فصلنامه رویکردهای پژوهشی نوین در
مدیریت و حسابداری
سال چهارم، شماره ۴۸، زمستان ۱۳۹۹- جلد سوم، ص ۱۴-۱

Journal of New Research Approaches
in Management and Accounting
ISSN: 2588-4573
http://www.majournal.ir

بهینه سازی مدل میانگین نیم واریانس در بازار مالی بین الملل توسط الگوریتم های PSO و GA و FA

نسیم داودی فر [۱]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۰/۰۲ تاریخ چاپ: ۱۳۹۹/۱۱/۰۲

چکیده

یکی از اصلی ترین دغدغه‌های سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی، انتخاب سبد سهام به منظور حداقل سازی ریسک و در عین حال حداکثرسازی بازده می باشد. تجربه نشان می دهد سرمایه گذاری روی یک دارایی خاص می تواند زیان های کلانی به سرمایه گذار وارد نماید. افراد و سازمان ها ترجیح می دهند به جای انجام سرمایه‌گذاری واحد، در یک سبد سهام سرمایه گذاری لازم را انجام دهند. در این صورت، این مزیت برای سرمایه گذاران فراهم می شود که با تنوع دارایی های مالی، ریسک کلی سرمایه گذاری کاهش یابد، بدون آنکه تأثیر منفی بر بازده مورد انتظار داشته باشد. از اینرو مسأله انتخاب بهینه درسبد سرمایه گذاری، یکی از مهم ترین مسائل علم مالی و سرمایه گذاری می باشد وکاربرد فراوانی در برنامه‌ریزی ها و تصمیم‌گیری‌های مالی دارد. برای این منظور مدل های متعددی با هدف کمینه کردن ریسک و بیشینه کردن بازده و روش های متعددی برای بهینه کردن این مدل ها با هدف کمینه کردن ریسک و بیشینه کردن بازده وجود دارد. در پژوهش حاضر، به وسیله مدل میانگین نیم واریانس به بهینه سازی سبد سهام میپردازیم و مسئله بهینه سازی سبد استفاده سهام با از الگوریتم های PSO و GA و FA حل شده است و در ادامه نتایج بازده و ریسک حاصل از هر یک مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج نشان داد که الگوریتم GA بهترین سبد سرمایه گذاری را به ما ارائه می دهد که کمترین ریسک و بیشترین بازده را به ما می دهد در حالیکه سبد سرمایه گذاری را به طور کامل متنوع کرده است.

واژگان کلیدی

بهینه سازی، سبد سرمایه گذاری، نیم واریانس، الگوریتم GA، الگوریتم PSO، الگوریتم FA

[۱] کارشناس ارشد ریاضیات مالی، دانشگاه خوارزمی تهران، تهران، ایران (ndavoodifar73@yahoo.com)

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. مقدمه

بهینه سازی سبد سرمایه گذاری یک مسئلهٔ چالش برانگیز در رشته های مالی می باشد. روش های متعددی با هدف کمینه کردن ریسک و بیشینه کردن بازده سرمایه برای تشکیل سبد سرمایه گذاری بهینه ارائه شده است. مفاهیم بهینه سازی سبد سرمایه گذاری و گوناگونی آن در توسعه و فهم بازارهای مالی و گرفتن تصمیمات مالی بسیار سودمند می باشد. عمده این مفاهیم در سال ۱۹۵۲ توسط هری مارکوویتز ارائه شد. در این مورد هری مارکوویتز نظریه مدرن سبد سرمایه گذاری را به صورت فرمول ریاضی بیان کرد. این نظریه پاسخی به این سوال اساسی که به چه صورت باید سرمایه گذار، سرمایه خود را بین سرمایه گذاری های ممکن اختصاص دهد، ارائه می کند. ابتدا مارکوویتز بازده و ریسک سبد سهام را با استفاده ازاندازه های آماری یعنی بازده مورد انتظار (امید ریاضی) و انحراف معیار (جذر واریانس)، تعیین کرد. سپس مارکوویتز پیشنهاد کرد که سرمایه گذاران وقتی می خواهند سرمایه خود را سرمایه گذاری کنند، باید بازده و ریسک سرمایه گذاری را با هم در نظر بگیرند و مقدار تخصیص بودجه برای سرمایه گذاری باید بر اساس ریسک و بازده صورت پذیرد. مدل میانگین-واریانس مارکوویتز به عنوان یک مدل پایه برای انتخاب سبد سرمایه گذاری استفاده می شود. این مدل شامل دو جز اصلی و جدایی ناپذیر ریسک و بازده است. هدف اصلی ارائه این مدل توسط مارکوویتز، بیشینه کردن بازده مورد انتظار در سطح مشخصی از ریسک و یا کمینه کردن ریسک مورد انتظار در سطح مشخصی از بازده است. این مدل بدین صورت می باشد که برای انتخاب یک سبد سرمایه گذاری اقدام به رهگیری یک مرز کارا می نماید. این مرز، منحنی پیوست های است که مبادله بین بازده و ریسک سبد سرمایه گذاری را نشان می دهد؛ اما این مدل دارای ضعف هایی بود. یکی از ضعف های اساسی این مدل استفاده از واریانس به عنوان معیاری برای اندازه گیری ریسک بود. این معیار برای دارایی هایی که توزیع متقارن داشتند از جمله توزیع نرمال معیاری قابل قبولی بود. اگر دارایی ها این خصوصیت را نداشته باشند، استفاده از واریانس به عنوان معیاری برای اندازه گیری ریسک با مشکل رو به رو می شود. از این رو مارکوویتز معیاری دیگری برای ریسک ارائه داد و آن را نیم واریانس نامید. با توجه به این معیار تنها بازده هایی از سبد سرمایه گذاری که از بازده مورد انتظار سبد سرمایه گذاری پایین تر باشند، در محاسبه ریسک مورد توجه قرار می گیرند. با تعریف نیم واریانس به عنوان معیاری برای اندازه گیری ریسک، میزان انحراف از بازده مورد انتظار تا جایی خطر آفرین است که به زیان سرمایه گذار باشد. در غیر این صورت انحراف از بازده هیچ گونه ریسکی ایجاد نمی کند. لذا زمانی که بازده های سبد سرمایه گذاری از بازده مورد انتظار سبد سرمایه گذاری بیشتر باشد، مقدار ریسک را صفر در نظر می گیریم. مدل مارکوویتز با استفاده از مدل های برنامه ریزی ریاضی قابل حل می باشد، ولی وقتی محدودیت های دنیای واقعی، همچون تعداد زیاد سرمایه ها، محدودیت های مقادیر وزنی سرمایه ها و غیره به آن اضافه می شود، فضای جستجوی آن بسیار بزرگ و ناپیوسته می گردد که کاملاً استفاده از مدل های ریاضی را ناممکن می سازد. از این رو است که الگوریتم های داده کاوی جایگاه ویژه ای پیدا می کند (فبزی و همکاران، ۲۰۱۳).

