



تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

Development History of 'Critical Mathematics Education' and the Key Curricular Elements

تاریخ دریافت مقاله: ۳۰/۰۳/۱۳۹۴؛ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۱/۱۲/۱۳۹۴

Z. Akhoondi

N. Mosapour (Ph.D)

زهرا حاجی آخوندی^۱

نعمت‌الله موسی‌پور^۲

Abstract: The present study analyzed the concept of Critical Mathematics Education (CME) and introduced the prominent theorists with the purpose of recognizing and explaining the key elements of CME curriculum. After a historical overview of CME and defining the key concepts such as 'mathematics' and 'learning', the philosophical and educational ideas of M. Frankenstein, O. Skovsmose and E. Gutstein were presented. Then some of the key curriculum elements in CME including the objectives, the role of teachers and students, the educational content and teaching methods were analyzed. For this analysis, the information was obtained from teachers' works and it was analyzed by deductive method. In CME, students participate actively in posing and solving the problems which arise from their society. Therefore, through learning the basic concepts of mathematics, CME helps students to recognize the issues in their environment, to conduct critical dialogues about them, and to solve them consciously.

Keywords: Critical Mathematics Education (CME), Critical Pedagogy, Marilyn Frankenstein, Ole Skovsmose, Eric Gutstein, the curriculum elements

چکیده: مقاله حاضر به تحلیل مفهوم آموزش ریاضیات انتقادی می‌پردازد، دیدگاه‌های نظریه‌پردازان برجسته آن را معرفی و عناصر اصلی برنامه‌درسی را در آن شناسایی و تحلیل می‌کند. در این مقاله پس از ارائه گزارشی کوتاه از تاریخچه آموزش ریاضیات انتقادی، مفاهیم کلیدی آن از جمله «ریاضیات» و «یادگیری» تعریف و دیدگاه‌ها و آرای فلسفی و آموزشی سه نظریه‌پرداز برجسته در این حوزه که عبارتند از اسکوزموزه، گاتستاین و فرنکنستاین ارائه می‌شود. سپس برخی از عناصر برنامه‌درسی در آموزش ریاضیات انتقادی از جمله اهداف و نقش معلم و دانش‌آموز به اختصار و محتوا و روش‌های آموزش به تفصیل تحلیل می‌شود. برای این تحلیل، داده‌های لازم از آثار نظریه‌پردازان این حوزه استخراج و به روش استنتاجی تجزیه و تحلیل می‌شود. در آموزش ریاضیات انتقادی، دانش‌آموزان فعالانه در طرح و حل مسائلی مشارکت می‌کنند که برای خود و جامعه‌شان مسئله‌برانگیز است. بنابراین در آموزش ریاضیات انتقادی تلاش بر این است تا در کنار آموزش مفاهیم اساسی ریاضیات، دانش‌آموزان با مسائل محیط پیرامونشان آشنا شده، نقادانه درباره آنها به بحث و گفت‌وگو بشنود بنشینند و آگاهانه برای حل آنها اقدام کنند. **کلیدواژه‌ها:** آموزش ریاضیات انتقادی، آموزش و پرورش انتقادی، اسکوزموزه، گاتستاین، فرنکنستاین.

مقدمه

در نظام‌های سنتی تعلیم و تربیت عمدتاً بر گنجاندن داده‌های خام و اطلاعات صرف در ذهن دانش‌آموزان تأکید می‌شود تا دانش‌آموزان به کسب دانش و معلومات نایل آیند؛ اما ویژگی اساسی این یادگیری، سطحی و صوری بودن و اتکای زیاد به حافظه است (مهرمحمدی، ۱۳۷۴). در این نظام آموزشی، معلم نقش محوری داشته و دانش را یک‌طرفه به دانش‌آموزان منتقل می‌کند. معلم موظف است تا محتوای برنامه‌درسی از پیش تعیین‌شده را در بازه زمانی مشخص به دانش‌آموزان ارائه کند و در پایان، همه دانش‌آموزان را با معیاری واحد بسنجد. یادگیری بر احساس نیاز دانش‌آموز متکی نیست و محتوای از پیش تعیین‌شده نیز تطابق چندانی با نیازهای دانش‌آموز و جامعه ندارد و به ندرت تأثیری بر آینده دانش‌آموز خواهد داشت. دستیابی به اهداف اصلی آموزش و پرورش از جمله پرورش تفکر، تقویت قوه استدلال، آزاداندیشی، بالابردن سطح آگاهی و توانمندسازی دانش‌آموزان برای حل مسائل روزمره (برنامه‌درسی ملی جمهوری اسلامی ایران، ۱۳۹۱؛ سند تحول بنیادین آموزش و پرورش، ۱۳۹۰ و سند چشم‌انداز ۲۰ ساله جمهوری اسلامی ایران، ۱۳۸۴) در نظام آموزش سنتی بسیار دشوار می‌نماید. محتوا و زمان مشخص، عدم مشارکت فعال دانش‌آموزان در یادگیری، نقش محوری معلم در ارائه محتوا، عدم مطابقت محتوا با نیازها و علایق دانش‌آموزان، فاصله بین نیازهای زندگی روزمره و محتوای تدریس‌شده، یکسان بودن محتوای برنامه‌درسی برای سراسر کشور با وجود تفاوت‌های فرهنگی و شرایط زندگی، ملاک‌های ثابت ارزشیابی و تأکید بیش از اندازه بر نمرات پایانی از جمله موانع دستیابی به اهداف اساسی آموزش و پرورش هستند.

تحقق اهداف ذکرشده در بالا مستلزم مشارکت فعال دانش‌آموزان، مطابقت محتوا با نیازهای روزمره آنها و عدم تقید به ارزیابی‌های یکسان برای همه دانش‌آموزان است. برای تبدیل دانایی به توانایی، باید دانش‌آموزان نقش فعالی در فرایند یادگیری خود ایفا کنند؛ بدین معنا که دانش‌آموز نباید برای دریافت اطلاعات تنها به کتاب درسی و سخنرانی معلم اکتفا کند چراکه از این طریق کمتر می‌تواند آموخته‌های خود را در موقعیت‌های جدید و واقعی به کار گیرد. با توجه به اهمیت شناخت انتقادی، به‌کارگیری تفکر و طرح مسئله، شرکت فعال دانش‌آموزان در یادگیری خود و همچنین مشارکت آنان در تعیین سرنوشت آینده‌شان، باید راهکارهایی یافت که اشکالات و نقاط ضعف آموزش و پرورش سنتی را برطرف و اهداف پیش‌بینی‌شده در اسناد

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

برنامه‌درسی را محقق کنند. برای دستیابی به اهداف اصلی آموزش و پرورش در هر موضوع درسی می‌توان به راهکارهایی ویژه هم اندیشید و فرایندهای آموزشی متناسب با آن موضوع درسی را پیشنهاد داد.

تشریح مسئله

در مقایسه با موضوعات درسی نظیر ادبیات، تاریخ، جغرافیا، علوم اجتماعی و علوم تجربی که کم و بیش با موضوعات و مسائل زندگی روزمره دانش‌آموزان پیوند دارند، ریاضیات به دلیل ماهیت انتزاعی‌اش به‌ندرت با واقعیات زندگی دانش‌آموزان در ارتباط است. بسیاری از دانش‌آموزان — چه در شهرهای بزرگ و چه در شهرهای کوچک و روستاها — علاقه‌ای به یادگیری ریاضیات ندارند چراکه برایشان فهم مسائل انتزاعی دشوار است، چه برسد به آنکه بخواهند این مسائل را حل کنند. طبیعی است که بسیاری از دانش‌آموزان سعی در حفظ طوطی‌وار فرمول‌ها و مثال‌هایی دارند که در کتاب درسی‌شان آمده است، بدون اینکه درگیر مسائل و فهم آنها شوند. هدف آنها از حفظ مسائل تنها گذراندن امتحانات و قبولی در پایان سال است تا بتوانند به مراحل بعدی در آموزش راه یابند. هر روزه در بسیاری از کلاس‌های درس ریاضیات معلمان پای تخته رفته و مطالبی را ارائه می‌کنند. وظیفه دانش‌آموزان کپی‌برداری از فرمول‌ها و نوشته‌های معلم از پای تخته، حل چند مثال مشابه دیگر و انجام تکالیف در خانه است. این روش آموزشی، که متأسفانه در بسیاری از کلاس‌های ریاضی اجرا می‌شود، نه تنها خشک و کسالت‌آور، بلکه بی‌فایده است. دانش‌آموزان در این کلاس‌ها تنها می‌آموزند که سریع‌ترین راه برای موفقیت در ریاضیات و قبولی در امتحانات توجه دقیق به معلم در حین آموزش، کپی‌برداری مطالب و تمرین مجدد آنهاست. تدریس خوب ریاضیات نیز ایراد سخنرانی سازمان‌یافته‌ای است که اهداف آن به‌خوبی تعریف شده و در آن مکرراً دانش‌آموزان ارزیابی می‌شود. واضح است که در چنین فضای آموزشی، بسیاری از دانش‌آموزان مدرسه را با نمرات خوب یا قابل قبولی ترک می‌کنند، در حالی که ریاضیات را به‌درستی درک نکرده‌اند.

سؤال اساسی این است که چگونه می‌توان فهم ریاضیات را ارتقا داد؟ چطور می‌توان کلاس درس ریاضیات را به مرکز تفکر ریاضیاتی تبدیل کرد به طوری که دانش‌آموزان فعالانه با موضوعات درگیر شوند و آنها را درک کنند؟ اگر آموزش ریاضی را با فرمول‌ها و قواعد آغاز کنیم راه را اشتباه رفته‌ایم. فرمول‌ها و قواعد در اصل باید پس از فعالیت آموزشی و به دست

خود دانش‌آموزان کشف شوند. مشکل دیگر عدم آگاهی از مفهوم ریاضیات است. ریاضیات چیست و چه کاربردی در زندگی روزمره ما دارد؟ اغلب افراد تصویر روشنی از ریاضیات ندارند و آن را تنها مجموعه‌ای از فرمول‌ها و قواعد می‌دانند که برای حل مسائل درسی کتاب به آنها نیاز دارند. شاید این تصور اشتباه محصول روش‌های نادرست آموزش ریاضی باشد. برای اینکه بدانیم ریاضیات چیست باید بفهمیم ریاضیات برای ما چه کاربردی دارد. تغییر نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات، اولین و مهمترین گام در این راه است. علاوه بر این، باید نقش ریاضیات در زندگی روزمره و ارتباط آن با موضوعات اجتماعی، سیاسی و فرهنگی برای دانش‌آموزان روشن شود. پرسشی که در اینجا مطرح می‌شود این است که چه دیدگاهی می‌تواند به تغییر نگرش درباره ماهیت ریاضیات کمک کند و چه راهکارهایی را پیشنهاد می‌کند.

در میان دیدگاه‌های مختلفی که در آموزش ریاضیات وجود دارد، «آموزش ریاضیات انتقادی» نظریه‌ای است که در آن بر اجرای برنامه‌درسی علاوه بر نظریه‌پردازی صرف تأکید می‌شود. نظریه‌پردازان این نوع آموزش نظرات خود را در عمل نیز اجرا کرده و نتایج آن را در آرای خود منعکس کرده‌اند. نظریه‌پردازان مختلف در این حوزه همگی بر این عقیده‌اند که به کمک آموزش ریاضیات انتقادی می‌توان مفاهیم اصلی ریاضیات را در هر دوره و پایه تحصیلی، با مفاهیم و موضوعات فرهنگی، اجتماعی و سیاسی جامعه پیوند زد. به این ترتیب ریاضیات برای دانش‌آموزان قابل درک می‌شود و دانش‌آموزان همزمان با آموزش مفاهیم ریاضی، فعالانه درگیر موضوعات و مسائل زندگی روزمره می‌شوند. با ریاضیات انتقادی دانش‌آموزان قادر خواهند بود علاوه بر طرح پرسش‌های خود، به‌طور مشارکتی برای حل آنها اقدام کنند. در این روند، دانش‌آموزان به اهمیت ریاضیات در زندگی پی می‌برند و می‌آموزند که چگونه می‌توان از ریاضیات برای حل مسائل روزمره زندگی و فراتر از آن فهم و تحلیل مسائل جامعه بهره گرفت. نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات انتقادی برای دستیابی به اهداف تربیتی آموزش و پرورش انتقادی روش‌های آموزشی ویژه‌ای پیشنهاد می‌کنند. هدف از پژوهش حاضر علاوه بر معرفی آموزش ریاضیات انتقادی که در فضای علمی و آموزشی ایران ناشناخته است، تبیین و تحلیل اهداف و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن است تا معلوم شود این نظریه آموزش تا چه اندازه می‌تواند اهداف اصلی آموزش و پرورش را برآورده سازد.

