فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران
سال چهاردهم، شماره ۵۲، بهار ۱۳۹۸، ۳۰ – ۱

Journal of Curriculum Studies (J. C. S)
Vol. 14 (52); 2019, 1-30

ارزیابی ظرفیت کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه اول در ترویج یادگیری عمیق مفاهیم

The Capacity of Junior Secondary Math Textbooks to Enhance Deep Learning

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/ ۳۰؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/ ۰۲

محمدمهدی درّی[۱]
ابوالفضل رفیع‌پور[۲]
فاطمه درّی[۳]

چکیده: در این مقاله، یک پژوهشِ تحلیل محتوا گزارش می‌شود که هدف آن بررسی میزان توجه به یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی در کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه اول است. بر این اساس محتوای سه سرفصلِ اعداد، اعمال و جبر از سه کتاب ریاضی هفتم، هشتم و نهم برای تحلیل انتخاب شد. در فرآیند تحلیل، هر مسئله به‌عنوان یک واحدِ تحلیل در نظر گرفته شد. چارچوب نظری از ادبیات پژوهشی مرتبط با هدف اخذ شد و پس از جرح و تعدیلِ چارچوب، مسائل از نظر چهار معیارِ «پیچیدگی رویه‌ای»، «نوع فرآیند حل»، «تکرار» و «تمرین/کاربرد» بررسی شدند. نتایج نشان داد که در معیار اول، در هر سه کتاب، تقریبا ۸۰ درصد مسائل در طبقه‌ی «پیچیدگی رویه‌ای پایین» بود؛ در معیار دوم، در دو کتاب پایه‌ی هشتم و نهم، حدود ۹۰ درصد مسائل با «استفاده از رویه‌ها» قابل حل بودند و این میزان برای کتاب پایه‌ی هفتم به ۸۰ درصد می‌رسید؛ در معیار سوم و چهارم نیز در هر سه کتاب، مسائل عمدتا در طبقات «تکرار» (۶۰ درصد) و «تمرین» (۹۰ درصد) قرار گرفتند. در مجموع، نتایج تحلیل مسائل سه کتاب نشان داد که در سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر، میزان تکرارِ تمرین‌های کمتر پیچیده که با استفاده از رویه‌های از قبل آموخته شده قابل حل هستند، زیاد است. این امر نشان می‌دهد که کتاب‌های درسی ریاضی متوسطه اول، با اهداف برنامه درسیِ قصد شده فاصله دارند و بیشتر بر یادگیری به روش تکرار و تمرین تکیه می‌کنند.

کلیدواژه‌ها: تحلیل محتوای کتاب درسی، یادگیری عمیق، درک رابطه‌ای، درک ابزاری.

M. M. Dorri
A. Rafiepour (Ph.D)
F. Dorri

Abstract: In this paper, a content analysis study is reported seeking to assess lower secondary math textbooks with regard to deep learning of mathematical concepts. Accordingly, three topics from the seventh, eighth and ninth grade math textbooks were selected for this content analysis, namely arithmetic, algebra and numbers. During the procedure for this content analysis, each problem was considered as an analysis unit. Theoretical framework derived from the literature and modified to investigate the textbook problems with four criteria: procedural complexity, type of solving processes, the degree of repetition, Exercise/Application. The results showed that with the first criterion, almost 80% of all three textbooks' problems were in the "low procedural complexity" category; With the second criterion, 90% of the eighth and ninth grade textbooks' problems could be solved with the solving process "using procedures", while this proportion was 80% for the seventh grade textbooks problems. With the third and fourth criteria, in all three textbooks, the problems were mainly categoized as "repetition" (60%) and "exercise" (90%). To sum up, the results of the analysis showed that in the mentioned topics, there were a high number of low complexity exercises that can be solved by using pre-learned procedures. As a result, it could be deduced that lower secondary math textbooks are far from the intended curriculum objectives and rely further on learning through drill and practice.

Keywords: textbook analysis, deep learning, relational understanding, procedural understanding.

۱. کارشناسی ارشد رشته آموزش ریاضی، دبیر آموزش و پرورش شهرستان بیرجند(نویسنده مسئول) dorrimm@Gmail.Com
۲. عضو هیئت‌علمی دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر کرمان × drafiepour@Gmail.Com
۳. عضو هیئت علمی دانشگاه پیام نور dorri.F@Gmail.Com

مقدمه و بیان مسئله

بر اساس سند تحول بنیادین آموزش و پرورش (۱۳۹۰) که چشم‌انداز و اهداف کلی تعلیم و تربیت را در افق سال ۱۴۰۴ هجری شمسی تبیین می‌کند، نظام آموزش و پرورش کشورمان نیازمند انجام اصلاحات در راستای تحقق اهداف متعالی تعلیم و تربیت است. پیرو این سند اصلاحات نظام آموزشی بر مبنای نظام ۳-۳-۶ شکل گرفت. در حال حاضر نظام ۳-۳-۶ در برنامه درسی مدرسه‌ای به‌طور کامل استقرار یافته است و هم‌راستا با این نظام، تمامی کتاب‌های درسی تغییراتی داشته‌اند. به‌طور مشخص در دوره متوسطه اول، اجرای برنامه درسی جدید موجب شده است که کتاب‌های درسی ریاضی دوره راهنمایی سابق، مورد بازبینی کلی قرار گیرد. یکی از اهداف برنامه درسی ریاضی یادگیری عمیق ریاضی است؛ به‌صورتی که دانش‌آموز خود مفاهیم ریاضی را «بسازد». در سند برنامه درسی ملی (۱۳۹۱) نیز این هدف به‌طور ضمنی دیده می‌شود:

«یادگیری عمیق ریاضی [به‌عنوان یکی از اهداف آموزش ریاضی] وقتی رخ می‌دهد که دانش‌آموزان خودشان در طی حل یک مسئله‌ی قابل توجه به آن مفاهیم رسیده باشند و خودشان آن مفاهیم را ساخته باشند (ص ۳۴).»

همچنین مؤلفان کتاب ریاضی هشتم (چاپ ۱۳۹۶) یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی را از یادگیری به روش تکرار و تمرین برتر می‌دانند؛ چنانکه، در بخش سخنی با معلم این کتاب آمده است:

«اگر تعداد کمتری مسئله ولی با عمق بیشتر در کلاس درس و با مشارکت دانش‌آموزان حل و بررسی شود، نسبت به حالتی که تعداد زیادی مسئله و به شیوه تکرار و تمرین حل شود، نتیجه به‌مراتب بهتری به دست می‌آید.»

ون‌دوویل[1] (۲۰۰۱) یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی را نتیجه جذب آن‌ها در ساختارهای منسجم و سازمان‌یافته دانش می‌داند. در این نوع یادگیری دانش‌آموز به خود اتکا می‌کند و مفاهیم ریاضی را می‌سازد. این یادگیری معنادار و رابطه‌ای[2] است. در مقابلِ یادگیری معنادار،

1. Van De Walle
2. Relational Learning

یادگیری ابزاری[1] قرار دارد (به نقل از چمن‌آرا، ۱۳۸۲). در یادگیری ابزاری اتکای دانش‌آموز بیشتر به بیرون از خود است؛ این اتکا می‌تواند به معلم یا جزوه باشد. یادگیری ابزاری، سطحی و همراه با حفظ طوطی‌وار رویه‌هاست که این رویه‌ها زود فراموش خواهند شد.

نتایج جدیدترین مطالعه‌ی بین‌المللی تیمز[2] (۲۰۱۵) در درس ریاضی نشان می‌دهد که وضعیت دانش‌آموزان ایرانی در پایه‌های مورد بررسی (چهارم و هشتم) پایین‌تر از متوسط جهانی است. البته نمره‌ی عملکرد دانش‌آموزان ایرانی از اولین دوره‌ی برگزاری تیمز تا سال ۲۰۱۱ رشد ملایمی داشته است؛ اما در تیمز ۲۰۱۵ که با تغییر گسترده در برنامه‌های درسی ایران همراه بوده این رشد تقریباً متوقف شده است (بخشعلی‌زاده به نقل از اصلانی، ۱۳۹۷).

در کشور ما کتاب درسی ابزار اصلی تدریس در کلاس‌های درس ریاضی است (رفیع‌پور و گویا، ۱۳۸۹). معلمان موظف‌اند تدریس خود را بر اساس روش‌های ارائه شده در کتاب طرح کنند و تا پایان سال تحصیلی، مطالب کتاب را به اتمام برسانند. لذا بررسی محتوای کتب درسی که یک عنصر مهم در برنامه‌ی درسی ریاضی به‌شمار می‌رود، می‌تواند در شناخت بهتر بخشی از علل عملکرد ضعیف دانش‌آموزان در درس ریاضی مفید باشد. بر این اساس، نویسندگان این مقاله بر آن شدند تا با انجام پژوهشی میزان توجه به یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی را در کتاب‌های تازه تألیف دوره متوسطه اول، بررسی کنند. در واقع، هدف پژوهش حاضر، پاسخ به این پرسش کلی است که:

≠ **در مسائل کتاب‌های درسی تازه تألیف ریاضی پایه هفتم، هشتم و نهم، تا چه حد به فهم عمیق مفاهیم ریاضی توجه شده است؟**

هیبرت و همکاران[3] (۲۰۰۳) در مطالعه‌ی ویدئویی تیمز دلایل عملکرد ضعیف چند کشور را بررسی کردند که عملکرد دانش‌آموزانشان در درس ریاضی پایین‌تر از متوسط جهانی بود. آن‌ها پنج معیار برای توصیف میزان توجه به آموزش عمیق مفاهیم در کلاس‌های درس ریاضی وضع کردند. این معیارها عبارت بودند از: «پیچیدگیِ رویه‌ای»، «نوع فرآیند حل»، «تکرار»،

1. Procedural Learning
2. The Trends In International Mathematics And Science Study (Timss)
3. Hiebert et al.

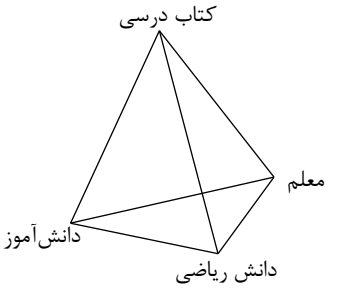
«تمرین/کاربرد» و «استدلال قیاسی». وینسنت و استیسی[1] (۲۰۰۸) همین معیارها را با کمی جرح و تعدیل، برای بررسی تعدادی از کتب درسی ریاضیِ پایه هشتم کشور استرالیا به‌کار بردند (توضیح اینکه در استرالیا کتاب درسی توسط معلم از بین کتب آموزشی موجود در بازار انتخاب می‌شود و مانند ایران کتاب درسی واحدی برای هر پایه در کل کشور وجود ندارد). وینسنت و استیسی سعی داشتند نقش تمرین‌ها و مسائل کتب درسی را در بروز «سندروم تدریس کم‌عمق[2]» (استیسی، ۲۰۰۳) در کلاس‌های درس جست‌وجو کنند. لازم به ذکر است در زمان تدوین چارچوب نظری وینست و استیسی، عملکرد دانش‌آموزان استرالیایی، مانند دانش‌آموزان ایرانی حال حاضر، از متوسط جهانی پایین‌تر بوده است.

