بررسی نقش جنسیت و پایهٔ تحصیلی در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در حل یک مسئلهٔ غیرمعمول

■ ابوالفضل رفیع‌پور*
■ لیلا جوکار**

چکیده:

هدف پژوهش حاضر بررسی نقش دو عامل «جنسیت» و «پایهٔ تحصیلی» در عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی تحصیلی در حل یک مسئله غیرمعمول است. شرکت‌کنندگان در این پژوهش، ۸۳۶ دانش‌آموز (شامل ۴۱۴ دختر و ۴۲۲ پسر) بودند که از بین مدارس شهرستان فسا در استان فارس انتخاب شده بودند. از این دانش‌آموزان خواسته شده بود تا به یک مسئله غیرمعمول در برگه‌های مخصوصی که از قبل آماده شده بود پاسخ دهند. سپس استراتژی‌های به‌کار رفته توسط دانش‌آموزان در پاسخ‌نامه‌ها با استفاده از چارچوب نظری که از ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی برآمده بود جرح و تعدیل شد و در هفت دسته، شامل دستهٔ بدون جواب، استراتژی صرفاً جمعی، و دسته جواب‌های غیرواقعی، استراتژی رویه‌ای، استراتژی انتقالی، استراتژی تناسبی مبتدی، استراتژی خبره ـ طبقه‌بندی شد. در ادامه، با استفاده از آمارهٔ مجذور خی، اچ کروسکال والیس و من ویتنی، معناداری اثر هر کدام از عامل‌های جنسیت و پایهٔ تحصیلی بر روی عملکرد دانش‌آموزان بررسی شد. نتایج نشان داد که در مجموع عملکرد پسران بهتر از عملکرد دختران است. همچنین عملکرد دانش‌آموزان پایه اول راهنمایی از عملکرد دانش‌آموزان دوم راهنمایی به طور معناداری بالاتر است. بقیه تفاوت‌ها معنادار نبودند. این نتیجه غیرمنتظره را می‌توان با ارجاع به ادبیات پژوهشی در زمینه عقل سلیم در حل مسائل ریاضی جست‌وجو کرد.

کلید واژه‌ها: **تفاوت جنسیتی، حل مسئله، استدلال تناسبی، استراتژی، پایهٔ تحصیلی.**

تاریخ دریافت مقاله: ۹۱/۴/۲۱ تاریخ شروع بررسی: ۹۱/۷/۳۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۲/۳/۲۶

* دکترای آموزش ریاضی و عضو هیئت علمی دانشگاه شهید باهنر کرمان و مرکز پژوهشی ریاضی ماهان..... drafiepour@gmail.com
** کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان فسا..... joker.leila@gmail.com

مقدمه

استدلال تناسبی[1] نقش حیاتی و مهمی را در توسعهٔ دانش ریاضی دانش‌آموزان بازی می‌کند. چون این مبحث یکی از موضوعات کلیدی در آموزش ریاضی است. بر طبق نظریهٔ پیاژه استدلال تناسبی یکی از نشانه‌های مرحلهٔ عملیات صوری، از مراحل رشد شناختی، است. آخرین مرحله از مراحل نظریهٔ رشد شناختی پیاژه مرحلهٔ عملیات صوری است که یکی از اشکال آن استدلال تناسبی است (اینهلدر، پیاژه، میلگرام، و پارسونز[2]، ۱۹۸۵). آموزش مبحث تناسب در فرآیند یاددهی- یادگیری ریاضی، همواره با چالش‌های خاص خود روبه‌رو بوده است. بنابراین، در پژوهش حاضر عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی در یک مسئله غیرمعمولی[3] مربوط به حوزهٔ تناسب مورد بررسی قرار گرفته است.

دانش‌آموزان در کتاب درسی ریاضی پایهٔ اول راهنمایی (فرزان، باهمت، دیبایی، فرهودی و مقدم، ۱۳۹۰) بخشی با عنوان «کسرمتعارفی- نسبت و تناسب» را مطالعه می‌کنند که پس از یادآوری مفهوم تناسب و کسرها از دورهٔ ابتدایی، به یادگیری مطالب جدید می‌پردازند و مسائل متنوعی را در مورد نسبت و تناسب حل می‌کنند. در کتاب درسی پایهٔ دوم راهنمایی (همان منبع) در بخشی با عنوان «اعداد گویا» دوباره به معرفی کسرها، تساوی و خواص آن‌ها اشاره می‌شود. در کتاب درسی پایهٔ سوم راهنمایی (همان منبع) علاوه بر یادآوری کامل مطالب مربوط به کسرها از پایهٔ دوم راهنمایی، در بخش هندسه ۲، با معرفی مثلث‌های متشابه و تناسب بین اضلاع در آن‌ها، دانش‌آموزان با یکی از کاربردهای مهم تناسب آشنا شده و مسائل گوناگونی را حل می‌کنند. البته کاربرد تناسب به همین جا ختم نمی‌شود. دانش‌آموزان دبیرستانی، به‌طور مکرر از مفهوم تناسب برای حل مسائل مختلف در درس‌های ریاضی، فیزیک و شیمی استفاده می‌نمایند.

پژوهش‌های مختلفی در حوزهٔ آموزش ریاضی صورت گرفته است که وجود تفاوت جنسیتی در عملکرد دختران و پسران را گزارش کرده‌اند. در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن نقش جنسیت، وجود یا عدم وجود تفاوت جنسیتی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. با توجه به موارد ذکر شده، به‌نظر می‌رسد که دو عامل جنسیت و پایهٔ تحصیلی از جمله عواملی می‌باشند که در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در حین حل مسائل ریاضی نقش دارند و این پژوهش به دنبال بررسی و تعیین نقش هر یک از این عوامل است. به‌طور مشخص، سه سؤال ذیل پژوهش حاضر را هدایت نمودند.

- پسران و دختران در حل یک مسئلهٔ غیرمعمول ریاضی در حوزهٔ تناسب چه استراتژی‌هایی را به کار می‌برند؟
- میزان شباهت‌ها و تفاوت‌ها در راه‌حل‌های پسران و دختران چگونه است؟
- عامل پایهٔ تحصیلی چه اثری بر روی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در حل مسئلهٔ مربوط به تناسب دارد؟

پیشینهٔ پژوهش

در سه بخش، استدلال تناسبی، جنسیت، و نقش پایهٔ تحصیلی در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان به ترتیب ارائه شده است.

استدلال تناسبی

آموزش تناسب به دلیل کاربردهای بسیار زیاد آن در حوزه‌های مختلف علوم و نیز در زندگی دنیای واقعی، در آموزش ریاضی دوره ابتدایی و متوسطه دارای نقشی برجسته و حیاتی است. اگرچه دستیابی به شایستگی سطح بالا در استدلال تناسبی آسان نیست، ولی امروزه دانش‌آموزان در سنین پایین بر روی موقعیت‌های تناسبی ساده مهارت پیدا می‌کنند (اسپینلا و برایانت[۴]، ۱۹۹۹ نقل شده در فرناندز، لینارز، ون دورن، دی باک و ورشافل[۵]، ۲۰۰۹). از دهۀ ۱۹۸۰ تحقیقات زیادی بر روی توسعه مهارت‌های استدلال تناسبی متمرکز شده است (هارت[۶]، ۱۹۸۱، تورنیاره و پولس[۷] ۱۹۸۵). در این میان، توجه ویژه ای صرف بررسی چرایی تمایل دانش‌آموزان در استفاده از رویکرد جمعی به جای رویکرد ضربی شده است (به طور مثال، هارت، ۱۹۸۱ و لین[۸] ۱۹۹۱ و ون دورن، دی باک، گیلارد[۹]، و ورشافل، ۲۰۰۹). به گفتهٔ سیلوستر[۱۰] (۲۰۰۹) استدلال تناسبی، مبنای حل بسیاری از مسائل روزمره در دنیای واقعی و پیش نیاز بسیاری از موضوعات پیشرفتهٔ ریاضیات است، ولی توانایی دانش‌آموزان در استدلال تناسبی بسیار محدود است. سیلوستر و دی پونته[۱۱] (۲۰۱۱) در پژوهش خود مشکلات دانش‌آموزان پایهٔ ششم در حل مسایل تناسبی را قبل از تدریس رسمی این مبحث مورد بررسی قرار داده اند. آن‌ها مشکل اصلی دانش‌آموزان را به عدم تشخیص ماهیت ضربی استدلال تناسبی گزارش کرده‌اند.

تحقیقات اخیر نشان داده است که اگرچه دانش‌آموزان مهارت استدلال تناسبی را کسب می‌کنند ولی آن‌ها تمایل دارند که از این استدلال تناسبی در جاهایی که کاربرد ندارند نیز استفاده نمایند (فرناندز، لینارز و والز[۱۲]، ۲۰۰۸ مودتسو و گاگاتسیس[۱۳]، ۲۰۰۷). به‌طور ویژه دانش‌آموزان تمایل دارند از استدلال جمعی در موقعیت‌های تناسبی استفاده نمایند. به‌عنوان مثال دانش‌آموزان، به‌وسیلهٔ تکرار استراتژی جمع، قیمت سه آناناس را این‌گونه محاسبه می‌کنند: اگر یک آناناس ۳ هزار تومان باشد، ۳ آناناس قیمتش می شود: ۳+۳+۳=۹ هزار تومان.

در استانداردهای برنامهٔ درسی و ارزشیابی شورای ملی معلمان ریاضی (۱۹۸۹) تأکید شده است که استدلال تناسبی می‌تواند از پایهٔ پنجم تا پایهٔ هشتم توسعه داده شود. در بسیاری از کشورها، تدریس استدلال تناسبی در همین پایه‌ها صورت می‌گیرد. به‌عنوان مثال در برنامهٔ درسی ریاضی کشور ژاپن، دانش‌آموزان در دو پایهٔ ششم و هفتم با استدلال تناسبی آشنا می‌شوند (هینو[۱۴]، ۲۰۱۱). به گفتهٔ هینو (۲۰۱۱) در برنامهٔ درسی ریاضی ژاپن، استدلال تناسبی با استفاده از جدول در پایهٔ ششم و در پایهٔ هفتم به‌وسیله معادلات جبری تدریس می‌شود. در برنامه درسی ریاضی ایران، تدریس استدلال تناسبی از دورهٔ

ابتدایی شروع می‌شود، که در آن دانش‌آموزان مهارت استدلال تناسبی را با یافتن مقدار مجهول در مسایل تناسبی تمرین می‌کنند. مانند مثال زیر:

برای درست کردن شربت آلبالو، به ازای هر ۲ قاشق شکر، ۶ قاشق اسانس آلبالو نیاز است. اگر در یک شربت آلبالو ۶ قاشق شکر استفاده شده باشد. چه میزان اسانس آلبالو نیاز است؟

با توجه به نقش حیاتی استدلال تناسبی در آموزش ریاضی، تعداد بسیار زیادی از پژوهش‌ها، بر روی چگونگی کسب مهارت‌های استدلال تناسبی متمرکز شده‌اند. در این راستا مشکلات موجود بر سر توسعه مهارت استدلال تناسبی و اینکه چگونه آموزش باعث ارتقاء سطح یادگیری می‌شود را بررسی می‌نمایند. یکی از اشتباهات رایج دانش‌آموزان استفاده از استراتژی جمعی به جای استراتژی تناسبی است. در این مواقع دانش‌آموزان تفاوت بین چیزها را ثابت در نظر می‌گیرند در حالی که متغیر است.

به عنوان مثال، در مسئلهٔ فوق دانش‌آموزان ممکن است این گونه استدلال نمایند که برای ۲ قاشق شکر ۱۰ قاشق اسانس آلبالو نیاز است، پس برای ۲+۴=۶ قاشق شکر، ۴+۶=۱۰ قاشق اسانس آلبالو نیاز است. این نوع اشتباهات بیشتر در بین دانش‌آموزان در سنین پایین‌تر و در زمانی که هنوز آموزش رسمی در این خصوص ندیده‌اند، مشاهده می‌شود (ون‌دورن، دی باک، گیلارد و ورشافل [15] ۲۰۰۹). اما در برخی مواقع، دانش‌آموزان پس از آموزش رسمی نیز، از رویکرد جمعی به جای رویکرد تناسبی، به اشتباه استفاده می‌کنند و این در مواقعی بیشتر رخ می‌دهد که مسئله مشکل‌تری مطرح شود. یکی از عواملی که مسئله را مشکل‌تر می‌کند این است که نسبت اعداد مسئله به شکل عدد صحیح نباشند (هارت، ۱۹۸۱ و لین ۱۹۹۱). به‌عنوان مثال اگر مسئله بالا را این‌گونه تغییر بدهیم:

برای درست کردن شربت آلبالو، به ازای هر ۲ قاشق شکر، ۵ قاشق اسانس آلبالو نیاز است. اگر در یک شربت آلبالو ۳ قاشق شکر استفاده شده باشد. چه میزان اسانس آلبالو نیاز است؟

در اینجا ضرب کردن سخت‌تر می‌شود. چون نسبت اعداد به کار رفته در مسئله یک عدد صحیح نمی‌باشد (۵/۲ و ۳/۲). بنابراین دانش‌آموزان بدون دریافت آموزش مؤثر در حوزهٔ استدلال تناسبی، به احتمال زیاد مرتکب اشتباه در استدلال و استفاده از استراتژی جمعی می‌شوند.

فرناندز، ال‌لینارز، ون‌دورن و ورشافل [16] (۲۰۰۹) در تحقیق خود بر روی عملکرد حل مسئلهٔ دانش‌آموزان دبیرستانی در استدلال تناسبی اثر عوامل مختلف را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها دریافتند که ساختار عددی موجود در مسئلهٔ تناسب (نسبت صحیح یا غیر صحیح بین کمیت‌های موجود در مسئله) بر روی عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان مؤثر است. ولی ماهیت کمیت‌ها (پیوسته یا گسسته بودن آن‌ها) بر روی عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان موثر نیست.

جنسیت

مطالعهٔ تفاوت‌های جنسیتی در سطح عملکرد دانش‌آموزان از آن‌جا مهم است که مساوات آموزشی

یکی از شش اصل مطرح شده در اصول و استانداردهای ریاضی مدرسه‌ای می‌باشد (شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا[17]، ۲۰۰۰)، و یکی از مصداق‌های مساوات آموزشی، در نظر گرفتن تفاوت‌های جنسیتی است. بنابراین، ضروری است به تحقیقات بومی در زمینهٔ بررسی تفاوت‌های جنسیتی اهتمام بیشتری شود. به این امید که بتوان با در نظر گرفتن این تفاوت‌ها، محیط‌های آموزشی غنی‌تر و پربارتری را متناسب با سطح توانایی‌های دانش‌آموزان فراهم آورد. موضوع مساوات در آموزش ریاضی اخیراً به طور ویژه ای مورد توجه قرار گرفته است. به عنوان مدرکی دال بر این موضوع، شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا، روی موضوع مساوات در آموزش ریاضیات، به عنوان یک استراتژی برتر تأکید کرده است و شمارهٔ ویژه‌ای از مجلهٔ علمی و پژوهشی تحقیق در آموزش ریاضی[18] به موضوع مساوات اختصاص یافته است. جنسیت و به ویژه تساوی جنسیتی در طول تاریخ، در تحقیقات آموزش ریاضیات مورد توجه بوده (فنما و شرمن[19]، ۱۹۷۷) و در سال‌های اخیر نیز ادامه یافته است (دامارین و ارچیک[20]، ۲۰۱۰). سادکر و زیتلمن[21] (۲۰۰۵) اشاره می‌کنند که پسران ممکن است در طول انجام فعالیت‌های حل مسئله، به‌وسیلهٔ معلم‌شان تشویق شوند که راه حل خود را ادامه دهند، در حالی که دختران فقط به جواب آخر فکر می‌کنند.

در بخش عمده‌ای از تحقیقات انجام شده در مورد بررسی تفاوت‌های جنسیتی در آموزش ریاضی، با استفاده از آزمون‌های استاندارد شدهٔ عملکرد ریاضی دختران و پسران با هم مقایسه شده است. در ایالات متحدهٔ امریکا ارزیابی ملی پیشرفت تحصیلی[22] برای مقایسهٔ عملکرد ریاضی دختران و پسران به‌کار برده شده است (چی، ویگرت و ترلکلد[23]، ۲۰۱۲) . برخی از محققان نیز اشاره می‌کنند که استراتژی‌های مختلف حل مسئلهٔ پسران و دختران ناشی از تفاوت‌های بین آن‌ها می‌باشد. شاید نبود ثبات (احساساتی بودن) در دختران نیز، در حل مسئله نقش داشته باشد (گالاگر و دلیسی[24]، ۱۹۹۴). گوریان (۱۳۸۳) اظهار می‌دارد که پسران در زمینهٔ هوش منطقی- ریاضی وضع بهتری نسبت به دختران دارند و در مقایسه با دخترها بیشتر به این هوش متکی هستند. اما تلاش‌هایی که در بیست سال گذشته در زمینه تقویت هوش ریاضی دختران به‌عمل آمده است، نتایج مطلوبی بر جای گذاشته است به طوری که در حال حاضر شاهد شکوفایی دختران در ریاضیات هستیم (فیروس[25]، ۱۹۹۹).

ملیسن و لویتن[26] (۲۰۰۸) در تحقیق خود در رابطه با تفاوت های جنسیتی در درس ریاضیات در کشور دانمارک به این نتیجه رسیدند که این تفاوت در سطح پیشرفت تحصیلی ناچیز اما در حوزهٔ نظام باوری و نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضی، مشهود است. هاید، فنما و رایان، فراست، و هاپ[27] (۱۹۹۰) استدلال می‌کنند که چون ریاضیات دورهٔ ابتدایی بیشتر با محاسبات سرو کار دارد، و به دلیل عملکرد بهتر دختران در محاسبه، دانش‌آموزان دختر عملکرد بهتری نسبت به پسران در ریاضیات دوره ابتدایی دارند، در حالی که در درس‌های ریاضی سطح بالاتر، مفاهیم ریاضی و حل مسئله از اهمیت بیشتری برخوردار هستند و این باعث کاهش پیشرفت دختران در درس ریاضی می‌شود. سادکر و کلین[28] (۱۹۹۱) وجود دو نوع تعصب جنسیتی را در مطالعات خود گزارش کردند. به گفتهٔ آن‌ها، معلمان توجه و زمان بیشتری را به کلاس درس دختران

اختصاص می‌دهند، در حالی که در برخورد با پسران، از تحسین و بازخورد انتقادی استفاده می‌کنند. به گفته آن‌ها همین تفاوت در نوع برخورد، باعث تغییر در نگرش و عملکرد ریاضی دانش‌آموزان می‌شد.

در مطالعات بین‌المللی تیمز[۲۹] و پیزا[۳۰] به بررسی و مطالعهٔ تفاوت جنسیتی در عملکرد دانش‌آموزان کشورهای شرکت‌کننده پرداخته شده است. فایروس در سال ۱۹۹۹ با تجزیه و تحلیل داده‌های تیمز متوجه شد که تفاوت معناداری بین عملکرد دختران و پسران در ۱۲ کشور وجود دارد (فیروس، ۱۹۹۹). همچنین بر اساس گزارش مطالعهٔ پیزا در سال ۲۰۰۶ عملکرد دختران در خواندن بالاتر از پسران بود، این در حالی است که عملکرد پسران در ریاضی بهتر از دختران گزارش شده بود. در زمینهٔ مطالعات داخلی، می‌توان به بررسی تفاوت جنسیتی دانش‌آموزان در مطالعهٔ بین‌المللی تیمز اشاره کرد. به‌عنوان مثال بر اساس گزارش بین‌المللی مربوط به ریاضی پایه هشتم در مطالعه تیمز ۲۰۰۳، که جایگاه دانش‌آموزان ایرانی در بین ۴۶ کشور شرکت کننده، در رتبه ۳۳ قرار داشت، تفاوت جنسیتی دیده می‌شود (مولیس، مارتین، گونزالس و کروتوسکی[۳۱]، ۲۰۰۴، ص ۳۴). به این ترتیب که عملکرد ریاضی دختران پایه هشتم ایرانی به میزان ۸ نمره بالاتر از عملکرد ریاضی پسران در پایه هشتم بود (مولیس، مارتین، گونزالس و کروتوسکی، ص ۴۹). لازم به ذکر است که در حیطه‌های اعداد، جبر و هندسه، نمره دختران ایرانی پایه سوم راهنمایی در مقایسه با نمره پسران ایرانی شرکت کننده بالاتر بود، درحالی که عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پسر ایرانی شرکت کننده در مطالعه تیمز در حیطه اندازه‌گیری و داده‌ها، از عملکرد دانش‌آموزان دختر بهتر بود (همان منبع، ص ۱۱۶ و ۱۱۷).

البته باید اشاره کرد که در ادبیات پژوهشی این حوزه نتایج بعضاً ضد و نقیض موجود است. به طور مثال در تحقیق حجازی و نقش (۱۳۸۶)، تفاوتی در عملکرد دختران و پسران در ریاضی دیده نشد و نتیجه گرفته شد که شاید به دلیل وجود مدارس تک جنسیتی در ایران، دختران هم به اندازهٔ پسران از امکانات آموزشی در حوزه ریاضی برخوردارند و امکان ورود به رشته ریاضی را دارند. همچنین در کلاس‌های درس، کمتر با کلیشه‌های جنسیتیِ مرتبط با ریاضی روبه‌رو می‌شوند، و همین عامل باعث می شود که تفاوتی در عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر ایرانی مشاهده نشود.

نقش پایهٔ تحصیلی در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان

انتظار می‌رود با افزایش پایه تحصیلی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان افزایش یابد. البته در ادبیات پژوهشی حوزهٔ آموزش ریاضی، مواردی مشاهده شده است که با افزایش پایهٔ تحصیلی عملکرد ریاضی دانش‌آموزان افت کرده است. به عنوان مثال می‌توان به پژوهش رفیع پور و گویا (۱۳۸۳) اشاره کرد، که در آن دانش‌آموزان پایه دوم و سوم راهنمایی به سؤالات مشترکی در زمینه‌های مختلف ریاضی پاسخ دادند. نتایج حاصل از مطالعه رفیع پور و گویا (۱۳۸۳) حاکی از آن بود که عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ دوم راهنمایی از عملکرد ریاضی دانش‌آموزان پایه سوم راهنمایی بالاتر بوده است، چرا که بچه‌های دوم بیشتر از عقل سلیم[۳۲] خود استفاده می‌کردند و به یافته‌های خود از این طریق اطمینان داشتند. در حالی که

دانش‌آموزان پایهٔ سوم کمتر از عقل سلیم خود استفاده می‌کردند و بیشتر مایل بودند از فرمول‌های ریاضی برای پاسخ‌گویی به مسایل استفاده کنند. چنین پدیده‌ای قبلاً نیز توسط هاوسون[۳۳] را در جریان مطالعهٔ هشت کتابِ درسی مربوط به کشورهای شرکت‌کننده در تیمز ۱۹۹۵، پیش‌بینی شده بود (هاوسون،۱۹۹۶).

روش

شرکت‌کنندگان در پژوهش شامل ۸۳۶ دانش‌آموز پایه‌های اول، دوم و سوم راهنمائی از مدارس راهنمایی شهرستان فسا در استان فارس بودند. پراکندگی دانش‌آموزان شرکت‌کننده بر حسب جنسیت و پایهٔ تحصیلی در جدول شماره ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱. تعداد دانش‌آموزان پسر و دختر مورد مطالعه

	تعداد پسران	تعداد دختران	جمع کل
کلاس اول راهنمایی	۱۳۸	۱۷۰	۳۰۸
کلاس دوم راهنمایی	۱۶۰	۱۳۱	۲۹۱
کلاس سوم راهنمایی	۱۲۴	۱۱۳	۲۳۷
جمع	۴۲۲	۴۱۴	۸۳۶

جمع‌آوری داده‌ها

برای جمع‌آوری داده‌ها، برگه‌های شامل مسئلهٔ زیر که از قبل تهیه و تکثیر شده بود در اختیار دانش‌آموزان مدارس قرار گرفت. اگرچه برای پاسخ دادن به این سوال محدودیتی از نظر زمانی وجود نداشت ولی زمان ثبت شده برای پاسخ‌گویی به این مسئله نشان داد که دانش‌آموزان حداقل ۶ دقیقه و حداکثر ۱۲ دقیقه برای پاسخ‌گویی به این مسئله زمان صرف کردند. این دانش‌آموزان به مسئلهٔ ریاضی زمینه‌مدار ذیل که در مورد مفهوم تناسب بود به صورت فردی پاسخ دادند. این مسئله برگرفته از کتاب استراتژی‌های حل مسئله جانسون و هر (۲۰۰۱) نقل شده در چی و همکاران (۲۰۱۲) می باشد.

«ظرفیت یک آسانسور ۲۰ کودک یا ۱۵ بزرگسال است. اگر ۱۲ کودک در حال حاضر در آسانسور باشند، چند بزرگسال می‌توانند به درون آسانسور بروند؟»

مسئله آسانسور از یک طرف مربوط به حوزهٔ تناسب است، که یکی از مباحث مهم ریاضی دورهٔ راهنمائی است و دانش‌آموزان این دوره با مبحث تناسب از کلاس پنجم ابتدائی آشنا هستند و در پایه‌های مختلف دورهٔ راهنمائی نیز از مفهوم تناسب برای حل مسایل مختلف استفاده می‌نمایند. از طرف دیگر محتوای این مسئله به گونه‌ای است که برای همه دانش‌آموزان ملموس و قابل درک است (با فرض

این‌که همه با آسانسور آشنایی دارند و آن‌را دیده و استفاده کرده‌اند) و همه می‌توانند برای حل مسئله اقدام کنند. از ویژگی‌های دیگر این مسئله، داشتن روش‌های حل متنوع و چالش برانگیز بودن آن است. همه اینها باعث شده مسئله آسانسور برای جمع‌آوری داده‌ها انتخاب شود.

تجزیه و تحلیل داده‌ها

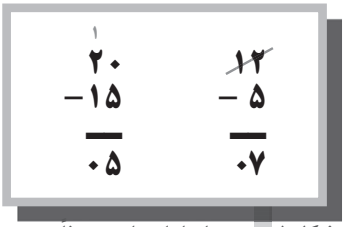
به‌منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها، از چارچوب نظری معرفی شده در بخش ۴ استفاده شد. به این ترتیب که دو نفر به طور مجزا، پاسخ‌نامه‌های دانش‌آموزان را بر اساس چارچوب نظری در ۷ طبقهٔ مجزا کدگذاری کردند، سپس میزان توافق بین دو کدگذار محاسبه شد که این میزان بالای ۹۰ درصد گزارش شد.

چارچوب نظری

در مقالهٔ حاضر برای تجزیه و تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان به مسئلهٔ آسانسور، از سطوح استراتژی معرفی شده توسط چی و همکاران (۲۰۱۱) استفاده شده است. در این چارچوب نظری، پاسخ‌های دانش‌آموزان بر حسب دسته‌های بدون جواب[۳۴]، استراتژی صرفاً جمعی[۳۵]، استراتژی رویه‌ای[۳۶]، استراتژی انتقالی[۳۷]، استراتژی مبتدی[۳۸]، استراتژی حرفه‌ای[۳۹] طبقه‌بندی می‌شود. لازم به ذکر است که در پژوهش حاضر، دستهٔ جدیدی با عنوان «جواب‌های غیر واقعی»[۴۰] به این چارچوب نظری اضافه شد و برای طبقه‌بندی پاسخ‌های دانش‌آموزان به مسئلهٔ غیرمعمول در حوزهٔ تناسب مورد استفاده قرار گرفت. در ادامه هر یک از این دسته‌بندی‌ها به همراه مثال مرتبط با آن‌ها آمده است.

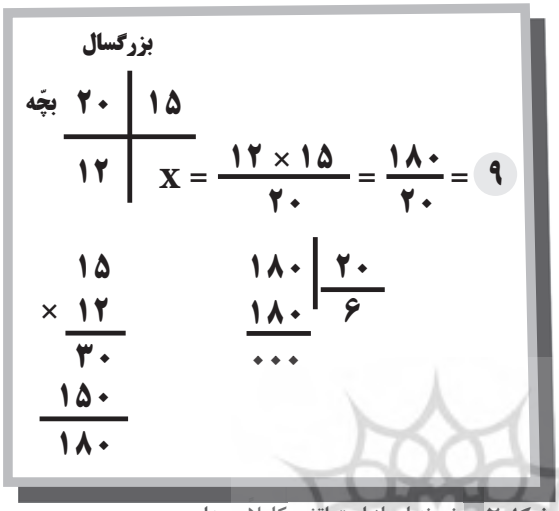
- **بدون جواب:** دسته‌ای از برگه‌های دانش‌آموزان شامل هیچ‌گونه پاسخی نبود. در این گونه موارد یا دانش‌آموزان چیزی در برگه خود وارد نکرده بودند یا فقط عددی را نوشته ولی هیچ راه حلی را برای آن ارائه نکرده بودند. این گونه پاسخ‌ها، جزو دسته بدون جواب کدگذاری شدند.

- **استراتژی صرفاً جمعی:** این دسته شامل برگه‌هایی می‌شد که دانش‌آموزان فقط شواهدی از استدلال‌های شامل جمع و تفریق در پاسخ‌گویی به مسئله ارائه کرده بودند. استدلال دانش‌آموزان در این استراتژی بر این مبنا بود که جایگاه یک بچه با جایگاه یک بزرگ‌سال ـ در مسئله آسانسور ـ برابر است. مثلاً به تصور آن‌ها چون ظرفیت آسانسور ۲۰ کودک یا ۱۵ بزرگ‌سال است پس اختلاف بین آن‌ها را که برابر ۵ است از ۱۲ کم کرده و عدد ۷ را به‌عنوان پاسخ مسئله گزارش کرده بودند. در شکل شماره ۱ پاسخ یک دانش آموز دختر از پایهٔ دوم راهنمایی که در این دسته قرار گرفته است، نشان داده شده است.



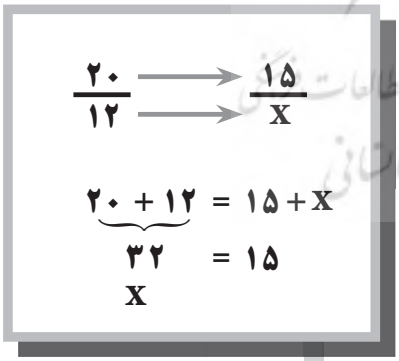
شکل ۱ نمونه ای از استراتژی صرفاً جمعی

● **استراتژی کاملاً رویه‌ای:** این دسته مربوط به برگه‌هایی بود که در آن‌ها نوشتارهای دانش‌آموزان شامل ساختن یک نسبت هم‌ارز از داده‌های موجود در مسئله و حل مرحله به مرحلهٔ آن می‌شد. در این نوع استراتژی، دانش‌آموزان پس از نوشتن تناسب، با طرفین وسطین کردن به جواب مسئله رسیده بودند. با دنبال کردن این استراتژی، دانش‌آموزان به جواب نهائی ۹ رسیده و سپس حل مسئله را تمام شده در نظر گرفته بودند. نمونه‌ای از پاسخ یک دانش‌آموز پسر پایهٔ اول راهنمایی که متعلق به این دسته است، در شکل شماره ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ نمونه ای از استراتژی کاملا رویه‌ای

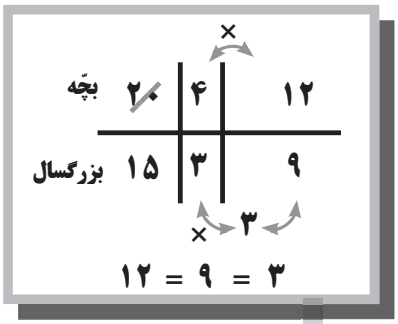
● **استراتژی انتقالی:** اساس این استراتژی بر این است که دانش‌آموزان پس از درک نامناسب بودن استراتژی‌های جمعی برای این مسئله، به سراغ روش تناسب رفته بودند. این دسته از دانش‌آموزان متوجه شده بودند که در نظر گرفتن یک کودک به اندازهٔ یک بزرگسال، صحیح نیست، در نتیجه اقدام به تشکیل یک تناسب نموده بودند. برگه‌هایی که در این دسته جای می‌گرفتند شامل نوشته‌هایی بود که دانش‌آموزان، یک نسبت نادرست را تنظیم کرده و سپس آن‌را به طور ناصحیح استفاده کرده بودند. جواب یک دانش آموز پسر پایهٔ سوم که در این دسته جای گرفته است در شکل شماره ۳ دیده می شود.



شکل ۳ مثالی از استراتژی انتقالی

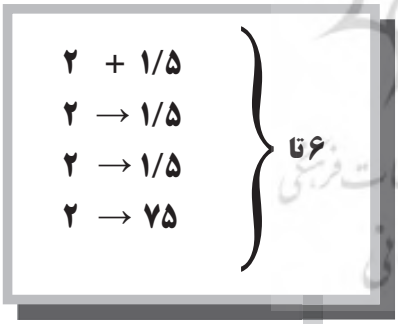
● **استراتژی تناسبی مبتدی:** در برخی از برگه‌ها، دانش‌آموزان نشان داده بودند که مفهوم تناسب را درک کرده‌اند، و نیز درک کرده‌اند که وزن یک کودک برابر با وزن یک بزرگسال نیست، ولی آن‌ها از یک تناسب نادرست در مسیر درست استفاده کرده بودند یا نسبت‌های درست را در

مسیر نادرست به کار گرفته بودند و یا حل مسئله را نیمه‌کاره رها کرده بودند. مثلاً دانش‌آموزی نسبت $\frac{۲۰}{۱۵}$ را نوشته و سپس آن را ساده کرده و به عدد $\frac{۴}{۳}$ رسیده بود. سپس با توجه به اینکه تعداد کودکان ۱۲ نفر بود، برای رسیدن به ۱۲، عدد ۴ را در ۳ ضرب کرده و به همین ترتیب ۳ را نیز در ۳ ضرب کرده و به پاسخ ۹ رسیده بود. یا در جای دیگری، دانش‌آموز مسئله را رها کرده و یا اینکه ۹ را از ۱۲ کم کرده و به پاسخ ۳ بزرگسال رسیده بود. شکل شماره ۴ بیانگر نمونه‌ای از این استراتژی است.



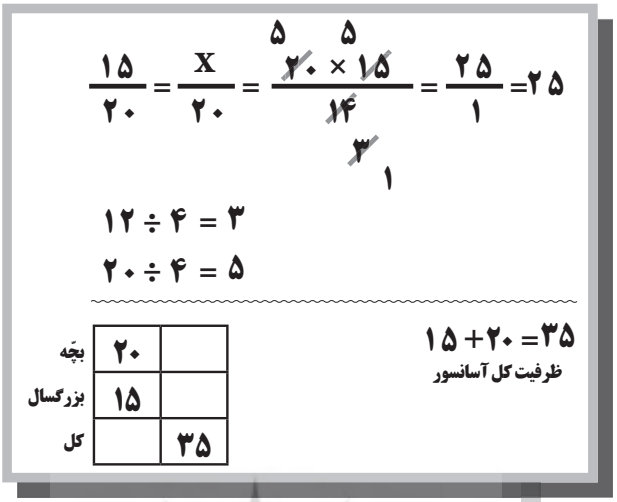
شکل ۴ مثالی از استراتژی تناسبی مبتدی

- **استراتژی تناسبی حرفه‌ای:** پاسخ‌هایی که در این دسته جای می‌گرفتند شامل برگه‌هایی بودند که دانش‌آموز فهم کامل و دقیقی از مسئله به‌دست آورده و استراتژی کاملاً ریاضی‌وار و درستی را برای حل مسئله به‌کار برده بود. برچسب استراتژی تناسبی حرفه‌ای به این معنا نیست که این دسته دارای بالاترین سطح استدلال ممکن است، بلکه اشاره به آن دارد که این نوع پاسخ‌ها به مفهوم و جواب مسئله در مسیر درست منتهی شده است. در شکل شماره ۵ پاسخ یک دانش‌آموز پسر پایه سوم راهنمایی را نشان می دهد. این دانش‌آموز درک کرده که وزن یک کودک با وزن یک بزرگسال برابر نیست و در ازای هر ۲ کودک می توان ۱/۵ بزرگسال در نظر گرفت، پس حالا که ۱۲ کودک در آسانسور وجود دارد، با ۸ کودک دیگر ظرفیت آسانسور تکمیل می شود. حال اگر به ازای هر دو نفر کودک ۱/۵ بزرگسال جایگزین شود، ما برای ۶ فرد بزرگسال در آسانسور ظرفیت داریم.



شکل ۵ مثالی از استراتژی تناسبی حرفه ای

- **جواب‌های غیرواقعی:** دانش‌آموزانی که در این دسته جای گرفتند، فهمیده بودند که مسئله مربوط به حوزهٔ تناسب است ولی از همان ابتدا در فهم عملگرهای منطقی ریاضی مانند "یا" و "و" دچار اشتباه شده بودند. در برخی از موارد هم، جواب‌های به‌دست آمده، غیرواقعی و بی‌معنا بود، به گونه‌ای که ظرفیت آسانسور از سوی دانش‌آموزان، ۳۵ نفر اعلام شده بود. که به وضوح جواب اشتباهی برای مسئله آسانسور است. در واقع، در چنین مواردی، دانش‌آموزان عقل سلیم[۴۱] خود را کنار گذاشته‌اند. نمونه‌ای از استراتژی‌های غیر واقعی در شکل ۶ آمده است.



شکل ۶ مثالی از استراتژی غیر واقعی

در جدول شمارهٔ ۲ انواع استراتژی‌های حل مسئلهٔ تناسب به همراه توضیح مختصری برای هر یک، که توسط پژوهشگران این مقاله جرح و تعدیل شده و برای کدگذاری برگهٔ پاسخ‌نامهٔ دانش‌آموزان مورد استفاده قرار گرفته، آمده است.

جدول ۲. انواع استراتژی ها و توضیح هر یک از آن‌ها

ردیف	استراتژی	کد	توضیح
۱	بدون جواب	{۰}	دانش‌آمـوز هیچ تمایلی به فکر کردن ندارد و راه‌حلی وجـود ندارد که در مورد آن بحث شود.
۲	صرفاً جمعی	{۱}	راه‌حل ارائه شده است ولی هیچ ربطی به تناسب ندارد.
۳	غیرواقعی	{۲}	در این‌گونه موارد دانش‌آموز با انجام عملیات حسابی بر روی اعداد موجود در مسئله و بدون هیچ‌گونه بازتابی بر جواب به‌دسـت آمـده، یک جواب غیرواقعی و بی‌معنی برای مسئله ارائه می‌کند.
۴	انتقالی	{۳}	دانش‌آموز پس از انجام عملیات اشـتباه، بالاخره متوجه شـده که مسئله مربوط به تناسب است ولی تناسب را به درستی به‌کار نمی‌گیرد.
۵	رویه‌ای	{۴}	تناسـب صحیح اسـت اما انجام مراحل آن کاملاً سنتی است. دانش‌آموز به مجهول مسئله توجه نمی‌کند.
۶	مبتدی	{۵}	تناسب صحیح است، انجام مراحل پیشرفته‌تر از استراتژی رویه‌ای است، اما گام آخر ناتمام است.
۷	خبره	{۶}	جواب کاملاً صحیح است.

یافته‌ها

عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان دختر و پسر در پاسخ به مسئله آسانسور به تفکیک جنسیت در جدول شماره ۳ آمده است. در این جدول‌ها، نوع پاسخ‌های دانش‌آموزان در ۷ دستهٔ مجزا تفکیک شده‌اند. برای درک بهتر نحوهٔ عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر در حل مسئله تناسب مربوط به آسانسور، نمودار عملکرد آن‌ها در شکل ۷ آمده است. این شکل بر اساس جدول شماره ۳ رسم است.

شکل ۷ مقایسه عملکرد دختران و پسران

با استفاده از جدول ۳ می‌توان به سؤال اول پژوهش پاسخ داد. سؤال اول پژوهش به دنبال مشخص کردن نوع استراتژی‌های به‌کار رفته توسط دانش‌آموزان دختر و پسر در حل مسئله مربوط به حوزه تناسبی بود. فراوانی و درصد انواع استراتژی‌های به کار گرفته شده توسط دانش‌آموزان دختر و پسر در جدول۳ آمده است.

جدول ۳. جدول توصیفی بررسی تفاوت جنسیتی

دسته‌بندی پاسخ‌ها		جنسیت	
		پسر	دختر
بدون جواب	فراوانی	۲۸	۲۷
	درصد	٪۶/۶	٪۶/۵
استراتژی صرفاً جمعی	فراوانی	۶۳	۷۱
	درصد	٪۱۴/۹	٪۱۷/۱
جواب‌های غیرواقعی	فراوانی	۴۷	۸۶
	درصد	٪۱۱/۱	٪۲۰/۸
استراتژی صرفاً رویه‌ای	فراوانی	۱۴۶	۱۵۰
	درصد	٪۳۴/۶	٪۳۶/۲
استراتژی انتقالی	فراوانی	۲۳	۲۰
	درصد	٪۵/۵	٪۴/۸
استراتژی تناسبی مبتدی	فراوانی	۸۴	۳۴
	درصد	٪۱۹/۹	٪۸/۲
استراتژی تناسبی خبره	فراوانی	۳۱	۲۶
	درصد	٪۷/۳	٪۶/۳
مجموع	--	۴۲۲	۴۱۴

برای پاسخ‌گویی به سؤال دوم پژوهش می‌توان از شکل شماره ۷ و جدول ۳ استفاده کرد. سؤال دوم پژوهش به دنبال مشخص کردن میزان شباهت‌ها و تفاوت‌ها در راه‌حل‌های پسران و دختران در حل مسئلهٔ مربوط به حوزهٔ تناسبی بود. همان‌طور که در نمودار شکل ۷ نشان داده شده است، عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر در دو دسته **جواب‌های غیرواقعی و استراتژی تناسبی مبتدی** به‌طور مشهودی متفاوت است. جدول ۳ نشان می‌دهد که در بقیهٔ دسته‌ها، کمابیش عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر یکسان است. در واقع میزان ارایهٔ جواب‌های غیر واقعی از سوی دانش‌آموزان دختر تقریباً دو برابر دانش‌آموزان پسر است. همچنین فراوانی استفاده از **استراتژی تناسبی مبتدی** توسط دانش‌آموزان پسر دو برابر فراوانی استفاده از این استراتژی از سوی دانش‌آموزان دختر است. در مجموع، عملکرد پسران در حل مسئلهٔ غیر معمول حوزهٔ تناسب بهتر از عملکرد دختران است. این نتیجه با استفاده از آزمون مجذور خی به دست آمده است. همان‌طور که مقادیر محاسبه شده در جدول ۴ برای آمارهٔ مجذور خی نشان می‌دهد، تفاوت جنسیتی در سطح ۰.۰۱ معنی دار است.

اگرچه مطالعهٔ چی و همکاران (۲۰۱۱) از لحاظ چارچوب نظری با مطالعهٔ حاضر کمی متفاوت است و نتایج تحقیق آن ها به صورت توصیفی می‌باشد، ولی در مجموع، نتایج آن‌ها با نتیجهٔ مطالعهٔ حاضر از این جهت که عملکرد دانش‌آموزان پسر بهتر از عملکرد دانش‌آموزان دختر بود همسوست. در مطالعهٔ چی و همکاران بیش از نیمی از پاسخ‌های دختران متعلق به دسته‌های صرفاً جمعی و استراتژی رویه‌ای بود و درصد پسران در این دو دسته نصف دختران بود. همچنین ۵۵ درصد از پاسخ‌های پسران در دستهٔ انتقالی و مبتدی بود در حالی‌که تقریباً یک‌سوم از جواب‌های دختران در این دو دسته قرار داشت و درصد دختران و پسران در ردهٔ خبره یکسان بود.

جدول ۴. جدول استنباطی برای بررسی تفاوت جنسیتی

خی دو	**۳۳/۷۴۷**
درجه آزادی	**۶**
سطح معناداری	**P > ۰/۰۱**

برای پاسخ‌گویی به سؤال سوم تحقیق حاضر که ناظر بر تعیین نقش پایهٔ تحصیلی در نحوهٔ عملکرد ریاضی دانش‌آموزان در حل مسئله مربوط به حوزهٔ تناسب بود، از آمارهٔ کروسکال والیس و یومن ویتنی استفاده شد. عملکرد دانش‌آموزان برحسب پایهٔ تحصیلی در جدول ۵ آمده است. نمودار عملکرد بر حسب پایه‌های مختلف تحصیلی نیز در شکل ۸ آمده است.

جدول ۵. عملکرد دانش‌آموزان بر حسب پایه تحصیلی

پایه تحصیلی / نوع جواب ها	اول راهنمایی	دوم راهنمایی	سوم راهنمایی
بدون جواب	۱۰	۲۸	۱۶
صرفا جمعی	۴۵	۵۸	۳۱
غیر واقعی	۴۷	۳۵	۵۰
رویه ای	۱۱۲	۹۸	۸۶
انتقالی	۲۳	۱۲	۸
تناسبی مبتدی	۴۸	۴۱	۲۹
خبره	۲۱	۱۹	۱۷
مجموع	۳۰۷	۲۹۱	۲۳۶

شکل ۸ مقایسه عملکرد دانش‌آموزان در پایه‌های مختلف

همان‌طور که از شکل بر می‌آید، عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ اول راهنمایی، بهتر از عملکرد دانش‌آموزان دوم و عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ دوم، بهتر از عملکرد دانش‌آموزان سوم راهنمایی است. به‌منظور بررسی دقیق‌تر از آمارهٔ اچ کروسکال والیس استفاده می‌شود (جدول ۶ و ۷).

جدول ۶. جدول توصیفی برای بررسی تفاوت پایه تحصیلی

پایه تحصیلی	تعداد	رتبه میانه
اول راهنمایی	۳۰۸	۴۴۵/۰۵
دوم راهنمایی	۲۹۱	۳۹۷/۰۱
سوم راهنمایی	۲۳۷	۴۱۰/۳۸
مجموع	۸۳۶	

جدول ۷. جدول استنباطی برای بررسی تفاوت پایه تحصیلی

خی دو	**۶/۷۴۷**
درجه آزادی	**۲**
سطح معناداری	**P > ۰/۰۵**

مقدار محاسبه شده برای مجذور خی در جدول ۷ برای آمارهٔ اچ کروسکال والیس نشان می‌دهد که تفاوت عملکرد بین پایه‌های مختلف تحصیلی در سطح ۰.۰۵ معنی‌دار است. یعنی تفاوت سطح عملکرد بین پایه‌های مختلف وجود دارد ولی دقیقاً نمی‌دانیم کدام دو پایه دارای تفاوت معنادار هستند و کدام یک تفاوت معنادار ندارند. برای دست‌یابی به این منظور از آزمون من ویتنی استفاده شده است. همان طور که جدول‌های پیوست نشان می‌دهند، تفاوت عملکرد دانش‌آموزان در دو پایه اول و دوم راهنمایی در سطح ۰.۰۵ معنادار است، ولی اختلاف بین فراوانی پایه‌های دوم و سوم راهنمایی و همچنین اختلاف بین فراوانی‌های پایه اول و سوم راهنمایی در سطح ۰.۰۵ معنادار نیست.

■ بحث و نتیجه‌گیری ■

مطالعهٔ حاضر بر روی عملکرد حل مسئلهٔ دانش‌آموزان دختر و پسر دورهٔ راهنمایی در حل یک مسئله غیرمعمولی مربوط به حوزهٔ تناسب متمرکز است. در این مطالعه نقش دو عامل جنسیت و پایهٔ تحصیلی در نحوهٔ عملکرد ریاضی دانش‌آموزان دورهٔ راهنمایی مورد بررسی قرار گرفت. این مطالعه، بخشی از یک پژوهش وسیع‌تر است که در آن تفاوت‌ها و شباهت‌های عملکرد حل مسئلهٔ دانش‌آموزان دختر و پسر دوره راهنمایی با توجه به عوامل دیگری همچون نوع مدرسه اعم از دولتی، غیر انتفاعی، و خاص مورد بررسی قرار گرفته است.

نتایج حاصل از بررسی پاسخ‌های دانش‌آموزان دختر و پسر نشان می‌دهد که تفاوت جنسیتی در عملکرد ریاضی دانش‌آموزان وجود دارد. در واقع عملکرد دانش‌آموزان پسر در مقایسه با عملکرد دانش‌آموزان دختر در حل مسئلهٔ تناسبی بهتر بود. همچنین شکل شماره ۷ نشان می‌دهد که بیشترین فراوانی در انتخاب استراتژی‌ها، مربوط به استراتژی رویه‌ای است. به‌نظر می‌رسد اتخاذ یک رویکرد یاددهی- یادگیری خاص منجر به وقوع چنین پدیده‌ای می‌شود، که مطالعات کیفی مبتنی بر مشاهده کلاس درس می‌تواند در رمزگشایی چرایی وقوع این پدیده مؤثر باشد. همچنین در شکل ۷ مشاهده می‌شود که میزان پاسخ‌های دستهٔ «**غیرواقعی**» برای پسران به مراتب از میزان پاسخ‌های این دسته در مقایسه با دختران کمتر است. در استراتژی‌های تناسبی مبتدی و تناسبی خبره، عملکرد پسران به‌طور مشخصی در مقایسه با دختران بهتر است.

نتایج مطالعه حاضر در خصوص نقش پایهٔ تحصیلی در عملکرد حل مسئلهٔ دانش‌آموزان نشان داد که عملکرد حل مسئلهٔ دانش‌آموزان پایهٔ اول راهنمایی در حل مسئله تناسب مربوط به آسانسور، به طور معناداری از عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ دوم و سوم راهنمایی بهتر است. ولی تفاوت بین عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ اول و سوم راهنمایی و همچنین تفاوت بین عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ دوم و سوم راهنمایی از نظر آماری معنادار نبود. اینکه عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ اول راهنمایی از عملکرد دانش‌آموزان پایهٔ دوم راهنمایی به‌طور معناداری بهتر است، کمی عجیب به‌نظر می‌رسد. ولی در ادبیات پژوهشی حوزه آموزش ریاضی موارد متعددی از این دست وجود دارند. به‌عنوان مثال پژوهش هاوسون (۱۹۹۶) و پژوهش رفیع‌پور و گویا (۱۳۸۳) مواردی از عملکرد معکوس دانش‌آموزان با افزایش پایهٔ تحصیلی را نشان داده‌اند. در واقع دانش‌آموزان با افزایش ذخایر دانشی خود، توانایی استفاده کارآمد از ذخایر دانشی جدید خود را به‌دست نمی‌آورند. همین پدیده باعث می‌شود با بالا رفتن پایهٔ تحصیلی، عملکرد آن‌ها در حل برخی از مسائل خاص ضعیف‌تر شود. البته برای شناسایی همه عواملی که باعث بروز این پدیده می‌شوند، نیازمند انجام پژوهش‌های کیفی مبتنی بر داده‌های عمیق هستیم که می‌تواند ایدهٔ خوبی برای پژوهش‌های آتی باشد.

در پایان لازم به ذکر است که دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این مطالعه محدود به یک منطقهٔ جغرافیایی خاص بودند، و مطالعهٔ حاضر فقط بر روی یک مسئلهٔ ریاضی متمرکز بود. بنابراین تعمیم‌پذیری نتایج حاصل از این پژوهش، دارای محدودیت‌هایی است که نویسنده‌ها از آن مطلع بودند و خواننده نیز لازم است به آن توجه نماید. در این خصوص یادآوری می‌شود که دلیل استفاده از یک مسئله برای پژوهش حاضر، تشریحی بودن پاسخ مسئله بود که زمان زیادی برای جمع آوری داده‌ها و تجزیه و تحلیل آن‌ها می‌طلبید. همچنین، محدودیت زمانی مانع از آن شد که محققان بتوانند با تک‌تک دانش‌آموزان در مورد فرآیند حل مسئله‌شان مصاحبه کنند. در نتیجه فقط به پاسخ‌های نوشته شده روی برگه‌ها اکتفا شد.

منابع

- حجازی، الهه و نقـش، زهرا، (۱۳۸۶). رابطهٔ خود کارآمدی ریاضی، سـودمندی ادراک شـده و راهبردهـای خودتنظیمی با پیشـرفت دانش‌آموزان: یک مقایسه جنسیتی. *مجله علمی و پژوهشی مطالعات زنان*، ۱ (۲)، ۸۴-۱۰۲
- رفیـع پور، ابوالفضـل و گویا، زهـرا. (۱۳۸۳). چرا عملکرد ریاضی دانش‌آموزان ایرانی در تیمز منحصر به فرد بود؟ *مجلهٔ رشـد آموزش ریاضی*، (۷۵)، ۱۵-۲۲
- فرزان، مسعود؛ باهمت شیروان‌ده، صفر؛ دیبایی، محمدتقی؛ فرهودی مقـدم، پرویز. (۱۳۹۰). *ریاضی سـال اول دوره راهنمایی تحصیلی*. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران. وزارت آموزش و پرورش.
- فرزان، مسعود؛ باهمت شیروان‌ده، صفر؛ دیبایی، محمدتقی؛ فرهودی مقـدم، پرویز. (۱۳۹۰). *ریاضی سـال دوم دورهٔ راهنمایی تحصیلی*. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران. وزارت آموزش و پرورش.
- فرزان، مسعود؛ باهمت شیروان‌ده، صفر؛ دیبایی، محمدتقی؛ فرهودی مقدم، پرویز. (۱۳۹۰). *ریاضی سـال سوم دورهٔ راهنمایی تحصیلی*. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران. وزارت آموزش و پرورش.
- گوریان، مایکل. (۱۳۸۳). *یادگیری متفاوت دخترها و پسرها*، (ترجمه مهدی قراچه داغی). تهران: انتشارات پیک بهار.

- Che, M. & Wiegert, K & Threlkeld, K. (2012). Problem solving strategies of girls and boys in single-sex mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics. 79*(2), 311-326.
- Damarin, S., & Erchick, D. B. (2010). Toward clarifying the meanings of gender in mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(1), 310–323.
- Fierros, E. G. (1999). *Examining gender differences in mathematics achievement on the Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS). Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Quebec.
- Fernández, C., Llinares, S. Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2009). Effect of the Number Structure and Quantity Nature on Secondary School Students' Proportional Reasoning. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 25-32). Thessaloniki, Greece: PME.
- Fernandez, C., Llinares, S. & Valls, J. (2008). Implicative analysis of strategies in solving proportional and nonproportional problems. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics education* (Vol. 4, pp. 369– 376). Morelia, Mexico: Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Fennema, E., & Sherman, J. (1977). Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization, and affective factors. *American Educational Research Journal, 14*, 51–71.
- Gallagher, A. M., & DeLisi, R. (1994). Gender differences in scholastic aptitude test—Mathematics problem solving among high-ability students. *Journal of Educational Psychology, 86*(2), 204–211.
- Hart, K. (1981). *Children's understanding of mathematics: 11–16*. London: Murray.
- Hino, K. (2011). Students' Uses of Tables in Learning Equations of Proportion: A Case Study of a Seventh Grade Class, In Ubuz, B. (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3 pp: 25-32). Ankara, Turkey: PME.
- Howson, G. (1996). Mathematics and common sense. In C. Alsina, J. M. Alvarez, B. Hodgson, C. Llaborde, A. Perez (Eds.), *8th international congress on mathematical education selected lectures* (pp. 257-269). Sevilla: S.A.E.M. 'THALES'.
- Hyde, J. S., Fennema, E., Ryan, M., Frost, L. A., & Hopp, C. (1990). Gender comparisons of mathematics attitudes and affect, a metaanalysis. *Psychology of Women Quarterly, 14*, 299–324.
- Inhelder, B., Piaget, J., Milgram, S., & Parsons, A. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. New York: Basic Books, Inc.
- Lin, F.-L. (1991). Characteristics of "adders" in proportional reasoning. *Proceedings of the National Science Council ROC (D), 1*(1), 1–13.
- Meelissen, M. & Luyten, H. (2008). The dutch gender gap in mathematics: Small for achievement, substantial for beliefs and attitudes. *Studies in Educational Evaluation, 34*, 82-93
- Modestou, M., & Gagatsis, A. (2007). Students' improper proportional reasoning: A result of the

epistemological obstacle of "linearity". *Educational Psychology, 27*(1), 75–92.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA.: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principals and Standards for School Mathematics*, Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics Pub.
- Sadker, D. and Klein, S. (1991). The issue of gender in elementary and secondary education. *Review of Research in Education, 17*, 269–334.
- Sadker, D. & Zittleman, K. (2005). Closing the Gender Gap--Again! Just When Educators Thought It Was No Longer An Issue, Gender Bias Is Back In A New Context. *Principal, 84* (4),18-22.
- Silvestre, A. I. (2009). Teaching for the Development of Proportional Reasoning. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (Vol. 5, pp. 492). Thessaloniki, Greece: PME.
- Silvestre, A. I. & da Ponte, J. P. (2011). Missing Value and Comparison Problems: What Pupils Know before Teaching of Proportion? In Ubuz, B. (Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4 pp: 185-192). Ankara, Turkey: PME.
- Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics, 16*, 181–204.
- Van Dooren, W. De Bock, D. Gillard, E. and Verschaffel, L. (2009). Add? Or Multiply? A Study on the Development of Primary School Students' Proportional Reasoning Skills. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 5, pp. 281-288). Thessaloniki, Greece: PME.

پی‌نوشت‌ها

1. Proportional Rreasoning
2. Inhelder, Piaget, Milgram, & Parsons
3. None Routine (مسئله‌ای که جواب آشنا و سرراستی در بدو امر ندارد)
4. Spinillo & Bryant
5. Fernández, Llinares,Van Dooren, De Bock, & Verschaffel
6. Hart
7. Tourniaire & Pulos
8. Lin
9. Gillard
10. Silvestre
11. Silvestre & de Ponte
12. Valls
13. Modestou & Gagatsis
14. Hino
15.Van Dooren, De Bock, Gillard, and Verschaffel,
16.Fernandes, Llinares,Van Dooren, De Bock & Verschaffel
17. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
18. Journal of Research in Mathematics Education (JRME)
19. Fennema & Sherman
20. Damarin & Erchick
21. Sadker & Zittleman
22. National Assessment of Educational Progress (NAEP)
23. Che, Wiegert,& Threlkeld
24. Gallagher, & DeLisi
25. Fierros
26. Meelissen & Luyten
27. Hyde, Fennema, Ryan, Frost, & Hopp
28. Sadker and Klein
29. Third (or Trends) International Mathematics and Science Study (TIMSS)
30. Program for International Student Assessment (PISA)
31. Mullis, Martin, Gonzalez, Chrostowski
32. Common Sense
33. Howson
34. Non-response
35. Purely additive Strategy
36. Purely procedural strategy
37. Transition strategy
38. Novice Strategy
39. Mature Strategy
40. None Sense
41. Common Sense