روش تحقیق

پژوهش حاضر از نوع کاربردی است که با بهره‌گیری از پژوهش‌های بنیادی به دنبال حل مسائل ویژه‌ای در زندگی است. هدف اصلی در این تحقیق حل مسائل آموزشی در حوزه ریاضیات است. بنابراین از پژوهش‌های بنیادی در آموزش ریاضیات انتقادی با هدف رسیدن به تعمیم‌هایی درباره فرایندهای آموزشی بهره گرفته می‌شود. در این پژوهش از روش تحلیل محتوای کیفی استفاده می‌شود که در آن مفاهیم مورد نیاز از متون مورد مطالعه استخراج و در قالب مقولاتی منظم سامان داده می‌شود. روش تحلیل محتوا به گفته ویلکسون و بیرمنگهام (۲۰۰۳) بر این فرض استوار است که با تحلیل پیام‌های زبانی می‌توان به کشف معانی، اولویت‌ها، نگرش‌ها، شیوه‌های درک و سازمان‌یافتگی جهان دست یافت. تحلیل محتوای کیفی نیز روش تحقیقی برای تفسیر ذهنی محتوایی داده‌های متنی از طریق فرایندهای طبقه‌بندی نظام‌مند، کدبندی، تم‌سازی یا طراحی الگوهای شناخته شده است که به جای آزمون نظریه به نظریه‌پردازی می‌پردازد. هدف از این پژوهش نیز پرداختن به ادبیات آموزش ریاضیات انتقادی، توصیف آن و کشف و تحلیل برخی عناصر برنامه‌درسی در آن است که داده‌های آن به‌طور مستقیم از آثار نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات انتقادی گرفته و این داده‌ها به صورت استنتاجی تجزیه و تحلیل می‌شود.

پیشینه تحقیق

آموزش ریاضیات انتقادی در ایران زمینه‌ای ناشناخته است و اثری از ادبیات آن در مقالات و پایان‌نامه‌های حوزه علوم تربیتی و آموزش ریاضیات دیده نمی‌شود اما در پژوهش‌های خارجی کتاب‌ها و مقالات متعدد، به ویژه توسط نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات انتقادی — که غالباً به مسائل نظری آن پرداخته‌اند — منتشر شده و مطالعات میدانی در قالب پایان‌نامه‌های کارشناسی ارشد و دکتری در این زمینه جریان دارد و ادبیاتی غنی برای موضوع فراهم آمده است. در پژوهش حاضر برای آشنایی بیشتر با زمینه و ادبیات پژوهش، تاریخچه آموزش ریاضیات انتقادی گزارش شده، آخرین دستاوردهای پژوهشی در این حوزه که غالباً مطالعات موردی یا میدانی هستند، معرفی می‌شود.

تاریخچه آموزش ریاضیات انتقادی

اصطلاح «آموزش ریاضیات انتقادی» تقریباً به‌طور همزمان در آمریکا و اروپا معرفی شد. مریلین فرنکنستاین در آمریکا و آله اسکوزموزه در اروپا اولین نظریه‌پردازان این دیدگاه در آموزش

ریاضیات بودند (اصلان توتک و دیگران، ۲۰۱۱). اسکوزموزه (۱۹۸۵) در مقاله‌ای با عنوان «آموزش ریاضیات در مقابل آموزش انتقادی» که برگرفته از اولین اثر منتشرشده وی در سال ۱۹۸۱ در دانمارک بود، پیشنهاد کرد که آموزش ریاضیات باید با آموزش انتقادی که تحت تأثیر نظریه انتقادی مکتب فرانکفورت بود، پیوند داده شود. تقریباً همزمان با او فرنکنستاین (۱۹۸۳) در مقاله «آموزش ریاضیات انتقادی: کاربست معرفت‌شناسی پائولو فریره» ایده آموزش ریاضیات انتقادی را با الهام از نظریه تربیتی پائولو فریره به‌ویژه سوادآموزی بزرگسالان او در آمریکا ارائه کرد (ویتال، ۲۰۰۳). از آن پس نیز هر دوی آنها در این زمینه فعالیت داشته و مقالات زیادی در این باب منتشر کرده‌اند. در حالی‌که مقالات اسکوزموزه عمدتاً بر فلسفه آن تمرکز دارند، فرنکنستاین بیشتر بر پیاده‌سازی این نظریه در عمل تأکید می‌کند (اندرسون و والر، ۲۰۰۹). بر همین مبنا می‌توان محققان این حوزه را بر حسب منطقه جغرافیایی‌شان به دو دسته تقسیم کرد: گروه نخست که در اروپا (و گاه در برزیل) فعالیت دارند و آرا و نظریات اسکوزموزه را دنبال می‌کنند؛ و گروه دوم که عمدتاً در آمریکا هستند و دیدگاه‌های فرنکنستاین درباره «سواد ریاضیات انتقادی» را بسط می‌دهند (مینی و لانگه، ۲۰۱۲).

همان‌طور که گفته شد فرنکنستاین واژه «انتقادی» را از نظریه آموزش و پرورش انتقادی فریره برگرفته است که در آن «آگاهی انتقادی» امری ضروری در عمل آموزشی است. در واقع، وی نظریه آموزش انتقادی فریره را «بازآفرینی» کرده و در برنامه‌درسی ریاضیات برای بزرگسالان از طبقه کارگر و روستایی به کار بسته است تا اعتماد به نفس فراگیران بزرگسال در یادگیری ریاضیات را افزایش دهد (فرنکنستاین، ۲۰۱۰). فرنکنستاین ایده «سواد ریاضیات انتقادی» را مطرح می‌کند که در آن یادگیری ریاضیات مستقیماً به مسائل سیاسی و اجتماعی پیوند می‌خورد. وی تنها به دنبال آموزش مسائل ریاضی و حل آنها نیست، بلکه درصدد است مسائل ریاضی را که از دل مسائل اجتماعی، سیاسی، فرهنگی و اقتصادی در زندگی روزمره شاگردان برآمده، مبنای «گفت‌وشنود» قرار دهد و در نتیجه آنها را با این مسائل درگیر کند. تحلیل و تفسیر شاگردان از مسائل خودشان، تلاش برای حل آنها، تصمیم‌گیری آگاهانه و عمل انتقادی اهدافی است که فرنکنستاین در آموزش ریاضیات انتقادی تعقیب می‌کند (پایس و دیگران، ۲۰۱۲). از نظر او، آموزش ریاضیات انتقادی افراد را قادر می‌سازد تا مفروضاتی را که درباره ساختار و روابط درون جامعه از پیش مسلم و قطعی تلقی شده‌اند، کنار بزنند و آگاهانه

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

در این ساختارها و فرایندهای اجتماعی تجدیدنظر کنند. در آثار فرنکنستاین، آموزش ریاضیات انتقادی مستلزم پرسش‌گری از ساختارهای پیش‌فرض در جامعه و درک آنها به‌منظور عمل نقادانه در این ساختارهاست (فرنکنستاین، ۱۹۸۹). او روش‌هایی را پیشنهاد می‌دهد که معلمان می‌توانند به کمک آنها از ریاضیات به‌عنوان ابزاری برای تفسیر و مبارزه با نابرابری‌ها در جامعه استفاده کنند. روش‌های پیشنهادی او ریاضیات را بیش از پیش دست‌یافتنی و کاربردی می‌کند زیرا یادگیری ریاضیات در سیاق زندگی واقعی و تجربه‌های معنادار رخ می‌دهد (فرنکنستاین، ۱۹۹۸).

اسکوزموزه ده سال پس از ابداع اصطلاح «آموزش ریاضیات انتقادی»، در سال ۱۹۹۴ کتابی با عنوان گامی به سوی فلسفه آموزش ریاضیات انتقادی (۱۹۹۴ الف) منتشر کرد که در آن مبنای فلسفی آموزش ریاضیات انتقادی را که از نظریه انتقادی مکتب فرانکفورت اقتباس کرده بود، تبیین کرد (پایس و دیگران، ۲۰۱۲). اسکوزموزه در این کتاب قدرت ریاضیات را به تصویر می‌کشد. از نظر او، هدف آموزش ریاضیات باید درک همین قدرت باشد تا افراد بدانند چطور باید با آن مواجه شوند و به واسطه آن تحت کنترل قرار نگیرند (اصلان توتک و دیگران، ۲۰۱۱). نقش پررنگ «سوادآموزی انتقادی» فریره در ساخت مفهوم «سواد ریاضی» از نظر اسکوزموزه (۱۹۹۴ الف) و تأکید او بر «یادگیری و آموزش گفت‌وگوشنودی» (آلرو و اسکوزموزه، ۲۰۰۲) حاکی از قربت ایده‌های اسکوزموزه با نظریه انتقادی فریره و در نتیجه ریاضیات انتقادی فرنکنستاین است (اسکوزموزه، ۱۹۹۴ الف)، چنان‌که خود فریره نیز از نظریه انتقادی مکتب فرانکفورت الگو گرفته بود (حاجی‌آخوندی، ۱۳۸۸).

یکی دیگر از نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات انتقادی اریک گاتستاین است. او نیز از نظریه انتقادی فریره و به‌ویژه شعار «خواندن کلمه و جهان» وی الهام گرفته و همچون فرنکنستاین علاوه بر طرح مباحث نظری به اجرای الگوی آموزشی مورد نظر خود پرداخته است. گاتستاین از پروژه‌ها و فعالیت‌های آموزشی ریاضی برای خواندن جهان به کمک ریاضیات استفاده می‌کند. افزون بر خواندن جهان، وی بر نوشتن و بازنویسی جهان با ریاضیات نیز تأکید می‌کند (اندرسون و والرو، ۲۰۰۹). وی اولین مقاله خود درباره آموزش ریاضیات انتقادی را سال ۱۹۹۹ در «نشست سالانه انجمن تحقیقات آموزشی آمریکا» ارائه کرد که در آن به سواد ریاضیات انتقادی دانش‌آموزان در منطقه‌ای در آمریکای شمالی پرداخته بود. یک سال بعد، یعنی سال ۲۰۰۰، نیز

مقاله دیگری با موضوع توانایی خواندن جهان به کمک ریاضیات در بین دانش‌آموزان مدرسه‌ای در آمریکای لاتین ارائه و اندیشه‌های خود و نتیجه اجرای آنها را منتشر کرد. پس از آن هم او مقالات و کتاب‌های زیادی درباره «آموزش ریاضیات برای عدالت اجتماعی» نگاشته که در ادامه به تفصیل به آن پرداخته می‌شود.

علاوه بر این سه نظریه پرداز برجسته آموزش ریاضیات انتقادی، محققان بسیاری به مطالعه این موضوع پرداخته و اندیشه‌ها و تجربه‌های خود را در قالب مقاله یا سخنرانی ارائه کرده‌اند. برای نمونه، در «کنگره بین‌المللی آموزش ریاضیات» که هر سال به همت یونسکو برگزار می‌شود، در سال ۱۹۸۸ برنامه‌ای با عنوان «ریاضیات، آموزش و جامعه» به برنامه‌های کنگره افزوده شد که در آن محققان به دغدغه‌های اجتماعی، فرهنگی و سیاسی پرداختند. در این کنگره حدود ۹۰ مقاله ارائه شد. به جز فرنکنستاین و پاول (۱۹۸۹) که مقاله‌ای درباره رابطه ریاضیات و ساختار اجتماعی ارائه کرده بودند، لِرمن (۱۹۸۹) در مقاله‌اش به‌کارگیری آموزش ریاضیات انتقادی را روشی مناسب برای بهره‌گیری از تجربه‌های دانش‌آموزان در کنترل زندگی شخصی‌شان دانسته بود. در این کنگره مقالات دیگری هم ارائه شد که به نوعی به اهداف آموزش ریاضیات انتقادی مربوط بودند. از آن جمله می‌توان به مقالاتی اشاره کرد که به پیوند ریاضیات با مسائل فرهنگی، اجتماعی و سیاسی و توجه به نیازها و علایق دانش‌آموزان در آموزش ریاضیات پرداخته بودند. ارائه چنین مقالاتی گامی بزرگ در تغییر نگرش نسبت به آموزش ریاضیات بود که پیشتر به‌عنوان موضوع درسی انتزاعی و غیرکاربردی تلقی می‌شد.

در سال ۱۹۹۰ اولین کنفرانس درباره «ابعاد سیاسی آموزش ریاضیات» برگزار شد که مقالات ارائه شده در آن در مجموعه‌ای با عنوان عمل و نقد منتشر شد. در این کنفرانس، آموزش ریاضیات انتقادی بیش از پیش مورد توجه اساتید دانشگاه و نظریه پردازان قرار گرفت. موضوع کنفرانس‌های دوم (۱۹۹۳) و سوم (۱۹۹۵) نیز ارتباط بین آموزش ریاضیات و موضوعات اجتماعی بود (ویتال، ۲۰۰۳). آنچه در این کنفرانس‌ها به بحث گذاشته شد رویکردهای اجتماعی، سیاسی و فرهنگی به آموزش ریاضیات بود و شرح می‌داد که ریاضیات تنها به کلاس درس و تعاملات بین معلمان و دانش‌آموزان خلاصه نمی‌شود، بلکه از آن فراتر رفته و با تغییرات، ساختارها و عملکردهای اجتماعی نیز پیوند می‌خورد.

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

با برگزاری این قبیل کنفرانس‌ها، ادبیات موضوع به‌طور چشم‌گیری گسترش یافته است به‌گونه‌ای که امروزه می‌توان علاوه بر آموزش ریاضیات انتقادی دست‌کم دو دیدگاه متمایز دیگر در آموزش ریاضیات را نام برد که رویکردی سیاسی، فرهنگی و اجتماعی به برنامه‌درسی ریاضیات دارند: ریاضیات قومی و ریاضیات مردمی. با این حال، از نظر اسکوزموزه رویکردهای مختلف در آموزش ریاضیات که هر یک به نوعی اهداف آموزش ریاضیات انتقادی را دنبال می‌کنند، همگی آموزش ریاضیات انتقادی هستند هرچند با این عنوان خوانده نمی‌شوند. در همه این رویکردها اهداف مشترکی تعقیب می‌شوند و همگی قصد بهبود فرایندهای یادگیری ریاضیات را دارند تا توانایی افراد در حل مسائل اجتماعی، سیاسی و فرهنگی را ارتقا دهند. برای نمونه، تمام جنبش‌هایی که از آموزش ریاضیات برای تحقق عدالت اجتماعی بهره گرفته‌اند و بسیاری از آثار منتشرشده درباره ریاضیات قومی، اهداف و دغدغه‌های آموزش ریاضیات انتقادی را دنبال می‌کنند (فرانسوا و استاتوپولو، ۲۰۱۲).

عمده پژوهش‌های انجام شده در حوزه آموزش ریاضیات انتقادی تحقیقات موردی هستند که بخش مبانی آنها به بحث نظری درباره این دیدگاه اختصاص یافته و بدنه تحقیق را مطالعه موردی، میدانی یا تحقیق تجربی یا نیمه‌تجربی تشکیل می‌دهد. در این پژوهش‌ها نظام آموزشی یک کشور، یک مدرسه، یک کلاس درس یا یک موضوع درسی خاص بررسی شده است. برخی از پژوهش‌ها به میزان آگاهی معلمان از الگوهای آموزشی ریاضیات انتقادی و تأثیر آن بر موفقیت این نوع آموزش پرداخته‌اند. برای نمونه رساله دکتری فیش (۲۰۱۲) در این دسته می‌گنجد. این تحقیق نشان می‌دهد که شناخت صحیح از سواد ریاضیات انتقادی موجب می‌شود معلمان روش‌های آموزشی خود را بهتر صورت‌بندی کرده، شیوه‌های عملی موفق‌تری را در کلاس تجربه کنند. این مطالعه به روش قوم‌نگاری روی سه گروه از معلمان آموزش ریاضیات انتقادی انجام شده است. تأکید اصلی بر درک معلمان از سواد ریاضیات انتقادی و تأثیر آن در فهم بهتر و چگونگی عینی‌ترکردن شیوه‌های آموزشی آن است. فعالیت‌های انجام‌شده در کلاس‌های درس ریاضیات در این تحقیق به گونه‌ای انتخاب و طراحی شده‌اند که دانش‌آموزان به‌عنوان فرد، شهروند و عضوی از جامعه دیده و شنیده شوند. نتایج گزارش شده نشان می‌دهد که با بهره‌گیری از روش‌های آموزش ریاضیات انتقادی و رویکرد سازنده‌گرایی در کلاس درس، دانش‌آموزان قادر به تولید و بازتولید باورهای ریاضیاتی خود شده و با مشارکت در فعالیت‌های

گروهی، طرح و حل مسئله، بحث‌های بین دانش‌آموزان و دانش‌آموزان با معلم، به‌چالش‌کشاندن مفاهیم و مباحث ریاضیاتی و به‌چالش کشیده‌شدن باورهای خود از سوی معلم و دیگر همکلاسی‌هایشان به ساخت دانش ریاضیاتی خود می‌پردازند و فهم بهتر و عمیق‌تری نسبت به ریاضیات و ارتباط آن با مسائل اجتماعی پیدا می‌کنند.

دسته دیگر مطالعاتی هستند که اجرای آموزش ریاضیات انتقادی را در نمونه‌ای موردی بررسی و تحلیل کرده‌اند. برای نمونه، برنتلینگر (۲۰۰۷) در رسالهٔ دکتریش مطالعه‌ای کیفی و جامع روی دانش‌آموزان دبیرستانی که جزء طبقهٔ محروم و کم‌درآمد جامعه بوده‌اند، انجام داده است. محقق که خود معلم ریاضیات این دانش‌آموزان بوده، از روش‌های تدریس آموزش ریاضیات انتقادی گاتستاین استفاده کرده است. او در این تحقیق، باورهایش دربارهٔ ریاضیات انتقادی، برنامه‌درسی ریاضیاتی که خود طراحی و بحث‌ها و فعالیت‌های دانش‌آموزان در کلاس درس را گزارش و تحلیل کرده است. وی بر مبنای یادداشت‌های روزانه‌اش از فرایند طراحی برنامه‌درسی و تدریس ریاضیات، ظرفیت آن را برای ارائهٔ موضوعات سیاسی و توانمندسازی دانش‌آموزان مطالعه و ارزیابی کرده است. همچنین با استفاده از تحلیل گفتمان، میزان و نحوهٔ مشارکت و/یا مقاومت دانش‌آموزان در فعالیت‌های استاندارد و انتقادی را تحلیل کرده است. به گفتهٔ او، تفاوت معناداری میان مشارکت دانش‌آموزان در فعالیت‌های استاندارد و فعالیت‌های انتقادی وجود دارد و برای برخی دانش‌آموزان فعالیت‌های ریاضیات انتقادی بسیار بامعناتر و جذاب‌تر از فعالیت‌های استاندارد بوده است. همچنین این تحقیق نشان می‌دهد که با ارائهٔ روش‌های ریاضیات انتقادی، مشارکت دانش‌آموزان و ریسک‌پذیری آنها در کلاس درس ریاضیات افزایش می‌یابد.

وناکوت (۲۰۱۱) در پایان‌نامه‌اش به رابطهٔ ریاضیات و عدالت اجتماعی پرداخته است، چراکه ریاضیات ابزاری برای جلب توجه دانش‌آموزان به موضوعات مربوط به قدرت، نابرابری منابع و فرصت‌های متفاوت بین گروه‌های مختلف اجتماعی برای عمل سیاسی و اجتماعی است. این مطالعه به کشف تأثیر گنجاندن مسائل عدالت اجتماعی در ریاضیات بر دانش‌آموزان مرفه در مدارس متوسطه می‌پردازد. وی پژوهش خود را در کلاس ریاضیات پایهٔ دهم دبیرستان در تورنتو انجام داده است. موضوع درسی کلاس بیماری ایدز بوده که علاوه بر آگاهی‌بخشی دربارهٔ این بیماری، مسائل ریاضیاتی نیز حول آن طراحی و تمرین شده است. یافته‌های تحقیق نشان

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

می‌دهد که ادغام مسائل مرتبط با عدالت اجتماعی با ریاضیات بر حوزه شناختی و عاطفی دانش‌آموزان اثر می‌گذارد و در مواردی می‌تواند به توانمندسازی و اقدام از سوی آنها منجر شود. همچنین نشان می‌دهد که درک دانش‌آموزان از مسئولیت‌پذیری و ارتباطات شخصی‌شان با معلمان می‌تواند بر ارتقای کنشگری اجتماعی دانش‌آموزان اثر مثبت بگذارد.

رساله دکتری پتربیک به اجرای برنامه‌درسی ریاضیات مسئله‌محور پرداخته است. او در این مطالعه از معضلاتی چون گرمایش و آلودگی زمین برای درگیرکردن دانش‌آموزان با مفاهیم ریاضیاتی چون توابع چندجمله‌ای، نمایی و لگاریتمی استفاده کرده است. پتربیک دوره‌های آموزشی برای تدریس مفاهیم ریاضی به روش مسئله‌محور طراحی کرده است. هر دوره آموزشی فعالیت‌هایی را شامل می‌شود که دانش‌آموزان را در بررسی مسائل مربوط به عدالت اجتماعی و محیط زیست مشارکت می‌دهد. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که مشارکت دانش‌آموزان در برنامه‌های کاربردی ریاضیات مرتبط با مسائل اجتماعی تأثیرات دوجانبه‌ای دارد: از سویی توانایی‌های دانش‌آموزان را در استفاده از مفاهیم ریاضی و کاربرد آنها در موضوعات عینی افزایش می‌دهد و نگرش آنها درباره ریاضیات و خودشان به‌عنوان یادگیرندگان ریاضی را تغییر می‌دهد؛ از سوی دیگر موضوعات مسئله‌دار به مشارکت بیشتر دانش‌آموزان در گسترش آگاهی‌شان نسبت به عدالت اجتماعی و مسائل محیط زیست می‌انجامد و دانش‌آموزان را تشویق می‌کند نسبت به ارزش‌های شخصی‌شان درباره حق و بی‌عدالتی در جامعه و نقش خود به‌عنوان عاملان تغییر واکنش نشان دهند.

رساله دکتری بالاسوبرامانیان (۲۰۱۲) حاصل یک سال تحقیق از کلاس درس ریاضیات در دبیرستانی در شیکاگو است که سیاهپوستانی از خانواده‌های کم‌درآمد در آن درس می‌خواندند. معلم ریاضی کلاس درسی را سازماندهی کرده که در آن از یادگیری ریاضیات (خواندن کلمه ریاضیاتی) برای فهم واقعیت‌های اجتماعی (خواندن جهان با ریاضیات) بهره گرفته است. بدین منظور، او موضوعات درسی (موضوعات مولد) را از زندگی دانش‌آموزان استخراج کرده است. محقق تلاش کرده تا فهمی عمیق‌تر درباره پیچیدگی‌های این کلاس درس کسب کند که در آن جنبه‌های ریاضیاتی و سیاسی - اجتماعی ارتباطی دیالکتیک با هم داشتند. مبانی نظری این تحقیق را ترکیبی از دیدگاه‌های فریره و ویگوتسکی شکل داده‌اند. او روابط موجود در کلاس درس را مطالعه کرده تا نحوه ارتباط ابعاد درهم‌تنیده سیاسی - اجتماعی و ریاضیاتی این کلاس

را بهتر بفهمد؛ اینکه چطور معلم ویژگی‌های کلاس درس و روابط معلم و دانش‌آموز را با توجه به درآمیختگی این دو بعد سامان داده است. تحلیل داده‌های تحقیق نشان می‌دهد که این دو بعد ریاضیاتی و سیاسی - اجتماعی کاملاً با هم درآمیخته‌اند و این درآمیختگی جنبه‌های متنوعی از کلاس درس (محتوا، گفته‌های معلم و دانش‌آموز، تصمیمات آموزشی معلم) و دوره‌های زمانی مختلفی (روزانه، چند روزه و کل دوره) را شامل می‌شود و هریک از موضوعات مولد امکانات و محدودیت‌های متفاوتی را برای تحلیل ریاضیاتی و اجتماعی - سیاسی و ارتباط بین آن دو پیش می‌نهد. همچنین ارتباط بین این دو بعد به معلم و تصمیم‌گیری‌های آموزشی او و اینکه چه زمانی و چطور هر یک از ابعاد را به کار گیرد یا آنها را با هم ترکیب کند، بسیار کمک می‌کند. گفت‌و شنودی‌بودن کلاس درس ویژگی اساسی چنین کلاسی است که به ترکیب این دو بعد در کلاس کمک شایانی کرده است.

آموزش ریاضیات انتقادی

برای ورود به بحث آموزش ریاضیات انتقادی و تعریف آن از دیدگاه نظریه‌پردازان و فعالان این حوزه نخست باید واژگان کلیدی و مفاهیم اصلی این حوزه تعریف شود. اصطلاح ریاضیات اولین اصطلاحی است که باید تعریف شود تا معلوم شود آیا در این دیدگاه تعریفی متفاوت با تعریف عموم یا ریاضی‌دانان دیگر در حوزه آموزش ریاضیات وجود دارد یا خیر. هر یک از متخصصان آموزش ریاضیات انتقادی در مباحث خود اصطلاح یا اصطلاحاتی را به کار می‌برند که تعریف آنها از این اصطلاحات به فهم نظریه‌شان کمک می‌کند. از این رو در این پژوهش علاوه بر تعریف کلی از ریاضیات در این حوزه و تعریف آموزش ریاضیات انتقادی، واژگان کلیدی هر یک از متخصصان این حوزه در بخش مربوط آورده می‌شود.

تعریف ریاضیات: ریاضیات از جمله دروسی است که در سراسر دنیا جایگاه ویژه‌ای در برنامه‌های درسی دارد و عملاً به جزئی جدانشدنی از برنامه‌درسی بدل شده است. ریاضیات رسمی در نظام‌های آموزش سنتی معمولاً انتزاعی است و ارتباطی با زندگی روزمره و واقعیت‌های زندگی دانش‌آموزان ندارد. دانش‌آموزان عمدتاً با جنبه‌های انتزاعی و بی‌روح ریاضی سروکار دارند، اما وجه معنادارتر ریاضی همان است که با زندگی دانش‌آموزان عجین است (خاکباز و موسی‌پور، ۱۳۸۷ به نقل از گویا، ۱۳۸۵). دانش‌آموزان ریاضیات غیررسمی را می‌شناسند و می‌توانند مثال‌های آن را در زندگی روزانه بیابند. مثلاً وقتی از دانش‌آموزان درباره

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌دستی آن

کاربرد ریاضیات در زندگی روزمره آنها سؤال می‌شود، بسیاری به یاد خریدکردن می‌افتند و برخی دیگر وزن کردن و اندازه‌گیری هنگام پخت‌وپز را مثال می‌زنند. در این میان گروهی هم هستند که اذعان می‌کنند از ریاضیات تنها برای انجام تکالیف مدرسه استفاده می‌کنند (اورتون، ۲۰۰۴). بسیاری از دانش‌آموزان ریاضیات را جالب می‌دانند، البته اگر ساده باشد و وقتی دشوار می‌شود آن را کسل‌کننده می‌خوانند. وقتی از دانش‌آموزان دلیل بی‌علاقگی به ریاضیات یا دشواری در فهم آن را می‌پرسند، معمولاً جدایی ریاضیات از مسائل عینی در زندگی روزمره و عدم پیوند آن با علائق و دغدغه‌هایشان را بر می‌شمارند و برخی هم به نامناسب بودن روش‌های تدریس اشاره می‌کنند. برای برخی از دانش‌آموزان، ریاضیات صرفاً به این دلیل اهمیت دارد که برای ارتقا به مقاطع بالاتر و تحصیلات تکمیلی به ریاضیات و نمره قبولی در آن نیاز دارند.

غالب دانش‌آموزان تصویر دقیقی از ریاضیات ندارند. آنها ریاضیات را مجموعه‌ای از قواعد و فرمول‌ها می‌دانند که برای حل مسائل کتاب درسی استفاده می‌شوند. این سوءبرداشت از روش تدریس ریاضیات در مدرسه ناشی شده است. معنادار شدن فعالیت‌های یادگیری اولین و مهمترین گام در یادگیری هر موضوع درسی است و این امر به ویژه درباره ریاضیات که موضوعی انتزاعی است، صادق است. برای اینکه ریاضیات را برای دانش‌آموزان معنادار کنیم، باید نمونه‌های واقعی و عینی از کاربرد ریاضیات در زندگی روزمره را به آنها نشان دهیم تا هم فهم ریاضیات برایشان آسان‌تر شود و هم انگیزه‌ای برای یادگیری آن و شرکت در فعالیت‌های ریاضی پیدا کنند. «شورای معلمان ریاضی آمریکا» در سال ۱۹۸۹ با تدوین استانداردهای ارزشیابی و برنامه‌دستی ریاضیات بر حل مسئله‌هایی که برگرفته از جهان پیرامون دانش‌آموزان است، تأکید کردند. چنان‌که دیویی انجام‌دادن را یادگیری و یادگیری را انجام‌دادن تعریف کرده، در این شورا نیز «دانستن ریاضیات» همان «انجام‌دادن ریاضیات» تعریف شد. یادگیری باید در دل فعالیت‌ها و تجاربی قرار گیرد که مستقیماً با زندگی یادگیرنده در ارتباط است (فینکن، ۲۰۰۱).

در آموزش ریاضیات انتقادی نیز ریاضیات «انجام‌دادن کاری برای جامعه» تعریف می‌شود. ریاضیات علمی برای تغییر جامعه است و می‌توان این‌طور ادعا کرد که قدرت تغییر دارد. هرچند ریاضیات فقط عامل ایجاد تغییر در جامعه نیست بلکه خود نیز متأثر از جبر اجتماعی است چراکه حتی اگر ریاضیات را نیرویی اجتماعی بدانیم، همچنان برساختی اجتماعی است

(اسکوزموزه، ۱۹۹۴ الف). بنابراین، آموزش ریاضیات می‌تواند ابزاری جهت «توانمندسازی» باشد یا وسیله‌ای برای «سرکوب» و می‌تواند «دربرگیرنده» باشد یا «انحصارطلب» و «تبعیض‌آمیز» (اسکوزموزه و نیس، ۲۰۰۸).

برخی از نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات، ریاضیات را نوعی ورزش مشارکتی می‌دانند. در این دیدگاه، معلمان به دنبال ایجاد شرایطی هستند که در آن کنجکاوی دانش‌آموزان را تحریک کرده و با طرح مسئله‌ای متناسب با دانش پیشین دانش‌آموزان آنها را در فعالیتی مشارکتی برای حل مسئله درگیر کنند. بدین ترتیب، دانش‌آموزان برای حل مسئله به شبیه‌سازی مسئله می‌پردازند و به‌طور فعال با موضوع درگیر می‌شوند. در این میان بیش از خواندن و گوش دادن، انجام دادن و درگیری با مسئله اهمیت می‌یابد (بیتست و راب، ۲۰۱۲). بنابراین، به جای اینکه دانش‌آموزان تنها بیاموزند و تمرین کنند که چطور عملیات‌های اصلی را انجام دهند و فرمول‌های ریاضی را برای حل مسائل انتزاعی به‌کار گیرند، باید بیاموزند که چطور طرح مسئله کنند و برای حل و فهم آنها با هم بحث و گفت‌وگو کنند. آنها خواه ناخواه در آینده از ماشین حساب و کامپیوتر برای حل مسائل ریاضیاتی استفاده خواهند کرد اما درک و فهم این مسائل و چگونگی برخورد با آنها امری است که آموزش آن بر عهده ریاضیات مدرسه‌ای است.

ریاضیات می‌تواند همچون رازی دست‌نیافتنی باشد ولی از سوی دیگر ممکن است بیش از سایر موضوعات درسی نقش قاضی بی‌طرف را ایفا کند و تصمیم بگیرد چه کسی می‌تواند در جامعه اقدامی انجام دهد و چه کسی توانایی آن را ندارد. بنابراین، ریاضیات نگرهبانی برای مشارکت در فرایندهای تصمیم‌گیری جامعه است (اسکوزموزه و نیس، ۲۰۰۸). بدین ترتیب، می‌توان نقش آموزش ریاضیات در جامعه را نقشی محوری در تصمیم‌گیری‌ها دانست که می‌تواند افرادی را در نظام تصمیم‌گیری در جامعه وارد کند و برخی دیگر را حذف کرده یا نادیده بگیرد. آموزش ریاضیات و برنامه‌درسی آن به گروه‌ها و طبقات اجتماعی مختلف می‌تواند متفاوت ارائه شود به‌گونه‌ای که اهداف بالا را محقق کند.

بسیاری بر این باورند که کمترین تفسیر و تعبیر در ریاضیات وجود دارد، چراکه متشکل از قواعد استاندارد است که به‌کمک آنها می‌توان ریاضیات را در سراسر دنیا به‌شکلی واحد ارائه کرد. علاوه‌براین، برخی معتقدند که ریاضیات فارغ از ارزش و غیرسیاسی است (اصلان توتک و دیگران، ۲۰۱۱). مثال‌های زیر این دو باور نادرست را به چالش می‌کشند:

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

مثال اول دو تعریف مختلف از دوزنقه است. در تعریف نخست چهارضلعی‌ای که دو ضلع آن موازی باشند، دوزنقه نامیده می‌شود. در تعریف دوم به چهارضلعی با دست‌کم دو ضلع موازی دوزنقه گفته می‌شود. هر دو تعریف در ریاضیات پذیرفته شده‌اند (گرث، ۲۰۰۶). نگاه دقیق‌تر به این دو تعریف ناسازگاری این تعاریف را آشکار می‌کند. در تعریف دوم تعداد بیشتری از چهارضلعی‌ها ذیل عنوان دوزنقه قرار می‌گیرند، در حالی که تعریف اول محدودتر است. مثلاً، مستطیل هم طبق تعریف دوم دوزنقه است، اما در تعریف اول چنین نیست. مثال دوم مسئله‌ای از کتاب ریاضیات پایه ششم ایران پیش از انقلاب است که به آموزش مفهوم «ریا» از طریق مفاهیم جبری پرداخته است. «تاجری مبلغ ۶۵۸ هزار ریال وام با بهره ۸ درصد به فردی می‌دهد. این فرد بعد از یک سال چه مبلغی را باید بازگرداند؟» (محسن پور، ۱۹۸۸) این مثال نشانه‌بارزی است از اینکه مسائل ریاضی فارغ از ارزش نیستند. همواره پیامی پنهان در پس پرده مسائل ریاضی مانند مسئله بالا هست که با حل آنها و تمرین‌های نظیر آن پیام‌ها منتقل می‌شوند. دو مثال بالا نشان می‌دهد که ریاضیات و آموزش ریاضیات نه تنها تفسیربردارند بلکه بار ارزشی هم دارند. نظریه‌های انتقادی این موضوع را به‌عنوان پیش‌فرض پذیرفته و سعی دارند به کمک آموزش ریاضیات مفاهیم و اصول انتقادی را به شاگردان منتقل کنند.

تعریف آموزش ریاضیات انتقادی: اصطلاح «آموزش ریاضیات انتقادی» دیدگاه‌ها و فعالیت‌های متنوعی را دربرمی‌گیرد؛ از تأکید بر جنبه‌های سیاسی و اجتماعی آموزش ریاضیات گرفته، تا فراهم کردن امکان بروز و بهبود ایده‌های ریاضیاتی در بین گروه‌های مختلف قومی، نژادی و طبقه‌ای، توجه به کاربرد ریاضیات در عمل و همچنین ارتقای شهروندی انتقادی و نیز تأکید بر زندگی در کلاس درس به‌عنوان نمونه‌ای از یک جامعه دموکراتیک هرچند در ابعادی کوچک‌تر. هریک از نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات انتقادی آن را به‌شکلی تعریف و تبیین و راهکارهایی را برای رسیدن به اهداف آن پیشنهاد کرده‌اند. با وجود شباهت فراوان میان آرای آنها، هریک بر موضوعات خاصی تأکید دارند که در ادامه به دیدگاه‌های چهره‌های برجسته این حوزه پرداخته می‌شود.

اسکوزموزه: ماهیت انتقادی آموزش ریاضیات

از نظر اسکوزموزه، آموزش ریاضیات انتقادی را نمی‌توان شاخه خاصی از آموزش ریاضیات دانست. نه می‌توان آن را روش‌شناسی کلاس درسی خاص معرفی کرد و نه می‌توان آن را در

قالب برنامه‌درسی ویژه‌ای گنجانند. بلکه آموزش ریاضیات انتقادی عبارت است از دغدغه‌هایی که از «ماهیت انتقادی آموزش ریاضیات» برآمده است (اسکوزموزه و نیس، ۲۰۰۸). این دغدغه‌ها به هر دو حوزه تحقیق و عمل مربوط می‌شوند. اسکوزموزه پرسش‌ها و دغدغه‌هایی را که نظریه‌پردازان این حوزه کوشیده‌اند برای آنها پاسخ‌هایی مناسب ارائه کنند، در قالب زیر فهرست کرده است (اسکوزموزه و نیلسن، ۱۹۹۶):

وظیفه آموزش تنها آماده‌سازی افراد برای آینده و ورود به بازار کار نیست؛ آماده‌کردن افراد به‌عنوان شهروندان آینده برای مشارکت در زندگی سیاسی و اجتماعی نیز از جمله وظایف اصلی آموزش مدرسه‌ای است. چگونه می‌توان نمود این امر را در آموزش ریاضیات دید؟ چگونه می‌توان از ریاضیات به‌عنوان ابزاری برای شناسایی و تحلیل ویژگی‌های انتقادی زندگی اجتماعی بهره گرفت؟ چگونه می‌توان علایق و صلاحیت‌های دانش‌آموزان را برای ارتقای فهم و دانش در آموزش ریاضیات لحاظ کرد؟ چگونه می‌توان پرسش‌های مربوط به عدالت، مساوات و برابری را در کلاس درس ریاضیات گنجانند؟

ریاضیات می‌تواند به ابزاری برای حل دامنه وسیعی از پرسش‌ها تبدیل شود. اما ریاضیات تنها وسیله انتقاد نیست بلکه خودش هم باید موضوع انتقاد باشد. آموزش ریاضیات در این صورت چه معنایی پیدا خواهد کرد؟ هر کلاس درس یک جامعه کوچک است که می‌توان دموکراسی را در آن تجربه کرد. با چنین پیش‌فرضی رابطه دانش‌آموزان و معلمان در کلاس درس ریاضیات چگونه خواهد بود؟

البته اسکوزموزه (۲۰۱۲ب) در کارهای خود دامنه آموزش ریاضیات انتقادی را به سه موضوع اصلی زیر محدود کرده است:

تنوع موقعیت‌های آموزش و یادگیری ریاضیات: آموزش و یادگیری ریاضیات در شرایط و موقعیت‌های کاملاً مختلفی در سراسر دنیا صورت می‌گیرد که آموزش ریاضیات انتقادی با دیدی نقادانه به همه این اشکال گوناگون نظر دارد؛ برای نمونه، آموزش به مهاجران در یک کشور یا دانش‌آموزانی از خانواده‌های محروم در حومه یک شهر.

تنوع انواع آموزش ریاضیات در عمل: گسترش گفتمان مدرسه‌محور در آموزش ریاضیات و اشاره به فعالیت‌های مختلف و متنوع در خارج از مدرسه که به نوعی به ریاضیات مربوط می‌شوند حائز اهمیت است. آموزش ریاضیات انتقادی باید بتواند این تنوع را پوشش داده و به

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

انواع ریاضیات در حیطه عمل در خارج از مدرسه پیردازد. برای مثال، ریاضیات مهندسی، پزشکی، کشاورزی و امثال آن اشکال مختلف ریاضیات در عمل هستند.

تنوع امکانات آموزشی: توجه به ابعاد سیاسی و اجتماعی در آموزش ریاضیات؛ اینکه آموزش ریاضیات چطور می‌تواند به توانمندسازی بینجامد و چه آثاری بر آن مترتب است؟ مثلاً آیا آموزش ریاضیات قادر به ایجاد امکانی برای برقراری عدالت اجتماعی در جوامعی هست که روابط ناعادلانه در آنها برقرار است؟

از نظر اسکوزموزه آموزش ریاضیات انتقادی بر موضوعات ویژه‌ای در آموزش ریاضیات تمرکز کرده است، از جمله: پس‌زمینه دانش‌آموزان، کلاس‌های چندزبانه و چندفرهنگی، الگوی جامعه در کلاس درس، مفاهیم ریاضیاتی موردتوجه دانش‌آموزان، سازماندهی پروژه‌های آموزش ریاضی، اعتبار ریاضیات در عمل، توزیع منابع و دسترسی به کامپیوتر (اسکوزموزه و بربا، ۲۰۰۴). همچنین وی آموزش انتقادی را آموزشی می‌خواند که با افشاکردن و کشف نابرابری‌ها، بی‌عدالتی‌ها و هر نوع ظلم و ستم دیگری تعارض‌ها و بحران‌های جامعه را نشانه رفته است (اسکوزموزه، ۱۹۹۴ الف). آموزش ریاضیات انتقادی درگیری با چالش‌هایی است که برآمده از ماهیت انتقادی این نوع آموزش است. این آموزش به دغدغه‌هایی چون عدالت اجتماعی و برابری نظر دارد که باید با تحقیق و تمرین به آنها پرداخته شود (اسکوزموزه و نیس، ۲۰۰۸).

یادگیری: برای درکی روشن‌تر از آموزش ریاضیات انتقادی باید هدف از فرایند یادگیری مشخص شود. روشن‌شدن این مفهوم به تبیین اهداف تربیتی، نقش معلم و دانش‌آموز و روش‌های آموزشی کمک می‌کند.

یادگیری در آموزش ریاضیات انتقادی دو جنبه مختلف دارد: اولاً باید در آن فعالیتی صورت پذیرد و ثانیاً یادگیرنده باید هدفی از انجام این فعالیت داشته باشد. با یک مثال می‌توان این دو جنبه را روشن‌تر کرد. کودکی که با مکعب‌های ریاضی بازی می‌کند در حال انجام یک فعالیت است و در حین این فعالیت مفاهیم اعداد و ترکیب را نیز یاد می‌گیرد، اما در آموزش ریاضیات انتقادی به چنین فعالیتی که بدون قصد قبلی یادگیرنده صورت می‌گیرد یادگیری اطلاق نمی‌شود. کودک در این بازی به فعالیتی که در حال انجام آن است، توجهی ندارد. اگر فعالیت او تبدیل به «کنش» آگاهانه با هدف مشخص شود، یادگیری رخ می‌دهد. در آموزش ریاضیات انتقادی،

یادگیری کنشی است که یادگیرنده با یک فعالیت و به قصد یادگرفتن چیزی انجام می‌دهد (اسکوزموزه، ۱۹۹۴ الف).

از نظر اسکوزموزه، عامل یادگیری اهداف دانش‌آموزان است و اگر فعالیتی بدون هدف انجام شود، نمی‌توان آن فعالیت را کنش نامید و در نتیجه یادگیری رخ نداده است. مثلاً وقتی دانش‌آموزان یاد می‌گیرند آداب و رسوم را تقلید کنند، در واقع کنشی صورت نگرفته و تنها می‌توان آن را آموزش سازگاری یا تقلید رفتاری یا به اصطلاح «فرهنگ‌آموزی» نامید. بسیاری از خصوصیات فرهنگی به این شکل بدون اینکه قصدی از یادگیری آن وجود داشته باشد، تقلید می‌شوند. در آموزش سنتی به ندرت اهداف آموزشی به اشتراک گذاشته می‌شوند. بحث‌ها و تدریس کلاسی معمولاً به این شکل آغاز می‌شوند: «امروز می‌خواهیم درباره موضوع ... یاد بگیریم». در چنین روشی دانش‌آموزان همچون سربازانی هستند که درباره موقعیت و جایگاه خود و همچنین حرکت بعدی که قرار است انجام شود چیزی نمی‌دانند. سربازان امکان دریافت تصویری کلی از شرایط استراتژیک را ندارند و نمی‌توانند کوچکترین حرکت یا عملی را به صلاح و نظر خود انجام دهند بلکه تنها باید دستورات را بی‌چون و چرا پیروی کنند (اسکوزموزه، ۱۹۹۴ الف).

اما در آموزش ریاضیات انتقادی اهداف یادگیری پیوند تنگاتنگی با علایق و نیازهای یادگیرندگان دارند و از این رو تصمیمات آنان باید در تعیین اهداف و شرایط یادگیری نقشی اساسی داشته باشد. می‌توان بین اهداف مختلف یادگیری تمایز قائل شد. هدف یادگیری می‌تواند به پرسش‌هایی درباره محتوای موضوع درسی مربوط باشد. گاهی هدف یادگیری به معلم مربوط می‌شود: یعنی دانش‌آموز احساس می‌کند که باید در مدرسه کاری انجام دهد چون معلم از او خواسته است. گاهی هدف یادگیری به ساختار مدرسه نظیر آزمون‌ها و نمرات برمی‌گردد. در برخی موارد، این امر به موقعیت دانش‌آموز در کلاس و رابطه‌اش با دیگر همکلاسی‌هایش یا به تصور وی از شغل آینده‌اش بستگی دارد. این بدان معناست که اهداف یادگیری به مجموعه پیچیده‌ای از عوامل باز می‌گردند که یادگیرندگان را به جهات مختلفی سوق می‌دهند و لزوماً همگی هم‌راستا با اهداف تعیین‌شده از سوی معلم نیستند.

همه دانش‌آموزان می‌توانند در ریاضیات موفق باشند به شرط آنکه بین ریاضیات و علایق و نیازهای آنان پیوند معناداری برقرار شود تا به فهم هر چه بهتر و عینی‌تر دانش‌آموزان از دانش

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌دستی آن

ریاضیات کمک کند و البته این پیش‌فرض هم باید در نظر گرفته شود که همه دانش‌آموزان قادرند بر آن تسلط پیدا کنند (گی، ۲۰۰۹). به این ترتیب به معلمانی نیاز است که همواره به دنبال راه‌هایی برای برقراری این پیوند هستند. بدین منظور آنها دانش‌آموزان خود را هنگام کار و بازی مشاهده می‌کنند، شرایط مناسب برای گفت‌وگوهای مرتبط با موضوع را می‌یابند و همواره در حال تحقیق و بررسی هستند.

در آموزش ریاضیات انتقادی شرکت فعال فراگیران در فعالیت‌های آموزشی و یادگیری امری ضروری است. در این دیدگاه، یادگیری فرایندی است که از طریق گفت‌وگو و شنود محقق می‌شود و «تنوع» در آن نقشی اساسی ایفا می‌کند چراکه دیدگاه‌ها و تجربه‌های متنوع افراد درباره مسائل اجتماعی، سیاسی و فرهنگی را به کلاس درس می‌آورد. تنوع فرهنگی در فراگیران به غنی‌تر شدن فرایند یادگیری در کلاس درسی کمک می‌کند زیرا هرکس امکان عرضه تجربه‌های شخصی خود را پیدا می‌کند. در چنین کلاس درسی انواع روش‌های تفکر، استراتژی‌های مختلف حل مسئله، قابلیت‌ها و ظرفیت‌های مختلف به یادگیری هر چه بهتر و غنی‌تر کمک می‌کند. بنابراین محیط‌های چندفرهنگی برای پیاده‌سازی چنین روش‌های آموزشی بسیار مناسب هستند و به یادگیری هر چه بهتر ریاضیات کمک می‌کنند (ماشادو و سزار، ۲۰۱۳).

انتقاد هم در آموزش ریاضیات انتقادی اهمیت ویژه‌ای دارد. انتقاد نمی‌تواند در مدرسه گسترش یابد، مگر اینکه یادگیرندگان برای روند یادگیریشان احساس مسئولیت کنند. چیزهای بسیاری را می‌توان به‌طور دستوری به دانش‌آموزان آموزش داد، اما صلاحیت انتقاد را نمی‌توان به زور به خورد آنها داد. به همین دلیل است که یادگیری به عنوان کنش مهم‌ترین جنبه آموزش انتقادی است. اهداف یادگیری کمک می‌کنند تا یادگیری را به‌عنوان کنشی انتقادی تعریف کنیم. اگر یادگیری تنها به‌معنای دریافت اطلاعات نباشد بلکه کنش‌ها را هم دربرگیرد، آنگاه می‌توان مدعی شد که یادگیری به دست خود یادگیرنده انجام شده است.

پس‌زمینه و دورنمای یادگیرندگان: از جمله عوامل اثرگذار در یادگیری، پس‌زمینه و دورنمای یادگیرندگان است. پس‌زمینه همان تجربه‌ها، سابقه و شرایط خانوادگی، فرهنگی و اجتماعی فرد است که از خانواده و محیطی که در آن زندگی می‌کند، ناشی می‌شود. دورنما به فرصت‌ها و امکاناتی اشاره دارد که از یک‌سو شرایط اقتصادی، سیاسی، اجتماعی و فرهنگی جامعه برای فرد فراهم می‌آورد (اسکوزموزه، ۱۹۹۴ الف) و از سوی دیگر فرد برای خودش آماده می‌سازد

(اسکوزموزه، ۲۰۰۵). گرچه همواره امکان تغییر دورنما وجود دارد تا فرصت‌ها و امکانات جدید دیده و خلق شوند، اما این نیز محتمل است که وضعیت اسفناکی پدید آید که هرگونه امیدی را نابود کند. دورنماها از طریق تجربه‌های زندگی مشترک، چشم‌اندازها و امیدهای مشترک، تفاسیر مشترک از فرصت‌ها و تحدیدها و محرومیت‌های مشترک و از طریق ارتباطات و قاعدتاً بین گروهی از افراد به‌طور کلیشه‌ای شکل می‌گیرند (اسکوزموزه، ۲۰۱۲ الف).

پس زمینه و دورنما کاملاً به هم مربوطند. می‌توان ادعا کرد که دورنمای افراد با پس‌زمینه آنها شکل می‌گیرد و گذشته در تعریف آینده نقش دارد. البته این گزاره همواره صادق نیست و نمونه‌هایی هم هست که نشان می‌دهد آینده افراد کاملاً متفاوت با زندگی گذشته آنها بوده است ولی آنچه در اینجا ذکر می‌شود آمار و احتمالاتی است که ریشه در واقعیت دارند. استثناهایی که وجود داشته و دارند مورد بحث نیست و آنچه مطرح می‌شود اکثریت قابل ارجاعی است که می‌تواند ملاکی برای بحث‌های جاری باشد. بانک جهانی در «گزارش توسعه جهانی» در سال ۲۰۰۶ مثال جالب و کاملاً روشنی برای این موضوع ارائه کرده است. در ابتدای این گزارش دو کودک از آفریقای جنوبی را معرفی کرده که هر دو در یک روز سال ۲۰۰۰ به دنیا آمده‌اند. اولی دختری سیاهپوست از خانواده‌ای فقیر و روستایی است که در استان کیپ شرقی در فاصله ۷۰۰ کیلومتر از کیپ‌تاون متولد شده و مادرش تحصیلات رسمی ندارد. دومی پسری سفیدپوست است که در خانواده‌ای مرفه در کیپ‌تاون به دنیا آمده و مادرش تحصیلات خود را در دانشگاهی معتبر تمام کرده است. شرایط این دو کودک در روز تولد کاملاً متفاوت است: نژاد، جنسیت، درآمد و تحصیلات خانواده، موقعیت شهری و روستایی. آمار نشان می‌دهد که چگونه متغیرهای دورنمای از پیش تعیین‌شده می‌توانند به تفاوتی اساسی در زندگی آتی این دو کودک منجر شود: ۷,۲٪ احتمال دارد که دختر در سال اول زندگی بمیرد که این احتمال بیش از دو برابر بیشتر از شانس مرگ پسر است که تنها ۳٪ است. امید به زندگی پسر حدود ۶۸ سال و دختر تنها ۵۰ سال است. پسر می‌تواند امید داشته باشد که ۱۲ سال تحصیل در مدرسه را کامل کند ولی احتمال تحصیل دختر کمتر از یک سال است. دختر نسبت به پسر به احتمال بسیار بیشتری زندگی فقیرانه‌ای خواهند داشت. همچنین احتمال می‌رود که او به آب سالم و بهداشت و همچنین مدارس خوب دسترسی نداشته باشد. دورنمای این دو کودک متولدشده در یک روز، یک سال و یک کشور کاملاً با هم متفاوت است و طبعاً آنها می‌توانند شرایط و امکاناتشان را به

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

روش‌های متفاوتی تعبیر کنند. درست است که آینده آنها با آمار تعیین نمی‌شود، اما شکل‌های آماری آمل و آرزوهای آنها اساساً متفاوت است. وقتی پس‌زمینه و دورنمای آنها متفاوت است، روش‌های عملکرد آنها در مدرسه نیز کاملاً متفاوت خواهد بود. در حالی‌که یکی از آنها به اولویت‌ها و روش‌های اقدام در مدرسه می‌اندیشد، دیگری به دنبال این است که بفهمد چگونه می‌تواند مدرسه‌رفتن را تجربه کند (اسکوزموزه، ۲۰۱۲ الف).