مطالعه ویدئویی کلاس درس، روشی مناسب برای درک ابعاد و کیفیت آموزش ارائه شده به دانش‌آموزان می‌باشد که مورد پذیرش و استناد پژوهشگران زیادی قرار گرفته است؛ اما اجرای آن بسیار پر هزینه و زمان‌بر است. از طرفی چون در ایران، کتاب درسی بخش تأثیرگذار و جدایی‌ناپذیر تدریس و یادگیری ریاضی در مدرسه است، به نظر می‌رسد تحلیل محتوای کتاب‌های درسی بر مبنای معیارهای مطالعه‌ی ویدئویی تیمز بتواند وضعیت آموزش ریاضی را در دوره‌ی متوسطه‌ی اول، حداقل در زمینه‌ی محتوا مشخص کند. روشن است که عملکرد دانش‌آموزان تحت تأثیر عوامل مهم دیگری مثل معلم، دانش‌آموز، ارزشیابی و فضای یادگیری نیز می‌باشد.

اگرچه برنامه درسی، تحت تأثیر ارتباطات پیچیده‌ای است که بین کتاب درسی، معلم و دانش‌آموزان وجود دارد اما برخی اوقات کتاب درسی را حتی به‌عنوان برنامه درسی قصد شده[3] در نظر می‌گیرند (بودیانسکی[4]، ۲۰۰۱). رزات[5] (۲۰۰۹) نیز با استفاده از مدل چهاروجهی زیر (شکل ۱)، تعامل کتاب درسی را با دانش‌آموز، معلم و دانش ریاضی این‌گونه توصیف می‌کند:

1. Vincent, J., & Stacey
2. Shallow Teaching Syndrome
3. Intended Curriculum
4. Budiansky
5. Rezat

«کتاب درسی ریاضی به‌عنوان یک ابزار در هر سه رأس دیگر چهاروجهی نقش دارد؛ معلمان از کتاب درسی برای تدریس و آماده کردن درس‌هایشان استفاده می‌کنند؛ معلمان همچنین نقش میانجی را برای استفاده‌ی دانش‌آموزان از کتاب درسی دارند؛ و در پایان، دانش‌آموزان دانش ریاضی را از کتاب درسی یاد می‌گیرند (ص ۱۲۶۱).»



شکل ۱، مدل چهاروجهیِ استفاده از کتاب درسی (رزات، ۲۰۰۹، ص ۱۲۶۱)

همچنین به اعتقاد پیکونن[1] (۲۰۰۴) معلمان به کتاب درسی به‌عنوان یک منبع قدرتمند توجه می‌کنند و نویسندگان کتاب درسی را «کارشناسانی صالح» می‌انگارند (ص ۵۱۸). کتاب‌های درسی نه‌تنها محتوای آموزشی را مشخص می‌کنند بلکه آنچه قرار است دانش‌آموز از آن محتوا درک کند را هم مستقیماً تحت تأثیر قرار می‌دهند.

آموزشگران بزرگ ریاضی در مورد سطوح استانداردها برای محتوای مطلوب که به فهم عمیق مفاهیم توسط دانش‌آموزان کمک کند، نظرات راه‌گشایی دارند. چمن‌آرا (۱۳۸۲ به نقل از ون‌دوویل، ۲۰۰۱) بیان می‌کند که کتاب درسی ریاضی باید طیف وسیعی از مسائل «ارزنده» را فراهم کند تا دانش‌آموزان به کمک آن مسائل بتوانند فهم عمیقی از مفاهیم ریاضی به‌دست آورند. از نظر ون‌دوویل مسئله‌ی ارزنده مسئله‌ایست که قوه استدلال ریاضی و تفکر بازتابی[2] دانش‌آموزان را تحریک کند.

1. Pehkonen

۲. تفکر بازتابی یعنی نقد کردن و جرح و تعدیل ایده‌ها (ون‌دوویل، ۲۰۰۱)

همچنین شونفیلد[1] (۲۰۰۴)، با اشاره به رویکرد «بازگشت به اصول[2]» در برنامه درسی ریاضی آمریکا در دهه ۱۹۷۰، معتقد است: «تمرکز صرف بر اصول، دانش‌آموزان را از فهمیدن و درک کردن مفاهیم مستتر در این اصول بازمی‌دارد و باعث می‌شود دانش‌آموز نتواند ریاضی را به‌طور مؤثری [در حل مسائل] به‌کار بَرد. تمرکز بر *فرآیندها* بدون توجه به *مهارت‌ها* نیز دانش‌آموزان را از ابزارهایی که برای عملکرد شایسته نیاز دارند، محروم می‌کند.» (ص ۲۸۰-۲۸۱) حرکت به سمت مهارت‌ها یا فرآیندها دو سر یک طیف در طرح‌ریزی محتوای آموزشی است که بنا بر نظر شونفیلد کتاب‌های درسی ریاضی باید در حالت مطلوب، بین مهارت‌ها و فرآیندها تعادل برقرار کنند.

با بررسی بیشتر ادبیات پژوهشی حوزه تحلیل محتوا، مشخص شد که موضوع فهم و یادگیری عمیق مفاهیم ارائه شده در کتب درسی ریاضی، مورد توجه بسیاری از پژوهشگران این حوزه قرار گرفته است. شیلد و دال[3] (۲۰۱۳)، پنج دوره از کتب درسی ریاضی متوسطه دوم کشور استرالیا را با هدف ارزیابی پتانسیل این کتاب‌ها در یاددهی و یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی تحلیل کردند. آن‌ها سرفصل نسبت و تناسب را برای تحلیل خود انتخاب کردند که در نتیجه این مطالعه، مشخص شد کتب مورد بررسی در ایجاد ساختار ضربی برای مفهوم نسبت و تناسب ضعف دارند و بنابراین نمی‌توانند، آن‌گونه که باید، در خدمت یادگیری عمیق این مفهوم باشند.

در پژوهش دیگری، هاوسون[4] (۲۰۰۵) طیف وسیعی از کتب درسی ریاضی اروپایی، آسیایی و آمریکایی را با هدف بررسی میزانِ انسجام مطالب، مقایسه کرده است. او نتیجه می‌گیرد که سرفصل‌های کتب درسی آمریکا خیلی تصادفی ارائه می‌شوند و ساختار منسجم و اتصالات واضحی بین این سرفصل‌ها وجود ندارد. هاوسون دلایل مختلفی می‌آورد که این شیوه ارائه مطالب منجر به یادگیریِ عمیق مفاهیم ریاضی نمی‌شود.

دهقان و حسن‌خانی (۱۳۹۳) با تحلیل محتوای کتاب ریاضی پایه‌ی هفتم، بر مبنای طبقه-بندی اهداف آموزشی حیطه شناختی از دیدگاه اندرسون، دریافتند که در این کتاب بیش‌تر به

1. Schoenfeld
2. Back To Basics
3. Shield & Dole
4. Howson

سطوح فهمیدن و به کار بستن (سطوح اولیه طبقه‌بندی اندرسون) توجه شده است و در مقابل، کم‌ترین توجه به سطوح ارزشیابیِ دانش مفهومی، تحلیلِ دانش روندی، تحلیلِ دانش فراشناختی و ارزشیابیِ دانش فراشناختی (سطوح بالای طبقه‌بندی اندرسون) شده است. در طبقه‌بندی هدف‌های آموزشی از دیدگاه اندرسون، سطوح بالای طبقه‌بندی موجب یادگیری پایدارتر و طولانی‌تری نسبت به سطوح اولیه طبقه‌بندی می‌شوند. دهقان و حسن‌خانی بر این باورند که کتاب درسی ریاضی پایه‌ی هفتم دانش‌آموزان را بیشتر به سمت حفظ کردن طوطی‌وار مطالب سوق می‌دهد.

احمدپور، فدایی و رفیع‌پور (۱۳۹۶) نیز محتوای دو کتاب درسی ریاضی پایه‌ی هفتم و هشتم را با هدف تعیین میزان حضور انواع «استدلال[1]» (که یکی از معیارهای پنجگانه‌ی هیبرت و همکاران (۲۰۰۳) می‌باشد) تحلیل کردند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که بیشترین میزان استدلال، در محتوای مربوط به دروس هندسه یافت می‌شود و محتوای مربوط به‌حساب (توان و جذر) کمترین میزان استدلال را به خود اختصاص داده است. احمدپور و همکاران (۱۳۹۶) همچنین اضافه می‌کنند که توزیع انواع استدلال به‌خصوص استدلال استنتاجی در فصول مختلف کتاب‌های هفتم و هشتم یک‌دست و یکنواخت نیست و حضور استدلال در فصول این کتاب‌ها کم‌رنگ، متغیر و نامتجانس است.

روش

پژوهش حاضر از نوع توصیفی است که با روش تحلیل محتوا سه کتاب درسی ریاضی هفتم، هشتم و نهم را از لحاظ میزان توجه به فهم عمیق مفاهیم مورد بررسی قرار داد. این سه کتاب چاپ سال ۱۳۹۶ بودند و تمام محتوای درسِ ریاضی دوره متوسطه اول را تشکیل می‌دادند. سرفصل‌هایی که در این پژوهش تحلیل شدند، شامل عناوینِ ۱-اعداد (عدد صحیح، عدد گویا و عدد حقیقی)، ۲-اعمال (توان و ریشه)، ۳-جبر (عبارت‌های جبری، معادله و معادله خط) بودند. این عناوین جزو سرفصل‌های اصلیِ ریاضی در دوره متوسطه اول به شمار می‌روند که در هر سه کتاب حضور دارند. از طرفی، اغلب مفاهیم موجود در این سرفصل‌ها در دوره‌ی ابتدایی وجود ندارند و دانش‌آموزان بسیاری از اصول اولیه‌ی این مفاهیم را در دوره‌ی

1. Reasoning

متوسطه‌ی اول فرامی‌گیرند. به دلیل اهمیت این سرفصل‌ها در پایه‌های بعد، بیم آن می‌رود که مفاهیم ارائه شده در این سرفصل‌ها به شکلی سطحی و غیرعمیق (صوری) در ذهن دانش‌آموزان شکل بگیرد. در واقع، مفاهیم این سرفصل‌ها پتانسیل زیادی برای ارائه به شکل سطحی و غیر مفهومی (تکرار و تمرین) دارند که در مقابل درک عمیق و مفهومی قرار دارد.

قسمت‌های مورد بررسی شاملِ فعالیت‌ها، کاردرکلاس‌ها و تمرین‌های کتاب درسی بودند که ساختار کلی تمام دروس در کتاب‌های ریاضی دوره‌ی متوسطه‌ی اول است. همچنین این سه قسمت بخش‌های اصلی تدریس در کلاس درس و تکلیف خانه را در کتاب‌های دوره متوسطه اول تشکیل می‌دهند. در مجموع تعداد ۲۱۷۰ مسئله از سه کتاب ریاضیِ هفتم، هشتم و نهم در سه سرفصل اعداد، اعمال و جبر تحلیل شد. از این تعداد ۷۴۰ مسئله از کتاب هفتم، ۶۶۰ مسئله از کتاب هشتم و ۷۷۰ مسئله از کتاب نهم بود. مسائل تحلیل شده بیش از نصف صفحات کتاب‌های هر یک از پایه‌ها را پوشش می‌داد. در پژوهش حاضر، اصطلاح «مسئله» برای هر سؤال کاردرکلاس، تمرین و یا بخشی از فعالیت به کار می‌رود که در کتاب درسی وجود دارد و باید توسط دانش‌آموزان حل شود. تعداد مسائل تحلیل شده، به تفکیک سرفصل برای هر یک از سه کتاب درسی، در جدول شماره ۱ آمده است. در بخش‌های بعدی مثال‌هایی برای مسائلی که مورد تحلیل قرار گرفتند آمده است.

جدول ۱، تعداد مسائل سرفصل‌های «اعداد»، «اعمال» و «جبر» به تفکیک کتب هفتم، هشتم و نهم

سرفصل‌ها↓	کتاب هفتم	کتاب هشتم	کتاب نهم	جمع
اعداد	۳۹۹ مسئله	۲۸۵ مسئله	۱۳۵ مسئله	**۸۱۹ مسئله**
اعمال	۲۳۰ مسئله	۲۰۰ مسئله	۲۴۲ مسئله	**۶۷۲ مسئله**
جبر	۱۱۱ مسئله	۱۷۵ مسئله	۳۹۳ مسئله	**۶۷۹ مسئله**
جمع	**۷۴۰ مسئله**	**۶۶۰ مسئله**	**۷۷۰ مسئله**	**۲۱۷۰ مسئله**

روش کدگذاری مسائل

در فرآیند کدگذاری، هر مسئله یک واحد تحلیل در نظر گرفته شد. در مورد مسائلی که چند قسمت پی‌درپی داشت (قسمت الف، ب و...)، اگر حل یک قسمت مستقل از قسمت‌های دیگر

بود، آن قسمت به‌طور جداگانه مورد تحلیل قرار گرفت؛ اما اگر حل چند قسمتِ یک مسئله مرتبط با یکدیگر بود، تمام این قسمت‌ها به‌عنوان یک واحد تحلیل در نظر گرفته شد. برای مثال، در شکل ۲، دو سؤال شماره‌ی ۵ و ۶ از مبحث جبر کتاب ریاضی نهم آمده است؛ سؤال ۵، شش قسمت دارد که حل هر شش قسمت (الف، ب، ... و) به یکدیگر مرتبط است و در واقع همه‌ی قسمت‌ها، یک مسئله هستند. دانش‌آموز برای حل این سؤال باید عبارت‌های جبری ذکر شده در هر یک از شش قسمت را با عبارت جبری موجود در صورت سؤال مقایسه کند؛ بنابراین هنگام تحلیل، این سؤال یک واحد تحلیل در نظر گرفته شد؛ اما در همین صفحه، سؤال ۶، دارای چهار قسمت مجزا است که حل هر قسمت مستقل از قسمت‌های دیگر است. لذا در این سؤال هر قسمت به‌عنوان یک واحد جداگانه تحلیل شد.

هر یک از مسائل از نظرِ چهار معیارِ «پیچیدگی رویه‌ای»، «نوع فرآیند حل»، «تکرار» و «تمرین/کاربرد» (وینسنت و استیسی، ۲۰۰۸) مورد تحلیل قرار گرفت. در اصل، چارچوب وینسنت و استیسی شامل یک معیار پنجم دیگر با نام «استدلال قیاسی» بود که در این مطالعه از آن استفاده نشد. معیار پنجم به این دلیل حذف شد که بنا به تعریفِ این معیار، برای اینکه یک مسئله در گروه مسائل استدلال قیاسی طبقه‌بندی شود لازم است نتیجه‌ی موردنظر آن به‌جای استفاده در یک مسئله، برای رده‌ای از مسائل کاربری داشته باشد (مثالی برای مسائل دارای استدلال قیاسی: ثابت کنید که اضلاع این دو مثلث همنهشت، با هم مساوی‌اند). همچنین استدلال در این مسائل نباید از طریق عددگذاری انجام شود؛ بلکه استدلال از طریق استدلال استنتاجی مدنظر است. تلاش‌های اولیه‌ی کدگذاران برای کدگذاری مسائل سه سرفصلِ اعداد، اعمال و جبر مشخص کرد به‌سختی می‌توان در این سرفصل‌ها، مسئله‌ای را واجد شرایط طبقات این معیار یافت کرد (با توجه به ماهیت ارزشمند استدلال قیاسی، این شواهد مایه‌ی تأسف است)؛ بنابراین تصمیم بر آن شد معیار پنجم حذف شود. در ادامه، به‌طور جداگانه، تعریف هر یک از چهار معیار دیگر به همراه مثال‌هایی از هر کدام آمده است.

۵ــ از عبارت‌های زیر، هر کدام را که با عبارت $\frac{z(x+y)}{t}$ برابر است، مشخص کنید.

الف) $\frac{z}{t}(x+y)$ ب) $\frac{zx+y}{t}$ ج) $\frac{۱}{t}\times z(x+y)$

د) $z\times\frac{x+y}{t}$ هـ) $\frac{zx}{t}+\frac{zy}{t}$ و) $\frac{zx}{t}+y$

۶ــ در جای خالی چه عبارتی باید نوشت؟

الف) $\frac{۱-z}{z}=\frac{\square}{z(z^{۲}+۱)}$ ب) $\frac{۳x}{x-۳}=\frac{\square}{x^{۲}-x-۶}$

ج) $\frac{۳y+۲}{۵}=\frac{۱}{۵}(\square)$ د) $\frac{(x-۵)(\square)}{(x-۲)(x-۵)}=x+۱$

۱۱۸

شکل ۲، دو مسئله از کتاب درسی و تقسیم آن‌ها به ۵ واحدِ تحلیل جداگانه (کتاب ریاضی نهم، صفحه‌ی ۱۱۸)

پیچیدگی رویه‌ای: طبق این معیار، مسائل بر اساس تعداد گام‌های راه‌حل معمولشان و اینکه آیا مسئله نیازمند حل زیرمسئله[۱] هست یا نه، در سه طبقه‌ی «پیچیدگی رویه‌ای پایین»، «پیچیدگی رویه‌ای متوسط» و «پیچیدگی رویه‌ای بالا» کدگذاری شدند. جدول ۲، تعریف هر یک از این سه طبقه را به همراه تحلیلِ سه مسئله از کتاب‌های هفتم، هشتم و نهم، نشان می‌دهد.

۱. تکلیف جاسازی شده در یک مسئله‌ی بزرگ‌تر است که می‌توان آن را به‌صورت یک مسئله‌ی جدا در نظر گرفت.

جدول ۲، تعاریف سه طبقه‌ی معیار پیچیدگیِ رویه‌ای (هیبرت و همکاران، ۲۰۰۳؛ ص ۷۱). به همراه مثال‌هایی از سرفصلِ جبر در کتاب‌های هفتم، هشتم و نهم

سطح پیچیدگی رویه‌ای ↓	**تعریف و مثال**
پایین	**حل کردن مسئله، با استفاده از رویه‌های معمول، نیازمند چهار یا زیر چهار تصمیم‌گیری توسط دانش‌آموز است (تصمیم‌ها می‌تواند گام‌های کوچک در نظر گرفته شود).** **مثال: معادله‌ی** $4x - 7 = 9$ **را حل کنید. (کتاب ریاضی هفتم، صفحه ۳۸)** **دلیل کدگذاری: این مسئله با روش پیشنهادی کتاب، یعنی انجام اعمال ریاضی در دو طرف تساوی، حداکثر در چهار گام قابل حل است.**
متوسط	**حل کردن مسئله، با استفاده از رویه‌های معمول، نیازمند بیشتر از چهار تصمیم‌گیری توسط دانش‌آموز و شامل ۰ یا ۱ زیر مسئله است.** **مثال: عبارت جبری** $(x + 7)(x - 7)$ **را ساده کنید. (کتاب ریاضی هشتم، صفحه ۶۳)** **دلیل کدگذاری: این مسئله با روش پیشنهادی کتاب برای دانش‌آموز پایه‌ی هشتم، حداقل با شش گام قابل حل است.**
بالا	**حل کردن مسئله، با استفاده از رویه‌های معمول، نیازمند بیشتر از چهار تصمیم‌گیری توسط دانش‌آموز و شامل ۲ یا بیش از ۲ زیر مسئله است.** **مثال: خط** $y = -\frac{1}{2}x + 2$ **را رسم کنید. آیا نقطه‌ی** $[\bar{2}_{\bar{3}}]$ **روی این خط قرار دارد؟ نقطه‌ای به طول ۱- از این خط پیدا کنید. نقطه‌ای به عرض ۲- از این خط پیدا کنید. محل برخورد خط را با محورهای مختصات پیدا کنید. (کتاب ریاضی نهم، صفحه ۱۰۱)** **دلیل کدگذاری: این مسئله شامل چهار زیرمسئله است که با روش معمول در کتاب، با ۱۱ تا ۱۶ گام قابل حل است.**

اجرای این معیار تحت تأثیر انتخاب استراتژی حل مسئله است؛ مثلا در حل معادله‌ی 2(x-1)=3(1-x) (کتاب ریاضی هشتم، صفحه ۶۵)، ممکن است دانش‌آموزی با استراتژی «حدس و آزمایش» بتواند به‌سرعت جواب معادله را به‌دست آورد که در این صورت تعداد گام‌های کمتری نسبت به دانش‌آموزی که از راهبردِ «انجام اعمال ریاضی در دو طرف تساوی» استفاده می‌کند، طی کرده است. برای ایجاد وحدت رویه در تحلیلِ مسائل، تصمیم گرفته شد تا کدگذاری بر اساس استراتژی پیشنهاد شده توسط متنِ درس انجام شود.

نوع فرآیند حل: دومین معیار برای تحلیل مسائل بود که طبق آن، مسائل بر اساس نوع فرآیندِ ضمنیِ حل آن‌ها، در سه طبقه «استفاده از یک رویه»، «بیان یک مفهوم» و «برقراری ارتباط» کدگذاری شدند. در جدول ۳، تعریف هر یک از این طبقات به همراه مثالی برای هر کدام آمده است. برای تبیین بیشتر تفاوت طبقات این معیار می‌توان گفت مسائل طبقه «برقراری ارتباط»، از لحاظ میزان توانایی لازم برای حل، چالش‌برانگیزتر از مسائل طبقه‌های «استفاده از یک

رویه» و «بیان یک مفهوم» هستند. وینسنت و استیسی (۲۰۰۸) در توضیح این معیار می‌گویند نوع استراتژی حل مسئله، در اجرای کدگذاریِ این معیار نیز تأثیرگذار است.

جدول ۳، تعریف انواع فرآیندهای حلِ ضمنی بر اساس متن مسئله (گرفته شده از هیبرت و همکاران، ۲۰۰۳؛ ص ۹۸) به همراه مثال‌هایی از سرفصل‌های اعداد و جبر در کتاب‌های هفتم، هشتم و نهم

فرآیند حل↓	توصیف
استفاده از یک رویه	متن مسئله نشان دهد که این مسئله می‌تواند با اجرای یک رویه یا مجموعه‌ای از رویه‌ها حل شود. رویه‌ها شامل حساب با اعداد صحیح، کسرها، اعداد اعشاری، ساده کردنِ نمادهای جبری، حل معادلات، پیدا کردن مساحت و محیط شکل‌های ساده و مانند این‌ها است. **مثال:** حاصل عبارت $(-5) \div ((-7) + (+2))$ را به دست آورید. (کتاب ریاضی هفتم، صفحه ۲۵) **دلیل کدگذاری:** حل این مسئله نیازمند استفاده از رویه‌های «ترتیب اعمال ریاضی» و «جمع و تقسیم اعداد صحیح» است.
بیان یک مفهوم	مسئله شامل یک قراردادِ ریاضی یا مثالی از یک مفهوم ریاضی است. **مثال:** با توجه به محورهای روبه‌رو و تقسیم شدن فاصله‌ی بین دو عدد ۰ و ۱- کسرهای مختلفی بین این دو عدد بنویسید. توضیح دهید چگونه بین هر دو عدد کسری می‌توانیم کسرهای بی‌شماری پیدا کنیم. (کتاب ریاضی هشتم، صفحه ۸) **دلیل کدگذاری:** در این مسئله مفهومِ «چگال بودن اعداد کسری» بیان می‌شود.
برقراری ارتباط	حل کردن مسئله نیازمند ایجاد ارتباط بین ایده‌های ریاضی، حقایق یا رویه‌هاست. اغلب شکل مسئله نشان می‌دهد که دانش‌آموز در فرم خاصی از استدلال ریاضی درگیر خواهد شد؛ مثلِ حدس زدن، تعمیم دادن، نشان دادن* و مانند این‌ها. **مثال:** دو نقطه $[\frac{1}{4}]$ و $[\frac{1}{2}]$ از یک خط داده شده است؛ معادله خط را حدس بزنید. (کتاب ریاضی نهم، صفحه ۱۰۱) **دلیل کدگذاری:** نوشتن معادله‌ی خط در این مسئله با تلفیق مفاهیمِ «عرض از مبدأ» و «شیب خط» امکان‌پذیر است. ضمن اینکه دانش‌آموز می‌تواند مسئله را با حدس و آزمایش و روش‌های ابتکاری دیگر حل کند.

* Verifying

تکرار: وینسنت و استیسی (۲۰۰۸)، یک مسئله را تکراری در نظر گرفتند اگر دقیقا یا تا حدودی زیادی شبیه یکی از مسائل قبلیِ درس بود. برای مثال، در صفحه‌ی ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب ریاضیِ هشتم، در مبحث ضرب اعداد توان‌دار با توان‌های مساوی، مسئله‌ی $2^{40} \times 2^{40} \times 2^{40}$ تکرارِ مسئله‌ی $(-\frac{5}{6})^3 \times (\frac{7}{5})^3 \times (\frac{3}{7})^3$ است؛ اما در همان مبحث، به‌دست آوردن حاصل

$[(-3)^2]^2$ تکرار دو مسئله قبل در نظر گرفته نمی‌شود به این دلیل که دانش‌آموز پایه هشتم هنوز در مورد کار با توان اعتماد به نفس کافی ندارد.

تمرین/کاربرد: بر اساس این معیار، مسائل در دو طبقه‌ی کلی قرار گرفتند. طبقه‌ی اول که با نام «تمرین» کدگذاری شد، شامل مسائلی بود که با استفاده از یک فرمول یا رویه‌ای که قبلا در متن همان درس ذکر شده بود، حل می‌شدند. دسته دوم، مسائلِ «کاربرد» بودند که در آن‌ها دانش‌آموزان رویه‌هایی را که در درس‌های قبل (با فاصله‌ی زیاد) برای حل مسائل یک زمینه[1]ی خاص آموخته‌اند برای حل مسائل زمینه‌های دیگر در درس جدید به کار می‌بردند (وینسنت و استیسی، ۲۰۰۸). لازم به ذکر است، اصطلاح «کاربرد» که در اینجا استفاده شده است، با وجود استفاده دیگر آن در ادبیات پژوهشی که به معنی ارتباط داشتن مسئله با دنیای واقعی است، به این معنا به‌کار رفته است که دانش‌آموز برای حل مسئله تصمیم بگیرد رویه‌هایی را که قبلا آموخته است چگونه و کجا به کار ببرد. برای مثال، در مبحث توان و ریشه، مسئله‌ی «اگر مساحت کل یک مکعب $96a^2$ باشد، حجم آن را برحسب a به دست آورید.» (صفحه ۷۲، ریاضی نهم) در طبقه کاربرد قرار می‌گیرد، درحالی‌که مسئله «حاصل $2\sqrt[3]{16} \times 3\sqrt[3]{4}$ را به دست آورید.» (صفحه ۷۲، ریاضی نهم) کاربرد نیست و فقط تمرین رویه‌های از قبل آموخته شده می‌باشد[2]. معیار چهارم نیز تحت تأثیر استراتژیِ حل مسئله قرار می‌گیرد.

کدگذاری

در مورد معیارهای اول، دوم و چهارم، در بعضی موارد کدگذاری مسائل تحت تأثیر استراتژیِ حل است؛ مثلا اگر معادله $2x + 3 = 8$ در پایه هفتم ارائه شود، ممکن است تعدادی از دانش‌آموزان آن را با رویه‌ای که در کتاب توضیح داده شده است، حل کنند؛ در حالی که تعداد دیگری بتوانند جواب معادله را با حدس زدن به‌دست آورند. برای رفع این قبیل مشکلات سعی شد کدگذاری مسائل بر اساس شیوه‌ای باشد که در متن درس پیشنهاد شده بود و بیشترین کاربرد را برای حلِ آن مسئله داشت.

1. Context

۲. هر دو مسئله از سرفصل توان و ریشه در کتاب ریاضی نهم انتخاب شده است.

همچنین پایه‌ی تحصیلی در کدگذاری تأثیرگذار است؛ مثلا برای دانش‌آموز پایه‌ی هفتم، معادله $-2x - 7 = 13$- تکرار معادله $2x + 3 = 8$ نیست؛ چون دانش‌آموز در این پایه هنوز در مورد کار با اعداد منفی اعتماد به نفس زیادی ندارد؛ اما برای دانش‌آموز پایه هشتم که دانش پیش‌نیاز در مورد کار با اعداد منفی را به مقدار قابل قبولی کسب کرده است، دو معادله‌ی مذکور مشابه و تکراری هستند. ضمنا در صورتی که یک مسئله در معیارِ سوم، تکراری کدگذاری می‌شد، در مورد معیارهای دوم و چهارم به ترتیب در طبقه‌های «استفاده از یک رویه» و «تمرین» قرار می‌گرفت.

در مرحله تمرین کدگذاری، هر جا که شک و تردیدی به‌وجود می‌آمد و پژوهشگران نمی‌توانستند یکدیگر را قانع کنند، از دانش‌آموز نوعیِ همان پایه کمک گرفته شد. شیوه کار به این صورت بود که در کلاس درس از تعدادی دانش‌آموز درخواست می‌شد که مسئله مورد مناقشه از کتاب درسی را با صدای بلند حل کنند و دلیل هر عملی را که انجام می‌دهند، توضیح دهند. برای مثال، در مسئله‌ی شکل ۳، کدگذاران در مورد معیار اول و چهارم (پیچیدگی رویه‌ای و تمرین/کاربرد) کاملا متفاوت عمل کردند. این مسئله از کتاب درسی پایه هفتم و از تمرین‌های آخر مبحث اعداد صحیح است. بررسی تکالیف سه دانش‌آموز نوعیِ پایه‌ی هفتم نشان داد یک نفر این مسئله را بدون رسم محور اعداد صحیح حل کرده است و دو نفر با رسم محور اعداد صحیح. پس از صحبت با دانش‌آموزی که مسئله را بدون رسم محور اعداد صحیح حل کرده بود، مشخص شد این دانش‌آموز نیز به‌طور ضمنی از محور استفاده کرده است. بنابراین استدلال شد این مسئله حداقل با پنج گام حل می‌شود. **گام ۱**: رسم محور و پیدا کردن عدد ۵+. **گام ۲**: به‌دست آوردن حاصل جمع ۳+۵+. **گام ۳**: به‌دست آوردن حاصل تفریق ۶–۸+. **گام ۴**: به‌دست آوردن حاصل تفریق ۲–۲+. **گام ۵**: به‌دست آوردن حاصل تفریق ۲–۰. لذا در مورد معیار اول، این مسئله در طبقه‌ی «پیچیدگی رویه‌ای متوسط» کدگذاری شد. از طرفی چون استفاده از محور اعداد صحیح برای جمع و تفریق مربوط به چند درس قبل می‌شد، بنابراین در مورد معیار چهارم، این مسئله در طبقه‌ی «کاربرد» کدگذاری شد.

۲ــ طبقهٔ همکف یک ساختمان را با صفر و طبقه‌های بالای همکف را با عددهای مثبت و طبقه‌های زیر همکف را با عددهای منفی نشان می‌دهیم. حال مسئلهٔ زیر را حل کنید.

شخصی در طبقهٔ ۵+ سوار آسانسور شد. او ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از انجام کاری ۶ طبقه به پایین آمد و دوباره برای خرید چای ۲ طبقه پایین رفت و در همان طبقه هزینه‌های خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در پارکینگ سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بود؟

شکل ۳، مسئله مورد مناقشه کدگذاران از کتاب درسی پایه هفتم (صفحه‌ی ۱۹)

اعتبار کدگذاری

به‌منظور اعتبارسنجی کدگذاری، در مرحله اول، ابتدا با هدف تمرین کدگذاری ۱۰ درصد از مسائلِ هر یک از سه سرفصل (اعداد، اعمال و جبر) به‌طور تصادفی انتخاب شد و توسط نویسنده اول و بر اساس چارچوب نظری پژوهش کدگذاری شد. سپس همان مسائل توسط نویسنده سوم دوباره کدگذاری گردید. در انتهای این مرحله، نتایج دو کدگذار با هم مقایسه شد. در تلاش‌های اولیه برای تحلیل مسائل، اختلاف‌نظرهایی بین دو کدگذار وجود داشت. برای مثال، در مبحث اتحادها، در تمرین صفحه ۸۵ کتاب ریاضی نهم، مثال زیر آمده است:

≠ طرف دیگر عبارت‌های زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف) $(5y-3x)^2=$ ب) $(-3a^2-a)^2=$

ج) $(8x-\frac{1}{3})^2=$ د) $(2/7)^2+2(2/7)(3/3)+(3/3)^2=$

نویسنده اول، دو قسمت ب و ج از این مسئله را تکرار قسمت الف در نظر گرفته بود و قسمت د را غیرتکراری می‌دانست؛ اما پس از بحث با نویسنده سوم مشخص شد که قسمت د این مسئله مشابه مثال‌های حل شده در مبحث «اتحاد مربع دوجمله‌ای» (ارائه شده در صفحه ۸۳) است[1]؛ ولی قسمت ب، به دلیل وجود علامت منفی در جمله‌ی $-3a^2$، متفاوت از قسمت‌های دیگر بود (چون دانش‌آموز پایه‌ی نهم، هنوز در مورد کار با علامت‌ها و توان

۱. در واقع، در قسمت د این مسئله فقط اعداد ۲/۷ و ۳/۳ جای حروف را در فرمول اتحاد دوجمله‌ای گرفته است و شکل مسئله به‌طور ضمنی خواستار تکرار همان عملیات می‌باشد. بر اساس چارچوب نظری این نوع مسائل در طبقه‌ی تکرار قرار می‌گیرد.

به‌صورت همزمان، تبحر کافی ندارد). بنابراین در این مسئله، قسمت‌های الف، ج و د تکراری و قسمت ب غیرتکراری کدگذاری شد.

پس از بحث و گفت‌وگو و مراجعه مکرر به چارچوب نظری، به‌تدریج نظرات دو پژوهشگر به یکدیگر نزدیک و نزدیک‌تر شد. با این حال، در مواردی که کدگذاری‌ها متفاوت بود و پژوهشگران نمی‌توانستند یکدیگر را قانع کنند، از دانش‌آموزان نوعیِ همان پایه کمک گرفته شد. پژوهشگر اول که خود معلم ریاضی دوره متوسطه اول است، با توجه به شیوه‌ی حل مسائل توسط دانش‌آموزان، نوع فرآیند حل و گام‌های مربوط به آن را یادداشت می‌کرد. لازم به ذکر است این مشاهدات تنها با هدف تمرین کدگذاری بود.

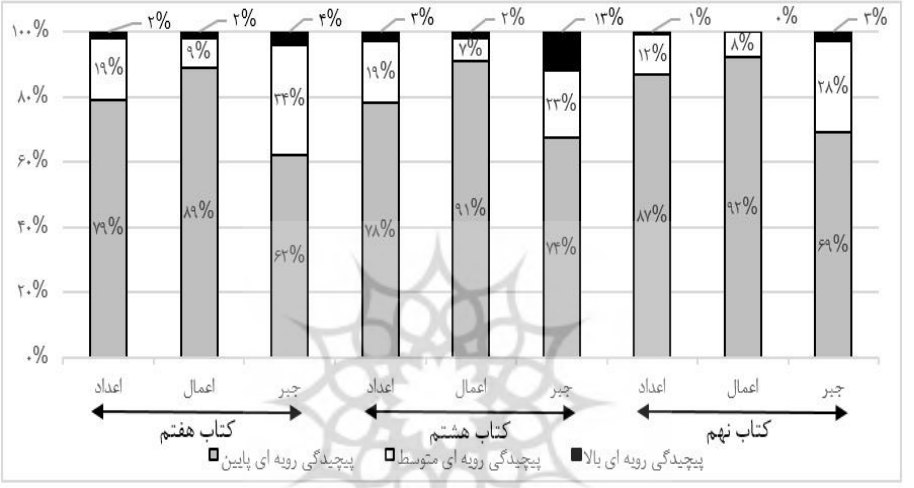
پس از تحلیل چند مسئله از سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر از هر سه کتاب، وقتی دو کدگذار آشنایی کافی به دستورالعمل کدگذاری پیدا کردند و میزان اختلاف‌نظر آن‌ها در کدگذاری تا حد قابل قبولی کم شد، فرآیند اصلیِ کدگذاری توسط نویسنده اول برای تمامی مسائل سرفصل‌های سه‌گانه از سه کتاب درسی، شروع شد. پس از پایان این مرحله، به‌طور تصادفی ۳۰ درصد از مسائلی که نویسنده اول تحلیل کرده بود، انتخاب و توسط نویسنده‌ی سوم مجددا کدگذاری شد. میزان توافق بین کدگذاری‌ها ۸۳ درصد به دست آمد که اعتبار کافی را برای پژوهش حاضر فراهم می‌کند.

نتایج

با توجه به اعداد جدول ۱، تعداد مسائل اختصاص یافته به سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر در سه کتاب هفتم، هشتم و نهم نشان می‌دهد که در پایه‌ی هفتم بیش از نصف مسائل کتاب، مربوط به سرفصلِ اعداد (شامل اعداد صحیح و اعداد اول) است و سرفصل جبر کمترین تعداد مسئله را به خود اختصاص داده است. در کتاب هشتم نیز به سرفصل اعداد بیشتر از دو سرفصل اعمال و جبر توجه شده است اما نسبت به کتاب هفتم تعادل بیشتری در تعداد مسائل اختصاص یافته به سه سرفصل مشاهده می‌شود. در کتاب نهم، بیشتر روی سرفصل جبر (عبارت‌های جبری، معادله خط و عبارت‌های گویا) تأکید شده است؛ به‌طوری‌که بیش از نیمی از مسائل به این سرفصل اختصاص یافته است.

معیار اول: پیچیدگی رویه‌ای

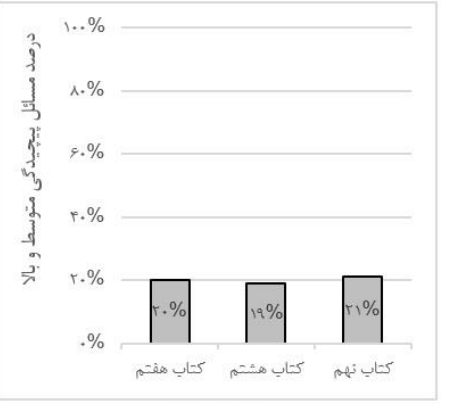
پیچیدگی رویه‌ای مسائل در نمودار ۱ نشان داده شده است. در این نمودار هر ستون مربوط به یکی از سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر از سه کتاب است. هر ستون سه قسمت با سه رنگ مختلف دارد که هر رنگ مربوط به یکی از سه طبقه‌ی پیچیدگی رویه‌ای پایین، متوسط و بالا است و درصد مسائل آن طبقه را در برابر کل مسائل هر سرفصل در هر یک از کتاب‌ها نمایش می‌دهد.



نمودار ۱، نمودار پیچیدگی رویه‌ای مسائل در کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم به تفکیک سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر

با یک نگاه به نمودار بالا می‌توان دریافت که در هر سه کتاب، اکثر مسائل در طبقه پیچیدگی پایین قرار گرفته است. در هر سه کتاب، سرفصلِ اعمال (توان و ریشه) بیشترین درصد مسائل با پیچیدگی پایین را دارد و سرفصل جبر (عبارت‌های جبری، معادلات و عبارت‌های گویا) کمترین درصد مسائل با پیچیدگی پایین را به خود اختصاص داده است. سرفصل اعداد (اعداد صحیح، گویا و حقیقی) از لحاظ درصد مسائل با پیچیدگی پایین، بین دو سرفصل اعمال و جبر قرار دارد. در همه سرفصل‌ها درصد کمی از مسائل در طبقات پیچیدگی متوسط و پیچیدگی بالا بود. نمودار ۲، درصد مسائل دو طبقه پیچیدگی متوسط و پیچیدگی بالا

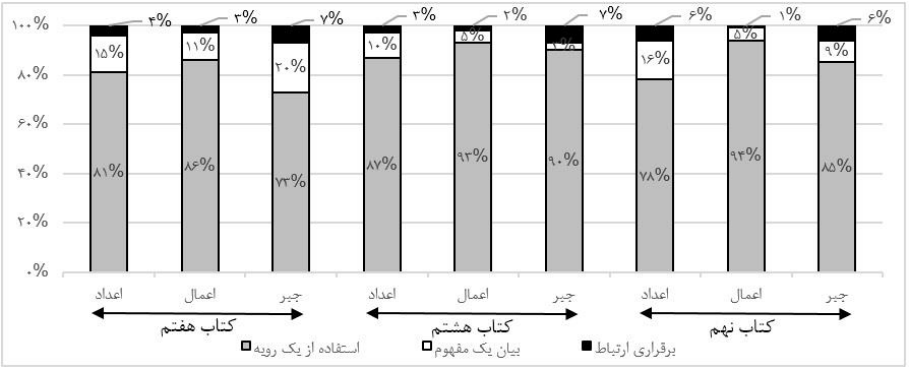
را نسبت به کل مسائل در کتاب‌های هفتم، هشتم و نهم نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که تنها حدود یک‌پنجم مسائل کتاب‌ها در طبقات پیچیدگی متوسط و بالا قرار گرفته‌اند.



نمودار ۲، نمودار درصد مسائل با پیچیدگی متوسط و بالا در کل مسائل به تفکیک کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم

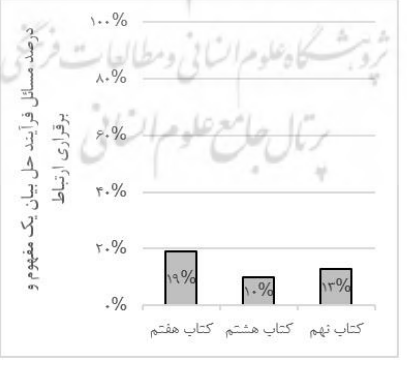
معیار دوم: نوع فرآیندِ حل

نمودار ۳، نوع فرآیند حل مسائل را در سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر از سه کتاب نشان می‌دهد. در این نمودار هر ستون، مربوط به یکی از سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر از سه کتاب هفتم، هشتم و نهم است و نسبت مسائلی را که در هر یک از سه طبقه‌ی استفاده از یک رویه، بیان یک مفهوم و برقراری ارتباط قرار گرفتند نشان می‌دهد (با سه رنگ). ملاحظه می‌شود که بلااستثنا در همه‌ی سرفصل‌ها، طبقه استفاده از یک رویه بیشترین درصد مسائل را به خود اختصاص داده است. در هر سه کتاب، باز هم مانند معیار اول، سرفصل اعمال (توان و ریشه) پیشتاز است و بیشترین درصد مسائلی را دارد که با استفاده از رویه‌های از قبل آموخته شده قابل حل هستند. به‌طوری‌که در کتاب هشتم و نهم، بیش از ۹۰ درصد مسائلِ سرفصل اعمال، در طبقه استفاده از یک رویه قرار گرفته‌اند. در بین سه کتاب، سرفصل جبر از کتاب هفتم، کمترین درصد مسائل این طبقه را دارد که این میزان ۷۳ درصد است.



نمودار ۳، نمودار نوع فرآیند حل مسائل در کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم به تفکیک سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر

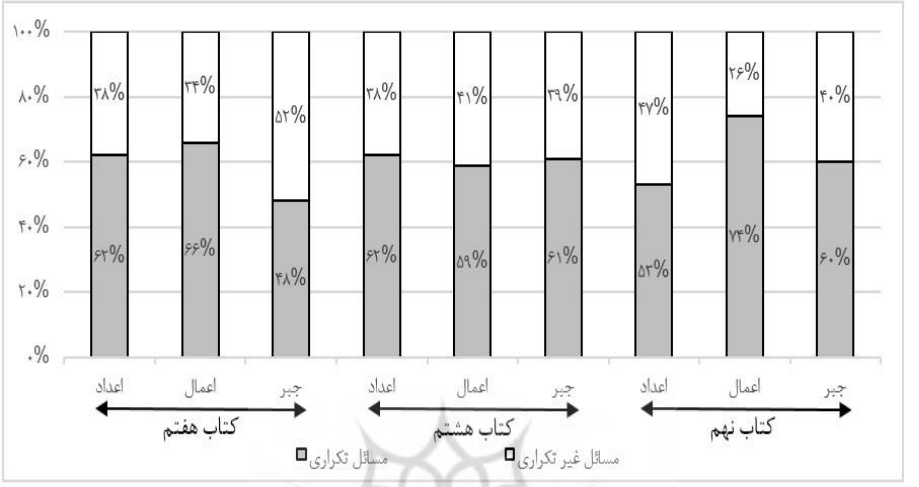
نمودار ۴، درصد مسائل دو طبقه بیان یک مفهوم و برقراری ارتباط را نسبت به کل مسائل سه کتاب نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در کتاب هشتم تنها ۱۰ درصد از مسائلِ سه سرفصل در این دو طبقه قرار گرفته‌اند و در کتاب هفتم نزدیک ۲۰ درصد مسائل. کتاب نهم نیز وضعیتی مشابه دو کتاب دیگر دارد.



نمودار ۴، نمودار درصد مسائل با فرآیند حل بیان یک مفهوم و برقراری ارتباط در کل مسائل کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم

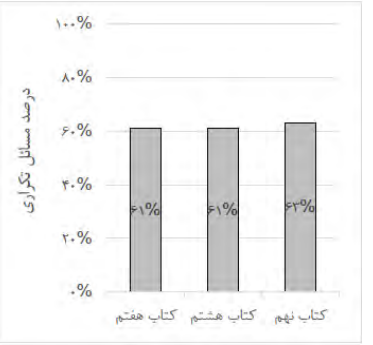
معیار سوم: تکرار

درصد مسائل تکراری در کتاب‌ها به تفکیک سرفصل در نمودار ۵ آمده است.



نمودار ۵، نمودار درصد مسائل تکراری در کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم به تفکیک سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر

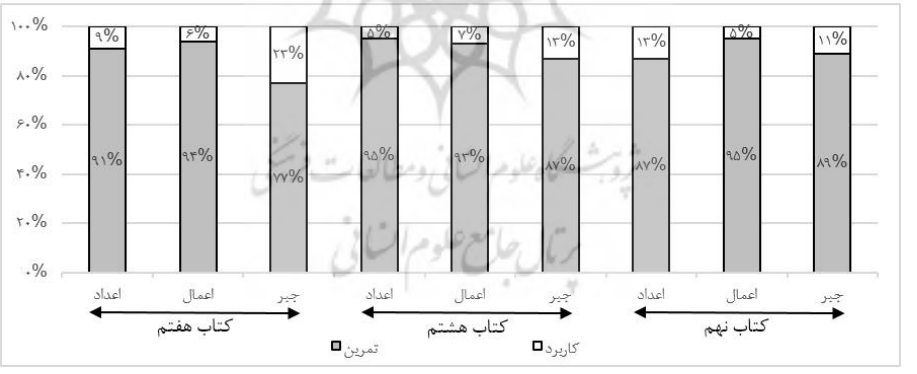
سرفصل اعمال در کتاب نهم بیشترین مسائل تکراری را در بین سه کتاب به خود اختصاص داده است. این میزان ۷۴ درصد است؛ یعنی در این سرفصل، تقریبا در برابر هر سؤال غیرتکراری و جدید، سه سؤال تکراری وجود دارد. سرفصل جبر از کتاب هفتم و پس از آن سرفصل اعداد از کتاب نهم کمترین درصد مسائل تکراری را داشتند که البته باز هم این درصدها بالا بود. نمودار ۶، جمع‌بندی داده‌های مربوط به درصد تکرار مسائل سه سرفصل را به تفکیک کتاب هفتم، هشتم و نهم نمایش می‌دهد. وضعیت سه کتاب در مورد این معیار تقریبا مشابه است و در مجموع بیش از ۶۰ درصد مسائل تکراری است.



نمودار ۶، نمودار درصد مسائل تکراری در کل مسائل به تفکیک کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم

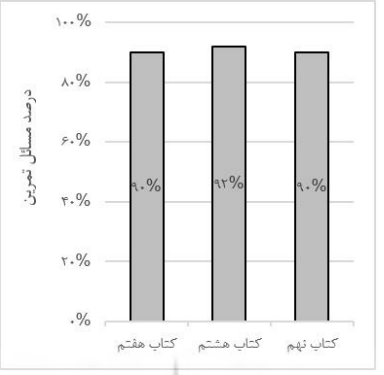
معیار چهارم: تمرین/کاربرد

نمودار ۷، درصد مسائل طبقه تمرین را در کنار درصد مسائل طبقه کاربرد برای هر سرفصل نشان می‌دهد. با نگاه به ستون‌های این نمودار مشخص می‌شود درصد بالایی از مسائل هر سرفصل در طبقه تمرین قرار گرفته‌اند؛ مثلا در سرفصل اعمال، در هر سه کتاب، نزدیک به ۹۵ درصد مسائل، تمرین هستند. درصد مسائل کاربرد در سرفصل جبر از کتاب هفتم بیشترین مقدار است؛ این میزان تنها ۲۳ درصد کل مسائل این سرفصل را تشکیل می‌دهد.



نمودار ۷، نمودار درصد مسائل تمرین/کاربرد در کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم به تفکیک سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر

نمودار ۸، جمع‌بندی نتایج کل مسائل را در مورد معیار چهارم، بـه تفکیـک کتـاب‌هـای هفـتم، هشتم و نهم نمایش می‌دهد. ملاحظه می‌شود که بیش از ۹۰ درصد مسائل کتاب‌هـا از طبقـه‌ی تمرین است.



نمودار ۸، نمودار درصد مسائل تمرین در کل مسائل به تفکیک کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم

در مجموع، نتایج تحلیل مسائل در چهار معیار نشان می‌دهد که در سه کتاب ریاضی هفتم، هشتم و نهم، میزان تکرارِ تمرین‌های کمتر پیچیده که با استفاده از رویـه‌هـای از قبـل آموختـه شده قابل حل هستند، زیاد است. بین سرفصل‌های هـر سـه کتـاب، سرفصـل اعمـال (تـوان و ریشه) بیشترین میزان مسائل با این خصوصیات و سرفصـل جبـر کمتـرین میـزان را داراسـت. همچنین در سرفصل جبر، مسائل دو طبقه‌ی تمرین و تکرار کمتـر از بقیـه‌ی سرفصـل‌هاسـت؛ ولی این مقدار هنوز زیاد است. به‌طوری که میزان مسائل طبقه‌ی کاربرد در سرفصل جبـر تنهـا حدود ۱۵ درصد و میزان مسائل تکراری حدود ۶۰ درصد است.

بحث و نتیجه‌گیری

بر اساس برنامه درسی جدید که انتظارات بالایی را در مـورد درس ریاضـی بـه وجـود آورده، اصلاحات باید در راستای تدریس اکتشافی و عمق بخشیدن به یادگیری ریاضی باشـد. مطالـب ارائه شده در کتاب درسی بر اجرای برنامه درسی بسیار مؤثر اسـت (ملکـی، دلاور، احمـدی و حاجی تبار، ۱۳۹۲). به نظر می‌رسد، اگر محتوای کتاب‌های درسی بتواند اهداف برنامه درسـی

ملی (برنامه درسی قصد شده) را برآورده کند، این کتاب‌ها تأثیر مثبتی در آموزش ریاضی مدرسه‌ای خواهند داشت.

این مقاله با رویکرد تحلیل محتوا، به دنبال بررسی فرصت‌هایی بود که کتاب درسی در جهت یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی برای دانش‌آموزان فراهم می‌کند. کتاب‌هایی که محتوای آن‌ها در این پژوهش مورد تحلیل قرار گرفت، عبارت بودند از سه کتاب ریاضی پایه‌های هفتم، هشتم و نهم. پس از تألیف کتب درسی بر مبنای اصلاحات جدید برنامه درسی ملی، بنا بر ادعای مؤلفان، هر سال اصلاحات مربوط به کتب هر سه پایه نیز اعمال شده است. این امر موجب شد تا نویسندگان این مقاله، میزان توجه به یادگیری عمیق ریاضی را، به‌عنوان یکی از اهداف برنامه درسی ریاضی، در سه کتاب دوره تحصیلی متوسطه‌ی اول بررسی کنند.

در این پژوهش برای تحلیل مسائل کتاب‌های درسی از چهار معیارِ «پیچیدگی رویه‌ای»، «نوع فرآیند حل»، «تکرار» و «تمرین/کاربرد» استفاده شد. جمع‌بندی نتایج در یک جمله می‌گوید که در سرفصل‌های اعداد، اعمال و جبر از کتاب‌های درسی ریاضی متوسطه اول، تکرار تمرین‌های آسان زیاد است و حل بیشتر مسائل تنها نیاز به استفاده از رویه‌های از قبل آموخته شده دارد. وینسنت و استیسی (۲۰۰۸) نتایجی مشابه آنچه در این پژوهش به آن رسیدیم به دست آوردند با این تفاوت که وضعیت کتاب‌های پایه هفتم، هشتم و نهم نسبت به کتاب‌های ریاضی مورد بررسی از کشور استرالیا، در هر چهار معیار نگران‌کننده‌تر است. برای مثال، در معیار سوم، در مورد چهار کتاب پرفروشِ[1] پایه هشتم استرالیا، کمتر از نصف مسائل تکراری بودند. درحالی‌که نتایج پژوهش حاضر نشان داد، در همین معیار، بیش از ۶۰ درصد مسائل کتاب پایه هشتم ایران تکراری هستند. لازم به ذکر است، سرفصل‌هایی که مسائل آن‌ها در این پژوهش تحلیل شده است، با پژوهش وینسنت و استیسی همپوشانی بالایی دارد.

از طرف دیگر با توجه به متمرکز بودن برنامه درسی در کشور ما، کتاب درسی واحد به‌عنوان منبع اصلی تدریس به‌طور گسترده‌ای توسط معلمان استفاده می‌شود. به استناد مطالعه‌ی تیمز در سال ۲۰۰۷، ۱۰۰ درصد معلمان ایرانی شرکت‌کننده، عنوان کرده‌اند که در هنگام

۱. لازم به ذکر است، سیستم آموزشی کشور استرالیا نسبت به سیستم آموزشی کشور ایران کمتر «متمرکز» است و معلمان می‌توانند از بین چند کتاب درسی در دسترس، به انتخاب خودشان یکی را به‌عنوان منبع آموزشی انتخاب کنند.

تدریس ریاضی، از کتاب درسی استفاده می‌کنند (به نقل از احمدپور و همکاران، ۱۳۹۶). پژوهش‌ها نشان داده است، در نظام‌های آموزشی متمرکز، حتی تکالیفی که معلمان خارج از کتاب درسی به دانش‌آموزان می‌دهند، تحت تأثیر محتوای کتاب درسی است (برای مثال، تار، چاوز، رایس و رایس[1]، ۲۰۰۶). یک بررسی اجمالی روی کتاب‌های کمک آموزشی رایج در داخل کشور برای درس ریاضی نشان می‌دهد اکثر این منابع بر اساس کتاب‌های درسی تألیف شده‌اند و حتی تغییرات اندک کتب درسی در سال‌های اخیر، موجب تغییر در کتاب‌های کمک آموزشی می‌شود[2]. ازاین‌رو نگرانی بزرگی در مورد درک عمیق و معنادار مفاهیم ریاضی وجود دارد.

یکی از نکات قابل تأملی که پژوهشگران در حین کدگذاری مسائل در مورد معیار دوم (نوع فرآیند حل) به آن برخوردند این بود که تعدادِ مسائلی که در طبقه‌ی «استفاده از یک رویه» قرار می‌گرفت در مقایسه با تعداد مسائل طبقه‌های «بیان یک مفهوم» و «برقراری ارتباط» به‌طور چشمگیری بیشتر بود. در واقع رویکرد غالب برای ارائه مفاهیم در هر سه کتاب به این شکل است که ابتدا یک مثالِ حل شده (عمدتا با رنگ قرمز) ارائه شده و سپس از دانش‌آموزان درخواست می‌شود که بقیه مسائل را مانند مثال حل کنند. این رویکرد خصوصاً در عناوین مختلف سرفصل‌های بررسی شده از کتاب‌های هشتم و نهم مشاهده شد. برای مثال، در کاردرکلاس صفحات ۱۲ و ۱۳ کتاب هشتم، در مورد جمع و تفریق اعداد گویای کسری، پس از ارائه هفت مسئله از جمع و تفریق کسرها با مخرج مساوی که یکی از آن‌ها توسط خود کتاب حل شده است، سه مسئله با مخرج‌های نامساوی آمده است که اولی تا مرحله تعیین مخرج مشترک و تبدیل کسرها حل شده است. این در حالی است که مفهوم مخرج مشترک-گیری و جمع و تفریق کسرها در دبستان آموزش داده می‌شود و دانش‌آموزان در سال‌های بعد به‌طور متناوب از این مهارت خود استفاده می‌کنند. استین و لین (۱۹۹۶) معتقدند بزرگ‌ترین منفعت دانش‌آموزان از ریاضی وقتی اتفاق می‌افتد که دانش‌آموزان با مسائلی روبه‌رو شوند که

1. Tarr, Chavez, Reys, & Reys

۲. شاهد این مدعا، تغییرات تقریباً سال به سال کتاب‌های کمک آموزشی با عناوینی مثل «بر اساس کتاب جدیدالتألیف» و «مطابق با آخرین تغییرات کتاب درسی» است.

آن‌ها را تشویق به تفکر غیرالگوریتمی کند. این مسائل نباید صرفاً بر پایه رویه‌های از قبل آموخته شده باشند که با یک استراتژی در دسترسِ آسان و بدون ارتباطات ریاضی[1] قابل حل است.

درگیر شدن دانش‌آموز در فراز و نشیب حل مسئله، مقدمه‌ی یادگیری عمیق مفاهیم ریاضی است. با این حال، روش سنتیِ تدریسِ ریاضی عمدتاً به این صورت است که معلم ابتدا یک رویه را با حل چند مثال از مفهوم موردنظر تدریس می‌کند و سپس دانش‌آموزان آن رویه را روی طیفی از مسائلِ مشابه اجرا می‌کنند (بل[2]، ۱۹۹۳). این شکل از تدریس ریاضی به رویکرد «تکرار و تمرین[3]» مشهور است. در پژوهش حاضر، اکثر مسائل تحلیل شده از نوع تکرار و تمرین بود. یادگیری حاصل از این شکل ارائه مطالب، طوطی‌وار و سطحی خواهد بود که زود فراموش می‌شود. رویکرد تکرار و تمرین در مقیاس وسیع و به‌طور افراطی در سرفصل‌های تحلیل شده از سه کتاب ریاضی هفتم، هشتم و نهم دیده می‌شود.

بل (۱۹۹۳) بر این باور است که برای به وجود آمدن دانش رابطه‌ای[4] و فهم عمیق مفاهیم در ریاضی، باید فرصت‌های یادگیری طوری طراحی شوند که توانایی دانش‌آموزان را برای انتقال دانش ریاضی‌شان به زمینه‌های غیرآشنا اما مرتبط افزایش دهند. در صفحه ۷۰ از کتاب ریاضی نهم، در بحث کار با ریشه‌های سوم اعداد، پس از ارائه‌ی فرمول‌های مربوط به ضرب و تقسیم ریشه‌ها ($\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$ و $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$)، از دانش‌آموز در مورد صحت تساوی $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{8+27}$ پرسش شده و دلیل پاسخ نیز خواسته شده است. اما بلافاصله پس از این پرسش، جمله زیر آمده است:

«می‌توانید از استدلال زیر برای بیان نادرست بودن این تساوی استفاده کنید:

سمت چپ تساوی برابر ۵ می‌باشد، درحالی‌که سمت راست آن کمتر از ۴ است.»

هدف این مسئله احتمالاً جلوگیری از بدفهمیِ دانش‌آموز در تعمیم نابه‌جای خاصیت پخش‌پذیریِ ضرب و تقسیم، به جمع است؛ اما مشاهده می‌شود، مسئله‌ای که می‌توانست

1.Mathematical Communication
2.Bell
۳.در اصطلاح Drill & Practice
4.Relational Knowledge

چالش مناسبی را فراهم کند و دانش‌آموز با درگیر شدن با آن، مفهوم بهتری از کار با ریشه‌ها را در ذهن خود بسازد، در سطح بیان یک قاعده تنزل پیدا می‌کند و بی‌درنگ جواب درست و کامل مسئله ارائه می‌شود! شاید اگر مؤلفان کتاب در این‌گونه مسائل، به‌جای ارائه‌ی فوری پاسخ که حتی مجال را از معلم هم می‌گیرد و دست او را می‌بندد از خود دانش‌آموز می‌خواستند که صحت تساوی را بررسی کند (مثلاً با استفاده از ماشین‌حساب و امتحان چند مثال مشابه دیگر)، نفع بیشتری نصیب او می‌شد. مطمئنا شکل فعلیِ ارائه مطلب موجب یادگیری نمی‌شود.

اسکمپ[1] (به نقل از گویا و حسام، ۱۳۸۴) ارائه‌ی رویه‌های رسیدن به هدف را هنگام حل مسئله، موجب درک ابزاری[2] مفاهیم ریاضی می‌داند. در این حالت، دانش‌آموز برای هر موقعیت جدید در حل مسئله، باید یک قاعده‌ی مجزا دریافت کند. در مقابلِ درک ابزاری، درک رابطه‌ای[3] قرار دارد که در آن دانش‌آموز خود قاعده ساز است و قادر خواهد بود با توجه به شرایط موجود، دانش یا رویه موردنیاز را برای غلبه بر هر موقعیتی تولید و مسئله را حل کند. اسکمپ معتقد است که اگرچه در بعضی موارد ما به هر دو نوع یادگیری نیازمندیم، با این حال در ریاضی تأکید اصلی بر وجه معنادار یادگیری است. به گفته او در مورد حدود ۹۵ درصد مفاهیم ریاضی، یادگیری معنادار موردنظر است.

محتوای کتاب‌های درسی روش‌های خاص استفاده از آن‌ها را نیز پیشنهاد می‌دهد و همچنین محدودیت‌هایی را به کاربرانشان تحمیل می‌کند (رزات، ۲۰۰۹). در هر سه کتاب هفتم، هشتم و نهم، اغلب شروع درس‌ها با مسائلی است که در قالب «فعالیت» ارائه شده است. در مقدمه کتاب هشتم عنوان شده است که هدف این فعالیت‌ها درگیر کردن دانش‌آموزان در فرآیند حل مسئله است. اما در اغلب موارد، این فعالیت‌ها با یک مسئله از طبقه تمرین شروع می‌شود که با استفاده از یک رویه‌ی از قبل آموخته شده قابل حل است. به نظر نمی‌رسد چنین مسئله‌ای بتواند دانش‌آموز را در فرآیند حل مسئله درگیر کند. در واقع این شیوه ارائه درس «از ساده به مشکل» است که برای تدریس ریاضی، همواره مناسب نیست.

1.Skemp
2.Procedural Understanding
3. Relational Understanding

با توجه به شیوه ارائه مفاهیمِ سرفصل‌های اعداد، جبر و اعمال در کتاب‌های درسی، به نظر می‌رسد در کلاس درس بیشتر زمان صرف تکرار مسائلِ کمتر پیچیده می‌شود. نتیجه طبیعی استفاده از مسائل کمتر پیچیده، بالا رفتن تعداد مسائل در کتاب درسی و به تبعِ آن کم‌عمق شدن یادگیری خواهد بود. این حجم از تکرار و تمرین می‌تواند منجر به ایجاد تصور اشتباه از ماهیت ریاضی در ذهن دانش‌آموزان شود. دانش‌آموزان مطالب ارائه شده به این شکل را به‌صورت جزایری جدا از هم می‌بینند که هیچ ارتباطی با دانش قبلی آن‌ها ندارد. طولی نخواهد کشید که آن‌ها ریاضی را مجموعه‌ای از قواعد و فرمول‌های بی‌ربط ببینند که یادگیری آن کاری طاقت‌فرسا و مشکل است. چنانکه هیبرت (۱۹۹۰) می‌گوید استفاده از یک رویه حتی به ماهرانه‌ترین شکل ممکن، کمکی به درک عمیق مفهوم ریاضی مرتبط با آن رویه نمی‌کند (به نقلِ چمن‌آرا، ۱۳۸۲).

گالبرایت[1] (۲۰۰۷) معتقد است مسائل چالش‌برانگیز که مرتبط با زندگی واقعی باشد لازمه فهم عمیق مفاهیم ریاضی است؛ درحالی‌که «تکرارِ» بیش از حد و کشف دوباره قواعدِ در دسترس ریاضی، مانعی برای رویارویی دانش‌آموزان با مسائل چالش‌برانگیز ریاضی است. حتی اگر برای تثبیت بعضی از مفاهیم ریاضی نیاز به تکرار و تمرین باشد، تصور نمی‌شود استفاده‌ی بیش از حد از مسائل ساده، برای مفاهیم ارائه شده در سرفصل‌های اعداد، جبر و اعمال توجیه‌پذیر باشد.

به نظر می‌رسد، بین استانداردهای سند برنامه درسی ملی ایران و کتب درسی که پیرو این سند تألیف شده‌اند، شکاف عمیقی وجود دارد. وجود این شکاف نشان می‌دهد کتاب‌های درسی ریاضی دوره متوسطه اول برای سال‌های آینده حداقل در بعضی فصل‌ها نیازمند بازنگری هستند.

در پایان، لازم به تأکید است تحلیل محتوای کتاب‌های ریاضی هفتم، هشتم و نهم با این فرض انجام گرفت که اگر تدریس فقط بر اساس کتاب درسی باشد، دانش‌آموزان چه نوع آموزش ریاضی‌ای را تجربه می‌کنند. مشخص است عناصر دیگری نیز در برنامه درسی اجرا شده و کسب شده اثرگذار هستند. رزات (۲۰۰۹) می‌گوید، کتاب‌های درسی ریاضی نباید جدا

1. Galbraith

از نحوه‌ی کاربردشان تحلیل شوند. پژوهش‌های آینده می‌توانند ابعاد مسئله را با تمرکز بر سایر عناصر تأثیرگذار در برنامه درسی بررسی کنند.

سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند از کمک‌های خانم زهره سیاوشی فاروجی که در طول فرآیند پژوهش یاری‌گر آن‌ها بود، تشکر کنند.

منابع

احمدپور، فاطمه؛ فدایی، محمدرضا؛ رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۶). لزوم بازاندیشی در محتوای کتاب‌های درسی ریاضی پایه هفتم و هشتم از منظر استدلال و اثبات. فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران. سال دوازدهم. شماره ۴۶. پاییز ۹۶.

اصلانی، ابراهیم. (۱۳۹۷). خیز و افت تیمز و پرلز در ایران. مجله رشد مدیریت مدرسه. دوره‌ی شانزدهم. شماره ۳. بهار ۹۷.

ون‌دوویل، جان اِ. (۲۰۰۱). توسعه فهم و درک (قسمت اول و دوم). ترجمه‌ی سپیده چمن‌آرا. مجله رشد آموزش ریاضی. سال بیستم. شماره ۷۳ و ۷۴. پاییز و زمستان ۸۲.

دهقان، هادی؛ حسن خانی، عباس. (۱۳۹۳) میزان توجه اولین کتاب ریاضی متوسطه (پایه هفتم) به سطوح مختلف اهداف آموزشی از دیدگاه اندرسون؛ مجله رشد آموزش ریاضی. دوره ۳۲. شماره ۲. زمستان ۹۳.

رفیع‌پور، ابوالفضل، گویا، زهرا (۱۳۸۹). ضرورت و جهت تغییرات در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران از دیدگاه معلمان. فصلنامه نوآوری‌های آموزشی، سال نهم، شماره‌ی ۳۳، بهار ۸۹.

گویا، زهرا. حسام، عبدالله. (۱۳۸۴). نقش طرحواره‌ها در شکل‌گیری بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان. مجله رشد آموزش ریاضی. دوره ۲۳. شماره ۲. زمستان ۸۴.

مرکز اسناد و مدارک علمی، وزارت آموزش و پرورش. (۱۳۹۰). «سند تحول بنیادین آموزش و پرورش». وزارت آموزش و پرورش.

مرکز اسناد و مدارک علمی، وزارت آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). «سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران». تهران: مؤلف.

ملکی، حسن. دلاور، علی. احمدی، غلامعلی. حاجی تبار، محسن. (۱۳۹۲)، بررسی میزان همخوانی برنامه درسی قصد شده، اجرا شده، و کسب شده مطالعات اجتماعی سال اول دبیرستان. فصلنامه روان‌شناسی تربیتی، سال هشتم. شماره ۲۷. زمستان ۹۱.

Bell, A. (1993). Principles for the design of teaching. Educational Studies in Mathematics, 24, 5–34.

Budiansky, S. (2001). The trouble with textbooks. ASEE Prism, 10, 24–27.

Galbraith, P. (2007). Beyond the low hanging fruit. In Modelling and Applications in Mathematics Education (pp. 79-88). Springer, Boston, MA.

Hiebert, J., Gallimore, R., Gamier, H., Givvhl, K. B., Hollhlgsworth, H., Jacobs, J., Chui, A. M-Y., Wearne, D., Smith, M., Kersthlg, N., Manaster, A., Tseng, E., Etterbeck, W., Manaster, C., Gonzales, P., & Stigler, J. (2003). Teaching mathematics in seven countries: Results from the TIMSS 1999 Video Study. Washington, DC: National Centre for Education Statistics, U.S. Department of Education.

Howson, G. (2005). "Meaning" and School Mathematics. In *Meaning in mathematics education* (pp. 17-38). Springer, Boston, MA.

Pehkonen, L. (2004). The magic circle of the textbook—an option or an obstacle for teacher change. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), Proceedings of the 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3, pp. 513–520). Bergen: PME.

Rezat, S. (2009). The utilization of mathematics textbooks as instruments for learning. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne, & F. Arzarello (Eds.), Proceedings of CERME6, Lyon France. http://www.inrp.fr/editions/cerme6. 15 July 2011.

Schoenfeld, A. (2004). The math wars. Educational Policy, 18(1), 253-286.

Shield, M., & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. Educational Studies in Mathematics, 82(2), 183-199.

Stacey, K. (2003). The need to increase attention to mathematical reasoning. In H. Hollingsworth, J. Lokan, & B. McCrae, Teaching mathematics in Australia: Results from the TIMSS 1999 video study (pp. 119-122). Melbourne: ACER.

Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school

mathematics teachers in shaping students' opportunity×to learn. School Science and Mathematics, 106(4), 191–201.

Vincent, J., & Stacey, K. (2008). Do mathematics textbooks cultivate shallow teaching? Applying the TIMSS video study criteria to Australian eighth-grade mathematics textbooks. Mathematics Education Research Journal, 20(1), 82-107.

کتاب‌های درسی

اصلاح‌پذیر، بهمن؛ ایرانمنش، علی؛ بیژن‌زاده، محمدحسن؛ داودی، خسرو؛ رستگار، آرش؛ ریحانی، ابراهیم؛ شاهورانی، احمد؛ عالمیان، وحید؛ نائینی، سیدمحمد کاظم. (۱۳۹۶). ریاضی پایه هفتم دوره اول متوسطه. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

امیری، حمیدرضا؛ پندی، زهره؛ خسروآبادی، حسین؛ داودی، خسرو؛ ریحانی، ابراهیم؛ سیدصالحی، محمدرضا؛ صدر، میرشهرام. (۱۳۹۶). ریاضی پایه هشتم دوره اول متوسطه. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

امیری، حمیدرضا؛ ایرانمنش، علی؛ داودی، خسرو؛ دلشاد، کبری؛ ریحانی، ابراهیم؛ سیدصالحی، محمدرضا؛ شرقی، هوشنگ؛ صدر، میرشهرام. (۱۳۹۶). ریاضی پایه نهم دوره اول متوسطه. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی