

Paper Type: Original Article



Measuring the Efficiency and Productivity of Cement Companies in Tehran Stock Exchange by Data Envelopment Analysis and Malmquist Productivity Index in Gray Environment

Farjam Kayedpour¹, Shadi Sayadmanesh^{*1}, Yasamin Salmani², Zahra Sadeghi¹

¹Department of Industrial Management, Allameh Tabatabai University, Tehran, Iran.

²Department of Management, College of Business, Bryant University, Smithfield, USA.

Citation:



Kayedpour, F, Sayadmanesh, Sh, Salmani, Y., & Sadeghi, Z. (2021). Measuring the efficiency and productivity of cement companies in tehran stock exchange by data envelopment analysis and malmquist productivity index in gray environment. *Innovation management and operational strategies*, 1(4), 363-382.

Received: 25/09/2020

Reviewed: 19/11/2020

Revised: 05/12/2020

Accept: 25/12/2020

Abstract

Purpose: In this study, in order to measure the efficiency and productivity of companies in the cement industry of the Tehran Stock Exchange, the gray data envelopment analysis approach and the Malmquist productivity index have been used.

Methodology: For this purpose, in the first step, we identify the appropriate financial ratios for measuring efficiency, then we calculate these ratios for each financial year in the form of gray numbers (intervals). In the next step, these ratios are divided into two groups of input variables and output variables under the title of research variables. Finally, the efficiency and productivity of the studied companies for the two fiscal years 2018 and 2019 by CCR and BCC models. Its components have been estimated.

Findings: The results of this study provide a suitable framework for using uncertain information (gray) to replace definite information and thus allow more realistic results to be estimated about the performance of companies.

Originality/Value: This study uses the Malmquist Gray Productivity Index to provide a framework for comparing productivity changes over time. This index measures the ratio of the measured efficiencies of a production unit in two different time periods.

Keywords: Financial ratios, Gray data envelopment analysis, Productivity, Gray Malmquist index, Distance functions.

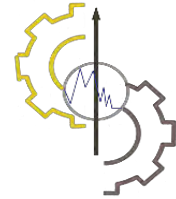
JEL Classificaton: C02, C60.

* Corresponding Author

Email Address: shadi.sdm@gmail.com



10.22105/IMOS.2021.276467.1038



سنجش کارایی و بهره‌وری شرکت‌های صنعت سیمان بورس اوراق بهادار تهران توسط رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها و شاخص بهره‌وری مال‌کوئیسیت در محیط خاکستری

فرجام کایدپورا^۱، شادی صیادم‌نش^{۱*}، یاسمین سلمانی^۲، زهرا صادقی^۱

^۱گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران.

^۲گروه مدیریت، دانشکده بازرگانی، دانشگاه برایانت، اسمیت‌فیلد، آمریکا.

دریافت: ۱۳۹۹/۰۷/۰۴	بررسی: ۱۳۹۹/۰۸/۲۹	اصلاح: ۱۳۹۹/۰۹/۱۵	پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۰۵
--------------------	-------------------	-------------------	-------------------

چکیده

هدف: در این پژوهش به منظور سنجش کارایی و بهره‌وری شرکت‌های عضو صنعت سیمان بورس اوراق بهادار تهران، از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های خاکستری و همچنین شاخص سنجش بهره‌وری مال‌کوئیسیت استفاده شده است. **روش‌شناسی پژوهش:** برای این منظور در گام اول، اقدام به شناسایی نسبت‌های مالی مناسب در خصوص سنجش کارایی نموده، سپس این نسبت‌ها را برای هر سال مالی در قالب اعداد خاکستری (بازه‌ای) محاسبه می‌نماییم. در گام بعدی این نسبت‌ها تحت عنوان متغیرهای تحقیق، به دودسته متغیرهای ورودی و متغیرهای خروجی تقسیم شده و در نهایت کارایی و بهره‌وری بازه‌ای شرکت‌های مورد مطالعه، برای دو سال مالی ۱۳۹۷ و ۱۳۹۸ توسط مدل‌های CCR و BCC رویکرد تحلیل پوششی داده‌های خاکستری و همچنین شاخص مال‌کوئیسیت خاکستری و اجزای تشکیل دهنده آن، برآورد گردیده است.

یافته‌ها: نتایج این پژوهش به ارائه یک چارچوب مناسب برای استفاده از اطلاعات غیرقطعی (خاکستری) برای جایگزینی اطلاعات قطعی نموده است و بدین ترتیب امکان برآورد نتایج واقعی‌تری را در خصوص عملکرد شرکت‌ها فراهم آورد. **اصالت/ارزش افزوده علمی:** این مطالعه با فراهم آوردن چارچوبی برای مقایسه تغییرات بهره‌وری در طول زمان، از شاخص بهره‌وری مال‌کوئیسیت خاکستری استفاده کرده است. این شاخص، نسبت کارایی‌های اندازه‌گیری شده‌ی یک واحد تولیدی را، در دو دوره‌ی زمانی مختلف، اندازه‌گیری می‌کند.

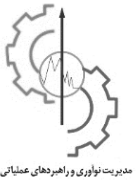
کلیدواژه‌ها: نسبت‌های مالی، تحلیل پوششی داده‌های خاکستری، بهره‌وری، شاخص مال‌کوئیسیت خاکستری، توابع فاصله‌ای.

طبقه‌بندی JEL: C60, C02.

* نویسنده مسئول

آدرس رایانامه: shadi.sdm@gmail.com

شناسه دیجیتال: 10.22105/IMOS.2021.276467.1038



محیط فعلی و جهانی اقتصاد، بسیار متلاطم بوده و مدیران با چالش‌های متعددی در این حوزه مواجه هستند (رهنمای رودپشتی و همکاران^۱، ۲۰۱۹). ارزیابی‌های مالی از قدیمی‌ترین و مهم‌ترین روش‌های مورد استفاده برای ارزیابی عملکرد شرکت‌ها می‌باشند. تجزیه و تحلیل‌های مالی که عمدتاً بر مبنای اطلاعات موجود در صورت‌های مالی انجام می‌پذیرند، اطلاعات ارزشمندی را در خصوص رویه‌ها، کیفیت، سود سهام و در نهایت نقاط قوت و ضعف شرکت و چگونگی موقعیت مالی آن ارائه می‌دهند. این نوع از تجزیه و تحلیل‌ها به خصوص اگر نقاط قوت و ضعف شرکت را در دوره‌های متفاوتی از زمان نشان دهند، برای شناخت شرایط گذشته و حال مفید بوده و ارزشی حیاتی برای تعیین استراتژی‌های آینده شرکت، خواهند داشت (تهرانی و همکاران^۲، ۲۰۱۲).

استفاده از نسبت‌های مالی یک روش چندوجهی است که نه تنها برای قضاوت در مورد سلامت مالی و عملکرد شرکت در یک دوره زمانی کارآمد است، بلکه ابزار مناسبی برای مقایسه وضعیت مالی شرکت با سایر شرکت‌های یک صنعت خاص و یا حتی سایر صنایع بوده و با مشخص ساختن نقاط ضعف و قوت، می‌تواند به بهبود شرایط شرکت کمک کند (دی باندیپای و چاکرابرتی^۳، ۲۰۱۰).

با این وجود، استفاده از نسبت‌های مالی به منظور ارزیابی وضعیت شرکت، همراه با مشکلاتی نیز می‌باشد. از جمله این مشکلات می‌توان به این مسئله اشاره نمود که اگرچه نسبت‌های مالی به سادگی محاسبه می‌شوند، اما تفسیر آن‌ها اغلب مشکل و بحث‌برانگیز است. مخصوصاً زمانی که دو یا چند نسبت، نتایجی متضاد یکدیگر را نشان می‌دهند (مالهوترا^۴، ۲۰۰۸)؛ به عبارت دیگر به علت آنکه هر یک از نسبت‌های مالی یک بعد از عملکرد مالی سازمان را ارزیابی می‌کند (همانند نسبت‌های نقدینگی، نسبت‌های سودآوری و ...)، تجمیع نتایج به دست آمده از آن‌ها، معمولاً آسان نبوده و گاه حتی غیرممکن می‌باشد. از سوی دیگر، به منظور محاسبه نسبت‌های مالی از داده‌های قطعی (معمولاً اطلاعات صورت‌های مالی) استفاده می‌شود. این موضوع موجب می‌گردد تا نسبت‌های مالی تنها تصویری از عملکرد شرکت را در یک لحظه خاص نمایش دهند. به عنوان مثال در محاسبه نسبت جاری (مجموع دارایی‌های جاری تقسیم بر مجموع بدهی‌های جاری)، نمی‌توان ادعا نمود که میزان دارایی‌های جاری شرکت در طول سال مالی همواره یک مقدار ثابت و قطعی (مثلاً مقدار مندرج در ترازنامه حسابرسی شده شرکت) می‌باشد و در واقعیت حجم دارایی‌های جاری یک شرکت دائماً در حال تغییر می‌باشد. در این پژوهش به منظور برطرف کردن دو مشکل مذکور، روش تحلیل پوششی داده‌های خاکستری^۵ به کار گرفته شده است. تحلیل پوششی داده‌ها موجب می‌شود تا امکان تلخیص و تجمیع نتایج حاصل از نسبت‌های مالی به صورت یک شاخص قابل مقایسه فراهم گردد و از سوی دیگر استفاده از اطلاعات خاکستری (بازه‌ای^۶) به عنوان جایگزینی برای اطلاعات قطعی، این امکان را فراهم می‌کند تا به جای یک تصویر ثابت از عملکرد شرکت، حدود عملکرد آن شرکت در طول سال مالی محاسبه شده و نتایج واقعی‌تری حاصل گردد. همچنین به منظور فراهم آمدن چارچوبی برای مقایسه تغییرات بهره‌وری در طول زمان، در این مقاله از شاخص بهره‌وری مالم کوئیست^۷ استفاده شده است. شاخص بهره‌وری مالم کوئیست، نسبت کارایی‌های اندازه‌گیری شده‌ی

¹ Rahnamay Roodposhti et al.

² Tehrani et al.

³ De, Bandyopadhyay and Chakraborty

⁴ Malhotra

⁵ Grey Data Envelopment Analysis

⁶ Interval Data

⁷ Grey Malmquist productivity Index

یک واحد تولیدی را، در دو دوره‌ی زمانی مختلف، اندازه‌گیری می‌کند. این شاخص ناپارامتری که توسط فاره و همکاران^۱ (۱۹۹۴) ارائه شده، شاخصی ترکیبی است که می‌تواند با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها برای اندازه‌گیری میزان تغییرات بهره‌وری واحدهای تصمیم‌گیری^۲ (DMU) در طول زمان، به کار گرفته شود. با توجه به آنچه گفته شد، در ادامه ابتدا به بررسی پیرامون مفاهیم مرتبط با سنجش کارایی، شاخص‌های بهره‌وری کل و همچنین داده‌های خاکستری خواهیم پرداخت.

۲- ادبیات موضوع

۲-۱- تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)

تحلیل پوششی داده‌ها باعث به وجود آمدن زیربنایی برای اندازه‌گیری کارایی و مطالعات بهره‌وری در سطح خرد شده است که موجب توسعه نگاهی جدید، در دو حوزه گردید:

0 چگونگی تعریف کارایی و بهره‌وری.

0 چگونگی سنجش کارایی و محاسبه‌ی تکنولوژی قابل الگوبرداری^۳.

کارایی پیشنهادشده، شامل دو جزء است: کارایی تکنیکی^۴ (فنی) و کارایی تخصیصی^۵. جزء اول نشان‌دهنده‌ی توانایی DMUها در به حداقل رساندن ورودی مورد استفاده، به منظور تولید مقدار مشخصی از خروجی است؛ و جزء دوم بیانگر میزان توانایی آن واحد، در خصوص استفاده از ورودی‌ها در نسبت‌های بهینه، با توجه به قیمت‌های مربوطه و تکنولوژی تولید می‌باشد. این دو معیار با هم اندازه‌ی کارایی کل را نشان می‌دهد (کولی و همکاران^۶، ۲۰۰۵).

بر اساس ایده‌های چارنز و همکاران^۷ (۱۹۸۴) یک مدل برنامه‌ریزی خطی را برای اندازه‌گیری کارایی فنی، در برخورد با واحدهایی که شامل چند خروجی و چند ورودی می‌شوند، توسعه دادند (درویش متولی و همکاران^۸، ۲۰۱۹). این روش ناپارامتریک سنجش کارایی، به نام تحلیل پوششی داده‌ها، شناخته می‌شود. مدل‌های DEA به‌طور کلی هم می‌توانند اندازه‌ی کارایی را برای هر یک از DMUهای مورد ارزیابی، ارائه دهند و هم می‌توانند اطلاعات مفیدی در خصوص DMUهای ناکارآمد، بر اساس اهداف و عوامل مورد استفاده در اندازه‌گیری کارایی، فراهم آورند. مدل اولیه‌ای که توسط چارنز و همکاران معرفی گردید کارایی را به صورت نسبت مجموعه موزون ستاده‌ها به مجموعه موزون داده‌ها، در نظر می‌گیرد. آن‌ها با درک مشکلات موجود برای یافتن مجموعه مشترکی از وزن‌ها برای تعیین کارایی نسبی، پیشنهاد کردند که باید به هر واحد تصمیم‌گیری، اجازه داد تا مجموعه‌ای از وزن‌ها را برگزیند که آن واحد را در مطلوب‌ترین وضعیت نسبت به دیگر واحدها نشان دهد. آن‌ها برای این منظور، حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی را پیشنهاد کردند که در آن، کارایی واحد z ام با فرض آن که کارایی همه‌ی واحدها کوچک‌تر یا مساوی یک در نظر گرفته شود، حداکثر می‌گردد. بدین ترتیب با حل این مدل برنامه‌ریزی خطی، مجموعه مشترک وزن‌های مورد نظر

¹ Färe et al.

² Decision-Making Units

³ Benchmark Technology

⁴ Technical Efficiency

⁵ Allocative Efficiency

⁶ Coelli et al.

⁷ Charnes et al.

⁸ Darvish Motevalli et al.

چارنر و همکاران محاسبه گشته و در نتیجه امکان اندازه گیری کارایی نسبی محیا می شود (مومنی^۱، ۲۰۰۸). این مدل سنجش کارایی به مدل CCR، معروف می باشد.

۲-۲- CCR (ورودی محور)

در مدل CCR ورودی محور به منظور حداکثرسازی نسبت مجموعه موزون خروجی ها به مجموعه موزون ورودی ها، صورت کسر یعنی مجموعه موزون خروجی ها برابر عدد یک در نظر گرفته شده و مخرج آن یعنی مجموعه موزون ورودی ها حداقل می گردد.

$$\begin{aligned} \max \quad & \pi^T y_{j_0} \\ \text{st:} \quad & \zeta^T x_j - \pi^T y_j \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \zeta^T x_{j_0} \leq 1, \quad \zeta \geq 0, \pi \geq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

در مسئله برنامه ریزی خطی شماره (۱)، n تعداد DMU ها و $x_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})$ و $y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj})$ (همه مثبت) بردارهای ورودی و خروجی j امین DMU و m و s به ترتیب تعداد ورودی ها و خروجی ها می باشند؛ و همچنین $\zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_m)^T$ و $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)^T$ (همه غیر منفی) معرف بردارهای وزن متغیرها می باشند که مقادیر آن ها باید با حل این مسئله برنامه ریزی خطی^۲ (LP) تعیین شود (علی نژاد و میرمظفری^۳، ۲۰۱۸). با توجه به تعریف DEA از کارایی، زمانی گفته می شود DMU_{j_0} کارا است که یک راه حل بهینه^۴ (ζ^0, π^0) برای (۱) LP وجود داشته باشد که در آن $\pi^{0T} y_{j_0} = 1$ و همچنین $\zeta^0 \geq 0, \pi^0 \geq 0$ می باشند (یانگ^۵، ۱۹۹۸).

۲-۳- CCR (خروجی محور)

محاسبه ی شاخص کارایی DEA خروجی محور، مشابه DEA ورودی محور است. در این حالت میزان کارایی، بر اساس بیشینه سازی نسبی خروجی ها، در حالی که مقادیر ورودی ها ثابت نگه داشته شده اند، به دست می آید. فرم خروجی محور عبارت است از:

$$\begin{aligned} \min \quad & \zeta^T x_{j_0} \\ \text{st:} \quad & \zeta^T x_j - \pi^T y_j \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \pi^T y_{j_0} \leq 1, \quad \zeta \geq 0, \pi \geq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

پاسخ های به دست آمده از حل مسائل (۱) و (۲) نشان دهنده ی بازده نسبت به مقیاس ثابت^۶ (CRS) است؛ یعنی فرض شده است که تمامی واحدها در مقیاس بهینه عمل می کنند. بنکر و همکاران^۶ (۱۹۸۴) مدل CCR را با اضافه کردن

¹ Momeni

² Linear Programming

³ Alinezhad & Mirmozaffari

⁴ Yang

⁵ Constant Returns to Scale

⁶ Banker et al.

محدودیت $\sum_{j=1}^n o_j \cong 1$ ، به فرم ثانویه مدل‌های برنامه‌ریزی خطی (۱) و (۲) به صورت بازده نسبت به مقیاس متغیر^۱ (VRS)، اصلاح کردند. با اضافه کردن این محدودیت، مرز پوششی جابه‌جاشده تا مشاهدات را از فاصله نزدیک‌تری پوشش دهد؛ بنابراین با توجه به آن که بر اساس بازده نسبت به مقیاس متغیر، همه‌ی DMUها در سطح مقیاس بهینه فعالیت نمی‌کنند، می‌توان کارایی کلی DMUها را به دو جزء کارایی (اثر) تکنیکی خالص^۲ و کارایی (اثر) مقیاس^۳ تجزیه کرد (الوارز^۴، ۲۰۰۴).

مدل‌های بنکر و همکاران تحت عنوان مدل‌های BCC شناخته می‌شوند. این مدل‌ها همانند هر مدل برنامه‌ریزی خطی دیگری، علاوه بر فرم اولیه دارای یک فرم ثانویه نیز می‌باشند که به علت وجود محدودیت‌های کمتر، حل راحت‌تری نیز دارند. در اینجا به منظور رعایت اصل اختصار تنها فرم ثانویه آن‌ها در قالب مسائل برنامه‌ریزی خطی شماره (۳) و (۴) نشان داده شده است و در آن‌ها، o و τ معرف متغیرهای ثانویه (۱) و (۲) Lp. می‌باشند.

۲-۴- BCC (ورودی محور)

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } y_0 \cong \tau \\
 & \text{s.t.} \\
 & \left| \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n o_j y_{rj} \cong y_{r0} ; (r \cong 1, 2, \dots, s), \\ \sum_{j=1}^n o_j x_{ij} \cong \tau x_{i0} ; (i \cong 1, 2, \dots, m), \\ \sum_{j=1}^n o_j \cong 1, \\ o_j \cong 0 ; \tau : \text{Free.} \end{array} \right. \quad (3)
 \end{aligned}$$

۲-۵- BCC (خروجی محور)

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } Z_0 \cong \tau \\
 & \text{s.t.} \\
 & \left| \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n o_j x_{ij} \cong x_{i0} ; (i \cong 1, 2, \dots, m), \\ \sum_{j=1}^n o_j y_{rj} \cong \tau y_{r0} ; (r \cong 1, 2, \dots, s), \\ \sum_{j=1}^n o_j \cong 1 ; (j \cong 1, 2, \dots, n), \\ o_j \cong 0 ; \tau : \text{Free.} \end{array} \right. \quad (4)
 \end{aligned}$$

¹ Variable Returns to Scale

² Pure Technical Effect

³ Scale Effect

⁴ Alvarez

همان طور که گفته شد، این روش با فرض اینکه همه‌ی DMUها در مقیاس بهینه فعالیت نمی‌کنند، کارایی تکنیکی (TE) به کارایی ناشی از مقیاس و کارایی تکنیکی خالص تقسیم می‌شود. با توجه به آن که مدل DEA با بازده نسبت به مقیاس متغیر، کارایی تکنیکی یک واحد خاص را که وابسته به مقیاس نیست، نشان می‌دهد هرگونه تفاوت بین نتایج کارایی تکنیکی دو حالت CRS و VRS، نشان‌دهنده‌ی ناکارآمدی مقیاس خواهد بود (اشمیدل^۱، ۲۰۰۴). برای اندازه‌گیری ناکارایی مقیاس، نتایج مدل DEA برای حالت بازده نسبت به مقیاس متغیر (VRS) (به‌منظور حصول اطمینان از اینکه واحدهای ناکارای هم‌اندازه، با یکدیگر مقایسه می‌شوند) را در نظر گرفته نتایج مدل (CRS) را که دارای بازده نسبت به مقیاس ثابت می‌باشد را از آن کم می‌کنیم (بنکر و همکاران، ۱۹۸۴).

۲-۶- شاخص تغییرات بهره‌وری

از مفاهیم DEA هنگامی می‌توان استفاده نمود که تنها یک بازه‌ی زمانی را مورد بررسی قرار می‌دهیم؛ و زمانی که در نظر داریم تغییرات نمونه‌های مختلف را در طول زمان باهم مقایسه کنیم، نیازمند نگاهی متفاوت خواهیم بود. اساساً هنگام بررسی دو دوره‌ی زمانی متوالی، دیگر صرفاً نمی‌توان مشاهدات مربوط به هر واحد تصمیم‌گیری را در مقابل مرز کارایی^۲ همان دوره‌ی زمانی ارزیابی نمود، بلکه باید آن‌ها را همچنین در مقابل یک معیار دوم از دوره‌ی زمانی قبلی نیز اندازه‌گیری کرد. چنانچه مجموعه‌ی مناسبی از داده‌ها در دسترس باشند، امکان محاسبه‌ی تغییر در عملکرد یک DMU با مجموعه‌ی چندین ورودی و خروجی، در دو دوره‌ی زمانی متوالی، توسط شاخص مالم کوئیست فراهم می‌گردد. علاوه بر این، تجزیه‌ی شاخص مالم کوئیست ابزار مؤثری را برای محقق به‌منظور تشخیص اینکه بهبود در تغییرات کلی بهره‌وری، ناشی از بهبود در کارایی می‌باشد و یا بهبود در تکنولوژی، محیاء می‌سازد. این شاخص بهره‌وری، برای اولین بار به‌وسیله مالم کوئیست به‌منظور تعریف تابع فاصله‌ای پیشنهاد گردید (مالم کوئیست^۳، ۱۹۵۳)؛ اما این کاوس و همکارانش^۴ (۱۹۸۲) بودند که توانستند شاخص بهره‌وری مالم کوئیست (MPI) را به فرم یک شاخص تئوریک در آورند؛ و نهایتاً این شاخص به‌وسیله فاره و همکارانش در سال ۱۹۹۴ به‌عنوان یک شاخص کاربردی منتشر گردید (فاره و همکاران، ۱۹۹۴).

۲-۷- توابع فاصله‌ای

با توجه به آن که شاخص مالم کوئیست با استفاده از توابع فاصله تعریف شده است، پیش از توضیح در خصوص نحوه محاسبه آن لازم است در خصوص این توابع توضیح مختصری داده شود. توابع فاصله‌ای که اولین بار توسط شپارد^۵ (۲۰۱۲) معرفی گردیدند، روشی بسیار فراگیر را برای محاسبه کارایی به دست می‌دهند. مفهوم کارایی در توابع فاصله‌ای که مبتنی بر مفهوم کارایی پیشنهاد شده توسط فارل می‌باشد، توسط تکنولوژی تولید، تعریف می‌گردد.

اگر فرض کنیم که تولیدکننده‌ها از ورودی‌های $x \equiv +x_1, \dots, x_N, \in R^N$ برای تولید خروجی‌های $y \equiv +y_1, \dots, y_M, \in R^M$ استفاده می‌کنند. آنگاه می‌توان تکنولوژی تولید را به‌صورت مجموعه تولید زیر تعریف نمود:

¹ Schmiedel
² Efficient frontier
³ Malmquist
⁴ Caves et al.
⁵ Shephard



$$T \cong \{y, x, : x \text{ can produce } y\}. \quad (5)$$

تکنولوژی تولید را همچنین می‌توان بر اساس مجموعه‌ی ورودی‌ها به صورت زیر نشان داد:

$$L+y, \cong \{x : +y, x, \angle T\}. \quad (6)$$

که در آن برای هر $y \in R^M$ مجموعه ورودی‌هایی با مقدار یکسان^۱، به صورت زیر وجود دارد.

$$I+y, \cong \{x : x \angle L+y, , \forall x \nabla L+y, , \theta \in [0, 1]\} \quad (7)$$

و بر این اساس می‌توان زیرمجموعه‌هایی که از نظر ورودی‌ها، کارا می‌باشند را به فرم زیر، تعریف نمود.

$$E+y, \cong \{x : x \angle L+y, , x \nabla L+y, , x \infty x\}. \quad (8)$$

که رابطه $E+y, \notin I+y, \notin L+y,$ برای این سه مجموعه برقرار می‌باشد.

از آنجا که بیشتر معیارهای سنجش کارایی برافزایش خروجی‌ها متمرکز هستند، می‌توان روند بالا را برای خروجی‌ها نیز تکرار کرد. بر این اساس، تکنولوژی تولید را ابتدا به صورت مجموعه‌هایی از خروجی‌ها نشان می‌دهیم:

$$P+x, \cong \{y : +x, y, \angle T\}. \quad (9)$$

که در آن برای هر $x \in R^N$ مجموعه خروجی‌هایی با مقدار یکسان، وجود دارد:

$$I+x, \cong \{y : y \angle P+x, , \forall y \nabla P+x, , \theta \in [0, 1]\}. \quad (10)$$

زیرمجموعه‌هایی که از نظر خروجی‌ها کارا می‌باشند:

$$E+x, \cong \{y : y \angle P+x, , y \nabla P+x, , y \infty y\}. \quad (11)$$

این سه مجموعه نیز در $E+x, \notin I+x, \notin P+x,$ صدق می‌کنند (فرید و همکاران^۲، ۲۰۰۸).

شپارد (۲۰۱۲) توابع فاصله‌ی ورودی و خروجی محور را به منظور توصیف کاربردی تکنولوژی تولید معرفی کرد. بر این اساس تابع فاصله‌ی ورودی محور عبارت خواهد بود از:

$$D_I+y, x, \cong \max\{\theta : +x / \theta, \angle L+y, \}. \quad (12)$$

که در آن، برای $x \angle L+y,$ خواهیم داشت $D_I+y, x, \infty 1$ و برای مقادیر $x \angle I+y,$ خواهیم داشت $D_I+y, x, \cong 1$. با توجه به مفروضات استاندارد T ، تابع فاصله ورودی $D_I+y, x,$ در y غیر افزایشی و در x غیرکاهشی، همگن از درجه $+1$ و مقعر می‌باشد.

¹ Isoquants

² Fried et al.

حال با استفاده از مفهوم توابع فاصله‌ای، میزان کارایی تکنیکی (TE_I) مدل ورودی محور فارل را می‌توان کمی دقیق‌تر به صورت مقدار تابع زیر نشان داد:

$$TE_I + y, x, \cong \min\{\mu : \mu x \angle L + y, \}. \quad (13)$$

و با استفاده از رابطه (۱۳) خواهیم داشت:

$$TE_I + y, x, \cong 1/D_I + y, x, \quad (14)$$

که در آن، برای $x \angle L + y$ ، خواهیم داشت $TE_I + y, x, \cong 1$ و برای مقادیر $x \angle I + y$ ، خواهیم داشت $TE_I + y, x, \cong 1$.

تابع فاصله‌ای خروجی محور شپارد (۲۰۱۲) توصیف کاربردی دیگری از تکنولوژی تولید را فراهم می‌آورد. این تابع فاصله‌ای خروجی محور به شرح زیر است:

$$D_o + x, y, \cong \min\{\tau : +y / \tau, \angle P + x, \}. \quad (15)$$

که در آن برای $y \angle P + x$ ، داریم $D_o + x, y, \cong 1$ و برای $y \angle I + x$ ، نیز خواهیم داشت $D_o + x, y, \cong 1$. در اینجا نیز، اگر T را استاندارد فرض کنیم، تابع فاصله‌ای خروجی محور، $D_o + x, y$ در x غیرافزایشی و در y غیرکاهشی، همگن از درجه +۱ و محدب است.

تابع خروجی محور فارل که کارایی تکنیکی (TE_o) را اندازه‌گیری می‌کند را می‌توان کمی دقیق‌تر به صورت مقدار تابع زیر نشان داد:

$$TE_o + x, y, \cong \max\{v : vy \angle P + x, \}. \quad (16)$$

بر اساس رابطه (۱۶)، خواهیم داشت:

$$TE_o + x, y, \cong [D_o + x, y,]^{01}. \quad (17)$$

برای هر $y \angle P + x$ ، داریم $TE_o + x, y, \cong 1$ و برای $y \angle I + x$ ، نیز خواهیم داشت $TE_o + x, y, \cong 1$ (فرید و همکاران، ۲۰۰۸).

در رابطه (۱۵)، θ یک عامل شعاعی است که جایگاه بردار خروجی y را به (y/τ) تطبیق می‌دهد و $\theta \angle +0, 1$ ، که در آن $\theta=1$ نشان‌دهنده ماندن در موقعیت کنونی است. اگر $\theta \angle +0, 1$ باشد بیانگر انبساط (حرکت به سمت مرکز کارایی و کاهش تابع فاصله‌ای) و اگر $\theta \angle (1, \clubsuit)$ نشان انقباض (دور شدن از مرکز کارایی) می‌باشد. از آنجایی که هدف انبساط است، بازه مطلوب ما $\theta \angle +0, 1$ می‌باشد که در آن τ کوچک‌تر نشانگر فاصله بیشتری تا مرکز مجموعه خروجی می‌باشد. τ بزرگ‌تر به معنای فاصله کمتر تا مرکز است؛ و $\theta=1$ مشخصاً نشان‌دهنده این است که انبساط بیشتر ممکن نیست زیرا مجموعه خروجی Y^I دقیقاً روی مرکز قرار گرفته است. رابطه (۱۶) مفهوم مشابهی را برای $\clubsuit, \theta \angle 1$ نشان می‌دهد؛ و به علت دوطرفه بودن آن، بازه ممکن برای تابع فاصله‌ای خروجی محور همچنان $\theta \angle +0, 1$ می‌باشد. همان‌گونه که بحث شد، بیشترین مقدار تابع فاصله‌ای خروجی محور $D_o(x, y)$ برابر ۱ است مبنی



بر اینکه واحد تولیدی بر روی مرز فعالیت می‌کند و کاملاً کارا می‌باشد. وقتی که مقدار تابع فاصله‌ای خروجی محور کمتر از یک باشد، واحد تولیدی در زیر مرز تولید می‌کند و به‌صورت فنی ناکارا در نظر گرفته می‌شود (کولی و همکاران، ۲۰۰۵).

۸-۲- محاسبه شاخص بهره‌وری مالم کوئیست (MPI)

شاخص مالم کوئیست یکی از انواع شاخص‌های بهره‌وری کل عوامل است که به چند جزء از جمله تغییرات تکنولوژیک و تغییرات کارایی فنی کل، تغییرات کارایی مدیریت و تغییرات کارایی مقیاس قابل تفکیک است (مهرالحسنی و همکاران^۱، ۲۰۱۹). با استفاده از تابع فاصله از خروجی محوری که در رابطه (۱۵) تشریح گردید، شاخص مالم کوئیست خروجی محور را برای یک DMU_0 منفرد، بین دوره t و $t+1$ به‌صورت زیر تعریف می‌نماییم:

$$M_0(x^{t-1}, y^{t-1}, x^t, y^t) \cong \left\{ \frac{D_0^t(x^{t-1}, y^{t-1})}{D_0^t(x^t, y^t)} \frac{D_0^{t-1}(x^{t-1}, y^{t-1})}{D_0^{t-1}(x^t, y^t)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

مقدار M_0 بزرگ‌تر از ۱ نشان‌دهنده بهبود کارایی ورودی-خروجی از دوره t تا $t+1$ و مقدار کمتر از ۱ نشان‌دهنده عدم بهبود کارایی ورودی-خروجی می‌باشد (کاوس و همکاران، ۱۹۸۲).

رابطه (۱۸) را می‌توان به‌صورت زیر تغییر داد و بدین ترتیب آن را به دو اثری که پیش‌تر اشاره گردید، تجزیه نمود.

$$M_0(x^{t-1}, y^{t-1}, x^t, y^t) \cong \frac{D_0^{t-1}(x^{t-1}, y^{t-1})}{D_0^t(x^t, y^t)} \sqrt{\frac{D_0^t(x^{t-1}, y^{t-1})}{D_0^{t-1}(x^{t-1}, y^{t-1})} \frac{D_0^t(x^t, y^t)}{D_0^{t-1}(x^t, y^t)}} \quad (19)$$

$$M \cong \Gamma EFF. \Gamma TECH. \quad (20)$$

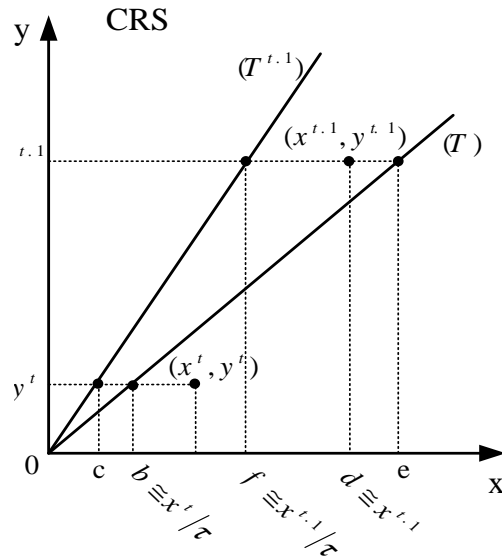
قسمت بیرون رادیکال، بیانگر تغییر در سطح کارایی است و معادل نسبت کارایی تکنیکی فارل، برای دوره زمانی t و $t+1$ می‌باشد؛ و عامل زیر رادیکال، میانگین هندسی تغییر تکنولوژی، برای سطوح ستاده y^t و y^{t+1} را نشان می‌دهد (سریفسوی^۲، ۲۰۰۶).

مقادیر بیشتر از یک شاخص مالم کوئیست بیانگر آن است که در بهره‌وری، بهبود اتفاق داده است. همین‌طور کاهش در سطح عملکرد، توسط شاخص مالم کوئیست کوچک‌تر از ۱ نشان داده می‌شود. به‌منظور تحلیل اجزای تشکیل‌دهنده شاخص مالم کوئیست نیز، به همین ترتیب عمل می‌شود. با توجه به آن که حاصل ضرب کارایی و تغییر تکنیکی، رشد بهره‌وری را در دو دوره زمانی متوالی، تعریف می‌کند. هر یک از این اجزا ممکن است که نتایج متضادی را نشان بدهند (اشمیدل، ۲۰۰۴).

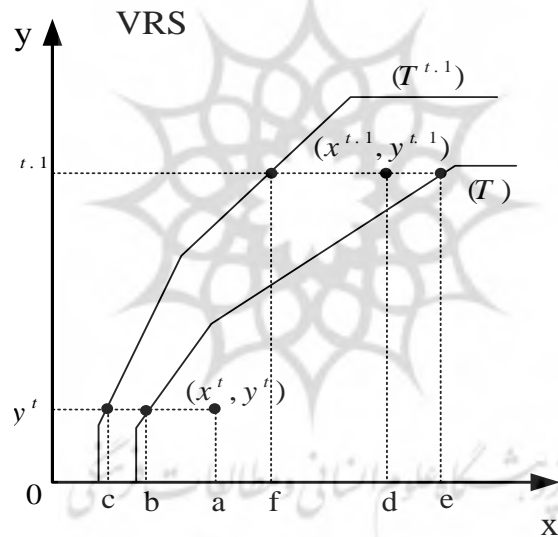
برای روشن شدن موضوع، تصاویر مربوط به عملکرد یک شرکت را در دو دوره زمانی متوالی در مورد توجه قرار می‌دهیم.

¹ Mehroolhassani et al.

² Serifsoy



شکل ۱- رویکرد مالم کوئیست ورودی محور برای CRS.
Figure 1- Malmquist input-driven approach for CRS.



شکل ۲- رویکرد مالم کوئیست ورودی محور برای VRS.
Figure 2- Malmquist input-driven approach for VRS.

شکل ۱ (حالت CRS) را در نظر بگیرید، در این شکل یک واحد تصمیم‌گیری برای دو دوره‌ی زمانی t و $t+1$ به ترتیب با مرزهای کارایی T^t و T^{t+1} تصویر شده است که دارای یک ورودی (x) ، یک خروجی (y) و بازده نسبت به مقیاس ثابت، می‌باشد. صرف نظر از ترکیبات ورودی و خروجی، y^t, x^t و y^{t+1}, x^{t+1} ، شیب هر دو مرز کارایی، نشان می‌دهد که از دوره‌ی t تا $t+1$ پیشرفت‌های تکنولوژی (که آن را با $\Gamma TECH$ نشان می‌دهیم)، اتفاق افتاده است یا خیر. از آنجاکه شیب مرز کارایی T^{t+1} تندتر از T^t می‌باشد، تکنولوژی باید پیشرفت کرده باشد، زیرا می‌توان در دوره $t+1$ با ورودی کمتر، همان مقدار خروجی را تولید نمود. این موضوع را به راحتی می‌توان با دقت در نقاط c و b شکل، نشان داد. این نقاط ورودی‌های موردنیاز برای تولید سطح یکسانی از خروجی‌های y^t را در دوره متوالی t و $t+1$ نشان می‌دهند؛ بنابراین تولید همان سطح از خروجی‌ها با ورودی‌های کمتر، $c < b$ ، وقتی از تکنولوژی



T^{t-1} ، استفاده می‌کنیم، امکان‌پذیر می‌باشد. برای مشاهده‌ی تغییرات کارایی (که آن را با $GEFF$ نشان می‌دهیم)، باید نگاه دقیق‌تری به ترکیبات ورودی-خروجی یعنی y^t, x^t و y^{t-1}, x^{t-1} یک واحد تصمیم‌گیری داشته باشیم. همان‌طور که به نظر می‌رسد، هیچ‌یک از این دو، به شیوه‌ای کارآمد تولید نمی‌شوند. توجه داشته باشید که نقاط b و f نشان‌دهنده حداقل سطح ورودی لازم برای سطح خروجی موردنظر y^t و y^{t-1} را نشان می‌دهند. از آنجاکه انحراف از مرز کارایی در دوره‌ی $t+1$ در مقایسه با دوره‌ی t افزایش یافته است، بنابراین کارایی برای این DMU کاهش می‌یابد. در مجموع دو عامل تغییر بهره‌وری DMU، یعنی $DMU \cong \Gamma EFF \partial \Gamma TECH$ در جهت مخالف عمل می‌کنند. شکل ۲ (VRS)، حالت بازده نسبت به مقیاس متغیر را نشان می‌دهد که می‌تواند به‌طور مشابه‌ای تحلیل می‌شود. در اینجا نیز $T^t \in T^{t-1}$ ، پیشرفت تکنولوژی اتفاق افتاده را نشان می‌دهد (سریفسوی، ۲۰۰۶).

همان‌طور که گفته شد، برای محاسبه و همچنین تجزیه شاخص مال‌کوئیسیت از چهار تابع فاصله‌ای متفاوت $D^t(x^t, y^t)$ ، $D^{t-1}(x^t, y^t)$ ، $D^t(x^{t-1}, y^{t-1})$ و $D^{t-1}(x^{t-1}, y^{t-1})$ استفاده می‌شود.

برای تخمین این توابع مرزی، یک روش برنامه‌ریزی خطی مشابه DEA به کار گرفته می‌شود که به‌عنوان یکی از پراستفاده‌ترین تکنیک‌ها، به‌وسیله فار پیشنهاد شده است.

با فرض بازده نسبت به مقیاس ثابت، برای مدل‌های DEA خروجی محور، مسائل برنامه‌ریزی خطی موردنظر در مدل‌های (۲۱) تا (۲۴) فرموله شده است. باید توجه نمود که توابع فاصله‌ای در مدل‌های برنامه‌ریزی خطی (۲۱) و (۲۲) شامل اطلاعات تولید و تکنولوژی همان دوره‌های زمانی می‌باشند. دو مدل برنامه‌ریزی خطی دیگر، نقاط تولید یک دوره زمانی را با تکنولوژی مرجع دوره‌ی زمانی دیگر، مقایسه می‌کند. مدل‌های برنامه‌ریزی خطی خروجی محور به شرح زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} & \left[D^t(x^t, y^t) \right]^{01} \cong \max t \\ & St: \\ & 0 t y_i^t \cdot Y^t o \infty 0, \\ & x_i^t 0 X^t o \infty 0, \\ & o \infty 0. \end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned} & \left[D^{t-1}(x^{t-1}, y^{t-1}) \right]^{01} \cong \max t \\ & St: \\ & 0 t y_i^{t-1} \cdot Y^{t-1} o \infty 0, \\ & x_i^{t-1} 0 X^{t-1} o \infty 0, \\ & o \infty 0. \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} & \left[D^{t-1}(x^t, y^t) \right]^{01} \cong \max t \\ & St: \\ & 0 t y_i^t \cdot Y^{t-1} o \infty 0, \\ & x_i^t 0 X^{t-1} o \infty 0, \\ & o \infty 0. \end{aligned} \tag{23}$$

$$\|D^t(x^{t-1}, y^{t-1})\|^{01} \cong \max t$$

St :

$$0 t y_i^{t-1} . Y^t o \infty 0,$$

$$x_i^{t-1} 0 X^t o \infty 0,$$

$$o \infty 0.$$

(۲۴)

در مدل‌های فوق t ، معرف کارایی تکنیکی، o بردار $N \times 1$ اعداد ثابت و X و Y به ترتیب بیانگر ماتریس ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشند.

این رهیافت می‌تواند برای بازده نسبت به مقیاس متغیر نیز به منظور تجزیه‌ی تغییر کارایی تکنیکی به اجزای آن یعنی

کارایی مقیاس و کارایی فنی خالص، توسعه پیدا کند. برای این منظور کافی است محدودیت محدب $\prod_{j=1}^n o_j \cong 1$ را

به تمامی مدل‌های برنامه‌ریزی خطی (۲۱) تا (۲۴) اضافه نماییم (اشمیدل، ۲۰۰۴).

۹-۲- سیستم‌های خاکستری

سیستم‌های خاکستری در سال ۱۹۸۲ توسط جولانگ دنگ^۱ معرفی گردید. در این سیستم، اطلاعات به ۳ بخش سفید؛ با اطلاعات کاملاً قطعی (معین)، خاکستری؛ با اطلاعات ناقص و سیاه؛ بدون هیچ‌گونه اطلاعاتی، تقسیم می‌شوند. سیستم‌های خاکستری در ارتباط با اطلاعاتی هستند که به دسته خاکستری (دسته دوم) تعلق دارند. به دلیل اطلاعات ناقص، بیشتر ویژگی‌های آماری سیستم به‌وضوح مشخص نیست. اگرچه، داده‌های در دسترس، یک محدوده‌ای از اطلاعات را مشخص می‌کند. استفاده از اطلاعات خاکستری مستلزم شناسایی داده‌های خاکستری و عملگرهای ریاضی مرتبط با آن‌ها می‌باشد. برای توضیح این موضوع فرض می‌کنیم اعداد خاکستری زیر را در اختیار داریم:

$$\otimes G_1 \cong \lfloor \underline{G}_1, \bar{G}_1 \rfloor \quad G \otimes_2 \cong \lfloor \underline{G}_2, \bar{G}_2 \rfloor$$

در اعداد خاکستری فوق، \underline{G}_1 و \underline{G}_2 حدود پایین و \bar{G}_1 و \bar{G}_2 حدود بالای اعداد خاکستری می‌باشند. همچنین عملیات ریاضی اعداد فاصله‌ای خاکستری به شرح زیر خواهد بود:

$$\otimes G_1 . \otimes G_2 \cong \lfloor \underline{G}_1 . \underline{G}_2, \bar{G}_1 . \bar{G}_2 \rfloor$$

$$\otimes G_1 0 \otimes G_2 \cong \lfloor \underline{G}_1 0 \underline{G}_2, \bar{G}_1 0 \bar{G}_2 \rfloor$$

$$\otimes G_1 \partial \otimes G_2 \cong$$

$$[\min \{ \underline{G}_1 \underline{G}_2, \underline{G}_1 \bar{G}_2, \bar{G}_1 \underline{G}_2, \bar{G}_1 \bar{G}_2 \},$$

$$\max \{ \underline{G}_1 \underline{G}_2, \underline{G}_1 \bar{G}_2, \bar{G}_1 \underline{G}_2, \bar{G}_1 \bar{G}_2 \}]$$

$$\otimes G_1 \otimes G_2 \cong \lfloor \underline{G}_1, \bar{G}_1 \rfloor \partial \left\{ \frac{1}{\underline{G}_2}, \frac{1}{\bar{G}_2} \right\}$$

$$K \otimes \lfloor \underline{KG}, \bar{KG} \rfloor, K \in \mathbb{R}^+$$



حال چنانچه فرض کنیم بردارهای داده و ستاده (ورودی و خروجی) مدل CCR همگی به صورت اعداد خاکستری هستند و آن‌ها را به صورت $\emptyset x_j, \emptyset y_j (j \equiv 1, \dots, n)$ نشان دهیم، می‌توانیم تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها را برای داده‌های خاکستری، مورد استفاده قرار دهیم. بر این اساس مدل CCR خاکستری با اعداد خاکستری به صورت رابطه (۲۵)، قابل بازنویسی می‌باشد:

$$\begin{aligned} \max \quad & z \equiv \pi^T \emptyset y_{j_0} \\ \text{st:} \quad & \zeta^T \emptyset x_j - \pi^T \emptyset y_j \leq 0, \quad j \equiv 1, \dots, n, \\ & \zeta^T \emptyset x_{j_0} \equiv 1, \quad \zeta \geq 0, \pi \geq 0. \end{aligned} \quad (25)$$

فرض می‌کنیم که اعداد خاکستری در این مدل اعداد خاکستری فاصله‌ای (پیوسته) هستند، به این معنا که حدود بالا و پایین آن‌ها مشخص هستند، اما مقادیر عددی واقعی آن‌ها مشخص نمی‌باشد. به طور کلی این اعداد خاکستری $\emptyset a \equiv [a, b]$ نشان داده می‌شوند که a حد پایین و b حد بالا می‌باشد؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \emptyset x_j & \equiv (\emptyset x_{1j}, \dots, \emptyset x_{mj})^T \leq 0 \\ & \equiv ([a_{1j}, b_{1j}], \dots, [a_{mj}, b_{mj}])^T \\ \emptyset y_j & \equiv (\emptyset y_{1j}, \dots, \emptyset y_{sj})^T \leq 0 \\ & \equiv ([c_{1j}, d_{1j}], \dots, [c_{sj}, d_{sj}])^T. \end{aligned} \quad (26)$$

بردارهای ورودی و خروجی DMU_j شامل داده‌های خاکستری فاصله‌ای (پیوسته) هستند. با توجه به خواص عملیاتی اعداد خاکستری، برنامه‌ریزی خطی (۲۵) را می‌توانیم با اعداد خاکستری فاصله‌ای به صورت استاندارد زیر بنویسیم:

$$\begin{aligned} \min \quad & \tau \equiv \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} \right. [0 d_{rj_0}, 0 c_{rj_0}] \pi_r \\ \text{st:} \quad & \left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} \right. [a_{ij}, b_{ij}] \zeta_i \cdot \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} \right. [0 d_{rj}, 0 c_{rj}] \pi_r \leq 0, \quad (j \equiv 1, \dots, n), \\ & \left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} \right. [a_{ij_0}, b_{ij_0}] \zeta_i \equiv 1 \quad \zeta \geq 0, \pi \geq 0. \end{aligned} \quad (27)$$

بر این اساس مقدار حد پایین محدودیت‌ها عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} \left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} \right. a_{ij} \zeta_i \cdot \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} \right. d_r \pi_r \leq 0, \quad (j \equiv 1, \dots, n), \\ \left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} \right. b_{ij_0} \zeta_i \equiv 1, \quad \zeta \geq 0, \pi \geq 0. \end{aligned} \quad (28)$$

و مقدار حد بالای محدودیت‌ها نیز به صورت زیر در خواهد آمد.

بنابراین برنامه‌ریزی خطی خاکستری (۲۷) به دو برنامه‌ریزی خطی سفیدسازی شده به صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$\left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} b_{ij} \zeta_i \right| \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} c_{rj} \pi_r \right| \infty 0, (j \cong 1, \dots, n)(j \approx j_0), \quad (29)$$

$$\left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} a_{ij0} \zeta_i \right| \cong 1, \quad \zeta \infty 0, \pi \infty 0.$$

$$\min \tau \cong 0 \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} c_{rj0} \pi_r \right|$$

st :

و $\left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} a_{ij} \zeta_i \right| \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} d_{rj} \pi_r \right| \infty 0, (j \cong 1, \dots, n), \quad (30)$

$$\left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} b_{ij0} \zeta_i \right| \cong 1, \quad \zeta \infty 0, \pi \infty 0.$$

$$\min \tau \cong 0 \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} d_{rj0} \pi_r \right|$$

st.

$$\left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} b_{ij} \zeta_i \right| \left| \begin{array}{l} s \\ r=1 \end{array} c_{rj} \pi_r \right| \infty 0, (j \cong 1, \dots, n)(j \approx j_0), \quad (31)$$

$$\left| \begin{array}{l} m \\ i=1 \end{array} a_{ij0} \zeta_i \right| \cong 1, \quad \zeta \infty 0, \pi \infty 0.$$

با

حل مسائل برنامه‌ریزی خطی (۳۰) و (۳۱)، مقادیر بهینه متناظر با τ_1 و τ_2 به ترتیب و با تفکیک به دست می‌آیند. مقدار تابع هدف برنامه‌ریزی خاکستری (۲۷) $\min \tau \cong [\tau_1, \tau_2]$ می‌باشد. در حقیقت این نیز یک عدد خاکستری فاصله‌ای می‌باشد. برای مدل DEA خاکستری با اعداد خاکستری فاصله‌ای، میزان کارایی DMU_{j_0} عدد خاکستری زیر است:

$$\max z \cong [0\tau_2, 0\tau_1]. \quad (32)$$

چنانچه این فاصله شامل عدد یک باشد، گفته می‌شود DMU_{j_0} از نظر DEA خاکستری کارا می‌باشد و اگر $0 \tau_2 \infty 0, 0 \tau_1 \cong 1$ برای $0 \leq \tau_1, \tau_2 \leq 1$ به شرط آنکه $A0, \pi A0$ باشند، DMU_{j_0} از نظر DEA خاکستری و در سطح ۰ کارا می‌باشد (یانگ، ۱۹۹۴).

۳- داده‌های پژوهش

همان‌طور که پیش‌تر عنوان گردید، استفاده از نسبت‌های مالی به منظور سنجش عملکرد سازمان‌ها پیشینه‌ای طولانی داشته و کارآمدی آن‌ها، بارها مورد سنجش قرار گرفته است. باین‌حال نسبت‌های مالی عموماً با استفاده از اطلاعات مندرج در صورت‌های مالی شرکت، تصویر ثابتی از عملکرد را در یک لحظه خاص ارائه می‌دهند. حال آنکه در واقعیت، این اطلاعات در جریان فعالیت شرکت دائماً در حال تغییر بوده و مقدار قطعی‌ای برای آن‌ها در یک بازه زمانی (به‌عنوان مثال سال مالی) وجود ندارد. در این پژوهش به‌منظور آنکه نتایج حاصل از نسبت‌های مالی با واقعیت مطابقت بیشتری داشته باشد، به‌جای استفاده از اطلاعات قطعی، از داده‌های خاکستری (بازه‌ای) بهره گرفته شده است. برای این منظور ابتدا اقدام به شناسایی نسبت‌های مالی کارآمد برای سنجش عملکرد توسط مدل تحلیل پوششی داده و شاخص بهره‌وری مال‌کوئیسیت نموده و سپس مقادیر این نسبت‌ها بر اساس گزارش‌های حسابرسی شده یا حسابرسی نشده ۳ ماهه، ۶ ماهه، ۹ ماهه و ۱۲ ماهه منتشرشده توسط سازمان بورس اوراق بهادار تهران، در



هرسال مالی محاسبه گردید. سپس بیشترین و کمترین مقدار به دست آمده برای هر یک از این نسبت‌ها به ترتیب به عنوان حد بالا و حد پایین آن نسبت در آن سال مالی در نظر گرفته شد. به عبارت بهتر، فرض گردید که مقدار نسبت مالی مورد نظر در آن سال، در فاصله محاسبه شده در نوسان می باشد. سپس نتایج به دست آمده از این بخش به عنوان متغیرهای خاکستری پژوهش، مبنای سنجش عملکرد شرکت‌های تحت بررسی قرار گرفت.

برای این منظور، در ابتدا باهدف شناسایی نسبت‌های مالی مناسب، مطالعات مالپاترا (۲۰۰۸)، دی و همکاران (۲۰۱۱)، خواجهی و همکاران^۱ (۲۰۰۵) و همچنین صدقیانی و همکاران^۲ (۲۰۱۳)، در کنار سایر پژوهش‌های مرتبط با موضوع، مورد بررسی قرار گرفت. کارآمدترین نسبت‌های مالی برای استفاده به عنوان متغیرهای ورودی و خروجی مدل تحلیل پوششی داده‌ها، از میان طیف وسیعی از نسبت‌های مالی انتخاب گردید. همچنین تلاش شد نسبت‌هایی به عنوان متغیرهای تحقیق انتخاب شوند که عناصر تشکیل دهنده‌شان دارای نوعی روند (افزایشی یا کاهش) نباشد تا بدین ترتیب مقادیر به دست آمده از متغیرهای پژوهش، در طول سال مالی قابل مقایسه با یکدیگر باقی بمانند. در نهایت هفت نسبت مالی از میان کارآمدترین و پرکاربردترین نسبت‌های مالی، به فرم زیر انتخاب گردیدند:

0 متغیرهای ورودی

جمع بدهی‌های جاری و غیر جاری به جمع دارایی‌های جاری (R1)، جمع بدهی‌های جاری و غیر جاری به جمع دارایی‌های غیر جاری (R2)، جمع بدهی‌های جاری به جمع حقوق صاحبان سهام (R3).

0 متغیرهای خروجی

سود (زیان) خالص به فروش (حاشیه فروش خالص) (R4)، قیمت هر سهم به سود سالیانه هر سهم (P/E) (R5)، جمع دارایی‌های جاری به جمع بدهی‌های جاری (نسبت جاری) (R6) و بهای تمام شده کالای فروش رفته به موجودی مواد و کالا (R7).

همچنین تفکیک نسبت‌های فوق به دو دسته متغیرهای ورودی و خروجی، بر اساس رویکرد مالپاترا (۲۰۰۸) و ورتینگتن^۳ (۱۹۹۸) صورت پذیرفته است. بر این مبنا نسبت‌هایی که افزایش آن‌ها به معنای افزایش کارایی شرکت می باشد به عنوان متغیرهای خروجی و نسبت‌هایی که کاهش آن‌ها به معنای عملکرد بهتر می باشد به عنوان متغیرهای ورودی مدل DEA مورد استفاده قرار گرفتند.

۴- یافته‌ها

بر اساس آنچه ذکر گردید و با توجه به تحقیقات ژوو^۴ (۱۹۹۶)، دسپوتیس و اسمیرلیس^۵ (۱۹۹۶) و یانگ (۱۹۹۸)، به منظور محاسبه کارایی شرکت‌های عضو صنعت سیمان بورس اوراق بهادار تهران بر مبنای اعداد خاکستری، دو مدل بازده نسبت به مقیاس ثابت (مدل CCR) و بازده نسبت به مقیاس متغیر (مدل BCC) رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها، در دو حالت ورودی و خروجی محور، یکبار برای حد بالای داده‌های خاکستری و یکبار برای حد پایین این داده‌ها به کار گرفته شد. کارایی بازه‌ای به دست آمده در حالت ورودی محور، برای دو مدل مذکور در دو سال ۱۳۹۷ و

¹ Khajavi et al.

² Sadaghiani

³ Worthington

⁴ Zhu

⁵ Despotis and Smirlis

۱۳۹۸ در جدول ۱، قابل مشاهده می باشد. لازم به توضیح است که به علت شباهت تقریبی نتایج حالت خروجی محور مدل های فوق، با حالت ورودی محور آن ها و به منظور اختصار مطالب، از ذکر نتایج حالت خروجی محور، اجتناب شده است.

جدول ۱- نتایج DEA خاکستری ورودی محور.

Table 1- DEA gray input axis results.

DMU	مدل CCR 1397	مدل CCR مالی 1398	مدل BCC 1397	مدل BCC مالی 1398
1	[0.94,1]	[0.74,1]	[0.94,1]	[1,1]
2	[0.26,0.3]	[0.24,0.47]	[0.36,0.4]	[0.34,0.52]
3	[0.43,0.67]	[0.67,0.93]	[0.45,0.88]	[0.86,1]
4	[0.77,0.83] *	[0.42,0.68]	[0.89,0.97]	[0.43,0.77]
5	[0.44,0.84] *	[0.62,1]	[0.47,0.88] *	[0.64,1]
6	[0.63,1]	[0.73,1] *	[0.67,1]	[0.76,1] *
7	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]
8	[0.4,0.51] *	[0.28,0.48]	[0.51,0.56]	[0.37,0.52]
9	[0.32,0.57]	[0.35,0.5]	[0.4,0.58]	[0.4,0.58]
10	[0.37,0.45] *	[0.44,0.57]	[0.46,0.47]	[0.49,0.59]
11	[0.92,1]	[0.71,1]	[0.94,1]	[0.73,1]
12	[0.29,0.7]	[0.23,0.78]	[0.34,0.7]	[0.29,0.78]
13	[0.63,1]	[0.53,1]	[0.64,1]	[0.6,1]
14	[0.79,0.96]	[0.31,0.68]	[1,1]	[0.38,0.72]
15	[0.48,0.51] *	[0.32,0.75]	[0.58,0.58]	[0.36,0.77]
16	[0.77,0.99]	[0.71,0.86]	[0.78,1]	[0.73,0.87]
17	[0.43,0.77]	[0.38,0.57]	[0.43,0.78]	[0.41,0.63]
18	[0.38,1]	[0.94,1]	[0.4,1]	[1,1]
19	[0.44,0.54]	[0.35,0.59]	[0.5,0.55]	[0.44,0.64]
20	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]
21	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]
22	[0.51,0.66]	[0.34,1]	[0.53,0.83]	[0.44,1]
23	[0.88,0.92] *	[0.6,0.89]	[0.92,0.92]	[0.61,0.89]
24	[0.35,0.53]	[0.3,0.6]	[0.44,0.57]	[0.34,0.63]
25	[0.99,1]	[0.59,1]	[1,1]	[1,1]
26	[1,1]	[0.37,1]	[1,1]	[0.37,1]
27	[0.36,0.5]	[0.4,0.55]	[0.38,0.54]	[0.41,0.59]
28	[0.26,0.64]	[0.41,1]	[0.36,0.84]	[0.42,1]
29	[1,1]	[0.81,1]	[1,1]	[1,1]

باید اشاره نمود در جدول ۱، حد بالای محاسبه شده برای بازه هایی که با علامت * مشخص شده اند، نسبت به حد پایین محاسبه شده برای آن ها، دارای مقداری کوچک تر می باشد؛ به عبارت دیگر فاصله بهترین عملکرد این شرکت ها با مرز کارایی حاصل از حد بالای اطلاعات، بیشتر از فاصله بدترین عملکرد آن ها تا مرز کارایی حاصل از حد پایین اطلاعات می باشد.

با توجه به نتایج مندرج در جدول ۱ مشاهده می شود که از مجموع ۲۹ شرکت صنعت سیمان عضو بورس اوراق بهادار تهران، در سال ۱۳۹۷ بر اساس شاخص یانگ، تعداد ۱۰ شرکت توسط مدل CCR و همچنین ۱۲ شرکت توسط مدل BCC کارا تشخیص داده شده اند. از این تعداد در مدل CCR، ۵ شرکت به صورت کاملاً کارا (حد پایین و بالای کارایی

آن‌ها برابر یک می‌باشد) و ۵ شرکت حدوداً کارا (حد بالای کارایی آن‌ها برابر یک می‌باشد، اما حد پایین کارایی مقداری کمتر از یک دارد) می‌باشند. در مدل BCC نیز ۷ شرکت کاملاً کارا و ۵ شرکت دیگر حدوداً کارا می‌باشند. همچنین در سال ۱۳۹۸ از میان شرکت‌های مورد مطالعه، ۱۱ مورد توسط مدل CCR و ۸ مورد توسط مدل BCC کارا تشخیص داده شده‌اند. برای این سال مدل CCR، ۳ شرکت را کاملاً و ۱۲ شرکت را حدوداً کارا شناسایی کرده و مدل BCC نیز تعداد ۷ شرکت را کاملاً و ۵ شرکت دیگر را حدوداً کارا تشخیص داده است.

همچنین لازم به توضیح است که DMUهای شماره ۷، ۲۰ و ۲۱ تنها شرکت‌هایی هستند که توسط هر دو مدل CCR و BCC ورودی محور، در سال‌های ۱۳۹۷ و ۱۳۹۸ کارایی کامل را نشان می‌دهند.

با استفاده از اطلاعات جدول ۸، همچنین می‌توان ناکارایی مقیاس خاکستری را برای تک‌تک واحدهای مورد بررسی، به دست آورد. با توجه به آن که مقیاس کارایی تکنیکی (TE) به دست آمده از مدل CCR را می‌توان، به دو جزء کارایی (ناکارایی) مقیاس و کارایی (ناکارایی) تکنیکی خالص، تجزیه نمود؛ بنابراین همان‌طور که پیش‌تر گفته شد ناکارایی ناشی از مقیاس عبارت خواهد بود از:

$$\text{کارایی مدل CCR} - \text{کارایی مدل BCC} = \text{ناکارایی مقیاس}$$

با به‌کارگیری عملیات جبری اعداد خاکستری، به‌سادگی می‌توان ناکارایی ناشی از مقیاس خاکستری را برای تمامی شرکت‌ها محاسبه نمود.

پس از انجام محاسبات مربوط به کارایی، لازم است میزان تغییرات بهره‌وری شرکت‌های مورد مطالعه را از سال ۱۳۹۷ به سال ۱۳۹۸ محاسبه نماییم. به‌منظور محاسبه شاخص تغییرات بهره‌وری مالم کوئیسیت خاکستری، دو رویکرد متفاوت قابل استفاده می‌باشد. در رویکرد اول، می‌توانیم پس از حل چهار مسئله برنامه‌ریزی خطی خاکستری اشاره‌شده در بخش پیشین، نتایج خاکستری به‌دست‌آمده را (با توجه به عملیات جبری اعداد خاکستری)، درون رابطه (۱۸) جایگذاری کرده و شاخص مالم کوئیسیت خاکستری را محاسبه نماییم؛ اما با توجه به آن که برای محاسبه شاخص مالم کوئیسیت لازم است تا از حاصل ضرب نتایج به‌دست‌آمده از حل LPهای مذکور جذر گرفته شود و از طرف دیگر جذر گرفتن از اعداد خاکستری موجب برهم خوردن مقیاس این اعداد می‌گردد (به‌خصوص آن که توقع می‌رود نتایج شاخص مالم کوئیسیت در اطراف عدد یک نوسان کنند)، این رویکرد روش مناسبی به نظر نمی‌رسد. در این مقاله با توجه به آن که شاخص مالم کوئیسیت نیز همانند رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها نیازمند حل مسائل برنامه‌ریزی خطی می‌باشد از تکنیک مشابه‌ای که برای حل DEA خاکستری مورد استفاده قرار گرفت، بهره گرفته شده است. به این معنی که شاخص مالم کوئیسیت یک‌بار برای حد بالای داده‌های خاکستری و یک‌بار برای حد پایین این داده‌ها محاسبه شده است. به عبارت بهتر برای هر کدام از DMUهای مورد بررسی در هر یک از مدل‌های CCR و BCC به‌جای ۴ مسئله برنامه‌ریزی خطی، ۸ مسئله حل گردیده است. نتایج این رویکرد، علی‌رغم آن که نیازمند محاسبات بیشتری می‌باشد، به نظر می‌رسد از دقت بیشتری برخوردار می‌باشد. این نتایج به‌صورت شاخص مالم کوئیسیت خاکستری در جدول ۲ قابل مشاهده می‌باشند. باید اشاره نمود که در این جدول نیز، برای بازه‌هایی که با علامت * مشخص شده‌اند، مقدار حد بالای به‌دست‌آمده از محاسبات، کوچک‌تر از مقدار حد پایین آن‌ها می‌باشد.

جدول ۲- نتایج شاخص مالم کوئیست خاکستری در حالت ورودی محور.
Table 2 - Gray Malmquist index results in input-axis mode.

شاخص مالم کوئیست BCC	شاخص مالم کوئیست CCR	DMU
[0.87,1]	[1,1.01]*	1
[0.84,1.03]*	[0.74,1.05]*	2
[0.48,0.8]	[0.6,0.82]	3
[1.06,1.38]*	[1.05,1.33]*	4
[0.62,0.97]*	[0.65,0.96]*	5
[0.64,1.33]	[0.54,1.37]	6
[0.99,1]	[0.97,1]	7
[1.07,1.23]*	[1.01,1.4]*	8
[0.94,1.08]	[0.82,1.16]	9
[0.85,0.9]	[0.81,0.89]*	10
[0.95,1.02]*	[0.95,1.12]*	11
[0.87,1.08]*	[0.91,1]*	12
[0.91,0.91]	[0.87,0.88]	13
[1.29,2.39]*	[1.26,2.11]*	14
[1.16,1.68]*	[1.18,1.62]*	15
[0.86,1.04]	[0.85,1.03]	16
[0.88,1.06]	[0.87,1.1]	17
[0.4,1]	[0.37,0.93]	18
[0.93,1.01]*	[0.95,1.03]*	19
[1,1]	[1,1]	20
[1,1.08]*	[1,1.08]*	21
[0.85,1.07]*	[0.73,1.19]*	22
[1.01,1.3]*	[0.89,1.31]*	23
[1.14,1.21]*	[1.09,1.21]	24
[0.93,0.98]	[0.96,1.48]*	25
[1,2.41]*	[1,2.42]*	26
[0.87,1.13]	[0.82,0.96]	27
[0.76,0.83]*	[0.6,0.65]	28
[1.04,1.09]	[1.15,1.16]	29

به منظور تحلیل نتایج به دست آمده باید گفت، چنانچه حد بالا و پایین شاخص مالم کوئیست هر دو مقداری بیشتر از یک داشته باشند، می‌گوییم شرکت مورد بررسی در سال ۱۳۹۸ نسبت به سال ۱۳۹۷ دارای رشد بهره‌وری کل می‌باشد. چنانچه حدود بالا و پایین به دست آمده برای شاخص مالم کوئیست خاکستری هر دو مقادیری کوچک‌تر از یک داشته باشند، می‌گوییم رشد منفی در بهره‌وری کل وجود داشته است و چنانچه فاصله به دست آمده برای شاخص شامل عدد یک باشد، می‌گوییم در خصوص بهره‌وری قابل ملاحظه‌ای صورت پذیرفته است. جدول ۲ برای شاخص بهره‌وری مالم کوئیست نشان می‌دهد که از مجموع ۲۹ شرکت مورد مطالعه تعداد ۹ شرکت در مدل‌های CCR و BCC دارای رشد مثبت بهره‌وری و همچنین ۹ شرکت دارای رشد منفی بهره‌وری و ۱۱ شرکت از نظر رشد بهره‌وری بدون تغییر باقی مانده‌اند.

در این مقاله همچنین با استفاده از رابطه (۱۹)، تغییرات بهره‌وری به دست آمده در جدول ۲ را، به دو جزء تغییرات کارایی و تغییرات تکنیکی تفکیک نموده‌ایم. نتایج این تفکیک برای مدل‌های BCC و CCR در جدول ۳ قابل مشاهده می‌باشد. نتایج به دست آمده در این قسمت نیز، همانند نتایج شاخص مالم کوئیست قابل تشریح و توضیح می‌باشند. ذکر این نکته لازم به نظر می‌رسد نتایج بازه‌ای به دست آمده برای تغییرات کارایی و تغییرات تکنیکی نیز بر اساس محاسبات مشابه شاخص مالم کوئیست صورت پذیرفته است. به این معنی که شاخص‌ها یک‌بار برای حد بالا و یک‌بار برای حد پایین مشاهدات محاسبه شده‌اند. به همین سبب حاصل ضرب خاکستری تغییرات کارایی در تغییرات

تکنیکی، در هر دو مدل CCR و BCC تنها برای ۱۲ DMU دقیقاً برابر شاخص مالم کوئست خاکستری می‌شود که این مسئله به علت ماهیت اعداد خاکستری بازهای و نحوه به‌کارگیری عملگر ضرب در خصوص این اعداد می‌باشد.

جدول شماره ۳ - تغییرات مرتبط با کارایی و تغییرات مرتبط با تکنولوژی.

Table 3 - Performance-related changes and technology-related changes.

	Δ Tech (BCC)	Δ EFF (BCC)	Δ Tech (CCR)	Δ EFF (CCR)	DMU
	[0.93,1]	[0.94,1]	[0.8,1]	[1,1.26]	1
	[0.97,1.11]	[0.76,1.07]	[0.95,1.15]	[0.64,1.11]	2
	[0.9,0.92]	[0.52,0.88]	[0.94,1.14]	[0.64,0.73]	3
	[0.67,0.84]	[1.26,2.07]	[0.68,0.93]	[1.13,1.96]	4
	[0.71,1.33]	[0.47,1.37]	[0.71,1.49]	[0.44,1.36]	5
	[0.95,1.01]	[0.67,1.32]	[0.86,1]	[0.63,1.37]	6
	[0.99,1]	[1,1]	[0.97,1]	[1,1]	7
	[0.9,1.01]	[1.07,1.37]	[0.77,1.21]	[0.83,1.83]	8
	[0.94,1.09]	[0.99,1]	[0.9,1.01]	[0.92,1.15]	9
	[0.92,1.13]	[0.8,0.92]	[0.87,1.27]	[0.64,1.02]	10
	[0.79,0.95]	[1,1.29]	[0.86,0.95]	[1,1.3]	11
	[0.92,0.98]	[0.9,1.18]	[0.8,1.02]	[0.9,1.25]	12
	[0.85,0.91]	[1,1.08]	[0.73,0.88]	[1,1.18]	13
	[0.91,0.93]	[1.38,2.61]	[0.82,0.89]	[1.41,2.57]	14
	[1.03,1.56]	[0.74,1.62]	[1.01,1.83]	[0.65,1.6]	15
	[0.8,0.9]	[1.06,1.15]	[0.78,0.89]	[1.09,1.16]	16
	[0.84,0.86]	[1.05,1.23]	[0.76,0.82]	[1.14,1.35]	17
	[0.98,1]	[0.4,1]	[0.91,0.93]	[0.41,1]	18
	[0.89,1.08]	[0.86,1.14]	[0.81,1.04]	[0.91,1.27]	19
	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	20
	[1,1.08]	[1,1]	[1,1.08]	[1,1]	21
	[0.89,1.03]	[0.83,1.21]	[0.79,1.1]	[0.66,1.5]	22
	[0.87,0.99]	[1.02,1.49]	[0.86,0.9]	[0.99,1.53]	23
	[0.92,1.25]	[0.91,1.32]	[0.91,1.37]	[0.89,1.19]	24
	[0.93,0.98]	[1,1]	[0.89,0.96]	[1,1.67]	25
	[0.9,1]	[1,2.68]	[0.9,1]	[1,2.69]	26
	[0.94,1.24]	[0.91,0.93]	[0.92,1.05]	[0.9,0.92]	27
	[0.9,0.98]	[0.84,0.84]	[0.97,1.01]	[0.62,0.64]	28
	[1.04,1.09]	[1,1]	[0.93,1.16]	[1,1.24]	29

۵- نتیجه‌گیری

مطالعه حاضر به سنجش کارایی و بهره‌وری شرکت‌های عضو صنعت سیمان بورس اوراق بهادار تهران پرداخته است؛ بدین منظور از رویکرد تحلیل پوششی داده‌های خاکستری و همچنین شاخص سنجش بهره‌وری مالم کوئست استفاده شده است. در این راستا، تلاش گردیده است تا با ارائه یک چارچوب مناسب، استفاده از اطلاعات غیرقطعی (خاکستری) را جایگزین اطلاعات قطعی نموده و بدین ترتیب امکان برآورد نتایج واقعی‌تری را در خصوص عملکرد شرکت‌ها فراهم آورد.

در این پژوهش، در گام اول، به شناسایی نسبت‌های مالی مناسب در خصوص سنجش کارایی پرداخته شد، سپس بر اساس نسبت‌ها مالی، برای هر سال مالی، در قالب اعداد خاکستری (بازهای) محاسبه گردید. در گام بعدی این نسبت‌ها تحت عنوان متغیرهای تحقیق، به دودسته متغیرهای ورودی و متغیرهای خروجی تقسیم شده و در نهایت کارایی و بهره‌وری بازهای شرکت‌های مورد مطالعه، برای دو سال مالی ۱۳۹۷ و ۱۳۹۸ توسط مدل‌های CCR و BCC رویکرد تحلیل پوششی داده‌های خاکستری و همچنین شاخص مالم کوئست خاکستری و اجزای تشکیل دهنده آن، برآورد گردیده است. نتایج نشان داد رشد (یا کاهش) بهره‌وری در مدل‌های CCR و BCC تنها برای پنج DMU شماره ۱، ۱۲، ۲۳، ۲۵ و ۲۷ با یکدیگر متفاوت است و برای سایر DMUها این نتایج هم‌نوا می‌باشند.





- Alinezhad, A., Mirmozaffari, M. (2018). Malmquist productivity index using two-stage dea model in heart hospitals. *Iranian journal of optimization*, 10(2), 81-92.
- Alvarez, M. A. G. (2004). *Market-based land reform: violence, efficiency, and redistribution in rural Colombia*. University of Connecticut.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092.
- Caves, D. W., Christensen, L. R., & Diewert, W. E. (1982). The economic theory of index numbers and the measurement of input, output, and productivity. *Econometrical: journal of the econometric society*, 50, 1393-1414.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Springer Science & Business Media.
- Darvish Motevalli, M., Hosseinzadeh Lotfi, F., Shoja, N., Gholamabri, A. (2019). A new model for calculating the efficiency of existing cement companies with a network structure (an application of data envelopment analysis). *Financial engineering and portfolio management*, 10(38), 65-93. (in Persian) http://fej.iauctb.ac.ir/article_664732.html?lang=fa
- De, A., Bandyopadhyay, G., & Chakraborty, B. N. (2011). Application of the factor analysis on the financial ratios and validation of the results by the cluster analysis: an empirical study on the Indian cement industry. *Journal of business studies quarterly*, 2(3), 13-31.
- Despotis, D. K., & Smirlis, Y. G. (2002). Data envelopment analysis with imprecise data. *European journal of operational research*, 140(1), 24-36.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lindgren, B., & Roos, P. (1994). Productivity developments in Swedish hospitals: a Malmquist output index approach. In *Data envelopment analysis: Theory, methodology, and applications* (pp. 253-272). Springer, Dordrecht.
- Färe, R., Grosskopf, S., Norris, M., & Zhang, Z. (1994). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. *The American economic review*, 84(1), 66-83.
- Fried, H. O., Lovell, C. K., Schmidt, S. S., & Schmidt, S. S. (2008). *The measurement of productive efficiency and productivity growth*. Oxford University Press.
- Ju-Long, D. (1982). Control problems of grey systems. *Systems & control letters*, 1(5), 288-294.
- Khajavi, Sh., Salimifard, A. R., & Rabieh, M. (2005). The application of data envelopment analysis (DEA) in determining a portfolio of the most efficient companies accepted at Tehran Stock Exchange. *Journal of social sciences and humanities of shiraz university*, 22(2), 75-89. (In Persian). URL: <https://www.sid.ir/en/journal/ViewPaper.aspx?ID=51348>
- Lee, J. Y., & Kim, D. (2013). Bank performance and its determinants in Korea. *Japan and the world economy*, 27, 83-94.
- Mahotra, D. K., & Malhotra, R. (2008). Analyzing financial statements using data envelopment analysis. *Com, lending rev.*, 23, 25-39.
- Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifference surfaces. *Trabajos de estadística*, 4(2), 209-242.
- Mehroolhassani M, Goudarzi R, Yazdi Feyzabadi V, Pourhosseini S, Darvishi A. (2019). Efficiency and productivity measurement in research sector of iranian medical sciences universities using data envelopment analysis and malmquist index. *Iranian journal of epidemiology*. 14, 1-11. (in Persian) URL: <http://irje.tums.ac.ir/article-1-6139-fa.html>
- Momeni, M. (2008). *New topics in operations research*. University of Tehran.
- Sadaghiani, J. S., Amiri, M., & Kayedpour, F. (2013). Performance measurement of companies of pharmaceutical substances industry in Tehran Stock Exchange with the approach of COLS and DEA. *Life science journal*, 10(8), 70-91.
- Schmiedel, H. (2004). *Performance of international securities markets*. Helsinki: Bank of Finland.
- Serifsoy, B. (2006). *Essays on stock exchange efficiency, business models, and governance* (Doctoral dissertation, Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt am Main, Wirtschaftswissenschaften, Darmstadt).
- Shephard, R. W. (2012). *Cost and production functions*. Springer Science & Business Media.
- Tehrani, R., Mehragan, M. R., & Golkani, M. R. (2012). A model for evaluating financial performance of companies by data envelopment analysis: a case study of 36 corporations affiliated with a private organization. *International business research*, 5(8), 8-16.
- Worthington, A. C. (1998). The application of mathematical programming techniques to financial statement analysis: Australian gold production and exploration. *Australian journal of management*, 23(1), 97-113.
- Yang, Y. S. (1998). Data envelopment analysis (DEA) model with interval gray numbers. *International journal of information and management sciences*, 9(4), 11-23.
- Rahnamay Roodposhti, F., Imeni, M., & Sayadmanesh, S. (2019). BSC application and innovative methods of developed in the management accounting and strategic decisions of performance measurement. *Decisions and operations research*, 4(3), 246-261. (in Persian) doi: 10.22105/dmor.2020.215116.1135
- Zhu, J. (1996). Robustness of the efficient DMUs in data envelopment analysis. *European journal of operational research*, 90(3), 451-460.