ساختار مسائل انتخاب سبد دارایی از جنس هزینه و سود است. منظور از هزینه همان ریسک ناشی از سرمایه گذاری است که سرمایه گذار با آن روبروست و منظور از سود همان تجمیع بازده هایی است که در بازه های کوچک (روزانه) به طرق مختلف کسب می کند. از این رو سرمایه گذار باید به گونه ای سبد دارایی خود را تشکیل دهد که بر اساس آن بازده خود را حداکثر و ریسک خود را به حداقل برساند. پر واضح است که هرچه سرمایه گذار بخواهد بازده بیشتری را کسب کند بالتبع متحمل ریسک بیشتری نیز خواخد شد و عموما بازده و ریسک در یک جهت تغییر می کنند و لذا لازم است تا از

روش های بهینه سازی جهت تشکیل یک سبد دارایی بهینه کمک گرفته شود. از طرفی دیگر انتخاب دارایی های درون سبد مبتنی بر اطلاعات و داده های گذشته است و در صورتی می توان به نتایج روش بهینه سازی اعتماد کرد که الگوهای رفتاری بازار سرمایه طبق گذشته باقی مانده و دستخوش تغییرات قابل توجه نشوند.

انتشار نظریه انتخاب سبد سهام مارکویتز اصلی ترین و مهم ترین موفقیت در این راستا بود. از زمانی که مارکویتز مدل خود را منتشر کرد این مدل تغییرات و بهبودهای فراوانی در شیوه نگرش مردم به سرمایه گذاری و سبد سهام ایجاد کرد و به عنوان ابزاری کارا برای بهینه سازی سبد سهام بکار گرفته شد. مارکویتز پیشنهاد کرد که سرمایه گذاران ریسک و بازده را به صورت توامان در نظر بگیرند و میزان تخصیص سرمایه بین فرصت های سرمایه گذاری گوناگون را براساس تعامل بین این دو انتخاب نمایند؛ اما مدل میانگین- واریانس مارکویتز یک سری ضعف هایی دارد. به طور خلاصه، ریسک به احتمال زیان ناشی از سرمایه گذاری اشاره دارد. یکی از ساده ترین معیارهای محاسبه ریسک انحراف معیار (جذر واریانس) می باشد. یکی از دلایل پرکاربرد بودن انحراف معیار قضیه حد مرکزی می باشد. طبق این قضیه وقتی تعداد زیادی سرمایه گذاری صورت بگیرد، برای تعیین توزیع کلی سبد سرمایه گذاری، بازده سبد سرمایه گذاری و انحراف معیار تک تک سرمایه گذاری ها مهم است و نیازی به دانستن توزیع تک تک آن ها نیست. توزیع سبد سرمایه گذاری نرمال خواهد بود و از آنجا که توزیع نرمال متقارن است انحراف معیار نماینده خوبی برای ریسک می باشد. این ها همه در شرایطی است که قضیه حد مرکزی برقرار باشد. حال هنگامی که توزیع احتمال بازده اوراق بهادار نامتقارن باشند، واریانس یک اندازه ناکارا برای ریسک سرمایه گذاری می باشد زیرا انتخاب سبد سرمایه گذاری بر پایه واریانس ممکن است یک خطر بالقوه داشته باشد. اگر تعداد سرمایه گذاری ها کم باشد یا سرمایه گذاری ها دارای واریانس نامحدود باشند آنگاه نمی توان از قضیه حد مرکزی استفاده کرد. از اینرو مارکویتز مدل میانگین- واریانس را به مدل میانگین- نیم واریانس توسعه داد؛ اما تئوری پرتفوی مارکویتز تنها راه‌حل برای تخصیص سرمایه به دست می دهد. در بازارهای سرمایه که صدها نوع سرمایه مختلف با کیفیت خیلی خوب تا خیلی بد وجود دارد، سرمایه گذار با هجوم اطلاعات روبرو است که انتخاب را برای وی دشوار می‌نماید. مدل مارکویتز با استفاده از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی قابل حل می‌باشد ولی وقتی محدودیت جهان واقعی همچون تعداد زیاد سرمایه ها، محدودیت‌های مقادیر وزنی سهام و غیره به آن افزوده می شود فضای جست و جوی آن بسیار بزرگ و ناپیوسته می گردد که عملا استفاده از مدل‌های ریاضی را ناممکن می‌سازد. از اینرو الگوریتم های داده کاوی همچون الگوریتم های درخت تصمیم جایگاه ویژه‌ای می یابند.

در بهینه‌سازی پرتفوی مسئله اصلی انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهادار با مقدار مشخصی سرمایه است، به‌طوری که ریسک حداقل و بازده سرمایه‌گذاری حداکثر شود. برای تشکیل پرتفوی بهینه مارکویتز نظریه مدرن پرتفوی را به‌صورت ریاضی بیان کرد. در مدل میانگین- واریانس مارکویتز میانگین، بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد و واریانس بیانگر ریسک پرتفوی است. پس از مارکویتز افراد زیادی سعی در توسعه و اصلاح مدل وی داشته‌اند (یوسفی حاجی آباد، نیکزاد،۱۳۹۶).

۲. مبانی نظری و ادبیات پژوهش

رضا راعی و همکاران (۱۳۸۹) در پژوهشی با عنوان " بهینه سازی سبد سهام با رویکرد میانگین نیم واریانس و با استفاده از روش جست و جوی هارمونی." به منظور حل مساله بهینه سازی پرتفوی سهام با استفاده از اطلاعات قیمت ۲۰ سهم پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران از مهر ۱۳۸۵ تا اسفند ۱۳۸۷، مرز کارای سرمایه گذاری برای دو الگو با عامل خطر

پذیری واریانس و نیم واریانس رسم کرده است. نتایج نشان داد که الگوی CCMSV (مدل نیم واریانس) با دقت بهتری پرتفوی بهینه را تعیین می کند.

حسنعلی سینایی (۱۳۹۴) و همکاران در پژوهشی با عنوان " به کارگیری مدل میانگین- واریانس مبتنی بر اعتبار برای تشکیل سبدی از صندوق های سرمایه گذاری مشترک " مـدل بهینه سازی پرتفوی در چارچوب نظر یه امکان را با یک مدل بهینه سازی پرتفوی نوین مبتنـی بـر نظریـه احتمال منطبق ساخته و مدل اخیر را که درواقع در قالب یک رویکرد سـرمایه گـذاری منفعلانـه مطـرح می گردد.

جمشید پارسافرد و همکاران (۱۳۹۵) در پژوهشی با عنوان " یک روش جدید برای مسأله بهینه سازی سبد سهام ریسک براساس حداقل سطح پذیرش با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری کرم شب تاب " مسئله بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم های کرم شب تاب، ازدحام ذرات، ترکیب ژنتیک و ازدحام ذرات و الگوریتم رقابت استعماری حل شده است و به این نتیجه رسیدند که الگوریتم کرم شبتاب دارای قابلیت بیشتری جهت جستجو در فضای مساله دارد.

رضا یوسفی حاجی آباد و همکاران (۱۳۹۶) در پژوهشی تحت عنوان " مقایسه الگوریتم های بهینه یابی در بهینه سازی پرتفوی سهام " به مقایسه الگوریتمهای بهینه یابی برای حل مساله بهینه سازی سبد سهام با توجه به معیارهای مختلف ریسک پرداخته است نتایج این تحقیق نشان میدهد که الگوریتم ممتیک پیشنهادی قادر است مساله بهینه سازی سبد سهام را با توجه به معیارهای ریسک با در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح برای تعداد سهام موجود در سبد سهام حل نماید.

پاتریک و همکاران (۲۰۱۸) در پژوهشی تحت عنوان " محاسبات مالی کوانتومی: الگوریتم کوانتومی برای بهینه سازی سبد سرمایه گذاری " یک الگوریتم کوانتومی برای بهینه سازی نمونه کارها ارائه می دهد. در مورد ورود داده های بازار، پردازش چنین داده ها از طریق عملیات کوانتومی و خروجی نتایج مرتبط با مالی بحث می کند. نتایج نشان داد که الگوریتم های ارائه شده در اینجا می توانند کارآمد باشند

جوسیمانی و همکاران (۲۰۱۸) در پژوهشی تحت عنوان " یک چارچوب تحلیلی بزرگ برای بهینه سازی سبد سرمایه گذاری " یک چارچوب به منظور ترکیب داده های ساختاری و غیر ساختاری برای بهینه سازی نمونه کارها، طراحی شده است. بررسی عوامل کیفی مدیریت شرکت‌ها، شرکت‌ها (همراه با عوامل کمی) نسبت‌های مالی گزینه‌های بهتری را برای تشکیل پرتفوی فراهم می‌کند.

کارا و همکاران (۲۰۱۹) در پژوهشی تحت عنوان " پیشرفت پایداری در بهینه سازی نمونه کارها قوی در عدم قطعیت موازی " بر اساس داده ها مشکل بهینه سازی قدرتمند را ارائه می دهد. این رویکرد شامل سوء استفاده از ارزش مشروط قوی در معرض خطر تحت عدم قطعیت، ارزیابی و یافتن عددی از یکپارچه سازی مناسب نمونه کارها بهینه است. نتایج نشان داد که این رویکرد ثبات در جابجایی نمونه کارها را افزایش می دهد و ریسک نمونه کارها را کاهش می دهد.

وان و همکاران (۲۰۱۹) در پژوهشی تحت عنوان " یادگیری عمیق برای تصمیم گیری و بهینه سازی سرمایه گذاری ها و نمونه کارها با مسئولیت اجتماعی " یک مدل سرمایه گذاری عمیق با مسئولیت پذیری عمیق (DRIP) ارائه می دهد که شامل یک شبکه عصبی حافظه کوتاه مدت بلند مدت چند متغیره، برای پیش بینی بازده سهام برای ساخت یک سبد سرمایه گذاری با مسئولیت پذیری اجتماعی است. داده های تجربی ما نشان داد که چارچوب DRIP می تواند عملکرد مالی رقابتی و تأثیرات اجتماعی بهتری در مقایسه با مدل های نمونه کارها سنتی، شاخص های پایدار و وجوه کسب کند.

وان استادن و همکاران (۲۰۲۰) در پژوهشی تحت عنوان " استحکام غافلگیرانه بهینه سازی نمونه کارها میانگین-واریانس نمونه کارها به مدل خطاهای اشتباه در مدل سازی " به طور سیستماتیک علل این استحکام غافلگیرکننده بهینه سازی نمونه کارها MV پویا را برای مدل سازی خطاهای اشتباه در هر دو روش MV پیش تعهد (PCMV) و MV سازگار با زمان (TCMV) بررسی می کند.

دایی و همکاران (۲۰۱۹) در پژوهشی تحت عنوان " مشکلات بهینه سازی نمونه کارها پراکنده و قوی میانگین واریانس " در این مقاله، با هدف یافتن مدل بهینه سازی نمونه کارها به منظور کاهش تأثیر نامطلوب عدم قطعیت پارامترها و خطاهای تخمین مدل نمونه کارها واریانس متوسط. در مرحله اول، ما یک مدل نمونه کارها واریانس پراکنده پراکنده را معرفی می کند و بینشی در مورد کمیاب بودن ارائه می دهد. در مرحله دوم، دو مدل پرتفوی پراکنده و مستحکم را با استفاده از تنظیم عملکرد تابع هدف و بهینه سازی قوی پیشنهاد می کند. سرانجام، سه مطالعه تجربی با داده های بازار واقعی ارائه شده است.

۳. روش‌شناسی پژوهش

الگوریتم GA

الگوریتم ژنتیک، برای اولین بار توسط هلند (۱۹۷۵) استفاده و به عنوان ابزار قوی بهینه سازی توسعه پیدا کرد.GA یک الگوریتم جستجو برگرفته از طبیعت بیولوژیکی و فرآیند انتخاب طبیعی می باشد. اساس این روش مبتنی بر نظریه داروین که در محیط متغیر همواره موجوداتی ادمه حیات دارند که از همه پایدارترند، می باشد.

این الگوریتم از مجموعه ای از جواب های تصادفی اولیه به نام جمعیت آغاز می گردد. هر جمعیت از مجموعه ای از کروموزومها که هر کدام یک جوا مسأله هستند، تشکیل می شودو هر کروموزوم مجموعه ای از ژن ها و در واقع متغیرهای تصمیم مسأله می باشد.

اندازه جمعیت بر عملکرد GA تأثیر می گذارد. اگر تعداد جمعیت خیلی کم باشد، به دلیل عدم جستجوی تمام فضای جواب، ممکن است الگوریتم به جواب مطلوب همگرا نگردد و اگر تعداد آن زیاد باشد، گرچه فضای بیشتری جستجو می شود ولی سرعت همگرایی به سمت جواب بهینه کند خواهد بود.

در الگوریتم ژنتیک دو نوع عملگر موجود است: عملگرهای تکاملی مانند انتخاب و عملگرهای ژنتیک مانند جابجایی و جهش. فرآیند انتخاب بر مبنای میزان شایستگی توابع هدف متناظر با هر کروموزوم در هر نسل می باشد و معیار انتخاب کروموزوم ها بر اساس شایستگی آن هاست. جهت ایجاد نسل بعدی که فرزندان نامیده می شوند، می توان از دو روش استفاده کرد: ترکیب دو کروموزوم، با استفاده از عملگر جابجایی و اصلاح برخی کروموزوم ها با استفاده از عملگر جهش ژنی، در نهایت تولید نسل آنقدر ادامه می یابد تا اینکه معیار توقف ارضا شده و مقدار تابع هدف کمینه شود. (هاله آذر افرا)

الگوریتم ژنتیک یک روش فراابتکاری برای بهینه سازی و جستجو است. الگوریتم ژنتیک جزئی از محاسبات تکاملی است که خود جزئی از هوش مصنوعی میباشد. ویژگیهای خاص این الگوریتم باعث میشود که نتوانیم آن را یک جستجوگر تصادفی ساده قلمداد کنیم. البرزی ۱۳۹۳

این الگوریتم‌های ژنتیکی یک روش بهینه سازی مبتنی بر جمعیت، بهینه سازی تکاملی را ارائه می‌دهند که به موجب آن جمعیت‌های تعریف شده با استفاده از اصل داروینی بقا از طریق نسل‌ها تکامل می‌یابند. مناسبترین GAs بهترین ویژگی را برای حل مشکلات بهینه سازی ارائه می‌دهد، اگر ویژگی‌های لازم به شدت وجود داشته باشد.

الگوریتم‌های ژنتیکی (GA) روش‌های جستجوی مبتنی بر اصول انتخاب طبیعی و ژنتیک هستند. متغیرهای تصمیم‌گیری در مورد یک مسئله جستجو را به رشته‌های طول محدود از الفبای خاص کاردینالی کد می‌کند. الگوریتم ژنتیک شامل مراحل زیر می‌باشد:

۱ –جمعیت اولیه: راه حل‌های نامزد معمولاً به طور تصادفی در فضای جستجو ایجاد می‌شود.

۲ –ارزیابی: پس از تشکیل جمعیت و یا جمعیت فرزندان، ارزش‌های مناسبی راه حل‌های نامزد مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۳- انتخاب: انتخاب نسخه‌های بیشتری از آن راه حل‌ها را با مقادیر مناسب تر تناسب اندام اختصاص می‌دهد و بنابراین بهترین مکانیزم بقا را به راه حل‌های کاندیدایی تحمیل می‌کند.

۴ –نوترکیب: نوترکیبی بخشی از دو یا چند راه حل والدین را برای ایجاد راه حل‌های جدید، احتمالاً بهتر (یعنی فرزندان) ترکیب می‌کند.

۵- جهش: در حالی که نوترکیبی بر روی دو یا چند کروموزوم والدین عمل می‌کند، جهش به صورت محلی اما بطور تصادفی یک راه حل را تغییر می‌دهد؛ به عبارت دیگر، جهش در نزدیکی راه حل نامزد، یک پیاده روی تصادفی را انجام می‌دهد.

۶- جایگزینی: جمعیت فرزندان حاصل از انتخاب، نوترکیب و جهش جایگزین جمعیت اصلی والدین می‌شوند.

۷ – تا زمانی که شرط خاتمه یافتن، مراحل ۲-۶ را تکرار کنید.

الگوریتم PSO:

الگوریتم حرکت تجمعی ذرات اولین بار توسط کندی و ابراهات در سال ۱۹۹۵ ارائه شد. این الگوریتم الهام گرفته شده از رفتارهای اجتماعی برخی گروه های دسته جمعی مثل پرندگان و ماهی ها می باشد. اساس این الگوریتم در این است که هر گونه کنش و واکنش در حرکت گروه تأثیر گذاشته و متعاقباً هر یک از اعضای مجموعه می توانند از مهارتهای دیگر اعضای گروه بهره مند گردند. جمعیت در این الگوریتم شامل مجموعهای از اعضا می باشدکه به هر عضو داخل جمعیت یک ذره گفته میشود. هر ذره بهترین موقعیت قبلی خود و بهترین موقعیت قبلی هر یک از ذرات موجود در جمعیت را به خاطر میآورد؛ به عبارت دیگر هر ذره در جهت بهترین موقعیت قبلی خود و به سمت بهترین ذره حرکت میکند. در این

الگوریتم هر ذره علاوه بر داشتن بردار حرکت، دارای یک بردار سرعت نیز میباشد که اعضای مجموعه را به تغییر موقعیت در فضای جستجو وادار می کند. این بردار سرعت برآیند دو بردار P_{best} و G_{bt} می باشد. P_{best} هترین موقعیتی است که یک ذره تا کنون به آن رسیده و G_{best} بهتر موقعیتی است که یک ذره در همسایگی آن ذره تا کنون به آن رسیده است.در این الگوریتم هر دردراز اعضای مجموعه در هر تکرار یک راه حل ارایه می دهند.در جستجوی یک فضای دردرعدی مکانi امین ذره به وسیله ی امیندار D بعدی موقعیت به نام $X_i = (x_{i1}, \dots, x_D)$ و سرعت i امین ذره به بردار سرعت به نام $V_i\ v_{i1}, \dots, v_{iD})$نان داده می شود. در نهایت جمعی با استفاده از روابط زیر و به صورت هدفمند به سمت نقطه بهینه حرکت میکنند. روابط به صورت زیر می باشد:

$$V_{iD}^{n+1} = X(\mathcal{W}.v_{iD}^{n} + c_1 r_1^n \left(P_{best_{iD}}^n - x_{iD}^n\right) + c_2 r_2^n (G_{best_{iD}}^n - x_{iD}^n))$$

$$X_{iD}^{n+1} = x_{iD}^n + v_{iD}^{n+1}$$

$$\mathcal{W} = \mathcal{W}_{max} - \frac{(\quad_{max} - \mathcal{W}_{min}).n}{iter_{max}}$$

که در آن x فاکتور انقباض، $\mathcal{W}$ ضریب اینرسی، n تعداد تکرارها، 1 و 2 ضرایب شناختی و اجتماعی و r و r اعداد تصادفی در بازه $[0,1]$ باوزیع یکنواخت می باشند. $\mathcal{W}_m$ میزان اولین وزن اینرسی و $\mathcal{W}_{min}$مزان نهایی وزن اینرسی و $iter_{max}$ دکثر تعداد تکرارها می باشند.(رضایی و همکاران ۱۳ (۱)

الگوریتم FA:

کرم های شب تاب در طبیعت به طور دسته جمعی زندگی می کنند و همواره کرم کم نور تر به سمت کرم پرنور تر حرکت می کند.

در این الگوریتم سه فرض اصلی در نظر می گیریم:

- همه کرم ها از یک جنس هستند.
- جذابیت هرکرم متناسب با شدت روشنایی آن کرم است.
- شدت روشنایی هر کرم مشخص کننده نمایی از تابع هدف مساله می باشد.

برای مسأله ماکزیمم سازی بهینه سازی، روشنایی I یک کرم شب تاب در یک منطقه خاص x. می تواند به صورت I(x) α f(x). به هرحال جذابیت β نسبی ست، چرا که باید در چشمان بیننده توسط سایر کرم های شب تاب دیده شود؛ بنابراین با فاصله r_{ij} کرم شب تاب i و کرم شب تاب j تغییر خواهد کرد. به علاوه، کاهش شدت روشنایی با فاصله از منبع آن متناسب است. همچنین نور در رسانه ها جذب می شود، بنابراین باید در نظر گرفت که جدابیت با میزان جذب تغییر می کند.

$$I(r) = \frac{I_s}{r^2}$$

که I_s شدت نور منبع است. برای یک محیط با یک ضریب جذب نور ثابت γ ، شدت نور I با فاصله r تغییر می کند:

$$I = I_0 e^{-\gamma r}$$

که I_0شدت نور اصلی می باشد. به منظور اجتناب از یکتایی r=0 در عبارت $\frac{I_s}{r^2}$ ، تکیب اثر هر دو قانون مربع معکوس و جذب می توان فرمول را به فرم گوسین زیر تقریب زد:

$I(r) = I_0 e^{-\gamma r^2}$

از انجایی که جذابیت یک کرم شب تاب با شدت نور دیده شده توسط کرم های مجاورآن متناسب است، می توانیم جذابیت β را به صورت زیر تعریف نماییم:

$\beta = \beta_0 e^{-\gamma r^2}$

که β_0 جذابیت در r = 0 است.

در پیاده سازی واقعی، تابع جذابیت $\beta(r)$ می تواند هر تابع یکنواخت کاهشی مانند شکل کلی زیر باشد:

$B(r) = \beta_0 e^{-\gamma r^m}$

ویژگی فاصله $\Gamma = 1/\sqrt{\gamma}$ را تعریف می کنند که جذابیت به طور قابل توجهی از β_0 به $_0e^{-1}$ تغییر می کند.

برای γ ثابت، ویژگی طول می شود:

$\Gamma = \gamma^{-1/m}$ 1 ∞

به طور برعکس، برای مقیاس طول Γ در یک مسأله بهینه سازی، پارامتر γ می تواند به عنوان یک ارزش اولیه معمول استفاده شود:

$\gamma = \frac{1}{\Gamma^m}$

فاصله بین هر دو کرم شب تاب i و j در x_i و j ، ه ترتیب، فاصله دکارتی است:

$$r_{ij} = \| \quad _i - x_j \| = \sqrt{\sum_{k=1}(x_{i,k} - x_{j,k})^2}$$

که $x_{i,k}$ امینلفه از فاصله مختصاتی x_i کرم شب تاب i ام می باشد. در ۲ بعد خواهیم داشت:

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

جابجایی یک کرم شب تاب i به سمت کرم شب تاب جذاب تر (روشن تر)j به صورت زیر تعریف می شود:

$$x_i = \quad _i + \beta_0 e^{-\gamma r_{ij}^2}(x_j - x_i) + \alpha \epsilon_i$$

که در آن واژه دوم مربوط به جذابیت، واژه سوم پارامتر رندم ساز α و ϵ_i بردار تصادفی اعداد نشان داده شده از یک توزیع گوسین و یا توزیع یکنواخت می باشند.

برای مثال ساده ترین شکل ϵ_i است و می تواند توسط ½ -rand جایگذین شود که rand یک توزیع یکنواخت تولید کننده عدد تصادفی در بازه [0,1] است. برای بیشتر پیاده ساری ها ما می توانیم $_0$ =1 و ∈[0,1] در نظر بگیریم. در این فرمول، پارامتر γ مشخص کننده انواعی ازجاذبه ها می باشد و ارزش آن در مشخص کردن سرعت همگرایی و چگونگی رفتار الگوریتم FA می باشد. در حالت تئوری γ∈(0,∞) اما در عمل γ=O(1) که توسط ویژگی طول Γ به دست آمده است. بن راین در بسیاری ازبرنامه ها معمولا از ۰,۱ تا ۱۰ متغیر است.

مدل میانگین نیم واریانس:

نیم واریانس: هنگامی که توزیع احتمال بازده اوراق بهادار نامتقارن باشد، واریانس یک اندازه ناکارا برای ریسک سرمایه گذاری می‌باشد زیرا انتخاب سبد سرماده گذاری بر پایه واریانس ممکن است یک خطر بالقوه داشته باشد. برای این منظور مدل میانگین – نیم واریانس جایگزین مدل میانگین – واریانس شدکه در آن نیم واریانس جایگزینی برای واریانس به عنوان معیاری برای اندازه‌گیری ریسک مطرح شد.

مدل میانگین نیم واریانس دو هدفه به صورت زیر تعریف می شود:

$$Max \quad \mu_p = W^T \mu = \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i$$

$$Min \quad \sigma_{p-}^2 = W^T \sum\nolimits_{-} W = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij-}$$

$$s.t \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{cases}$$

این یک مساله بهینه سازی دو هدفه می باشد که به صورت زیر به یک مساله بهینه سازی تک هدفه تبدیل می شود:

$$Min \quad \sigma_{p-}^2 = W^T \sum\nolimits_{-} W = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij-}$$

$$s.t \begin{cases} \mu_p \geq \mu_{p_{min}} \\ \sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \end{cases}$$

نیم واریانس، انحراف منفی توزیع از مقدار مورد انتظار را اندازه گیری می کند. کوچک بودن آن نشان دهنده آن است که میانگین مربعات انحراف منفی متغیر تصادفی از مقدار مورد انتظارآن کوچکتر است و بزرگ بودن آن نشان دهنده آن است که میانگین مربعات انحراف منفی متغیرتصادفی از مقدار مورد انتظار آن بزرگتر می‌باشد (هوانگ، ۲۰۱۰).

٤. یافته‌های پژوهش

مدل پیشنهادی با داده‌های آتی شاخص واقعی زیر که از بورس جمع آوری شده، استفاده می‌شود. آن‌ها داده‌های ۸ شرکت بین المللی که شامل شرکت Apple, Yahoo, Google, Facebook, IBM, Microsoft, Twitter, Ford هستند. ما برای هر یک از قراردادهای آتی که در بالا ذکر شد ۲۵۳ نمونه گرفته‌ایم. مدت زمان هر قرارداد از ۱ ژانویه ۲۰۱۸ تا ۳۰ دسامبر ۲۰۱۸ است. داده‌های جمع‌آوری شده شامل قیمت روزانه بسته شدن سایت، قیمت باز، قیمت بالا، قیمت پایین، حجم معامله شده و ارزش معاملات است. قیمت بسته شدن روزانه به عنوان مجموعه داده‌ها استفاده می‌شود. در جدول زیر قیمت بالا، قیمت پایین، میانگین، انحراف متوسط و استاندارد از ۸ قیمت آتی جمع آوری شده برای آزمایش ما نشان داده شده است.

جدول ۱. متغیرهای موجود در پایگاه داده

ردیف	متغیرها	توضیح
۱	Date	تاریخ روزانه به صورت روز/ماه/سال
۲	Open	قیمت سهام در شروع زمان معاملات
۳	High	بالاترین قیمت سهام در روز معامله
۴	Low	پایینترین قیمت سهام در روز معامله
۵	Close*	قیمت سهام در زمان بسته شدن سایت معاملات
۶	Volume	حجم معاملات انجام شده در روز

یافته ها

در این بخش با استفاده از داده های واقعی که بازده و قیمت سهام هشت شرکت بین المللی در سال ۲۰۱۸ می باشند، مدل میانگین - نیم واریانس با روش الگوریتم های pso و GA و FA پیاده سازی خواهد شد و جواب های بهینه بدست خواهد آمد. در این قسمت حداکثر بازده توسط سرمایه گذار تعیین می گردد و جواب بهینه زمانی است که در این سطح از بازده، ریسک حداقل باشد. میانگین بازده سهام هر یک از شرکت ها در جدول های زیر نشان داده می شود.

جدول ۲. محاسبه خروجی های الگوریتم PSO

ردیف	بازده	ریسک	apple	facebook	Ford	Google	ibm	Microsoft	twitter	Yahoo
۱	0/002573	0/01488	0	0	0	0/193569	0	0.001352	0.001595	0.803484
۲	0/002441	0/012655	0	0	0/000545	0/469076	0.0011	0	0.000226	0.529053
۳	0/002598	0/015721	0/001489	0	0	0/120001	0.002005	0.002848	0.000851	0.872806
۴	0/002457	0/012815	0	0	0/002355	0/433656	0	0	0.000169	0.563821
۵	0/002482	0/013167	0	0	0	0/376322	0	0.002877	0	0.620801
۶	0/002651	0.016841	0	0	0	0/041859	0	0	0.002217	0.955924
۷	0/00266	0.017388	0	0	0/00221	0	0	0.004173	0	0.993617
۸	0.002512	0.01351	0	0.000398	0	0.334804	0	0	0	0.664799
۹	0.00248	0.01306	5.46E-05	0	0	0.395111	0	0	0.000705	0.60413
۱۰	0.002677	0.017475	0	0	0	0	0.000211	9.31E-06	0	0.99978

جدول ۳. محاسبه خروجی های الگوریتم GA

ردیف	بازده	ریسک	apple	facebook	Ford	google	Ibm	microsoft	twitter	Yahoo
۱	0/001283	0/011287	0/278092	0.033288	0/154993	0/26689	0/020535	0/026992	0/004546	0/214665
۲	0/002278	0/013436	0	0	0/070026	0/49205	0	0	0	0/437925
۳	0/002346	0/013588	0	0.076286	0	0/475424	0	0/003005	0	0/445285
۴	0/002455	0/014431	0	0.02057	0	0/40203	0	0/000251	0	0/577149
۵	0/001195	0/011277	0.254955	0.020266	0/179123	0/251753	0/029267	0/058742	0/002685	0/203209
۶	0/002078	0/012819	0/148169	0	0	0/425469	0	0	0	0/426362
۷	0/00123	0/011272	0/264862	0/030099	0/18165	0/245265	0/008316	0/053715	0	0/216092
۸	0/001249	0/011281	0/280114	0/040252	0/165822	0/233168	0/014836	0/039122	0/000565	0/226121
۹	0/001243	0/011276	0/26249	0/02722	0/172176	0/256801	0/027919	0/034481	0/009224	0/209689
۱۰	0/002331	0/013564	0/017078	0/075362	0	0/437599	0	0	0	0/469961

جدول ۴. محاسبه خروجی های الگوریتم FA

ردیف	بازده	ریسک	apple	facebook	Ford	google	ibm	microsoft	twitter	yahoo
۱	0/002331	0/012125	0/013812	0/019284	0/018467	0/473796	0/002099	0/002491	0	0/470052
۲	0/002442	0/012647	0	0/000185	0	0/475197	0	0	0	0/524617
۳	0/002678	0/017475	0	5/41E-05	0	0/000138	0	0	0	0/999808
۴	0/002653	0/017238	0/003174	0/012048	0	0	0	0	0/000943	0/983834
۵	0/002374	0/012298	0	0/11954	0	0/339014	0	0	0	0/541446
۶	0/002325	0/011897	0/00018	0/115529	0/002852	0/417735	0	0/002599	0	0/461106
۷	0/002678	0/017478	0	0	0	0	0	0	0	1
۸	0/002474	0/01299	0	0	0/000554	0/406	0	0/000509	0	0/592936
۹	0/002678	0/017478	0	0	0	0	0	0	0	1
۱۰	0/002486	0/013301	0/00217	0	0/004998	0/349588	0/000709	0	0	0/642534

۵. بحث و نتیجه‌گیری

در جدول های ۲ و ۳ و ۴، W وزن سرمایه گذاری در هریک از شرکت ها می باشد. همانطور که در جدول های فوق مشاهده می کنیم بهترین جواب ها مربوط به الگوریتم GA می باشند؛ زیرا سبد سهام متنوع تری تشکیل داده و فقط روی یک یا دو دارایی خاص سرمایه گذاری نکرده است. هرکدام از این الگوریتم ها را تا ۱۰ بار اجرا کرده است و بهترین جواب ها را برای هرکدام از الگوریتم ها نشان داده است. درالگوریتم GA بهترین جواب در تکرار ۹ اتفاق افتاده است، در این صورت بهترین حالت با ریسک ۰/۰۱۱۲۷۶ و بازده مورد انتظار ۰/۰۰۱۲۴۳ می باشد. بدین معنی است که اگر سرمایه گذار، ۰/۲۶۲۴۹ از وزن سرمایه گذاری خود را در Apple، ۰/۰۲۷۲۲ از وزن سرمایه گذاری خود را در Facebook، ۰/۱۷۲۱۷۶ از وزن سرمایه گذاری خود را در Ford، ۰/۲۵۱۸۰۱ از وزن سرمایه گذاری خود را در

Google، ۰/۰۲۷۹۱۹ از وزن سرمایه گذاری خود را در IBM، ۰/۰۳۴۴۸۱ از وزن سرمایه گذاری خود را در Micrisoft، ۰/۰۰۹۲۲۴ از وزن سرمایه گذاری خود را در Twitter و ۰/۲۰۹۶۸۹ از وزن سرمایه گذاری خود را در Yahoo سرمایه گذاری کند با کمترین ریسک ممکن یعنی ۰/۰۱۱۲۷۶، به بازده مورد انتظار ۰/۰۰۱۲۴۳ خواهد رسید.

۵-۱ نتایج و پیشنهادات

در این مقاله، ما مسئله بهینه سازی سبد استفاده سهام با مدل میانگین نیم واریانس را از طریق الگوریتم های PSO و GA و FA را به منظور بیشینه کردن بازده و کمینه کردن ریسک سبد سهام حل کردیم و در ادامه نتایج بازده و ریسک حاصل از هر یک مورد مقایسه قرار دادیم. با توجه به نتایج به دست آمده در جدول های ۲ و ۳ و ۴ به این نتیجه می رسیم که الگوریتم GA بهترین جواب های مسأله را در اختیار ما قرار داده است؛ زیرا با توجه به جواب های ارایه شده ملاحظه میشود که الگوریتم GA ریسک پایین تری نسبت به بقیه جواب های مسأله دارد؛ زیرا همانطور که میدانیم سبد سهام متنوع موفق تر از سبدی است که در یک دارایی خاص سرمایه گذاری شده است. تنها الگوریتمی که سبد متنوع سهام را بدست آورده است، الگوریتم GA می باشد که از بقیه جواب ها موفق تر است. در این تحقیق نشان داده شدکه فقط بازده حاصل از سرمایه گذاری، نمیتواند معیار خوبی برای سرمایه گذاری باشد بلکه ریسک و بازده باید به صورت توأم در نظر گرفته شود. نتایج این تحقیق که در واقعیت نیز انتظار میرود نشان داد که با بهینه کردن مدل میانگین ـ نیم واریانس به وسیله الگوریم ژنتیک میتوان حداقل ریسک سرمایه گذاری را در سطح مشخصی از بازده بدست آورد. همچنین در این تحقیق نشان داده شد که وزن سرمایه گذاری در هر یک از دارایی ها برای رسیدن به بازده مطلوب با کمترین ریسک چند درصد باید باشد. بر مبنای یافته های این تحقیق، شرکت هایی که میانگین بازده بالایی دارند به خاطر در نظر گرفتن ریسک و بازده به صورت توأم برای سرمایه گذاری، نمی توانند بیشترین وزن سرمایه گذاری را به خود اختصاص دهند. برای کارهای بعدی پیشنهاد می شود که علاوه بر مدل میانگین- نیم واریانس، مدلهای دیگری نیز از جمله مدل ارزش در معرض خطر (VaR)، ارزش در معرض خطر شرطی (CvaR)، میانگین قدر مطلق انحرافات (MAD) و ... برای بهینه سازی سبد سرمایه گذاری موجودند که می توان از آنها نیز استفاده کرد. همچنین می توان مدل میانگین نیم واریانس را به صورت چند هدفه در نظر گرفت و با یکی از روش های تکاملی چندهدفه از جمله الگوریتم ژنتیک چندهدفه (NSGA-II)، قوت پارتو چندهدفه (SPEA-II) و... مدل را بهینه کرد.

٦. منابع و مآخذ

۱. البرزی، محمود (۱۳۹۳)، "الگوریتم ژنتیک "، تهران، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف

۲. یوسفی حاجی آباد، رضا و رویا نیکزاد، ۱۳۹۶، مقایسه الگوریتم های بهینه یابی در بهینه سازی پرتفوی سهام، *همایش بین المللی مدیریت، اقتصاد و بازاریابی*، تهران، مرکز همایش های کوشا گستر.

۳. سینایی، حسنعلی و مهسا سمندر. (۱۳۹۴). به کارگیری مدل میانگین- واریانس مبتنی بر اعتبار برای تشکیل سبدی از صندوق های سرمایه گذاری مشترک.

۴. پارسافرد، جمشید و سمیه خاجوری. (۱۳۹۵). یک روش جدید برای مسأله بهینه سازی سبد سهام ریسک براساس حداقل سطح پذیرش با استفاده از الگوریتم فرا ابتکاری کرم شب تاب.

۵. راعی؛ رضا، محمدی، شاپور و هدایت علی بیگی. (۱۳۸۹). بهینه سازی سبد سهام با رویکرد میانگین نیم واریانس و با استفاده از روش جست و جوی هارمونی.

۶. آذرافزا هاله، رضایی حسین، بهمنش جواد، بشارت سینا (۱۳۹۲)، "مقایسه نتایج بکارگیری الگوریتم هایPSO ، GAو SAدر بهینه سازی سیستم های تک مخزنه "مطالعه موردی: سدشهرچای، ارومیه، نشریه آب و خاک، جلد ۲۶، شماره ۵، صص ۱۱۰۸-۱۱۰۱

۷. عابدین زاده فراشاه، حمیدرضا و حسن دهقان دهنوی، ۱۳۹۵، مقایسه مدل میانگین - نیم واریانس و مدل میانگین - واریانس برای انتخاب سبدسهام بهینه بااستفاده ازالگوریتمGA ، *اولین کنفرانس بین المللی دستاوردهای نوین پژوهشی در مدیریت، حسابداری و اقتصاد*، تهران

8. Dai, Z., & Wang, F. (2019). Sparse and robust mean–variance portfolio optimization problems. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *523*, 1371-1378.
9. Van Staden, P. M., Dang, D. M., & Forsyth, P. A. (2020). The surprising robustness of dynamic Mean-Variance portfolio optimization to model misspecification errors. *European Journal of Operational Research*.
10. VO, N. N., He, X., Liu, S., & Xu, G. (2019). Deep learning for decision making and the optimization of socially responsible investments and portfolio. *Decision Support Systems*, *124*, 113097.
11. Kara, G., Özmen, A., & Weber, G. W. (2019). Stability advances in robust portfolio optimization under parallelepiped uncertainty. *Central European Journal of Operations Research*, *27*(1), 241-261.
12. Xiaoxia Huang. (2010). Portfolio Analysis: From Probabilistic to Credibilistic and Uncertain Approaches.
13. Rebentrost, P., & Lloyd, S. (2018). Quantum computational finance: quantum algorithm for portfolio optimization. *ArXiv preprint arXiv: 1811.03975*.
14. Jothimani, D., Shankar, R., & Yadav, S. S. (2018). A big data analytical framework for portfolio optimization. *ArXiv preprint arXiv: 1811.07188*.
15. Petter N. Kolm, Reha Tütüncü, Frank J. Fabozzi. (2013). "60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends".European Journal of Operational Research 234.pp.356-371.
16. Kalayci, C. B., Ertenlice, O., & Akbay, M. A. (2019). A comprehensive review of deterministic models and applications for mean-variance portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, *125*, 345-368.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

Optimization of the Half Variance Model in the International Financial Market by PSO, GA and FA Algorithms

Nasim Davoodifar [1]

Date of Receipt: 2020/12/21 Date of Issue: 2021/01/21

Abstract

One of the main concerns of investors in financial markets is choosing a portfolio to minimize risk while maximizing returns. Experience shows that investing in a particular asset can cause huge losses to the investor. Individuals and organizations prefer to invest in a portfolio rather than a single investment. In this case, the advantage is provided to investors that with the diversification of financial assets, the overall investment risk is reduced, without having a negative impact on the expected return. Therefore, the issue of optimal selection in the investment portfolio is one of the most important issues in financial science and investment and has many applications in financial planning and decision making. For this purpose, there are several models with the aim of minimizing risk and maximizing returns and there are several methods to optimize these models with the aim of minimizing risk and maximizing returns. In the present study, we optimize the stock portfolio using the mean variance mean model and the stock portfolio optimization problem is solved using PSO and FA and GA algorithms. The results show that the GE algorithm provides us with the best portfolio that gives us the lowest risk and the highest return while fully diversifying the portfolio.

Keyword

Optimization, Portfolio, Half Variance, GA algorithm, PSO algorithm, FA algorithm

1. Master of Financial Mathematics, Kharazmi University, Tehran, Iran. (ndavoodifar73@yahoo.com)

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی