Iranian Journal of Insurance Research
Scientific Research Quarterly Journal
Vol. 34. No. 4. Winter 2020

Modeling the Price of Catastrophe Swap with Stochastic Occurrence Severity

Nasrollah Mahmoudpour[1] Abdolsadeh Neisy[2] Moslem Peymany[3] Meysam Amiri[4]

Received: 2018 December 28 **Accepted:** 2019November 09

Abstract

Objective: Developing a model for catastrophe swap pricing based on the stochastic models and numerical model solving.

Methodology: Vrance and Pielke (2009) database was used in this descriptive and retrospective study. Ito has been followed to determine the swap price changes, and the Black–Scholes modeling method was used to reach the catastrophe swap model. A partial integral differential equation was extracted and transformed to ordinary differential equations using Semi-discretization. The Finite difference method and the Euler method were used to solve the catastrophe swap pricing model. The parameters have been estimated and implemented numerically using Bjork's (2009) statistical inference method and finally, the model was implemented using MATLAB software.

Findingys: A new two-factor damage model was introduced. In other words, instead of c in the Anger model, ce to the power Lambda is used and Lambda is considered to be stochastic at any given moment. Therefore, from a view of mathematical probability, intensity value is not constant and fallows a Geometric Brownian Motion process, which is correlated with the damage. A new model for catastrophe swap pricing has also been introduced, which has two integral and differential parts.

Conclusions: The price of a catastrophe swap securities is inversely correlated with the growth of the damage and the increase in the severity of the damage. Besides, the price trend for damage less than the threshold, has a regular trend and these changes are proportional to the changes in the damage and intensity.

Keywords: Insurance linked securities, Catastrophe swaps, Stochastic models, Numerical solution.

JEL Classification: G12, G13, G22.

1. PhD Student, Department of Finance and Banking, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabataba'i University: **(Corresponding Author)**. n_mahmoudpour@atu.ac.ir
2. Associate Professor of Financial Mathematics, Department of Mathematics, Faculty of Statistics, Mathematics & Computer, Allameh Tabataba'i University.
3. Assistant professor of finance, Department of Finance and Banking, Faculty of management and accounting, Allameh Tabataba'i University.
4. Assistant Professor of Finance, Department of Finance and Banking, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabataba'i University.

(DOI):10.22056/jir.2019.164703.2444

فصلنامه علمی پژوهشی پژوهشنامه بیمه JR
سال سی‌وچهارم، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۸

مدل‌سازی قیمت سواپ فاجعه با شدت وقوع تصادفی

نصرالله محمودپور[۱] عبدالساده نیسی[۲] مسلم پیمانی فروشانی[۳] میثم امیری[۴]

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۷ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۸/۱۸

چکیده

هدف: ارائهٔ مدلی، برای قیمت‌گذاری سواپ فاجعه، بر پایهٔ مدل‌های تصادفی و حل عددی مدل است.

روش‌شناسی: توصیفی، طرح آن گذشته‌نگر، جهت‌گیری پژوهش کاربردی و روش گردآوری اطلاعات، کتابخانه‌ای است. در این تحقیق، از ابزار «استفاده از اطلاعات و مدارک موجود» بهره گرفته شده و از پایگاه دادهٔ ورانس و پیلکه (۲۰۰۹) استفاده شده است. در تعیین تغییرات قیمت سواپ از دستور ایتو تبعیت شده و برای رسیدن به مدل سواپ فاجعه از تعمیم روش مدل‌سازی بلک و شولز استفاده شده است. یک معادلهٔ دیفرانسیل انتگرال جزئی استخراج شده و با استفاده از نیمه‌گسسته‌سازی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل و برای حل مدل قیمت‌گذاری سواپ فاجعه از روش تفاضلات متناهی و روش اویلر استفاده شده است. پارامترها براساس روش استنباط آماری بیورک (۲۰۰۹) تخمین و اجرای عددی انجام شده است و سرانجام، با استفاده از نرم‌افزار متلب، مدل اجرا شده است.

یافته‌ها: یک مدل جدید دو عاملی برای خسارت ارائه شده است. به عبارتی دیگر، به جای C در مدل آنگر، از Ce^{λ} استفاده شده و لاندا طوری در نظر گرفته شده که هر لحظه، تصادفی، تغییر کند. بنابراین از دیدگاه ریاضیات احتمال، شدتْ مقدار ثابتی ندارد و از یک فرایند تصادفی براونی هندسی تبعیت می‌کند، که با خسارت هم‌بستگی دارد. همچنین مدل جدیدی برای قیمت‌گذاری سواپ فاجعه ارائه شده است که دو بخش انتگرالی و دیفرانسیلی دارد.

نتیجه‌گیری: قیمت سواپ فاجعه با رشد خسارت و رشد شدت خسارت رابطهٔ عکس دارد. همچنین، روند قیمت به‌ازای خسارت کمتر از آستانه، روند منظمی دارد و این تغییرات متناسب با تغییرات خسارت و شدت است.

کلید واژه‌ها: اوراق مرتبط با بیمه، سواپ فاجعه، مدل‌های تصادفی و روش حل عددی.

طبقه‌بندی موضوعی: G12, G13, G22.

۱. دانشجوی دکتری مدیریت مالی، دانشکدهٔ حسابداری و مدیریت، دانشگاه علامه طباطبایی **(نویسندهٔ مسئول)**
n_mahmoudpour@atu.ac.ir

۲. دانشیار گروه ریاضی، دانشکدهٔ آمار، ریاضی و رایانه، دانشگاه علامه طباطبایی

۳. استادیار گروه مالی و بانکداری، دانشکدهٔ مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی

۴. استادیار گروه مالی و بانکداری، دانشکدهٔ مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی

مقدمه

از اوایل دهۀ ۱۹۹۰، شرکت‌های بیمه و بیمه اتکایی از ابزار مالی جدیدی برای پوشش ریسک حوادث طبیعی در بازارهای سرمایه استفاده می‌کردند. تا به امروز، معروف‌ترین ابزار جایگزین برای انتقال ریسک اوراقی است که کوپن‌های مداومی به سرمایه‌گذاران پرداخت می‌کند، مگر آنکه رویداد فاجعه‌آمیزی رخ دهد و باعث خسارت کامل یا جزئی به اصل سرمایه شود. در کنار اوراق فاجعه، مشتقات فاجعه[1] نیز برای دستیابی به بازار سرمایه به کار برده شده‌اند. در ۱۹۹۲، هیئت تجاری شیکاگو[2] براساس شاخص زیان خود، معاملۀ قرارداد آتی و اختیار معامله را در بورس آغاز کرد (سویس‌ری،[3] ۲۰۰۹). این قرارداد به‌سبب نبود نقدشوندگی، خیلی زود جای خود را به شاخص خسارت اموال[4] داد. قراردادهای آتی مرتبط با وقایع فاجعه‌آمیز[5] از سوی بورس آتی بیمه[6] و بانک دویچه، ارائه شده است و قراردادهای مشابه در بازار بورس اروپا[7] نیز فهرست شده است. به‌جز بورس آتی بیمه، بازار بورس شیکاگو و بازار بورس کالایی نیویورک نیز اختیار وقایع فاجعه‌آمیز را ارائه می‌کنند. (کامینز و ویس،[8] ۲۰۰۹).

در این پژوهش، ابتدا نظریه‌ها و ادبیات مرتبط با سواپ فاجعه مطرح خواهد شد و پس از آن پیشینۀ این پژوهش را مروری خواهیم کرد. در بخش سوم روش‌شناسی تحقیق بررسی خواهد شد و در بخش چهارم براساس تحقیقات آنگر[9] و ژو،[10] خسارت با رویکرد تصادفی مدل‌سازی می‌شود. در بخش پنجم، با این فرض که قیمت سواپ تابعی از خسارت، نوسان و زمان است، مدل‌سازی سواپ فاجعه انجام می‌شود و در بخش ششم، با استفاده از روش‌های عددی تفاضلات متناهی و اویلر، معادلۀ دیفرانسیل انتگرال جزئی مسئله حل خواهد شد. در بخش هفتم، با بهره‌گیری از مجموعه داده‌های پیلکه، پارامترها مقداردهی و مدل به صورت عددی اجرا خواهد شد و سرانجام در بخش آخر، نتیجۀ مطالعات ارائه می‌شود.

---

1. Catastrophe Derivatives
2. Chicago Board of Trade (CBOT)
3. Swiss Re
4. Property Claim Services (PCS)
5. Event-Linked Futures (ELFs)
6. Insurance Futures Exchange (IFEX)
7. European Exchange (EUREX)
8. Cummins & Weiss
9. Unger
10. Xu

۱. مبانی نظری

اوراق بهادارسازی بیمه[1] مزایای فراوانی برای بانی[2] (ناشر) اوراق فراهم می‌کند که مهم‌ترین آن‌ها بهبود سودآوری است. شرکت‌های بیمهٔ عمر بخش‌هایی از کسب‌وکار خود را به اوراق بهادار تبدیل می‌کنند تا بازده حقوق صاحبان سهام خود را از طریق کارایی منابع بهبود دهند. شرکت‌های بیمه‌ای، از طریق فروش ریسک‌ها به سرمایه‌گذاران، نیاز خود را به نگه‌داری سرمایه کاهش و توانایی خود را برای ورود به کسب‌وکار جدید افزایش می‌دهند. اوراق بهادارسازی به بیمه‌گران (و بیمه‌گران اتکایی) این امکان را می‌دهد که بر عملیات بیمه‌ای، ساختاردهی، انتقال مستقیم ریسک به بازارهای (سرمایه) اوراق بدهی و نیز بهبود بازده حقوق صاحبان سهام تمرکز کنند. سرانجام بیمه‌گران (و بیمه‌گران اتکایی) در راستای افزایش تقاضا برای انتقال ریسک، باید قادر باشند تا منافع کسب‌شدهٔ خود را با سایر مشتریان سهیم شوند. اوراق قرضهٔ عمر دارایی‌های نامشهود را به پول تبدیل می‌کنند، الزامات سرمایه‌ای قانونی را تأمین و مخاطرات فاجعه‌آمیز مثل ریسک اخلاقی را به بازار اوراق قرضه (در بازار سرمایه) منتقل می‌کنند. علاوه‌براین، اوراق بهادارسازی بیمه‌نامه‌های اموال/حوادث بخش بزرگی از مخاطرات شدید را به بازارهای اوراق بدهی منتقل می‌کند. اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی، که در اصل همان اوراق بهادارسازی بیمه‌نامه‌های اموال/حوادث و به‌منزلهٔ منشأ ایجاد ظرفیت بیمه‌گران (و بیمه‌گران اتکایی) است، مزایای متعددی برای آن‌ها فراهم می‌کند (عسکری فیروز حایی و ساده‌وند، ۱۳۹۳).

قرارداد سواپ، که به قرارداد معاوضه و تاخت نیز معروف است، در لغت به معنای معاملهٔ پایاپای، عوض‌کردن، مبادله‌کردن، جانشین کردن و در اصطلاح، یکی از انواع قراردادهای مشتقه است که به‌منظور مدیریت ریسک بین دو طرف منعقد می‌شود. براساس این قرارداد، یکی از دو طرف متعهد به پرداخت جریان نقدی[3] با نرخ شناور[4] و

1. Insurance Securitization
2. Originator
3. Cash Flows
4. Floating Rate

و طرف دیگر متعهد به پرداخت نقدی با نرخ ثابت[1] در تاریخ‌های مشخصی به طرف مقابل می‌شود. به عبارت دیگر، قرارداد سواپ نوعی ابزار مشتقه است که در آن یک طرف قرارداد به معاوضهٔ عواید ناشی از ابزار مالی خود با عواید ناشی از ابزار مالی طرف مقابل اقدام می‌کند (نیسی و سلمانی قرائی، ۱۳۹۷).

۱-۱. طراحی قرارداد[2]

سواپ حوادث فاجعه ابزاری مالی است که از طریق آن ریسک حوادث طبیعی بین طرفین قرارداد تقسیم می‌شود. در قرارداد معمولی، خریدار حمایت (پرداخت‌کنندهٔ ثابت/ فروشندهٔ سواپ) با پرداخت حق‌بیمهٔ دوره‌ای به فروشندهٔ حمایت (پرداخت‌کنندهٔ متغییر/خریدار سواپ)، در مقابل پرداخت جبرانی ازپیش‌مشخص‌شده،[3] مشروط بر وقوع آغازگر در منطقهٔ تحت‌پوشش، موافقت می‌کند.

مهم‌ترین مشخصهٔ سواپ فاجعه این است که زیان‌های مرجع ناشی از بلایای طبیعی مختلف، با هم جمع نمی‌شوند و جداگانه دنبال می‌شوند. سواپ‌های فاجعه معمولاً دو نوع آستانه ارائه می‌کنند: یک آستانهٔ رویداد و یک آستانهٔ شتاب.[4] اگر در طول مدت قرارداد، زیان نهایی برای یک فاجعهٔ مرجع به آستانهٔ رویداد برسد، نتیجهٔ آن پرداخت فوری به خریدار حمایت و متعاقب آن انقضای قرارداد است. مشابه آن، در یک قرارداد سواپ، زمانی‌که زیان موقت بیش از آستانهٔ شتاب باشد، پرداخت بلافاصله آغاز می‌شود و درنهایت، چنانچه زیان موقت مساوی یا بالاتر از آستانهٔ رویداد باشد، خریدار حمایت بازده را در سررسید دریافت خواهد کرد.

1. Fixed Rate
2. Contract Design
۳. میزان پرداخت جبرانی به شکل خطی با میزان زیان افزایش می‌یابد، اگرچه در محدودهٔ بین آستانهٔ رویداد (Event threshold) و زیان کامل در نوسان است.
4. Acceleration Threshold

۱-۲. توسعهٔ بازار

هرچند بحث دربارهٔ اوراق بلایای طبیعی و مشتقات بیمه به‌مدت دو دهه مطرح بوده است، اما بازار برای سواپ‌های فاجعه هنوز بسیار جوان است و به‌خاطر ویژگی فرابورس بودن آن، اطلاعات درخصوص معاملات، مبتنی‌بر نقل‌قول است (کامینز و ویس، ۲۰۰۹). همچنین متخصصان صنعت گفته‌اند که اندازهٔ بازار به‌سرعت رو به افزایش است (کامینز،[1] ۲۰۰۸) و مجمع جهانی اقتصاد در سال ۲۰۰۸، برآورد کرد که سواپ‌های فاجعه همراه با ضمانت‌های زیان صنعت،[2] ارزشی فرضی حدود ۱۰میلیارد دلار دارند. در ماه مهٔ ۲۰۰۹، انجمن بین‌المللی سواپ و مشتقات[3] الگوی مستندی برای معاملات سواپ فاجعه براساس حوادث طوفان آمریکا منتشر کرد. هدف از انجام این کار، تعریف استاندارد برای اصطلاحات کلیدی، کاهش عدم‌قطعیت، بهبود نقدشوندگی، شفافیت و تشویق رشد در بازار بود.

۱-۳. حوزه‌های کاربرد[4]

با فرض بدون آربیتراژ بودن، سواپ فاجعه باید مشابه اوراق قرضهٔ فاجعه عمل کند؛ یعنی سرمایه‌گذاران باید دارایی خود را با بازده نسبتاً بالا و هم‌بستگی جزئی بازده با سایر طبقات دارایی به اشتراک بگذارند. در نتیجه، از نظر سرمایه‌گذار، سواپ حوادث فاجعه روش جذابی برای در معرض ریسک وقایع طبیعی قرار گرفتن، بدون نیاز به

---

1. Cummins

۲. Industry Loss Warranty (ILWs): اوراق تضمین زیان صنعت (یا به عبارت دیگر اوراق تضمین زیان بازار) یکی از قدیمی‌ترین اوراق پوشش ریسک است که در سال ۱۹۸۱ با هدف حمایت و پشتیبانی از صنعت بیمه و بیمهٔ اتکایی در مقابل زیان‌های شدید ناشی از حوادث فاجعه‌آمیز معرفی شده‌اند. فرایند فوق به این صورت است که شرکت‌های بیمه‌ای و بیمه اتکایی در جایگاه خریدار این اوراق وجهی را پرداخت می‌کنند و در مقابل، فروشنده تضمین می‌کند که مطابق با شاخص‌های تعیین‌شده در قرارداد این اوراق، هرگاه زیان صنعت بیمه در اثر یک حادثهٔ فاجعه‌آمیز از حدی بیشتر شود، مبلغ زیان تعیین‌شده در قرارداد را پرداخت خواهد کرد، صرف‌نظر از این که زیان خریدار این اوراق چقدر است. این اوراق عمر بسیار کوتاه‌مدتی درحدود ۱ تا ۱/۵ سال دارند.

3. International Swaps and Derivatives Association (ISDA)
4. Areas of Application

منابع مالی برای خرید اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی، است. علاوه بر این، نیازی نیست که خریدار پوشش قرارداد بیمهٔ مکتوب داشته باشد و نیز فروشندهٔ پوشش نیازی ندارد که در موقعیت شرکت بیمهٔ سازمان‌یافته باشد تا واجد شرایط طرف معاملهٔ سواپ قرار گیرد. ازاین‌رو سواپ فاجعه، جدا از پوشش ریسک بیمه، برای مقاصد سرمایه‌گذاری نیز به‌کار می‌رود. نمونهٔ آن مبادلات پایهٔ منفی[1] بین سواپ‌ها و اوراق قرضهٔ فاجعه است. این استراتژیِ ریسک آربیتراژ متداول در بازار اعتباری در پی بررسی اختلاف قیمت میان ابزار مشتقه و پول نقد است. اگر قیمت ورقهٔ قرضهٔ فاجعه به‌طور معنی‌داری از قیمت سواپ فاجعه بزرگ‌تر باشد، مثلاً اگر پایه منفی باشد، کار مثبت خرید هم‌زمان ورقهٔ قرضه و خرید سواپ فاجعه است. بنابراین وقوع رویداد باید شروع استفاده از هر دو ابزار باشد، تا زیان اوراق (حداقل بخشی از آن) با دریافت از محل سواپ، جبران شود (براون،[2] ۲۰۱۱).

زمینهٔ دیگر کاربرد سواپ فاجعه، تعهد بدهی وثیقه‌دار ترکیبی[3] در ریسک فجایع است. تعهد بدهی وثیقه‌دار تبدیل کردن مجموعه‌ای از دارایی‌ها به اوراق بهادار است. این دارایی‌ها را نهاد واسط خریداری و نگهداری می‌کند و برای تأمین مالی معامله از طریق

---

۱. Negative Basis: پایه در تعریف سنتی به‌معنای تفاوت بین قیمت نقدی یک کالا و قیمت مشتقهٔ آن است. این مفهوم در مورد مشتقات اعتباری هم صادق است، جایی که پایه تفاوت در دامنهٔ قیمت بین سواپ نکول اعتباری و اوراق قرضهٔ منتشرشده برای همان بدهی، اما با سررسید متفاوت را شامل می‌شود. در بازار مشتقات اعتباری پایه می‌تواند مثبت یا منفی باشد. معنی پایهٔ منفی این است که دامنهٔ قیمت سواپ نکول اعتباری کوچک‌تر از دامنهٔ قیمت اوراق قرضه است (Investopedia).

2. Braun

۳. Collateralized Debt Obligation (CDO): تعهدات بدهی وثیقه‌دار، اوراق بدهی‌اند که به پشتوانهٔ پرتفویی از اوراق بدهی دیگر منتشر می‌شوند. چنانچه تعهدات پایهٔ CDO، عمدتاً از جنس اوراق قرضه باشند CBO، چنانچه عمدتاً از جنس وام باشند CLO و چنانچه از جنس وام‌های رهنی تشکیل شده باشند CMO نامیده می‌شوند. این ابزارها به بانک‌ها این امکان را می‌دهند که به پشتوانهٔ وام‌هایی که در دارایی خود دارند، اوراق منتشر کنند. تعهدات بدهی وثیقه‌دار را می‌توان با رتبه‌های مختلف اعتباری منتشر کرد. از برش‌ها برای این منظور استفاده می‌شود. در صورت نکول بدهکاران بابت وام‌های رهنی پشتوانهٔ اوراق، اولویت اول متعلق به صاحبان اوراق برش اول است که بالاترین رتبهٔ اعتباری را دارند و مابقی جریان نقدی به برش‌های بعدی می‌رسد. نرخ بازدهی موردانتظار برش‌های با اولویت بالا، کمتر از برش‌های با اولویت پایین‌تر است.

صدور اوراق بهادار طبقه‌بندی‌شده با نرخ‌های مختلف اقدام می‌کند. در نقطهٔ مقابل فروش واقعی با ساختار تعهدی بدهی وثیقه‌دار نقد، بدهی وثیقه‌دار ترکیبی قرار دارد که البته انتقال فیزیکی دارایی نیست، بلکه نهاد واسط با فروش پوشش، تحت قرارداد سواپ، ریسک را پوشش می‌دهد. درحالی‌که ریسک هنگفتی به بیمه‌گران یا بیمهٔ اتکایی تحمیل می‌شود، تعهد بدهی وثیقه‌دار ترکیبی فاجعه، سرمایه‌گذاران را برای دریافت موقعیتی از پورتفولیوی متنوع ریسک وقایع طبیعی، با انتخاب یک برش،[1] که با ریسک خاص آن‌ها متناسب است، توانمند می‌سازد (فارستر،[2] ۲۰۰۸).

۱-٤. مقایسهٔ سواپ فاجعه با دیگر ابزارهای انتقال ریسک

سواپ فاجعه در گروه «ابزارهای بدون ریسک مبنا» نیست، ولی از نظر اقتصادی بسیار شبیه اوراق تضمین زیان صنعت است. سواپ‌ها موضوع عدم‌تقارن اطلاعاتی و ریسک اخلاقی و همچنین نیازمند روند فشردهٔ بیمه‌گری نیستند؛ بنابراین جایگزینی مقرون‌به‌صرفه برای قراردادهای بیمهٔ اتکایی سنتی‌اند. سواپ‌های فاجعه بسیار شبیه اوراق تضمین زیان صنعت و اکثر اوراق قرضهٔ فاجعه‌اند و خریداران حمایت را در معرض ریسک مبنا قرار می‌دهند، البته اگر فقط یک بخش از پرتفوی قرارداد بیمهٔ تعهدات، پوشش داده شود. ریسک مبنا زمانی به‌وجود می‌آید که شاخص صنعت با زیانی که بیمه‌گر (اتکایی) در کسب‌وکار خود تجربه کرده و متحمل شده است، کاملاً هم‌بسته نباشند. سواپ‌های حوادث کاملاً استانداردند و از پیچیدگی‌های ساختاری و هزینه‌های مرتبط با اوراق بهادارسازی بیمه، مانند راه‌اندازی نهاد واسط و ورود به یک سواپ نرخ بازده کل، جلوگیری می‌کنند. ازاین‌رو از نظر شرکت بیمه (اتکایی) آغاز آن‌ها آسان است و سریع‌تر از معاملهٔ اوراق قرضهٔ فاجعه اجرا می‌شوند. در مقایسه با اوراق تضمین زیان صنعت، سواپ‌های فاجعه، پتانسیل بیشتری برای نقدشوندگی دارند، خصوصاً زمانی که بازار کاملاً افت کرده است. سواپ‌ها، عموماً، معاملات بدون تأمین مالی هستند و نیازی به وثیقه کردن کامل آن‌ها نیست. در جدول ۱ نکات اصلی این مقایسه آمده است.

1. Tranche
2. Forrester

جدول شماره ۱. مقایسهٔ سواپ فاجعه با اوراق قرضهٔ فاجعه، قراردادهای بیمهٔ اتکایی و اوراق تضمین زیان صنعت

نکات اصلی	سواپ‌های فاجعه	اوراق تضمین زیان صنعت	اوراق قرضهٔ فاجعه	قراردادهای بیمهٔ اتکایی
آغازگرها	شاخص صنعت	دو شروع‌کننده: شاخص صنعت و جبران خسارت	برمبنای جبران خسارت	جبران خسارت‌محور
			شاخص صنعت	
			کاملاً پارامتری	
			شاخص پارامتری	
			زیان مدل‌شده	
ریسک اخلاقی	ندارد	پایین	ندارد (اگر آغازگر شاخص خاص باشد)	بالا
ریسک مبنا	بالا	بالا	ندارد (اگر آغازگر جبران خسارت خالص باشد)	هیچ
استانداردسازی	خیلی بالا	بالا	پایین	پایین
هزینهٔ معاملات	پایین	پایین	بالا	بالا
ریسک نکول طرف مقابل	وثیقهٔ جزئی	امکان وثیقه	وثیقهٔ کم	امکان وثیقه
روش حسابداری	ابزار مالی	بیمهٔ اتکایی	براساس آغازگر	بیمهٔ اتکایی

منبع: براون، ۲۰۱۱

سواپ حوادث از ابزارهای نوین مالی است که در سطح جهان چندان توجه محققان را به خود جلب نکرده است و در ایران نیز کار منتشرشده‌ای در مورد آن مشاهده نشده است. با توجه به فقر شدید بازار سرمایهٔ کشور در تنوع ابزارهای مالی نوین، نیاز شدید سرمایه‌گذاران با سلیقه‌های متفاوت به محصولات جدید برای متنوع‌نمودن پرتفوی خود و ضرورت تأمین مالی مناسب و کاهش ریسک اعتباری بازار بیمه با انتشار اوراق بهادار بیمه‌ای، پژوهش و تحقیق در این حوزه می‌تواند دستاوردهای نظری و کاربردی مناسبی برای بازارهای مالی کشور به همراه داشته باشد. ارائهٔ مدلی برای قیمت‌گذاری اوراق فاجعه، زمینه را برای مطالعات اوراق فاجعه از جنبه‌های حقوقی و فقهی و... فراهم خواهد کرد.

۲. مروری بر پیشینهٔ پژوهش

در بررسی‌های انجام‌شده، مقاله‌ای در حوزهٔ پژوهش در قیمت‌گذاری سواپ فاجعه مشاهده نشد. فقط شماری از محققان اشارهٔ اولیه‌ای به سواپ حوادث فاجعه کرده‌اند، ازجمله در آثار بوردن و سارکار[1] (۱۹۹۶)، و کانتر و همکاران[2] (۱۹۹۷)، به این ابزار در اوراق بیمه اشاره شده است. همچنین کامینز (۲۰۰۸)، و کامینز و ویس (۲۰۰۹)، به‌اختصار سازوکار عمومی قرارداد سواپ‌های فاجعه را توصیف کرده‌اند.

ساختار پیشینهٔ مطالعه در این بررسی، تحلیلی است و براساس سه اصل نظری مختلف ارائه شده است: ۱) بررسی تجربی قیمت‌های اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی؛ ۲) روش‌های مبتنی بر مطلوبیت؛ ۳) چارچوب بدون آربیتراژ.

براساس بررسی تجربی قیمت‌های اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی، لین[3] (۲۰۰۰)، و لین و ماول[4] (۲۰۰۸)، از روش‌شناسی قیمت‌گذاری آماری استفاده کردند و به شباهت ابزار بازار سرمایهٔ فاجعه با بیمهٔ اتکای سنتی اشاره کردند.

1. Borden & Sarkar
2. Canter et al.
3. Lane
4. Lane & Mahul

روش‌های مبتنی‌بر مطلوبیت حول این مفهوم متمرکز شده‌اند که بازارهای بیمه عموماً ناقص و ناکامل‌اند، به این معنا که نمی‌توان اندازهٔ مارتینگل متناظر منحصربه‌فردی را یافت و از طریق آن فرصت‌های آربیتراژ را مشخص کرد. بر این اساس، آسه[1] (۲۰۰۱) با اصلاح تحقیقات نخستین خود، مدل مارکوف را برای پویایی‌های پایه در قیمت‌گذاری مشتقات بلایای طبیعی به کار برد و روش تعادل رقابتی را پیشنهاد کرد که ریسک‌گریزی نسبی مداوم را ارائه می‌کرد. یانگ[2] (۲۰۰۴)، قیمت بی‌تفاوتی اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی را براساس رجحان مطلوبیت‌نمایی سرمایه‌گذاران محاسبه کرد و اگامی و یانگ[3] (۲۰۰۸)، قیمت‌گذاری مبتنی‌بر مطلوبیت اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی را بررسی کردند. همچنین دیکمان[4] (۲۰۰۹)، مانند پژوهش کمبل و کاکرن[5] (۱۹۹۹)، مدل پویا و متعادل اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی را با روند بیرونی ارائه کرد.

اما بیشتر مقالات قیمت‌گذاری مشتقات و اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی، چارچوب آزاد از آربیتراژ یا بدون آربیتراژ را مطرح کرده‌اند. کامینز و جمن[6] (۱۹۹۴، ۱۹۹۵)، دامنه‌های خرید و آتی بلایای طبیعی را با روش اختیار آسیایی، که در آن فرایند پرش انتشاری با نوسان پرش مداوم مفروض است، قیمت‌گذاری کردند. همچنین، چانگ و همکاران[7] (۱۹۹۶)، مدل اختیار بلایای طبیعی را بر تغییر زمان تصادفی مرتبط با تراکنش آتی بیمه، توسعه دادند. این کار سبب شد که فرایند پواسن مرکب را به فرایند انتشاری خالص تبدیل کنند و ارزش‌گذاری ریسک خنثای آن به‌راحتی اجرایی شود. نیز می‌توان فرمول بستهٔ خلاصه‌شدهٔ آن را به دست آورد. همین‌طور، جمن و یور[8] (۱۹۹۷)، با استفاده از تغییر زمان تصادفی و تبدیل لاپلاس، راه‌حلی نیمه‌تحلیلی برای قیمت اختیارات بلایای

1. Aase
2. Young
3. Egami & Young
4. Dieckmann
5. Campbell & Cochrane
6. Cummins & Geman
7. Chang et al.
8. Geman & Yor

طبیعی روی شاخص زیان، که فرایند پرش انتشاری را دنبال می‌کرد، ارائه دادند، اما لی و یو[1] ۲۰۰۷، بینش حاصل از کار نخستین خود را در اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی در قراردادهای بیمهٔ اتکایی به‌کار بردند و بیاجینی و همکاران[2] (۲۰۰۸)، از تبدیل فوریه[3] برای استنتاج راه‌حلی تحلیلی برای قیمت‌گذاری اختیار در وقوع بلایای طبیعی و دورهٔ توسعهٔ خسارت بهره بردند. میورمان[4] (۲۰۰۸)، مدل اختیار خرید بلایای طبیعی را بر فرایند پواسن مرکب برای شاخص خسارت پایه به‌کار برد تا قیمت بازار ریسک بیمه را از مظنهٔ مبادلهٔ مشتقات بلایای طبیعی استخراج کند. چانگ و همکاران (۲۰۰۸؛ ۲۰۱۰)، چارچوب مفهومی خود را از یک زمان پیوستهٔ بازار کامل به یک زمان گسستهٔ بازار ناقص، برای اختیارات بلایای طبیعی سبک آسیایی با مدل دوجمله‌ای مرکب، تعمیم دادند و شدت فرایند پواسن تصادفی را از طریق روند معکوس میانگین اورنشتین- اولنبک[5] بررسی کردند. هاردل و کابررا[6] (۲۰۱۰)، اوراق قرضهٔ بلایای طبیعی طبیعی مرکب را برای زلزله قیمت‌گذاری کردند و فرایند پواسن تصادفی مرکب را برای جریان وقایع طبیعی فرض قرار دادند. وو و چانگ[7] (۲۰۱۰)، از فرایند پواسن تصادفی مرکب، با شدت اورنشتین- اولنبک در ترکیب با مدل کاکس[8] (۱۹۸۵)، برای نرخ بهره و چارچوب جارو و یو[9] (۲۰۰۱)، برای ریسک نکول متقابل در جهت قیمت‌گذاری اوراق فاجعهٔ و اختیار، بهره گرفتند. مطالعات متنوعی پیرامون مدل‌سازی خسارت انجام شده است؛ ازجملهٔ مطالعات در این زمینه می‌توان به پایان‌نامهٔ ژو اشاره کرد. او در پژوهش خود به بررسی توزیع خسارات ناشی از وقایع طبیعی در نروژ پرداخت. در همین راستا، ذوالفقاری و کمبل با استفاده از داده‌های تاریخی، تحلیلی برای مدل

1. Lee & Yu
2. Biagini et al.
3. Fourier Transform
4. Muermann
5. Ornstein–Uhlenbeck
6. Härdle & Cabrera
7. Wu & Chung
8. Cox
9. Jarrow & Yu

خسارت زلزله و ویکری و همکاران[1] (۲۰۰۶)، مدلی برای خسارت گردباد HAZUS-MH مطرح کردند.

۳. روش‌شناسی

روش تحقیق این پژوهش توصیفی است و از آنجا که یک متغیر (فاجعه یا حادثه) در طول زمان اندازه‌گیری می‌شود، مطالعه‌ای توصیفی طولی انجام می‌گیرد. این نوع تحقیق مبتنی‌بر نظریه یا نتایج تحقیقات است و روش گردآوری اطلاعات روش کتابخانه‌ای است. با عنایت به اینکه داده‌های گردآوری‌شده با رویدادهایی مرتبط‌اند که در گذشته رخ داده، طرح تحقیق را می‌توان گذشته‌نگر تلقی کرد و با توجه به اینکه تحقیق در پی یافتن راه‌حل برای مسئله‌ای است که می‌تواند در تصمیم‌گیری‌ها استفاده شود، می‌توان آن را تصمیم‌گرا یا کاربردی نامید. در این تحقیق ابزار «استفاده از اطلاعات و مدارک موجود» به‌کار گرفته شده و به‌علت وجودنداشتن داده‌های واقعی زیان‌های اقتصادی زلزله در ایران، از پایگاه دادهٔ ورانس و پیلکه[2] (۲۰۰۹)، استفاده شده است. ایشان در کارهای تجربی اخیر خود، برآورد خسارت اقتصادی از تمامی زلزله‌ها اخیر آمریکا در سال‌های ۱۹۰۰ تا ۲۰۰۵ را براساس شاخص‌های تورم، ثروت و جمعیت نرمال کردند، بنابراین کل خسارت‌های حاصل از زلزله در بازهٔ زمانی فوق مدنظر است.

وقوع فاجعه و خسارت در حکم فرایند تصادفی پرش انتشار دوعاملی است که عامل دوم آن λ است و تغییرات آن از یک حرکت براونی هندسی تبعیت می‌کند. در تعیین تغییرات قیمت سواپ از دستور ایتو تبعیت شده و برای رسیدن به مدل سواپ فاجعه از تعمیم روش مدل‌سازی بلک و شولز استفاده شده است. یک معادلهٔ دیفرانسیل انتگرال جزئی استخراج و با استفاده از نیمه‌گسسته‌سازی به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده است. همچنین برای حل مدل قیمت‌گذاری سواپ فاجعه از روش تفاضلات متناهی و روش اویلر استفاده شده است. برای سادگی و درک بهتر نتایج عددی، نسبتی

1. Vickery et al.
2. Vranes & Pielke

بین داده‌ها در بازهٔ [0,10] برقرار شده و پارامترها براساس روش استنباط آماری کتاب بیورک[1] (۲۰۰۹)، تخمین زده شده و اجرای عددی انجام شده و سرانجام مدل با استفاده از نرم‌افزار متلب اجرا شده است.

٤. مدل‌سازی خسارت

با در نظر گرفتن مفروضات و سیاست‌های گفته‌شده، در این پژوهش، مدل خسارت باید تغییرات کوچک و پرش‌های بزرگ را اندازه‌گیری کند، لذا مدل تصادفی زیر را در نظر می‌گیریم:

$$DS=\alpha SDT+\sigma SDW+\eta CDN \qquad (1)$$

که در آن α نرخ رشد خسارت، نوسانات کوچک (وجود یا وجودنداشتن خسارت کوچک) یا انحراف از معیار و جملهٔ پرش ناشی از حوادث و بحران‌های بزرگ است. مدل فوق توسط آنگر (۲۰۱۰) معرفی شده و روی داده‌های مالی پی‌اس‌سی پیاده‌سازی شده است.

این پژوهش درصدد طراحی مدلی برای خسارت است که نوسان خسارت (λ) در آن تصادفی باشد و در مدل اصلی خسارت وجود داشته باشد. به‌این‌منظور، از مدل معرفی‌شدهٔ آنگر در رابطهٔ ۱، الگوبرداری و مدل تصادفی دیگری معرفی می‌شود.

درواقع با رشد جامعه (صنایع، امکانات توریستی، محل سکونت و غیره)، خسارت اقتصادی[2] ناشی از اموال بیمه‌شده افزایش خواهد یافت؛ بنابراین رابطهٔ نزدیک و مستقیمی بین میزان خسارت و رشد جامعه وجود دارد. این نرخ رشد خسارت با α نشان داده می‌شود. ممکن است رخدادهایی به‌وجود بیاید که موجب انحراف از مقدار

1. Bjork

۲. منظور از خسارت‌های اقتصادی زیان‌های مالی ناشی از آسیب یا تخریب ساختمان‌های مسکونی، اداری و تجاری و همچنین زیرساخت‌ها و اموال است.

موردنظر α شود، که در این صورت این نوسان به‌شکل σ در مدل خسارت نشان داده می‌شود. همچنین فجایع طبیعی به صورت $ce^{\lambda}\eta$ فرض می‌شود، چراکه با این فرض مؤلفهٔ پرش پویایی بیشتری دارد و تغییرات شدت وقوع مستقیماً در خسارت اثر می‌گذارد. ازاین‌رو مدل خسارت به شکل زیر است:

$$\rho dt=dw_t^1 dw_t^2$$
$$ds=\alpha s dt+\sigma s dw_t^1+ce^{\lambda}\eta dN$$
$$d\lambda=\mu\lambda dt+\gamma\lambda dw_t^2 \qquad (۲)$$

که در آن μ نرخ جابه‌جایی λ ، γ نوسان λ و w_t^1 و w_t^2 فرایندهای تصادفی وینر و N یک فرایند پواسن است.

مدل جدید معرفی‌شده در این مقاله، یک مدل دوفاکتوره برای خسارت است. در واقع هدف از ارائهٔ این مدل جدید، دخالت مستقیم شدت و احتمال وقوع خسارت در مقدار خسارت است.

۵. مدل‌سازی سواپ فاجعه

نمونهٔ واقعی قرارداد سواپ فاجعه در بازار، سواپ زیان رویداد[1] بانک دویچه است. بانک دویچه در سال ۲۰۰۶ اعلام کرد که سواپ زیان رویداد، که یک قرارداد مشتقهٔ جدید برای حمایت از مشتریان در مقابل زیان‌های ناشی از بلایای طبیعی سیل و زلزله در آمریکاست، را آغاز کرده است. قراردادهای سواپ زیان رویداد زمانی شروع به پرداخت می‌کنند که زیان‌های بیمه‌شدگان از رویدادهای سیل و زلزله، جداگانه، از سطح آستانه فراتر رود. این حد را مؤسسات مستقل تعیین خواهند کرد. بانک این محصول را برای پوشش ریسک و توسعهٔ سرمایه‌گذاری، برای مشتریان در بخش‌های اموال و فاجعه، شامل شرکت‌های بیمه اتکایی و سرمایه‌گذاران بازار سرمایه، جایگزین کرده است و بازاری دو طرفه را در این نوع قرارداد به وجود آورده و قیمت‌های منظمی را

1. Event Loss Swaps

برای خرید و فروش حمایت سواپ زیان رویداد در شرایط استاندارد، تعیین کرده است.

کارکرد سواپ زیان رویداد شبیه سواپ نکول اعتباری است. خریدار حمایت یک‌سری پرداخت‌های دوره‌ای منظم را برمبنای ارزش فرضی قرارداد انجام می‌دهد، در مقابل، چنانچه فاجعهٔ سیل و زلزله رخ دهد و گزارش زیان به آستانهٔ قرارداد برسد، دریافت جبرانی خواهد داشت. در این نوع قرارداد فروشندهٔ حمایت، که مبلغ دوره‌ای ثابتی دریافت می‌کند، مجبور به پرداخت به خریدار حمایت در زمان ایجاد فاجعه براساس شرایط قرارداد است. قرارداد برای رویدادهای باد، شامل گردباد و طوفان، از سطح آستانهٔ ۲۰میلیارد، ۳۰میلیارد و ۵۰ میلیارد دلار آمریکا و برای رویداد زلزله از سطح آستانهٔ ۱۰میلیارد و ۱۵میلیارد دلار قابل اجرا می‌شود.

ابزار سواپ زیان رویداد یک محصول نوآورانه و جدید برای پوشش ریسک است و به مشتریانی که یک پوشش را برای بلایای طبیعی در کوتاه‌مدت جستجو می‌کنند، پیشنهاد می‌شود و سطح مقبولی از استانداردسازی، شفافیت و نقدشوندگی را، که قبلاً در بازار دردسترس نبود، به سرمایه‌گذاران ارائه می‌کند. این قرارداد ابزار مهمی است که می‌توان به مشتریان برای مدیریت ریسک پیشنهاد کرد و گزینه‌های زیادی را برای حل سفارشی مشکلات مشتریان با نیازهای مختلف ارائه می‌کند. این قراردادها برای دوره‌های استاندارد یک‌ساله، با میزان فرضی ۵ میلیون دلار و با استفاده از مستندات و معیارهای انجمن بین‌المللی مشتقات و سواپ‌ها، ارائه می‌شود. پنجاه ایالت آمریکا تحت‌پوشش این قراردادند. در زمانی‌که ارزیابی زیان مستقل برای تعیین زیان فاجعه در جریان است، چنانچه زمان قرارداد منقضی شود، قرارداد تا زمان ارائهٔ گزارش نهایی، تمدید خواهد شد (بانک دویچه، ۲۰۰۶).

سویس‌ری (۲۰۰۹)، قراردادهای استاندارد دیگری تحت‌عنوان سواپ‌های فاجعهٔ طبیعی[1] برای حوادث طوفان و زلزلهٔ آمریکا ارائه کرد که در آن‌ها بخش ادارهٔ خدمات بیمهٔ

1. Natural Catastrophe Swaps (SNaCs^{TM})

ادعای مالکیت در جایگاه گزارشگر زیان عمل می‌کند. این نهاد به شبکه‌ای از نمایندگان صنعت، دپارتمان‌های ادعای خسارت و تعدیلگران، نمایندگان بیمه، هواشناسان و مقامات دولتی، دسترسی دارد.

طراحی دیگری برای قراردادهای سواپ، قالبی معاملاتی است که سواپ ریسک خالص یا سواپ پرتفوی[1] نامیده می‌شود. در سواپ ریسک خالص، دو شرکت بیمه یا بیمه اتکایی، پوشش‌های در معرض ریسک غیرمرتبط خود را، با هدف توسعهٔ تنوع پرتفوی و کاهش الزامات ناظر بر سرمایه، معاوضه می‌کنند. بدین‌وسیله شرکت‌های بیمه‌گر که کسب‌وکارهای محلی خود را که در یک منطقه متمرکز کرده‌اند و مستعد پذیرش بلایای طبیعی آن منطقه‌اند، می‌توانند ریسک‌های اصلی خود را با خطرات دیگری که ارتباط مستقیم به پرتفوی آن‌ها ندارد، منتقل کنند. معاوضهٔ ریسک می‌تواند از طریق واسطه‌ها، وبگاه بورس ریسک فاجعه[2] یا مستقیماً از طریق بازار خارج از بورس اجرا شود. همانند قراردادهای سواپ فاجعهٔ استاندارد، این نوع قراردادها معمولاً به‌گونه‌ای تنظیم می‌شوند که ارزش فعلی دو نوع سواپ دقیقاً برابر باشد. در ضمن هیچ مبلغی بین طرفین مبادله نمی‌شود و در عوض، فقط زمانی‌که واقعهٔ واجد شرایط قرارداد ایجاد شود مبالغ جابه‌جا می‌شوند. این کار نیازمند هم‌گرایی آغازگرها و همچنین مدل‌سازی ریسک دقیق به‌منظور تطبیق زیان‌های پیش‌بینی‌شده از طریق احتساب شرایط و وضعیت قراردادهاست. مثال معروفی در مورد این نوع سواپ، در سال ۲۰۰۳، معاوضهٔ ریسک طوفان ۱۰۰میلیون دلاری ژاپن از طریق شرکت بیمهٔ میتسویی سومیتومو[3] با طوفان ۵۰میلیون دلاری آتلانتیک شمالی و ریسک گردباد اروپایی ۵۰ میلیون دلاری با شرکت بیمهٔ سویس ری است. از آنجا که مرجع ریسک این نوع از سواپ‌ها براساس پرتفوی ریسک طرفین قرارداد است، جبران زیان‌محورند (کامینز، ۲۰۰۸).

فرض کنید s و λ، به‌ترتیب، خسارت و نوسان خسارت‌اند که تغییرات آن‌ها از مدل

1. Pure Risk Swap or Portfolio Swap
2. Catastrophic Risk Exchange (CATEX)
3. Mitsui Sumitomo Insurance

خسارت ۲ تبعیت می‌کند، در این صورت سواپ فاجعه به‌نسبت زمان، خسارت و نوسانات آن تغییر می‌کند که با $c(t, s,\lambda)$ نمایش داده شده است. از این رو، تغییرات طبق دستور ایتو به صورت زیر خواهد بود:

$$dc=\left(c_t+\alpha sc_s+\mu\lambda c_\lambda+\frac{1}{2}\sigma^2 s^2 c_{ss}+\frac{1}{2}\gamma^2\lambda^2 c_{\lambda\lambda}+\rho\sigma s\gamma\lambda c_{s\lambda}\right)dt$$
$$+(\gamma\lambda c_\lambda+\sigma sc_s)dw_t+[c(t,s+ce^\lambda\eta,\lambda)-c(t,s,\lambda)]dN$$

(۳)

با قرار دادن

$$\varphi=c_t+\sigma sc_2+\mu\lambda c_\lambda+\frac{1}{2}\sigma^2 s^2 c_{ss}+\frac{1}{2}\gamma^2 c_{\lambda\lambda}+\rho\sigma s\gamma\lambda c_{s\lambda}$$

(۴)

$$\Delta=\gamma\lambda c_\lambda+\sigma sc_s$$

خواهیم داشت:

$$dc=\varphi dt+\Delta dw_t+[c(t,s+ce^\lambda\eta,\lambda)-c(t,s,\lambda)]\,dN$$

(۵)

اکنون با استفاده از تعمیم روش مدل‌سازی بلک و شولز مدلی برای سواپ فاجعه با استفاده از مفهوم سبد ارائه می‌شود. فرض کنید که π یک سبد شامل دو سواپ فاجعه (برای نمونه زلزله، c_1 و سیل، c_2) باشد، لذا ارزش سبد به صورت زیر خواهد بود:

$$\pi=x_1c_1+x_2c_2 \qquad (۶)$$

که در آن x_1 حجم سواپ فاجعهٔ زلزله و x_2 حجم سواپ فاجعهٔ سیل در سبد است. برای رسیدن به مدل موردنظر، تغییرات سبد را حساب می‌کنیم:

$$d\pi=x_1dc_1+x_2dc_2 \qquad (۷)$$

$$dc_i=\varphi_i dt+\Delta_i dW_t+\left[c_i(t,s+ce^\lambda\eta,\lambda)-c_i(t,s,\lambda)\right]dN\ ,i=1,2$$

با در نظر گرفتن دارایی‌های سبد π با نرخ بهرهٔ r و با فرض سبد ریسک خنثی، بازده احتمالی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم (بیورک، ۲۰۰۹):

$$d\pi = r\pi dt \qquad (۸)$$

که در آن r نرخ بهره است.

با استفاده از عملیات پیچیدهٔ ریاضی و با استفاده از الگوی روش مدل‌سازی نیسی و سلمانی (۲۰۱۳) و با جای‌گذاری رابطهٔ ۷ در رابطهٔ ۸ قسمت تصادفی آن حذف و نسبت زیر به دست خواهد آمد:

$$\frac{\varphi_1-(r+\lambda)c_1+\lambda E[c_1(t,s+ce^{\lambda}\eta,\lambda)]}{\Delta_1}=\frac{\varphi_2-(r+\lambda)c_2+\lambda E[c_2(t,s+ce^{\lambda}\eta,\lambda)]}{\Delta_2} \quad (۹)$$

این نسبت را قیمت بازاری ریسک[۱] می‌نامند و در اینجا آن را با q نشان می‌دهیم. در روند ساخت سبد انتخاب نوع ورقه اختیاری است، لذا برای تمامی ورقه‌ها، چون مدل تصادفی آن‌ها از یک روند پیروی می‌کند، این الگو برقرار است. با ادامهٔ روند مدل‌سازی، معادلهٔ دیفرانسیل انتگرال جزئی زیر به دست خواهد آمد (آنگر، ۲۰۱۰):

$$c_t+(\alpha s-q\sigma s)c_s+(\mu\lambda-q\gamma\lambda)c_\lambda+\frac{1}{2}\sigma^2s^2c_{ss}+\frac{1}{2}\gamma^2\lambda^2c_{\lambda\lambda}+\rho\sigma s\gamma\lambda c_{\gamma\lambda}+J-(r+\lambda)c=0 \quad (۱۰)$$

که در آن

$$J=\lambda\int_0^{\infty}c(t,s+ce^{\lambda}\eta,\lambda)\,f(ce^{\lambda}\eta)d\eta$$

$$f(x)=\frac{1}{\nu\sqrt{2\pi}}e^{-0.5\left(\frac{Lnx-\chi}{\nu}\right)^2} \quad (۱۱)$$

که χ میانگین و ν واریانس داده‌ها است.

برای حل مدل فوق، شرایط نهایی و مرزی به صورت زیر لازم است:

$$C(T,s,\lambda)=\begin{cases}B_{fix} & s<Z\\ 0 & s\geq Z\end{cases}$$

که Z در آن آستانه است.

$$\lim_{s\to\infty}c(t,s,\lambda)=0$$

۱. قیمت بازاری ریسک از عواملی است که در فرایند قیمت‌گذاری مطالبات مشروط ظاهر می‌شود.

$$\lim_{\lambda\to\infty} c(t,s,\lambda)=\left(B_{fix}*e^{-rt}\right) I_{s<Z} \qquad (۱۲)$$

در اینجا $I_{s<Z}$ تابع مشخصه است، با قراردادن یک بار $\lambda = 0$ و یک بار دیگر $s = 0$ در مدل اصلی، شرایط مرزی به صورت زیر تکمیل خواهد شد:

$$c_t+(\mu\lambda-q\gamma\lambda)c_\lambda+\frac{1}{2}\gamma^2\lambda^2 c_{\lambda\lambda}+J-(r+\lambda)c=0 \qquad s\to 0 ;$$

$$c_t+(\alpha s-q\sigma s)c_s+\frac{1}{2}\sigma^2 s^2 c_{ss}-(r)c=0 \qquad \lambda\to 0 ;$$

٦. روش حل

در این بخش، روشی عددی برای حل مدل قیمت‌گذاری ارائه می‌شود. برای این منظور، از روش تفاضلات متناهی نیمه‌گسسته‌سازی استفاده خواهد شد، لذا برای بالابردن دقت هم‌گرایی، ابتدا s و λ گسسته‌سازی می‌شوند و به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی برحسب زمان می‌رسیم، سپس معادله با روش اویلر حل خواهد شد. برای رسیدن به این هدف، بازهٔ تغییرات s و λ را، به‌ترتیب، به صورت $[0, s_{max}]$ و $[0, \lambda_{max}]$، که در آن s_{max} و λ_{max} از داده‌های بازار و شرکت‌های بیمه‌ای حاصل شده‌اند، نشان می‌دهیم. بازه‌های $0<s<s_{max}$ و $0<\lambda<\lambda_{max}$ به صورت زیر گسسته‌سازی می‌شوند:

$$0<s_0<s_1<s_2\ldots<s_{max}$$

$$0<\lambda_0<\lambda_1<\lambda_2\ldots<\lambda_{max}$$

معادلهٔ دیفرانسیل انتگرال جزئی ۱۰، به‌همراه شرایط اولیه و مرزی اشاره‌شده، مسئلهٔ مقدار اولیه و مرزی است، که در اینجا مدل نوین سواپ فاجعه مبتنی‌بر مدل‌های تصادفی نامیده می‌شود. از آنجا که مسئلهٔ مقدار اولیه و مرزی جواب دارد (فلورسکیو و همکاران[1]، ۲۰۱۲) نتیجه می‌دهد که مدل نوین سواپ به‌دست‌آمده نیز جواب یکتا دارد. اما این مدل جواب بسته و تحلیلی ندارد و باید تخمینی از جواب به‌وسیلهٔ روش‌های عددی به دست بیاید، که در این مقاله روش تفاضلات متناهی انتخاب شده است.

1. Florescu et al.

در ادامه، با فرض τ=T-t، معادلهٔ ۱۰ به صورت زیر تبدیل می‌شود. تغییر متغیر $\tau = T - t$ و $C(t,s,\lambda) = U(\tau,s,\lambda)$ برای احراز یکی از شرایط هم‌گرایی است، از این رو با در نظر گرفتن عبارت زیر:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial U}{\partial \tau}, \frac{\partial C}{\partial s} = \frac{\partial U}{\partial s} \quad \frac{\partial C}{\partial \lambda} = \frac{\partial U}{\partial \lambda} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial \lambda^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} \quad \frac{\partial^2 C}{\partial s \partial \lambda} = \frac{\partial^2 U}{\partial s \partial \lambda}$$

PDE زیر را به دست خواهیم آورد:

$$U_\tau = g_1(s)U_s + g_2(\lambda)U_\lambda + g_3(s)U_{ss} + g_4(\lambda)U_{\lambda\lambda} + g_5(s,\lambda)U_{s\lambda} + J + g_6(\lambda)U \quad (۱۳)$$

که در آن $g_i, i \in \{1,\cdots,6\}$ ضرایب‌اند و

$$J = \lambda \int_0^x U(\tau, s+ce^\lambda\eta, \lambda) f(ce^\lambda\eta) d\eta \quad (۱۴)$$

شرایط مرزی و اولیه به صورت زیر است:

$$U(0,s,\lambda) = \begin{cases} B_{fix} & s < Z \\ 0 & s \geq Z \end{cases}$$
$$\lim_{s\to\infty} U(\tau,s,\lambda) = 0$$
$$\lim_{\lambda\to\infty} U(\tau,s,\lambda) = \left(B_{fix} * e^{-r(T-\tau)}\right) I_{s<Z} \quad (۱۵)$$

که در آن $I_{s<Z}$ تابع مشخصه است.

اکنون، معادلهٔ دیفرانسیل انتگرال جزئی ۱۳ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_\tau = \Im_d U + \Im_j U \quad (۱۶)$$

که در آن:

$$\Im_d U = g_1(s)U_s + g_2(\lambda)U_\lambda + g_3(s)U_{ss} + g_4(\lambda)U_{\lambda\lambda} + g_5(s,\lambda)U_{s\lambda} + g_6(\lambda)U \quad (۱۷)$$

$$\Im_j U = J \quad (۱۸)$$

حال با فرض $u_{i,j} = U(\tau, s_i, \lambda_j)$ و با استفاده از روش تفاضلات متناهی خواهیم داشت:

$$U_s \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2ds}, U_\lambda \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2d\lambda}, U_{ss} \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j} + u_{i-1,j}}{(ds)^2}$$
$$U_{\lambda\lambda} \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j} + u_{i,j+1}}{(d\lambda)^2}, U_{s\lambda} \approx \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1} + u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{4d\lambda ds} \quad (۱۹)$$

فرض کنید:

$$u=\left[u_{1,1} \quad \cdots \quad u_{1,M-1} \quad \cdots \quad u_{N-1,1} \quad \cdots \quad u_{N-1,M-1}\right]^{Tr.} \qquad (۲۰)$$

با استفاده از مفروضات فوق، ماتریس A و B طوری در نظر گرفته می‌شود که عملگر ۱۹ را توجیه کند.

$$\Im_d U \to Au+B \qquad (۲۱)$$

ماتریس A به ماتریس تنک (پراکنده)[1] معروف است که، با توجه به گسسته‌سازی ۲۱ و بردار B، شرایط مرزی را دارد و به‌راحتی با استفاده از روش هیرسا[2] (۲۰۱۲) به دست می‌آید.

همچنین با در نظر گرفتن $x=s+e^{\lambda}\eta$ و $f_{i,j}=f(s_i-s_j)$ برای قسمت انتگرالی خواهیم داشت:

$$\frac{1}{\mathbb{C}e^{\lambda_j}}\int_0^{\infty}U(\tau,x,\lambda_j)f(x-s_i)dx \approx \frac{1}{\mathbb{C}e^{\lambda_j}}\frac{ds}{2}\left[f_{i,0}u_{0,j}+f_{i,N}u_{N,j}+2\sum_{p=1}^{N-1}f_{i,p}u_{p,j}\right] \qquad (۲۲)$$

عملگر انتگرال ماتریس F و G نیز به صورت زیر است:

$$\Im_j U \to Fu+G \qquad (۲۳)$$

با توجه به رابطه‌های ۱۹ و ۲۰ عملگر $\Im$ به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Im =: \Im_d+\Im_j \qquad (۲۴)$$

که در آن:

$$\Im u=\Phi u+\Psi \qquad (۲۵)$$
$$\Phi=A+F, \Psi=B+G$$

درنهایت، معادلهٔ دیفرانسیل معمولی زیر به دست می‌آید:

$$u_{\tau}=\Phi u+\Psi \qquad (۲۶)$$
$$u(0)\leftrightarrow U(0,s,\lambda)$$

و با روش اویلر حل می‌شود.

1. Sparse Matrix
2. Hirsa

۷. نتایج عددی

در این قسمت، با استفاده از روش حل بیان‌شده در بخش گذشته، مدل اجرا می‌شود. بدین‌منظور از داده‌های خسارت ناشی از زلزله در مقالهٔ ورانس و پیلکه (۲۰۰۹) از سال ۱۹۰۰ تا ۲۰۰۵ استفاده و پارامترها تخمین زده خواهد شد. در این مقاله، خسارت‌ها براساس نرخ تورم، ثروت و جمعیت، نرمال‌سازی شده است. در ادامه و برای نمایش بهتر نتایج، نسبتی برای داده‌ها در بازهٔ [0,10] در نظر گرفته می‌شود و در خسارت‌های زلزله در دورهٔ زمانی فوق، اعمال خواهد شد.

۷-۱. تخمین پارامتر

در این بخش، روشی برای تخمین پارامترها ارائه می شود. داده‌های زیر مفروض است:

$$s(t_0),...,s(t_n) \qquad (۲۷)$$

که در آن $s(t_i)\ \ i\in\{1,...,n\}$ قیمت دارایی در لحظهٔ t_i است. به‌منظور تخمین σ از این واقعیت بهره می‌بریم که S توزیعی لگ- نرمال دارد، بنابراین $\xi_i,...,\xi_n$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم (بیورک، ۲۰۰۹):

$$\xi_i = Ln\left(\frac{s(t_i)}{s(t_{i-1})}\right) \qquad (۲۸)$$

نظر به اینکه متغیرهای تصادفی $\xi_i,...,\xi_n$ مستقل و با توزیع نرمال‌اند، داریم (بیورک، ۲۰۰۹):

$$E[\xi_i]=\left(\alpha-\frac{1}{2}\sigma^2\right)dt \qquad (۲۹)$$

$$\mathrm{var}[\xi_i]=\sigma^2 dt \qquad (۳۰)$$

سرانجام، با حل دستگاه فوق، پارامترهای α و σ به دست خواهد آمد.

برای به‌دست‌آوردن پارامترهای λ، با توجه به گسسته‌سازی زمان، از ایدهٔ عزیزی و نیسی (۲۰۱۸) بهره می‌گیریم. با فرض اینکه λ_i مقدار شدت از زمان t_0 تا t_i است، مجموعه‌ای از داده‌های مربوط به شدت تشکیل خواهد شد و با تکرار روش فوق، مقادیر μ و γ تعیین می‌شود.

۷-۲. برآورد مدل

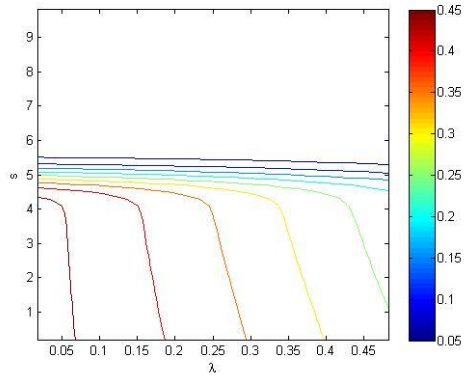
در برآورد مدل، مقادیر پارامترها براساس داده‌های تجربی، که یک مؤلفهٔ تصادفی دارند، اندازه‌گیری می‌شود. در این بخش با استفاده از روش تخمین فوق، پارامترهای مدل را مقداردهی می‌کنیم و به اجرای عددی آن می‌پردازیم؛ ازاین‌رو مقادیر زیر به دست می‌آید:

جدول شماره ۲. مقدار عددی متغییرهای (پارامترهای) مدل

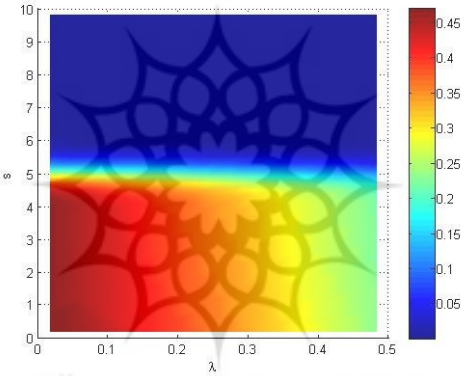
متغیر (پارامتر)	مقدار
α	۰/۳۸۳۵
σ	۰/۷۶۶۹
μ	۹/۰۲۲۶e-۰۵
γ	۰/۰۰۱۹
	۲/۵
$[\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$	[۰/۰۵]
N	۵۰
M	۳۰
T	۱
dt	۰/۰۱
q	۰/۵
χ	۲/۴۵
ν	۱/۱۱

منبع: یافته‌های تحقیق

با توجه به مجموعه‌داده‌های پیلکه، آستانهٔ موردنظر مسئله، مقدار ۴/۸۷۷۶ فرض شده و پرداختی‌های ثابت تعدیل‌شده در زمان سررسید، مقدار ۰/۵ در نظر گرفته شده است. بعد از اجرای مدل با استفاده از نرم‌افزار متلب، نمودارهای زیر، که بیانگر قیمت سواپ فاجعه از لحظهٔ شروع قرارداد است، در دسترس خواهند بود:

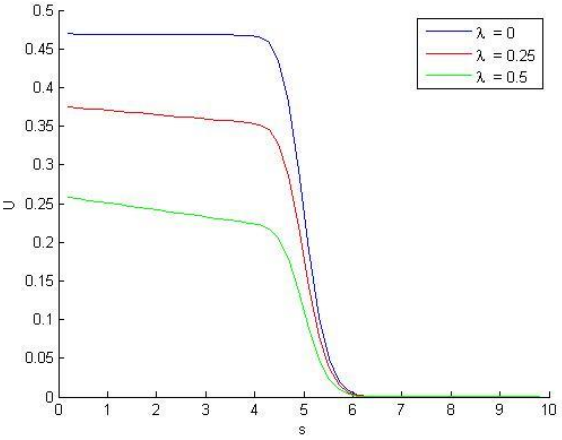


نمودار ۱. الف) قیمت سواپ فاجعه در لحظهٔ صفر

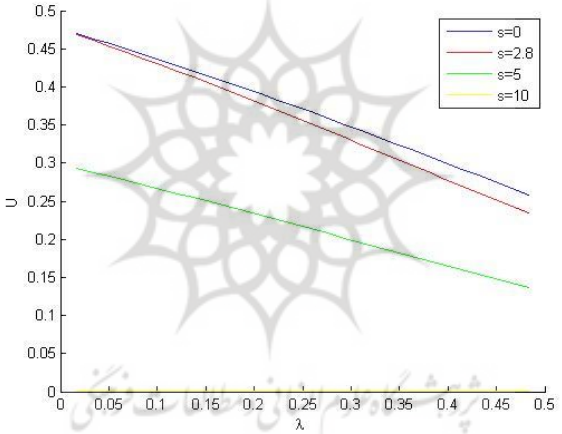


نمودار ۱. ب) کانتور قیمت سواپ فاجعه در لحظهٔ صفر

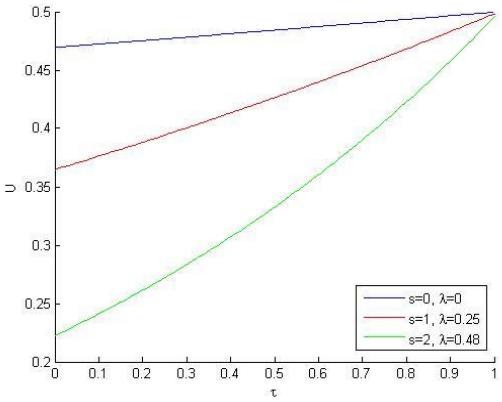
در نمودار فوق، محور افقی λ و محور عمودی خسارت است. قیمت سواپ فاجعه متناسب با رنگ نمودار با توجه به نوار کنار نمودار تعیین می‌شود. در واقع با در نظر گرفتن λ و خسارت، مختصات نقطهٔ مدنظر را در نمودار فوق پیدا می‌کنیم و رنگ مدنظر در آن نقطه را با نوار کناری قیاس می‌کنیم؛ مقدار آن مشخص خواهد شد. برای بررسی رفتار قیمت سواپ، نمودار فوق از منظرهای مختلف به صورت زیر نمایش داده می‌شود:



نمودار ۲. قیمت سواپ نسبت‌به خسارت با λ ثابت در t=0



نمودار ۳. قیمت سواپ نسبت‌به λ با خسارت ثابت در t=0



نمودار ٤. قیمت سواپ به ازای سه مقدار برای λ و خسارت در طول زمان قرارداد

همان‌طور که از نمودار ۲ پیداست قیمت سواپ با افزایش مقدار خسارت کاهش می‌یابد و این کاهش در حول آستانه بسیار زیاد است، همچنین از نمودار ۳ می‌توان دریافت که با افزایش λ یا به عبارتی دیگر بالا رفتن احتمال و شدت وقوع خسارت، قیمت سواپ روند نزولی دارد و تغییرات آن بسیار ملموس است.

در نمودار ۴، می‌توان قیمت سواپ را به‌ازای مقادیر تعیین‌شده در زمان‌های مختلف مشاهده کرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، به‌ازای مقادیر ثابت برای λ و خسارت، قیمت سواپ فاجعه با پرداختی‌های ثابت هم‌گراست، مثلاً زمان ۱ یا همان سررسید قیمت سواپ با قیمت پرداختی‌های ثابت منطبق است، که این همان تسویه‌حساب در زمان سررسید است. از دیدگاه ریاضیات احتمال هرچه به زمان سررسید نزدیک‌تر می‌شویم، یا به عبارتی دیگر فاصله با سررسید کم شود، احتمال وقوع خسارت نیز کمتر خواهد شد و قیمت سواپ با پرداختی‌های ثابت برابر می‌شود.

۸. جمع‌بندی و پیشنهادها

در این مقاله، تحلیل جامعی از سواپ حوادث فاجعه، که ابزاری نسبتاً جدید در حوزهٔ مالی است، ارائه شده است. در ابتدای پژوهش، بحث مختصری از طراحی قرارداد معمول، وضعیت کنونی بازار و حوزه‌های عمدهٔ کاربرد ارائه شد. سپس سواپ فاجعه

مدل‌سازی شد و با استفاده از روش‌های عددی، قیمت‌گذاری شد. از آنجایی که یکی از مهم‌ترین اهداف این پژوهش مدل‌سازی سواپ فاجعه با فرض تغییرپذیر بودن شدت و تکرار وقوع خسارت است، مدلی جدید و دوفاکتوره برای خسارت ارائه شد. در واقع هدف از ارائهٔ این مدل جدید، دخالت مستقیم شدت و احتمال وقوع خسارت در مقدار خسارت است، به عبارتی دیگر، به جای C در مدل ۱ از $\mathbb{C}e^{\lambda}$ استفاده شد و λ طوری در نظر گرفته شد که هر لحظه، تصادفی، تغییر کند، بنابراین، شدت از دیدگاه ریاضیات احتمال، مقدار ثابتی ندارد و از یک فرایند تصادفی براونی هندسی تبعیت می‌کند، که با خسارت هم‌بستگی دارد و این دیدگاه در مدل خسارت را می‌توان وجه‌تمایز آن با مدل خسارت آنگر به شمار آورد. با در نظر گرفتن این مدل خسارت، مدل‌سازی مشتقهٔ سواپ فاجعه انجام شد و یک معادلهٔ دیفرانسیل انتگرال جزئی به دست آمد. بعد از آن، با نیمه‌گسسته‌سازی، معادلهٔ دیفرانسیل انتگرال جزئی به معادلهٔ دیفرانسیل معمولی تبدیل شد و با روش تکراری اویلر، قیمت‌گذاری انجام گردید. سرانجام، با استفاده از نرم‌افزار متلب، نتایج به صورت نمودار نشان داده شد.

ازجمله نتایج این پژوهش این است که قیمت سواپ فاجعه با رشد خسارت و رشد شدت رابطهٔ عکس دارد. همچنین با توجه به نمودار کانتور می‌توان دریافت که روند قیمت به‌ازای خسارت کمتر از آستانه، روند منظمی دارد و این تغییرات متناسب با تغییرات خسارت و شدت است.

نظر به اینکه مدل خسارت جدید ارائه‌شده در مقاله از فرایندی تصادفی تبعیت می‌کند و نوسان جزء لاینفک وقوع حوادث و بازارهای مالی در ایران است، توصیه می‌شود، در پژوهشی کاربردی، داده‌های زلزله در ۱۰۰ سال اخیر در ایران جمع‌آوری شود و براساس شاخص‌های تورم و جمعیت، نرمال‌سازی و با روش‌های حل ارائه‌شده در مقاله اجرا شود. به‌علاوه، استفاده از این مدل برای قیمت‌گذاری سایر ابزارهای حوادث با استاندارد پایین‌تر مانند بیمهٔ اتکایی و اوراق قرضهٔ فاجعه نیز پیشنهاد می‌شود. با عنایت به گسترده بودن رویکرد مدل‌سازی و قیمت‌گذاری، می‌توان، با استفاده از نرخ بهرهٔ تصادفی، قیمت‌گذاری سواپ فاجعه را نیز قیمت‌گذاری کرد و در آخر به‌سبب اینکه قراردادهای سواپ در خارج از بورس ارائه می‌شود و ریسک اعتباری دارد، می‌توان در تحقیقات بعدی، ریسک اعتباری را به مدل افزود.

منابع

عسکری فیروزحایی، احسان و ساده‌وند، محمدجواد (۱۳۹۳). *اوراق بهادارسازی بیمه (ویرایش اول)*. تهران: بورس اوراق بهادار تهران.

نیسی، عبدالساده و سلمانی قرائی، کامران (۱۳۹۷). *مهندسی مالی و مدل‌سازی بازارها با رویکرد نرم‌افزار MATLAB*. تهران: دانشگاه علامه طباطبایی.

Aase, K. K. (2001). A Markov Model for the Pricing of Catastrophe Insurance Futures and Spreads. *Journal of Risk and Insurance*, 68(1), 25–49.

Azizi S. M. E. P. M. & Neisy, A. (2018). A New Approach in Geometric Brownian Motion Model. In: Cao BY. (eds) Fuzzy Information and Engineering and Decision. Advances in Intelligent Systems and Computing. 646. 336-42.

Biagini, F., Bregman, Y., & Meyer-Brandis, T. (2008). Pricing of Catastrophe Insurance Options Written on a Loss Index with Reestimation. Insurance. *Mathematics and Economics*, 43(2), 214-22.

Bjork, T. (2009). *Arbitrage Theory in Continuous Time, 3rd ed*. Oxford University Press.

Borden, S. & Sarkar, A. (1996). Securitizing Property Catastrophe Risk. *Current Issues in Economics and Finance*, 2(9), 1–6.

Braun, A. (2011). Pricing Catastrophe Swaps: A Contingent Claims Approach. *Insurance: Mathematics and Economics*, 49(3), 520-36.

Campbell, J. Y. & Cochrane, J. H. (1999). By force of habit: a consumption-base Explanation of Aggregate Stock Market Behavior. *Journal of Political Economy*, 107(2), 205–51.

Canter, M. S., Cole, J. B., & Sandor, R. L. (1997). Insurance Derivatives: a New asset class for the capital markets and a new hedging tool for the insurance industry. *Applied Corporate Finance*, 10(3), 69–81.

Chang, C. W., Chang, J. S. K., & Yu, M. T. (1996). Pricing catastrophe insurance futures call spreads. *Risk and Insurance*, 63(4), 599-617.

Chang, C. W., Chang, J. S., & Lu, W. (2008). Pricing catastrophe options in discrete operational time. *Insurance: Mathematics and Economics*, 43(3), 422-30.

Chang, C. W., Chang, J. S., & Lu, W. (2010). Pricing catastrophe options with stochastic claim arrival intensity in claim time. *Banking & Finance*, 34(1), 24-32.

Cox, J. C., Ingersoll Jr., J. E., Ross, S. A. (1985). A theory of the term structure of interest rates. *Econometrica*, 53(2), 385–407.

Cummins, J. D. (2008). CAT bonds and other risk-linked securities: state of the market and recent developments. *Risk Management and Insurance Review*, 11(1), 23–47.

Cummins, J. D. & Geman, H. (1994). An Asian option approach to the valuation of insurance futures contracts. *Review of Futures Markets*, 13(2), 517–57.

Cummins, J. D. & Geman, H. (1995). Pricing catastrophe insurance futures and call spreads: an arbitrage approach. *Journal of Fixed Income*, 4(4), 46–57.

Cummins, J. D. & Weiss, M. A. (2009). Convergence of insurance and financial markets: Hybrid and securitized risk-transfer solutions. *Risk and Insurance*, 76(3), 493-545.

Dieckmann, S. (2009). By force of nature: explaining the yield spread on catastrophe bonds Working Paper, University of Pennsylvania, finance department.

Deutsche Bank (2006). Deutsche Bank launches Event Loss Swaps to help clients hedge against disasters. Retrieved from: http://www.db.com/presse/en/content/press_releases_2006_3263.htm.

Egami, M. & Young, V. R. (2008). Indifference prices of structured catastrophe (CAT) bonds. *Insurance: Mathematics and Economics*, 42(2), 771–78.

Florescu, I., Liu, R., & Mariana, M. C. (2012). Solutions to a partial integro-differential parabolic system arising in the pricing of financial options in regime-switching jump diffusion models. *Electronic Journal of Differential Equations*, 231, 1–12.

Forrester, J. P. (2008). Insurance risk collateralized debt obligations. *Structured Finance*, 14 (1), 28–32.

Geman, H. & Yor, M. (1997). Stochastic time changes in catastrophe option pricing. *Insurance: Mathematics and Economics*, 21(3), 185–93.

Härdle, W. K. & Cabrera, B. L. (2010). Calibrating CAT bonds for Mexican earthquakes. *Risk and Insurance*, 77(3), 625-50.

Hirsa, A. (2012). Computational Methods in Finance, Chapman and Hall/CRC. *Financial Mathematics Series*, Taylor & Francis, CRC Press: 1 edition.

Investopedia (2019). TRADING, TRADING STRATEGY, Negative Basis Trades, Mar 13. Retrieved from:
https://www.investopedia.com/articles/trading/08/negative-basis-trades.asp

Jarrow, R. A. & Yu, F. (2001). Counterparty risk and the pricing of defaultable securities. *The Journal of Finance*, 56(5), 1765–99.

Lane, M. N. (2000). Pricing risk transfer transactions. *Astin Bulletin*, 30(2),

259–93.

Lane, M. & Mahul, O. (2008). *Catastrophe risk pricing: an empirical analysis*. International Bank for Reconstruction and Development, The World Bank.

Lee, J. P. & Yu, M. T. (2007). Valuation of catastrophe reinsurance with catastrophe bonds. *Insurance: Mathematics and Economics*, 41(2), 264-78.

Muermann, A. (2008). Market price of insurance risk implied by catastrophe derivatives. *North American Actuarial Journal*, 12(3), 221-27.

Neisy, A. & Salmani, K. (2013). An inverse finance problem for estimation of the volatility. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 53(1), 63–77.

Pielke Jr, R. A., Gratz, J., Landsea, C. W., Collins, D., Saunders, M. A., & Musulin, R. (2008). Normalized hurricane damage in the United States: 1900–2005. *Natural Hazards Review*, 9(1), 29-42.

Swiss Re (2009). *The Role of Indices in Transferring Insurance Risk to the Capital Markets*. Sigma, 4, Zurich, Switzerland.

Unger, A. J. A. (2010). Pricing index-based catastrophe bonds: Part 1: Formulation and discretization issues using a numerical PDE approach. *Computers & Geosciences*, 36(2), 139-49.

Vickery, P. J., Skerlj, P. F., Lin, J., Twisdale Jr, L. A., Young, M. A., & Lavelle, F. M. (2006). HAZUS-MH Hurricane model methodology. II: Damage and loss estimation. *Natural Hazards Review*, 7(2), 94–103.

Vranes, K. & Pielke Jr, R. (2009). Normalized earthquake damage and fatalities in the United States: 1900–2005. *Natural Hazards Review*, 10(3), 84-101.

Wu, Y. C. & Chung, S. L. (2010). Catastrophe risk management with counterparty risk using alternative instruments. *Insurance: Mathematics and Economics*, 47(2), 234-45

Xu, Y. (2016). *A Study of the Loss Distribution of Natural Disasters in Norway Comparing a Common Model with a Model Broken Down into Catastrophe Types*. University of Oslo Library.

Young, V. R. (2004). Pricing in an incomplete market with an affine term structure. *Mathematical Finance*, 14(3), 359–81.

Zolfaghari, M. R., & Campbell, K. W. (2008). A new insurance loss model to promote catastrophe insurance market in India and Pakistan. *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*, October 12-17, Beijing, China.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی