چند فراکتالی افزایش می یابد و در تعیین الگوی رودخانه چند عامل موثر می باشد و فقط زاویه مرکزی در آن به تنهایی اثر گذار نیست همچنین با بررسی نمودار ضریب مقیاس می توان گفت با تکامل الگوی رودخانه میزان شکست نمودار بیشتر شده و زاویه چرخش مقادیر کمتری به خود اختصاص می دهد که هر چه الگوی رودخانه به تکامل خود برسد این شکستگی بیشتر شده و تمایل به چند فراکتالی افزایش می یابد و نیز با بررسی نمودار طیف تکنیکی می توان اذعان کرد که هر چه دامنه α کمتر شود تمایل به چند فراکتالی کاهش می باشد و نمودار آنها تمایل به راست دارد که این امر نشان دهنده نشان دهنده حساسیت به نوسانات ریز مقیاس با شدت زیاد می باشد بطوریکه با اضافه شده پارمترهای مورفولوژیک به میزان کم با تاثیر کلی بر رفتار الگوی رودخانه دارد.



ب) ضریب مقیاسی



الف) بعد تعمیم یافته فراکتال

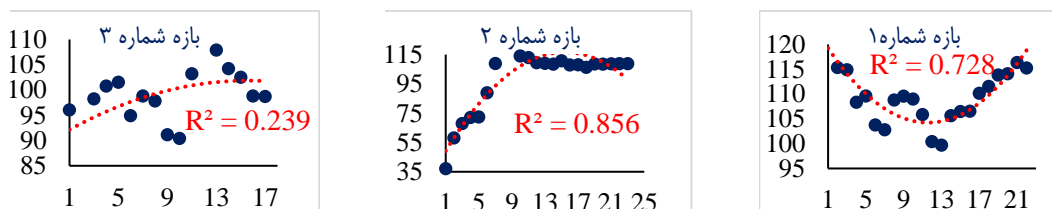
ج) طیف تکنیکی

شکل ۸: نمودارهای شاخص های چند فراکتالی برای الگوهای تکامل بازه مطالعاتی رودخانه شماره ۱

ایجاد روابط رگرسیونی جهت یافتن روابط میان شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (A) با ۱۵ پارامتر چند فراکتالی الگوی تکامل رودخانه

در مدل‌های آماری، تحلیل رگرسیون یک فرایند آماری برای تخمین روابط ساده بین متغیرها می‌باشد. در پژوهش حاضر با توجه به بررسی الگوی تکامل رودخانه همواره در تک تک الگوها با اعداد و ارقام زیادی سر و کار داریم که نقد بررسی این موضوع با توجه به حجم بسیار زیاد داده‌ها که همگی شامل اعداد و ارقام هستند بدون رسم نمودار امکان پذیر نمی‌باشد. لذا جهت بررسی دقیق تر و تبدیل همه این اعداد و ارقام به یک معیار قابل مقایسه با توجه به پیچیدگی این امر از تحلیل رگرسیون حالت چندجمله‌ای برای تک تک نمودارها استفاده گردید. پس از رسم نمودارهای حاصله از شاخص زاویه مرکزی

برای تک تک قوس‌های الگوی تکامل بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه مقداری ضریب رگرسیونی R^2 محاسبه گردید. هرچه میزان ضریب رگرسیونی R^2 به عدد ۱ نزدیک تر باشد نشان دهنده همبستگی بیشتر نقاط نمودار جهت رسیدن به تکامل هرچه بیشتر در روند الگوی تکامل زاویه مرکزی رودخانه می‌باشد.



الف) زاوایای مرکزی بازه شماره ۱ $R^2 = 0.728$ ب) زاوایای مرکزی بازه شماره ۲ $R^2 = 0.856$ ج) زاوایای مرکزی بازه شماره ۳ $R^2 = 0.239$
 شکل ۹: نمودارهای زاوایای مرکزی تک تک قوس‌های حالت تکامل الگوی بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه

بر اساس مقادیر زاوایای مرکزی جدول شماره ۳ که به ترتیب الگوی پیشرفت می‌باشند، رسم شده است. در هر کدام از این نمودارها مقدار عددی ضریب رگرسیونی R^2 محاسبه شده است. در این پژوهش جهت ایجاد یک نسبت وزنی با انجام عملیات ضرب مقادیر شاخص زاویه مرکزی بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه در هر کدام از ۱۵ پارامتر چند فراکتالی به رسم نمودارهای جدیدی پرداخته شد و سپس در نمودارهای جدید حاصله مجدداً با انجام عملیات رگرسیونی مقدار عددی ضریب رگرسیونی R^2 برای هر نمودار محاسبه شد.

در پژوهش حاضر جهت ایجاد یک رابطه وزنی با توجه عملیات ضرب شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (A) برای هر ۳ بازه رودخانه در ۱۵ پارامتر چند فراکتالی نظیر آنها برای هر کدام از بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه، جمعاً ۴۵ نمودار ($3 \times 15 = 45$) حاصله تولید می‌شود که هر کدام از نمودارهای جدید وزن دهی شده جهت بررسی دقیق میزان افزایش ضریب رگرسیونی R^2 مورد ارزیابی قرار گرفت. به گونه‌ای که هر کدام از نمودارهای جدید وزن دهی شده که باعث افزایش میزان ضریب رگرسیونی R^2 نسبت به حالت اولیه شد در جدول (۵) با علامت ✓ درج گردید و هر کدام که تأثیری به روند وزن دهی در نمودار نداشت و بر خلاف یا باعث کاهش میزان ضریب رگرسیونی R^2 شد با درج علامت ✗ نادیده گرفته شد. اما از آنجائیکه محاسبات رگرسیونی و نموداری تعداد این ۴۵ نمودار بسیار زیاد است و در این پژوهش نمی‌گنجد، لذا چکیده آن بر اساس جدول (۴) ارائه شده است

جدول ۴: جدول حالت افزایش میزان ضریب رگرسیونی R^2 شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (A) بر اساس ۱۵ پارامتر چند فراکتالی بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه

ردیف	پارامترهای چند فراکتالی	درصد تاثیرگذاری هر کدام از ۱۵ پارامتر چند فراکتالی			درصد تاثیرگذاری
		در بهبود روند افزایش میزان ضریب رگرسیونی R^2			
		بازه شماره ۱	بازه شماره ۲	بازه شماره ۳	
1	D_f^1	✓	✓	✓	۱۰۰٪
2	$Dq_{(2)}$	✓	✓	✓	۱۰۰٪
3	$\tau q_{(0)}$	✓	✓	✓	۱۰۰٪
4	$Dq_{(min)}$	✓	✓	✓	۱۰۰٪
5	$Dq_{(max)}$	✓	✗	✓	۶۷٪
6	$\Delta 2^2$	✓	✓	✗	۶۷٪

¹ $D_f = Dq_0$

² $\Delta 2 = Dq_2 - Dq_0$

7	$\alpha_{(max)}$	✓	✓	X	۶۷٪
8	β	X	✓	✓	۶۷٪
9	$\alpha_{(min)}$	✓	X	X	۳۳٪
10	$\alpha_{(max)} - \alpha_{(min)}$	✓	X	X	۳۳٪
11	$F\alpha_{(max)}$	✓	X	X	۳۳٪
12	$Dq_{(max)} - Dq_{(min)}$	✓	X	X	۳۳٪
13	θ	✓	X	X	۳۳٪
14	γ	X	X	✓	۳۳٪
15	p^1	X	X	X	۰٪
مجموع درصد تاثیر گذاری بازه های رودخانه		٪ ۸۰	٪ ۴۷	٪ ۴۷	

و در نهایت پارامترهایی چون γ و θ که به زوایای نمودارهای ضریب مقیاسی مربوط می‌شوند در ردیف آخر این دسته بندی کلی از ستون‌های جدول (۵) قرار می‌گیرند که همواره کمترین تاثیر را در افزایش مقدار عددی ضریب رگرسیونی R^2 برای نمودارها ایجاد می‌کنند.

جدول ۵: نمایش پارامترهای چند فراکتالی برای هر ۳ بازه رودخانه به ترتیب درصد تاثیر گذاری برای هر ستون از بازه‌های ۱ تا ۳

بازه شماره ۱ رودخانه		بازه شماره ۲ رودخانه		بازه شماره ۳ رودخانه	
پارامتر چند فراکتالی	درصد تاثیر گذاری	پارامتر چند فراکتالی	درصد تاثیر گذاری	پارامتر چند فراکتالی	درصد تاثیر گذاری
D_f	75%	D_f	50%	D_f	50%
$Dq_{(2)}$	75%	$Dq_{(2)}$	50%	$Dq_{(2)}$	50%
$\tau q_{(0)}$	75%	$\tau q_{(0)}$	50%	$\tau q_{(0)}$	50%
$Dq_{(min)}$	75%	$Dq_{(min)}$	50%	$Dq_{(min)}$	50%
$\alpha_{(min)}$	75%	$\alpha_{(min)}$	50%	$\alpha_{(min)}$	50%
$Dq_{(max)}$	75%	$Dq_{(max)}$	50%	$Dq_{(max)}$	50%
$\Delta 2$	75%	$\Delta 2$	50%	$\Delta 2$	25%
$\alpha_{(max)}$	75%	$\alpha_{(max)}$	50%	$\alpha_{(max)}$	25%
$\alpha_{(max)} - \alpha_{(min)}$	75%	$\alpha_{(max)} - \alpha_{(min)}$	25%	$\alpha_{(max)} - \alpha_{(min)}$	25%
$F\alpha_{(max)}$	50%	$F\alpha_{(max)}$	25%	$F\alpha_{(max)}$	25%
θ	100%	θ	25%	θ	0%
γ	25%	γ	25%	γ	50%
β	25%	β	50%	β	50%
$Dq_{(max)} - Dq_{(min)}$	50%	$Dq_{(max)} - Dq_{(min)}$	0%	$Dq_{(max)} - Dq_{(min)}$	25%
p	25%	p	0%	p	0%
میانگین درصدهای تاثیر	63%	میانگین درصدهای تاثیر	37%	میانگین درصدهای تاثیر	35%

بحث و ارزیابی نتایج

در پژوهش فوق همواره سعی گردیده تا جزئی‌ترین حالات مقایسه‌ای از نتایج حاصل از ضرب شاخص مورفولوژی زاویه مرکزی (A) در ۱۵ پارامتر چند فراکتالی استخراج گردد. در اینجا با بررسی جزئی و دقیق تر بر اساس جدول (۵) نتایج ریزتری حاصل گردید:

¹ $P = \beta \div (\alpha_{max} - \alpha_{min})$

- با انجام یک دسته بندی کلی از ستون‌های جدول (۵) مربوط به بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه، پارامترهایی چون $\Delta 2, D_f, Dq(2), \tau q(0), Dq(max), Dq(min)$ و همچنین $\alpha(max)$ که البته بیشتر آنها مربوط به محبت بعد تعمیم یافته و بعد فراکتالی می‌باشد، در تمامی بازه‌های شماره ۱ تا ۳ رودخانه با بیشترین درصد تاثیرگذاری (بالای ۵۰٪ بهبود اثر) در افزایش مقدار عددی ضریب رگرسیونی R^2 همواره در صدر نخست ستون‌های جدول (۵) قرار دارند.
- با توجه به نتیجه گیری اول پارامترهایی چون $F\alpha(max), \alpha(min)$ و $\alpha(max) - \alpha(min)$ که مربوط به محبت طیف تکینگی می‌باشند، در این دسته بندی همواره در ردیف فی مابین ستون‌های جدول (۵) قرار گرفته اند.
- در نمونه‌ای دیگر از بحث و بررسی در خصوص ارزیابی نتایج مقایسه‌ای می‌توان این برآورد را داشت که با توجه به میانگینی که از درصدهای تاثیرگذاری موجود در جدول (۵) برای هر کدام از بازه‌های رودخانه حاصل گردید، بازه شماره ۱ رودخانه با میانگین ۶۳٪ در ردیف نخست، بعد از آن بازه شماره ۲ رودخانه با میانگین ۳۷٪ در ردیف وسط و در نهایت بازه شماره ۳ رودخانه با میانگین ۲۵٪ در ردیف آخر قرار دارند. دلیل این اختلاف فاحش در میانگین درصدهای تاثیرگذاری جهت بهبود مقدار عددی ضریب رگرسیونی R^2 میان بازه شماره ۱ رودخانه با دو بازه دیگر یعنی بازه‌های ۲ و ۳ در واقع تفاوت در الگوی هندسی قوس‌های آنها می‌باشد. نکته قابل توجه در این خصوص این است که اگر مجدداً نگاهی اجمالی به شکل (۷) ببینیم متوجه الگوی بسیار منظم‌تر قوس‌های بازه شماره ۱ رودخانه می‌شویم که نسبت به دو بازه دیگر یعنی بازه‌های شماره ۲ و ۳ رودخانه همواره دارای ریتم قوس‌های منظم‌تری است که همین موضوع باعث بوجود آمدن چنین اختلافی میان تاثیرگذاری های پارامترهای چند فراکتالی این تحقیق شده است. لازم ذکر است، با توجه به اینکه بازه شماره ۱ رودخانه در منطقه‌ای هموار و در دامنه کوه واقع شده و اختلاف ارتفاعی چندانی ندارد همین شرایط مورفولوژی زمین باعث شده تا رودخانه از حالت خروشان و جوان بودن خارج شود و ثبات خود را به دست آورد و قوس‌های بسیار منظمی را حاصل کند که نتایج آن کاملاً گویاست. و دلیل انتخاب این بازه بسیار استراتژیک در پژوهش حاضر در ابتدا همین بوده که نتایج متمایزتری را نسبت به دو بازه دیگر حاصل کند که اکنون با افتخار شاهد آن هستیم. در پایان باید این مطلب مهم را عنوان کرد که این موضوعات در واقع همان رابطه میان شاخص‌هایی چون زاویه مرکزی (A) میان قوس‌ها می‌باشد که در بازه شماره ۱ رودخانه شاهد آن هستیم که همواره طبیعت با چه ظرافت خاصی این زوایا و فاصله‌ها را با دقت در کنار یکدیگر قرار می‌دهد که باعث بوجود آمدن نظم خاصی در الگوی ریاضیات پیچیده این پدیده‌های طبیعی می‌گردد.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت که از انجام این پروژه حمایت معنوی نموده است تشکر مینماییم. لازم به ذکر است که این مقاله برگرفته از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای محمد حسینی با عنوان " بررسی مقایسه ای الگوی چند فراکتال پیچان رودها و شاخص های ژئومورفولوژیک آنها (مطالعه موردی : رودخانه قره آغاج)" می‌باشد.

منابع

- احسان نیکویی، مهدی حیدری، ناصر طالب بیدختی، علی اکبر حکمت زاده، هندسه فراکتالی در مهندسی رودخانه ایده ها، مفاهیم اساسی و دستاوردها، چهارمین کنگره مهندسی عمران، دانشگاه تهران، اردیبهشت ۱۳۸۷
- افشین، ی. رودخانه‌های ایران، وزارت نیرو، شرکت مهندسی مشاور جاماب، ۱۳۷۳، ص ۳۸۳
- تلوری، ع. ۱۳۷۱. شناخت فرسایش کناری رودخانه در دشت‌های رسوبی، موسسه تحقیقات جنگل‌ها و مراتع، ص. ۱۳۹.

- جلالی، مهدی. شبیه سازی جریان رودخانه با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی (مطالعه موردی: حوضه قره‌آجاج در استان فارس)، پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی منابع طبیعی، گرایش آبخیزداری، دانشگاه مازندران، دانشکده منابع طبیعی، خرداد ۱۳۸۸، صص ۳۵-۳۱
- فتاحی، محمدهادی. کامیاب، ساره. انطباق سنجی خواص ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و ویژگی‌های چندفراکتال شکل آبراهه، تحقیقا منابع آب ایران، سال چهاردهم، شماره ۵، زمستان ۱۳۹۷، صص ۳۲۶-۳۱۱
- کهربائیانی، پروین. بهنیا، ابوالفضل. شاکری زراع، حجت. رضایی عارفی، محسن. تحولات مورفولوژیکی و الگوی پیچان رودی بستر رودخانه مرزی هریرود با استفاده از RS، پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، سال سوم، شماره ۳، زمستان ۱۹۳۹، صص. ۶۴-۵۳
- مرتضوی، محمدرضا. بهنیا، ابوالفضل. قنبرزاده، هادی. بررسی الگوی پیچان رودی رودخانه گلکمان با استفاده از شاخص‌های ضریب خمیدگی و زاویه مرکزی، مجله علوم جغرافیا، شماره ۲۹، پاییز و زمستان ۱۳۹۷، صص. ۲۹۰-۲۸۰
- مهندسین مشاور پارساب، مطالعات شناسایی آبخیزداری حوزه آبخیز سد سلمان فارسی (قیز)، جلد سوم، هیدرولوژی و سیل، وزارت جهاد و سازندگی، معاونت آبخیزداری، ۱۳۷۵، ص ۹۱
- Alizadeh Y, Alizadeh H. (2014). The effect of neonate construction on the morphology of drainage network in the watersheds basin using geomorphic-morphometric indices. *Geographic Survey Quarterly*, 29(1): 115-121.
- Campos, P., & Paz, I. (2020). Spatial Diagnosis of Rain Gauges' Distribution and Flood Impacts: Case Study in Itaperuna, Rio de Janeiro—Brazil. *Journal of Water*, 12(1): 1120-1147
- Carpinteri A., Lacidogna G., Niccolini G. (2009). Fractal analysis of damage detected in concrete structural elements under loading. *Chaos Soliton Fract*, 42(4):2047-2056.
- Chhabra A., Meneveau C., Jensen, R. Sreenivasan, K. (1989) Direct determination of the $f(\alpha)$ singularity spectrum and its application to fully developed turbulence. *Phys. Rev. A*, 40(9):5284529
- Fattahi, M. H., Talebbeydokhti, N., Rakhshandehroo, G. R., Shamsai, A. & Nikooee, E. (2010). The robust fractal analysis of the time series- concerning signal class and data length. *Fractals*, 9: 1-21.
- Fattahi, MH, Taleb Beydokhti N, Nikooee, N. (2012). Multi-fractal approach to the flood flow of the Ghare-aghaj River flow. *Journal of Water Resources Engineering*, 5: 12-21
- Hosseini, M. Fattahi, M.H. and Eslamian, S. (2020). Experimental Analytical Study on Fractal Behaviors of the Density Current. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*. 44(4): 75-90
- Karam A, Saberi M. (2015). Calculating of the fractal dimension in drainage basins and its relation with some geomorphological characteristics of basin (Case study: North Tehran basins). *Quantitative geomorphology researches*, 4(3): 75-92.
- Lee, A., Aubeneau, A & Cardenas, M. (2020). The Sensitivity of Hyporheic Exchange to Fractal Properties of Riverbeds” *Journal of Water*, 56(5): 20-42.
- Marin, G.A., Estevez, J., Morbidelli, R., Saltalippi. C., Murioz, J., & Flammini, A. (2020). Assessing Inhomogeneities in Extreme Annual Rainfall Data Series by Multifractal Approach” *Journal of Water*, 12(1): 1030-1048
- Moon, F. C. (2004). *Chaotic and fractal dynamics: an introduction for applied scientists and engineers*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, pp. 77-78.
- Tanna, H.J and Pathak, K.N. (2013). Multi-fractality due to long-range correlation in the L-band ionospheric scintillation S4 index time series. *Astrophysics and Space Science*, 350(1): 47-56

- Teng, Y., & Shang, P. (2018). Detrended fluctuation analysis based on higher-order moments of financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 490(1): 311-322
- Vargas, K., & Salarriaga, J. (2019). Analysis of Fractality in Water Distribution Networks Using Hydraulic Criteria. *World Environmental and Water Resources*. 15(1): 25-38
- Zhang, X., Zhang, G., Qiu, L., Zhang, B., Sun, Y., Gui, Z., & Zhang, Q. (2019). A Modified Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF DFA) Approach for Multifractal Analysis of Precipitation in Dongting Lake Basin, China. *Journal of Water*, 11(5): 891-1009