باتوجه به آنچه آمد، دورنما آینده پیش‌روی دانش‌آموزان است و تصویری از شغل آینده آنها که تا حدودی هم از پیش رقم خورده به‌دست می‌دهد. بخشی از امکانی که برای دانش‌آموزان برای رسیدن به یک هدف برای یادگیری وجود دارد، به احتمالات و امکانات شغلی آینده آنها بستگی دارد که به نظرشان دست‌یافتنی هستند. در صورتی‌که دانش‌آموزان هیچ‌گونه ارتباطی بین آینده شغلی خود و یادگیری ریاضیات نبینند، تلاش کمتری هم برای یادگیری آن خواهند کرد. برای نمونه، اگر دانش‌آموزی آینده شغلی خود را به‌عنوان کارگر ترسیم می‌کند زیرا همه اعضای خانواده‌اش هم همین پیشه را داشته‌اند، بسیار دشوار است چنین دانش‌آموزی مسائل مجرد ریاضیات را یاد بگیرد یا اصلاً انگیزه‌ای برای یادگیری آن داشته باشد چراکه همواره این پیش‌فرض را دارد که ریاضیات در آینده‌اش نقشی ندارد. در واقع، با توجه به تعریفی که پیشتر از مفهوم یادگیری در آموزش ریاضیات انتقادی آمد، در این مورد اصلاً یادگیری صورت نخواهد گرفت، چراکه کنشی آگاهانه و در راستای رسیدن به هدفی قبلی در آن انجام نمی‌شود. آموزش ریاضیات انتقادی کمکی است به دانش‌آموزان تا یادگیری به‌معنای واقعی آن به‌کمک فعالیت‌های مشارکتی محقق شود. در این بین تنوع فرهنگی هم نقشی اساسی ایفا می‌کند. باتوجه به تنوعی که در پس‌زمینه و دورنمای دانش‌آموزان گروه‌های مختلف وجود دارد، بحث‌های متنوع‌تری در کلاس رخ می‌دهد که هرکس با توجه به انگیزه و هدفش از یادگیری، دانش خود را شکل می‌دهد.

معنادار شدن یادگیری به پس‌زمینه و دورنمای دانش‌آموزان بستگی دارد و امری کاملاً فرهنگی است. وقتی فعالیت‌های کلاسی و مسائل مطرح در آموزش ریاضی با فرهنگ و پس‌زمینه فرهنگی دانش‌آموزان پیوند یابد، یادگیری معنادار امکان‌پذیر است. برای مثال، اگر مسئله‌ای درباره سرعت پله‌برقی در ایستگاه مترو از دانش‌آموزان روستایی پرسیده شود، ممکن است موضوع برایشان کاملاً بی‌معنا بوده و قادر به یادگیری معنادار نیستند، در حالی‌که همین

تمرین برای دانش‌آموزانی که در شهرهای بزرگ زندگی می‌کنند می‌تواند مسئله‌ای کاملاً ملموس و معنادار باشد و قادر به فهم آن و یادگیری معنادار خواهند بود (اسکوزموزه، ۲۰۰۵). در کل آموزش ریاضیات باید بر مبنای دانش و تجربه دانش‌آموزان باشد تا معنادار شود. تمرین‌های درسی باید برای دانش‌آموزان موضوعاتی آشنا باشند. برای مثال دانش‌آموزی که همراه خانواده‌اش در مزرعه کار می‌کند می‌تواند ریاضیات را به راحتی در قالب مسائلی که مربوط به مزرعه است بیاموزد در حالی که مسئله مشابه برای دانش‌آموزان شهری احتمالاً بی‌معنا و نامفهوم است.

فرنکنستاین: سواد ریاضیات انتقادی

فرنکنستاین بر سواد ریاضیات انتقادی تأکید دارد که غالباً شامل توانایی پرسش کردن از سؤالات آماری به منظور عمق‌بخشیدن به فهم شخص از موضوعات خاص و توانایی ارائه اطلاعات برای تغییر فهم افراد از این موضوعات است. فهم انتقادی از داده‌های عددی فرد را برای زیرسؤال بردن پیش‌فرض‌های از پیش تعیین شده راجع به ساختار جامعه برمی‌انگیزاند (فرنکنستاین، ۱۹۹۷). فرنکنستاین به‌طور کلی چهار هدف زیر را برای برنامه‌درسی سواد ریاضیات انتقادی برمی‌شمارد (فرنکنستاین، ۱۹۹۸):

فهم ریاضیات: به نظر او، بسیاری از دانش‌آموزان در حل مسائل ریاضی دچار مشکل هستند با اینکه اغلب می‌توانند عملیات اصلی ریاضی را انجام دهند و معنای کلمات و عبارات مسائل ریاضی را به خوبی درک می‌کنند؛ در واقع، آنها تصویری منفی از دانش و توانایی خود در ریاضیات دارند. او برای تقویت فهم دانش‌آموزان از ریاضیات سه پیشنهاد دارد. نخست، باید دوگانگی بین یادگیری و تدریس ریاضی را از بین برد به این صورت که دانش‌آموزان در کلاس درس نقش معلم را ایفا کنند. دوم، باید بین دانش ریاضی و فرهنگ پیوند برقرار شود و تعامل میان این دو لحاظ گردد. سوم، موضوعات ریاضی به جای آنکه در قالب سؤالاتی سطحی و بی‌استفاده طرح شوند باید به صورت پرسش‌هایی پیچیده و عمیق ارائه شوند به گونه‌ای که هر مسئله تجربه یادگیری متفاوتی را ایجاد کند.

فهم ریاضیات دانش سیاسی: فرنکنستاین با الهام از ایده «خواندن جهان» فریره، قصد دارد به دانش‌آموزان کمک کند تا از مفاهیم و مهارت‌های ریاضی برای فهم ساختار نهادهای جامعه استفاده کنند. این امر به دو روش رخ می‌دهد: نخست فهم انواع مختلف توصیفات عددی (مانند

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

نمودار، درصد، کسر، ... و معنای اعداد بزرگ؛ دوم استفاده از محاسبات برای دنبال کردن و سنجش استدلال‌های دیگران، برای بازگویی و بازنمایی اطلاعات و برای تبدیل داده‌های خام به توصیفات عددی.

فهم سیاست‌های دانش ریاضیات: فرنگستانین با پرده‌برداشتن از سیاست‌های پنهان دانش ریاضیات می‌کوشد نشان دهد ریاضیات برخلاف تصور رایج بی‌طرف نیست. نمونه بارز آن، استفاده از نقشه برای نمایش جهان است که در آن جهان سه‌بعدی را در نقشه دو‌بعدی به تصویر کشیده‌اند و در نتیجه تحریف ریاضیاتی در مقیاس‌ها رخ داده است. مثلاً در نقشه دو‌بعدی مساحت اروپا سه برابر نشان داده شده و مساحت آفریقا کوچک شده است. این در حالی است که مساحت واقعی اروپا کمتر از ۲۰٪ مساحت آفریقا است و این حقیقت در نقشه دو‌بعدی پنهان شده است.

فهم سیاست‌های دانش: سیاست‌های دانش جوانب مختلفی دارد. یکی از جنبه‌های آن به نظر فرنگستانین، این است که باید در آنچه دانش ریاضیات تلقی می‌شود، تجدیدنظر کرد و تصویری درست از سهم مردم همه جهان در شکل‌گیری و توسعه دانش ریاضیات به دست داد. جنبه مهم دیگر این است که دانش ریاضیات چطور در کلاس درس آموزش داده می‌شود. فرنگستانین با استناد به این گفته فریره که «هدف از تعلیم و تربیت آموزش فکر کردن به دانش‌آموزان نیست، چراکه آنها می‌توانند فکر کنند، بلکه وظیفه اصلی تغییر دادن راه‌های فکر کردن است» چنین نتیجه می‌گیرد که بسیاری از دانش‌آموزان مهارت‌های ریاضی خوبی دارند و تنها باید به آنها آموخت که جهان — فلسفه، سیاست، فرهنگ و عدالت — را بفهمند و تحلیل کنند.

سواد ریاضیات انتقادی: در پی تأملاتی که در دو دهه اخیر درباره ارزش یادگیری ریاضیات صورت گرفته، دو دیدگاه متفاوت درباره سواد ریاضیات مطرح شده که هر یک بر جنبه خاصی از یادگیری و فهم ریاضیات تأکید دارد (فیش، ۲۰۱۲):

سواد ریاضیاتی پیشرفته: هدف این نوع سواد توانایی مواجهه با مسائل در محیط‌های کاری‌ای است که تمرکز اصلی در آنها بر ریاضیات است. با سواد ریاضیاتی پیشرفته فرد می‌تواند مسائل ریاضیات را صورت‌بندی، ارائه و حل کند و برای حل مسائل پیچیده ریاضی اعتماد به نفس کافی یابد. سواد ریاضیاتی پیشرفته تابع «رویکرد منطقی» به ریاضیات است به این معنا که همه دانش ریاضیات برآمده از قواعد منطقی است. در این نوع از سواد، دانش ریاضیات بیشتر جنبه

کاربردی دارد و تجارب ریاضیاتی می‌تواند به کاری عادی و روزمره تبدیل و به راحتی به خاطر سپرده شوند. در این دیدگاه، ریاضیات با درک عددی پیوند می‌خورد و جهت‌گیری آموزشی در آن به سوی تسلط عددی است به گونه‌ای که دانش‌آموزان برای مشارکت در جامعه اطلاعاتی تکنوکرات آماده شوند.

سواد ریاضیاتی پایه: این نوع سواد ریاضیات به نوعی طراحی شده که بتواند دانش‌آموزان را برای برآورده کردن نیازهای فردی در زندگی حال و آینده‌شان آماده کند. در حالی که سواد ریاضیاتی پیشرفته تابع رویکرد منطقی است، سواد ریاضیاتی پایه به دنبال روش‌های حل مسئله «فرایندمحور» است، در نتیجه به افراد استقلال بیشتری در تحقیق و ایجاد دانش می‌دهد. در این نوع سواد بر فهم زبان ریاضیات و صلاحیت‌هایی که افراد در حال و آینده به آنها نیاز دارند، تأکید می‌شود.

از آنجاکه در این دو نوع سواد ریاضیاتی دانش‌آموزان نقشی انفعالی نسبت به محیط پیرامونشان دارند و از تجربه‌های ریاضی خود برای تغییر فردی و اجتماعی استفاده نمی‌کنند، نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات انتقادی چون فرنکنستاین «سواد ریاضیات انتقادی» را پیشنهاد کرده‌اند. در سواد ریاضیات انتقادی به نقش افراد توجه می‌شود که فعال باشند و از طریق فهم فردی‌شان از ریاضیات در موقعیت‌هایی که بیشتر به گفتمان ریاضیاتی آگاهانه نیاز است اقدامی مناسب انجام دهند. در سواد ریاضیات انتقادی علاوه بر توجه ویژه به نقش فردی دانش‌آموزان و فعال بودن آنها در امر آموزش، نقش آنها در فهم تجارب اجتماعی - فرهنگی نیز ارتقا می‌یابد. در این دیدگاه، سازنده‌گرایی مبنایی برای تغییر نگرش معلمان به سواد ریاضیات انتقادی و راهبردهای آنها برای چنین آموزشی است. در آموزش سواد ریاضیات انتقادی نیز همچون سازنده‌گرایی بر نقش فعال دانش‌آموزان در ساخت دانش فردی تأکید می‌شود. همچنین، در این دیدگاه آموزش ریاضیات فعالیتی اجتماعی تلقی می‌شود. به همین دلیل، نظریه‌پردازان این دیدگاه به اهمیت موضوعات سیاسی - اجتماعی در آموزش توجه دارند و دانش‌آموزان را به‌طور فعال در ساخت دانش ریاضیات مشارکت می‌دهند چراکه توانمندسازی دانش‌آموزان را امری ضروری برای تحقق تغییرات اجتماعی از طریق ریاضیات می‌دانند.

گاستاین: آموزش ریاضیات برای عدالت اجتماعی

گاستاین نظریه خود را «آموزش ریاضیات برای عدالت اجتماعی» نامیده است. او با الهام از نظریه انتقادی فریره، هدف آموزش ریاضیات را خواندن و نوشتن جهان به کمک ریاضیات برای دستیابی به عدالت اجتماعی می‌داند. در اینجا وی از تعبیر «خواندن کلمه و جهان» فریره الگو گرفته است (گاستاین، ۲۰۱۰). به گفته گاستاین، فریره تنها به خواندن جهان، آن‌گونه که فلاسفه بر آن تأکید دارند، اکتفا نمی‌کند و عقیده دارد که خواندن جهان و تفسیر آن به تنهایی کافی نیست، بلکه باید به نوشتن یا بازنویسی جهان نیز دست زد. فریره منظور خود را از نوشتن و بازنویسی جهان چنین بیان می‌کند:

«خواندن جهان همیشه مقدم بر خواندن کلمه است و خواندن کلمه بر خواندن مداوم جهان دلالت دارد. درحالی که با خواندن می‌توانیم از این فراتر رفته، بگوییم خواندن جهان صرفاً مقدمه‌ای برای خواندن کلمه نیست، بلکه مقدمه‌ای برای نوع ویژه‌ای از نوشتن یا بازنویسی هم هست، یعنی تغییر آن به وسیله آگاهی و عمل» (فریره و ماکدو، ۱۹۸۷، ص ۲۳).

در آموزش ریاضیات انتقادی گاستاین بر عمل سیاسی تأکید شده و تغییر جامعه با آموزش ریاضیات دست‌یافتنی تلقی می‌شود. بنابراین «خواندن جهان» با چنین نگاهی یعنی امکان تفسیر جهانی که انباشته از اعداد، اشکال و نمودارهای ریاضی است و «نوشتن جهان» به معنی امکان قابلیت تغییر است. «خواندن واژه ریاضیاتی» به معنی توسعه قدرت ریاضیات، ساخت راه‌حل‌های خلاقانه برای مسائل غیرمعمول و فهم ریاضیات به عنوان ابزاری برای نقد اجتماعی - سیاسی است (گاستاین، ۲۰۰۷).

بدین ترتیب خواندن جهان به کمک ریاضیات یعنی استفاده از ریاضیات برای فهم روابط قدرت، نابرابری در تخصیص منابع و فرصت‌ها، و تبعیض آشکار میان گروه‌های مختلف اجتماعی از نظر نژاد، طبقه، جنسیت، زبان (گاستاین، ۲۰۰۳ الف). وی علاوه بر دو هدف خواندن جهان به کمک ریاضیات و خواندن واژگان ریاضیاتی اهداف دیگری را نیز دنبال می‌کند که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: نوشتن جهان به کمک ریاضیات، موفقیت تحصیلی سنتی، تغییر جهت‌گیری نسبت به ریاضیات (گاستاین، ۲۰۰۷)، کمک به دانش‌آموزان برای ارتقای آگاهی اجتماعی - سیاسی، بالابردن احساس عاملیت و ارتقای هویت‌های مثبت فرهنگی و اجتماعی (گاستاین، ۲۰۰۳ ب).

مراد از احساس عاملیت رسیدن دانش‌آموزان به مرحله‌ای از رشد و بلوغ است که بتوانند خودشان را به‌عنوان شهروندانی بپذیرند که قادر به ایجاد تغییر اجتماعی و کمک به فرایندهای تاریخی و سیاسی باشند. در این میان، توجه به مراحل رشد طبیعی دانش‌آموزان برای مشارکت و میزان آن شرط اولیه و اساسی است که باید لحاظ شود. از نگاه سنتی، موفقیت تحصیلی عبارت است از گذراندن آزمون‌های استاندارد، فارغ‌التحصیلی از دبیرستان و تحصیل در دانشگاه. چنین فردی به کلاس‌های پیشرفته ریاضیات دسترسی دارد و شغلی متناسب با دانش ریاضیاتی‌اش خواهد یافت. به‌کمک آموزش ریاضیات برای عدالت اجتماعی، به موازات افزایش توانایی ریاضیاتی دانش‌آموزان می‌آموزند چگونه موانع مختلف پیشرفت را با دسترسی به فرصت‌های آموزشی و ریاضیاتی و شرکت فعال در جامعه مدنی از جلوی راه خود بردارند. به‌علاوه، نگاه دانش‌آموزان نسبت به ریاضیات تغییر می‌کند، به‌گونه‌ای که دیگر ریاضیات را مجموعه‌ای از قواعد و فرمول‌ها نمی‌دانند که فقط باید آنها را حفظ کنند و مجدداً در امتحان بازپس دهند، بلکه ریاضیات را ابزاری تحلیلی و قدرتمند برای درک پدیده‌های پیچیده جهان واقعی و راهی برای معنابخشی به تجربه‌های انسانی و اجتماعی قلمداد می‌کنند (گاتستاین، ۲۰۰۹).

به گفته گاتستاین، با به‌کارگیری نظریه فریره در آموزش ریاضیات، توجه‌مان به این نکته جلب می‌شود که چه میزان از کاربردهای ریاضیات در خدمت و حمایت از ایدئولوژی‌های سلطه است و چگونه آموزش ریاضیات این ایدئولوژی‌های را استحکام می‌بخشد و چگونه می‌توان با آموزش ریاضیات انتقادی به توسعه فهم انتقادی و در نهایت کنش انتقادی رسید. آموزش ریاضیات انتقادی می‌تواند دانش‌آموزان را به چالشی دعوت کند که ایدئولوژی‌های سلطه را زیر سؤال ببرند. آنها می‌توانند با فراهم کردن تجربه‌های یادگیری که دانش‌آموزان و معلمان با همکاری یکدیگر پدید می‌آورند و به‌کمک آماری که تناقضات و دروغ‌های پشت‌پرده این ایدئولوژی‌ها را آشکار می‌سازد، این کار را انجام دهند (فرنکنستاین، ۲۰۱۰). در جوامعی که بر مبنای چنین ایدئولوژی‌هایی بنا شده‌اند، همان‌طور که جورج اورول در کتاب ۱۹۸۴ به تصویر کشیده، هدف اصلی «کنترل افکار مردم» است. برای هدایت چنین جامعه‌ای و زنده نگه‌داشتن ایدئولوژی حاکم، باید مردم را وادار به سکوت کرد و افکار و تصوراتشان را تحت کنترل قرار داد. آموزش‌های سنتی ابزار مناسبی برای تحقق این هدف هستند و به‌خوبی از ایدئولوژی سلطه حمایت می‌کنند. آموزش ریاضیات انتقادی در صدد است تا این ابزار را از دست آموزش حاکمان

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

خارج کرده و تفکر و تلاش برای تغییر را جایگزین آن کند. کنش‌های انتقادی جهت تغییرات اجتماعی و برقراری عدالت اجتماعی از جمله دستاوردهایی است که می‌تواند حاصل کلاس‌هایی باشد که در آنها دانش‌آموزان به چالش‌کشاندن ایدئولوژی‌های سلطه و باورهای از پیش تعیین‌شده و پرسش‌گری نقادانه را آموخته‌اند. چنین مهارت‌هایی حین فعالیت‌های گروهی و با هدایت معلمانی آگاه و نقاد محقق می‌شود.

عناصر اصلی برنامه‌درسی در آموزش ریاضیات انتقادی

عناصر اصلی برنامه‌درسی که ارکان و اجزای تشکیل‌دهنده یک نظام آموزشی هستند به صورت نظام‌مند با هم درارتباطند. این عناصر که از پرسش‌های اساسی همچون «چرا تربیت کنیم؟ چه چیزی را یاد بدهیم؟ چگونه و با چه روشی آموزش دهیم؟ چه کسی تربیت می‌کند و چه کسی تربیت می‌شود (آموزش می‌دهد و آموزش می‌بیند)؟ و چگونه این فرایند ارزیابی می‌شود؟» برآمده‌اند، سمت و سوی هر نظریه تربیتی را مشخص کرده و فلسفه تربیتی و نظام آموزشی آن را شکل می‌دهند (شفیلد، ۱۳۷۵). در این پژوهش تنها به عناصر اصلی در آموزش ریاضیات انتقادی پرداخته شده است؛ که عبارتند از اهداف آموزشی و تربیتی، کلاس درس، نقش معلم و دانش‌آموز، محتوای برنامه‌درسی و روش‌های آموزشی.

اهداف آموزشی و تربیتی: هدف تعلیم و تربیت کمک به افراد برای کسب دانش مورد نیاز به‌منظور مشارکت در جامعه در مقام شهروندان مسئول است اما از منظر آموزش ریاضیات انتقادی تعلیم و تربیت به‌منزله فرایندی است که ناقل دانش بی‌طرف (به‌لحاظ فرهنگی) بوده، باعث پرورش افرادی می‌شود که از عمل مسئولانه ناتوانند؛ زیرا عمل مسئولانه مستلزم فهم این موضوع است که چگونه کنش‌های افراد تأثیر می‌گذارد تا تصمیم بگیرند چه چیزی ارزش شمرده شود یا اینکه جامعه چگونه باید پایه‌گذاری شود (فریره، ۱۹۷۲). دیدگاه انتقادی دانستن را همچون فرایندی عقیدتی در نظر می‌گیرد. برنامه‌درسی آموزش و پرورش انتقادی مستلزم مجموعه‌ای از پرسش‌هاست که دوگانگی محتوا و روش را مردود می‌شمارد و شناخت یا دانش را صراحتاً در مرکز پرسش‌هایی درباب تاریخ، فرهنگ، اخلاق و سیاست قرار می‌دهد.

می‌توان گفت مهمترین اهداف آموزش انتقادی، «ارتقای سطح آگاهی انتقادی» و «پرورش شهروندان نقاد» است تا بتوانند آزادانه فکر کنند و نسبت به هر چیزی که در محیط اجتماعی و

فرهنگی خود می‌بینند، نظر داده یا از آن انتقاد کنند. کار اصلی یک نظام آموزشی انتقادی، توانمندساختن افراد و مجهز کردن آنها به آگاهی انتقادی برای روشنگری و نقد ایدئولوژی حاکم و رهایی افراد از جبرها و سلطه‌های موجود است (حاجی‌آخوندی و دیگران، ۱۳۹۰). آموزش و پرورش انتقادی دانش‌آموزان را آماده می‌کند تا از خودشان دفاع کنند، نابرابری‌های اجتماعی را ببینند، با بی‌عدالتی‌های سلطه برخوردار کرده و سیاست‌های آموزشی را بشناسند (فریره، ۱۹۷۴). راه دستیابی به این هدف، پرسش و بحث درباره موضوعاتی است که دانش‌آموزان با آنها مأنوسند و برای ساخت سرنوشت فردی و اجتماعی خویش با آنها مواجه می‌شوند. از دانش‌آموزان برای فهم این مفاهیم و درک رابطه آنها با ساخت زندگی فردی و اجتماعی‌شان پرسش می‌شود و تشویق می‌شوند تا مسائل را در مقیاس‌های بزرگ و کوچک ببینند و برای یافتن پاسخ مناسب به بحث و گفت‌وگو بپردازند (لئونارد، ۱۹۹۸).

برای پرورش شهروندان نقاد نیز دانش لازم برای کمک به تصمیم‌گیری و تفکر آگاهانه به دانش‌آموزان داده می‌شود و راجع به مسائلی پرسش و پاسخ صورت می‌گیرد که اکنون دانش‌آموزان با آنها روبرو هستند یا در آینده با آنها مواجه خواهند شد. آموزش ریاضیات انتقادی درصدد است تا با ایجاد دانش مورد نیاز برای تفکر انتقادی در دانش‌آموزان و ارتقای آگاهی انتقادی از طریق گنجانیدن مسائل روزمره و چالش‌برانگیز در کلاس درس ریاضیات به دانش‌آموزان کمک کند تا بتوانند در زمان مناسب واکنش صحیح و آگاهانه از خود نشان دهند. آنها در کنار آموزش مفاهیم پایه ریاضیات نگاهشان نسبت به این موضوع درسی و مسائل پیرامونشان نیز تغییر می‌کند. از این طریق پیوند بین این مفاهیم و دنیای واقعی را آموخته و نگاهی نقادانه و تیزبینانه نسبت به دنیا خواهند داشت.

ایجاد و پرورش روحیه انتقادی و آموزش رهایی‌بخشی، چگونگی برخورد آگاهانه با مسائل روزمره در زندگی فردی و اجتماعی، ساخت سرنوشت و فرهنگ به دست فرد، انتقاد از آنچه در محیط پیرامون هر فرد اعم از موضوعات اقتصادی، اجتماعی، فرهنگی و سیاسی وجود دارد و تلاش برای هرچه بهترکردن شرایط را می‌توان از دیگر اهداف آموزش ریاضیات انتقادی برشمرد (فرنکنستاین، ۱۹۹۸، ۲۰۱۰، اسکوزموزه ۱۹۹۴ الف). این اهداف غالباً از طریق پروژه‌هایی در کلاس درس محقق می‌شوند که در آن دانش‌آموزان فعالانه با مسائل روزمره برخورد کرده و خود برای حل آنها اقدام می‌کنند.

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

کلاس درس و نقش معلم و دانش‌آموز: کلاس درس آموزش ریاضیات انتقادی، دانش‌آموزمحور است و در آن علایق و نیازهای زندگی دانش‌آموزان، محور برنامه‌درسی است. در این کلاس، علاوه بر صدای مسئولان حکومتی، برنامه‌ریزان درسی و معلمان، صدای دانش‌آموزان هم به گوش می‌رسد. کلاس درس آموزش ریاضیات انتقادی می‌تواند برای دانش‌آموزان همچون سفری آموزشی باشد که در آن زندگی در جامعه دموکراتیک را می‌آموزند. در این کلاس، دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که هر فرهنگی ارزش‌های خاص خود را دارد و هرکس می‌تواند هم دانش‌آموز باشد که یاد بگیرد و هم معلم که یاد دهد. روش زندگی کردن و داشتن زندگی مسالمت‌آمیز در کنار دیگران از جمله دستاوردهای چنین کلاس درسی است. بحث‌های اجتماعی، فرهنگی و سیاسی که ضمن طرح مسائل ریاضیاتی در کلاس درس مطرح می‌شود، بحث‌هایی را بین دانش‌آموزان به راه می‌اندازد که به آنها احترام به عقاید دیگران، تحمل عقاید مخالف، انتقادکردن و مورد انتقاد واقع‌شدن و بیان نظرات در جمع را می‌آموزند.

آنچه در رابطه با شنیده‌شدن صدای دانش‌آموزان در کلاس درس مطرح می‌شود را می‌توان با مفهوم «آموزش برای بلوغ» آدورنو در ارتباط دانست. اصطلاح «آموزش برای بلوغ» در زبان آلمانی دارای دو معنای مختلف است که با دو واژه «انتقاد» و «دموکراسی» در ارتباط است. «بلوغ» مربوط به نظریه قانونی می‌شود که در آن هر شخصی که به سن بلوغ می‌رسد حق قانونی صحبت کردن برای خودش و رأی‌دادن را دارد. این واژه معنای غیررسمی دیگری هم دارد؛ یعنی داشتن ظرفیت صحبت کردن درباره خودش به شخصه. بنابراین بلوغ (که می‌توان آن را در فارسی مسئولیت‌پذیری ترجمه کرد) در این معنای غیررسمی‌اش یکی از اجزای اصلی برای شهروند انتقادی بودن است. شخصی که به بلوغ رسیده ظرفیت خود را برای گرفتن تصمیمات متعادل نشان می‌دهد. به همین دلیل آموزش برای بلوغ به معنای مسئولیت‌پذیری است نه آموزش برای «دنباله‌روبیدن» (روث، ۲۰۱۲). با توجه به تعریف آموزش برای بلوغ، آموزش ریاضیات انتقادی درصدد است تا با شنیدن صدای دانش‌آموزان و شرکت‌دادن آنها در فعالیت‌های آموزشی، حس مسئولیت‌پذیری را در آنها تقویت کند. هدف از این کار آماده‌کردن آنها برای شرکت در فعالیت‌های سیاسی آینده است که در زندگی اجتماعی - سیاسی خود و خارج از فضای کاریشان بدان نیاز دارند.

از وظایف معلم در آموزش ریاضیات انتقادی گوش دادن به دانش‌آموزان و توجه به نقش آنها در آموزش و یادگیری است. معلمان باید آمادگی شنیدن مسائل و علایق دانش‌آموزانشان را داشته باشند و گوش به زنگ باشند که آنها مسائل جدیدی را طرح کنند. آنها باید با احترام به نظرات و استدلال‌های دانش‌آموزان گوش دهند و در عین حال آنها را به چالش بکشند، حتی وقتی استدلال‌هایشان خوب و منطقی است؛ چراکه معلمان باید دید دانش‌آموزان را گسترش دهند و قدرت استدلال و تحلیل آنها را تقویت کنند (مینی و لانگه، ۲۰۱۲).

فرایند یادگیری در آموزش ریاضیات انتقادی دوطرفه است و دانش‌آموزان همکاران معلمان در فرایند آموزش هستند. این رابطه دوطرفه کمک می‌کند تا دانش‌آموزان هم به یادگیری ترغیب شوند. فریره در این باره چنین اظهارنظر می‌کند:

«من از آن دست معلمانی نیستم که خود را دانای کل می‌دانند، بلکه من نیز با دانش‌آموزانم در حال یادگیری هستم. بی‌نهایت به مطالعه موضوعات جدید علاقمندم. دانش‌آموزان حس کنجکاوی مرا تحریک می‌کنند و من این اشتیاق را به آنها منتقل می‌کنم. در نتیجه هر دوی ما با هم روی موضوعات کار می‌کنیم» (شور و فریره، ۱۹۸۷، ص ۱۰۱).

با توجه به اظهارنظر فریره، کسی نمی‌تواند دیگری را آموزش دهد، بلکه افراد در کنار هم و از یکدیگر می‌آموزند. اما در آموزش‌های سنتی و در نظام‌های ایدئولوژیک معمولاً چنین تصور می‌شود که هدف نظام آموزشی القای موضوعات و مهارت‌هایی به دانش‌آموزان است که از آنها برخوردار نیستند (پایس، ۲۰۰۸). البته انتقال حس کنجکاوی و علاقه به یادگیری موضوعات درسی از معلمان به شاگردان به این معنا نیست که آنها باید دروغ بگویند یا صلاحیت‌های خود را انکار کنند، بلکه برعکس باید صلاحیت‌هایشان را بروز دهند. در عین حال، آنها باید نشان دهند که با وجود آگاهی از یک موضوع هم می‌توان از دیگران آموخت. نگرش افراد به یک موضوع می‌تواند با دیگران متفاوت باشد، چراکه هرکس از چشم‌اندازی به آن موضوع می‌نگرد که ممکن است از دید دیگری پنهان باشد. وجود کلاس‌هایی با تنوع فرهنگی باعث می‌شود افراد از زوایای مختلفی به یک موضوع بنگرند و حین گفت‌وگو و شنود جوانب دیگری از موضوعات را نیز کشف کنند. این امر معلمان را هم شامل می‌شود. ابراز علاقه به شنیدن نقطه‌نظرها و دیدگاه‌های دانش‌آموزان هم اعتمادبه‌نفس آنها را بالا می‌برد تا ایده‌های خود را با دیگران به اشتراک بگذارند و هم حس کنجکاوی را در دانش‌آموزان تقویت می‌کند که از ایده‌های جدید دیگران استقبال

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

کنند. وقتی دانش‌آموزان در فرایند یادگیری خود مشارکت فعال داشته باشند بهتر و عمیق‌تر می‌آموزند.

در سده اخیر تغییرات مهمی در نگرش افراد نسبت به فرایند یادگیری و نقش معلم و شاگرد رخ داده است، از جمله تغییر ذهنیت معلمان از آموزش مهارت‌های تفکر به استفاده از این مهارت‌ها که دانش‌آموزان با خود به کلاس درس می‌آورند. در کلاس درس آموزش ریاضیات انتقادی، دانش‌آموزان و معلمان هر دو دارای «صلاحیت نقادی» هستند. به همین دلیل، آموزش ریاضیات انتقادی از آموزش مهارت‌های تفکر انتقادی به استفاده از مهارت‌هایی که دانش‌آموزان با خود به مدرسه و کلاس درس می‌آورند، تغییر جهت داده است. یکی از روش‌هایی که در آموزش ریاضیات انتقادی استفاده می‌شود ایفای نقش معلم توسط دانش‌آموزان در کلاس درس و توضیح موضوعات آن‌گونه که درک می‌کنند است. این‌گونه است که آنها می‌توانند دانش خود را از طریق جمع ارتقا دهند. این امر پذیرفته است که دانش‌آموزان متفکر و نقاد هستند و اگر امکانش مهیا باشد می‌خواهند و می‌توانند این قابلیت و مهارت خود را در کلاس به نمایش بگذارند (اپلبوم، ۲۰۰۴). قطعاً اگر در روش‌های آموزشی این اجازه به دانش‌آموزان داده نشود، مهارت‌های تفکر انتقادی امکان عرضه نخواهند یافت و برعکس دانش‌آموزان یاد می‌گیرند که نقادانه نیندیشند یا نظراتشان را مخفی کنند تا در مدرسه موفق باشند (اپلبوم، ۲۰۰۹).

آموزش ریاضیات انتقادی مبتنی بر نظریه انتقادی فریره ریشه در «شرایط حال واقعی» دانش‌آموزان دارد. بنابراین توجه به عواطف، احساسات و تجربه‌های دانش‌آموزان شرط آغاز آموزش است. استفاده از شرایط «زندگی واقعی» و مسائلی که آن را پوشش دهد هم به غنای آموزش کمک می‌کند. از طریق آموزش انتقادی، دانشی که دانش‌آموزان همراه خود دارند تنها از زمینه‌ای به زمینه دیگر انتقال پیدا می‌کند (دو فریتس، ۲۰۰۸). پروژه‌هایی که در آموزش ریاضیات انتقادی در کلاس درس مطرح می‌شود برای حمایت از دانش‌آموزان و کمک به آنهاست تا بتوانند آنچه را در زندگی روزمره خود تجربه می‌کنند، به کلاس درس بیاورند و آنچه را در کلاس می‌آموزند به بیرون از کلاس و مدرسه انتقال دهند. گسترش افق دید دانش‌آموزان پس از طرح موضوعاتی که از دل تمایلات، خواست‌ها و دغدغه‌های آنان بیرون آمده از جمله دستاوردهای کلاس درس آموزش ریاضیات انتقادی است و دانش‌آموزان را برای آنچه ممکن است در آینده با آن مواجه شوند، آماده می‌کند. در چنین آموزشی مهم آن است که تجربه‌های

فردی، خانوادگی و اجتماعی دانش‌آموزان به کلاس درس وارد و فضای بحث درباره آنها فراهم شود.

محتوا و روش‌های آموزش: روش‌های آموزش در آموزش ریاضیات انتقادی با روش‌های پیشنهادی در آموزش و پرورش انتقادی به ویژه روش گفت‌و شنود و طرح مسئله در نظریه انتقادی فریره مشابهت بسیار و گاه مطابقت کامل دارد. نظریه‌پردازان آموزش ریاضیات انتقادی همگی روش‌های گفت‌و شنودی را برای کلاس درس ریاضیات پیشنهاد می‌دهند. این گفت‌و شنودها بحث‌های دوطرفه را میان دانش‌آموزان شکل می‌دهد. دانش‌پیشین دانش‌آموزان نقطه عزیمت این بحث‌هاست و هدف آن بصیرت، بینش و خلق دانش جدید است. به بیان دیگر، گفت‌و شنود در فضایی رفت‌وبرگشتی بین دانش‌پیشین دانش‌آموزان و دانشی که قرار است بدان دست یابند، رخ می‌دهد. بدیهی است که در گفت‌و شنود پاسخی از پیش مشخص برای پرسش‌ها مفروض نیست بلکه قرار است پاسخ‌ها در فرایندی مشارکتی و با هدف کسب آگاهی به دست خود دانش‌آموزان خلق شوند. گفت‌و شنود بر مبنای اصل برابری شکل می‌گیرد که البته به معنای توافق کامل نیست، بلکه برعکس تنوع در دانش، تجربه و علاقه دانش‌آموزان خود چالشی در گفت‌و شنودهاست. بنابراین، برابری در گفت‌و شنود به معنای برابری در روابط بین فردی است که مستلزم پذیرش و احترام دوطرفه است. ورود به بحث نمی‌تواند توأم با فشار یا اجبار باشد، همچنان‌که هیچ رقابتی برای برنده یا بازنده شدن در آن وجود ندارد (آلرو و جانسن - هویس، ۲۰۱۰).

موضوع بحث‌ها از دل علایق، خواسته‌ها، سؤالات و نیازهای دانش‌آموزان استخراج می‌شود. فرنکنستاین از «موضوعات مولد» که فریره طرح کرده الگو گرفته و به کمک دانش‌آموزان این موضوعات مولد را با توجه به فضای فرهنگی، اجتماعی، اقتصادی و سیاسی آنها شناسایی می‌کند. این موضوعات به باورها، ارزش‌ها، امیدها و چالش‌های زندگی دانش‌آموزان مربوط می‌شود. هدف اصلی همچون نظریه تربیتی فریره انسان‌سازی و مبارزه با بی‌احترامی نسبت به انسان‌هاست (فرنکنستاین، ۲۰۱۰). برای ساخت موضوعات مولد، معلمان می‌توانند نظر دانش‌آموزان را درباره موضوعاتی که برای دانستن آنها اشتیاق دارند و به نوعی با زندگی حال و آینده آنها پیوند دارد، جویا شوند. اینها همان موضوعاتی هستند که دانش‌آموزان علاقه دارند درباره آنها بیشتر بدانند یا با آنها ارتباطی عمیق‌تر برقرار کنند. نقطه آغاز برنامه‌درسی همین

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌دستی آن

بحث‌های کلاسی است که بین دانش‌آموزان و معلم درباره موضوعات مولد رخ می‌دهد. نقش معلم در برنامه‌دستی ایجاد پیوند میان موضوعات مولد دانش‌آموزان و ایدئولوژی‌های سلطه مرتبط با آنهاست (حاجی‌آخوندی و دیگران، ۱۳۹۰). هر موضوعی می‌تواند به نوعی به این ایدئولوژی‌های سلطه پیوند بخورد و تنها معلمی توانا لازم است تا این ارتباط را به خوبی برقرار کند و بحث‌ها را به این سمت سوق دهد.

ضمن بحث دانش‌آموزان برای تولید موضوعات مولد پرسش‌های تازه‌ای پدید می‌آیند که بسیار آموزنده و آگاهی‌بخش‌اند. از نظر فریره آگاهی انتقادی تنها زمانی ارتقا می‌یابد که یادگیری از طریق طرح مسئله و به روش گفت‌ووشنودی رخ داده باشد. به همین دلیل، وی پرسش‌های یادگیرندگان را به اندازه پرسش‌های معلمان حائز اهمیت و قابل احترام می‌داند. این پرسش‌ها مانند پرسش‌های کتاب‌های درسی نیستند که پاسخ روشن و از پیش مشخص داشته باشند و به همین دلیل دانش‌آموزان و معلمان را برای پاسخ‌دهی به آنها از طریق گفت‌ووشنود و اقدام مشارکتی به چالش می‌کشند. در حالی‌که برنامه‌های درسی سنتی جنبه‌های خاصی از واقعیت را مجزا و ساده می‌کند تا از طریق آن روش‌ها و تکنیک‌هایی خاص را به دانش‌آموزان منتقل کنند، آموزش به روش طرح مسئله می‌کوشد پیچیدگی‌ها و ارتباطات درونی زندگی واقعی را آشکار سازد (فرنکنستاین، ۲۰۱۰).

نمونه‌هایی از آموزش ریاضیات انتقادی

برای اینکه تصویر روشن‌تری از شرایط کلاس درس ریاضی، نقش معلم و دانش‌آموز و نیز محتوای درسی و روش‌های آموزشی در آموزش ریاضیات انتقادی داشته باشیم، در ادامه نمونه‌هایی ذکر می‌شوند که نظریه‌پردازان این دیدگاه آموزشی و شاگردانشان در کلاس‌های درسی به صورت عینی تجربه و گزارش کرده‌اند.

برای بهره‌گیری از صلاحیت‌های ریاضیاتی دانش‌آموزان در تفسیر پدیده‌های اجتماعی، اسکوزموزه (۱۹۹۴ الف) پروژه‌ای با عنوان «حمایت از خانواده در یک جامعه خرد» را در یک مدرسه اجرا کرده است. موضوع این پروژه توزیع عادلانه «پارانه کودک» و هدف از آن به‌کارگیری ریاضیات به‌عنوان ابزاری برای سازمان‌دهی بخش کوچکی از جامعه است. پیش از انجام پروژه، دلایل و لزوم حمایت از خانواده در جامعه برای دانش‌آموزان طرح و به بحث

گذاشته می‌شود. سپس دانش‌آموزان به چند گروه تقسیم شده، به آنها اطلاعات مربوط به شرایط و وضعیت زندگی خانواده‌ها، شامل محل زندگی، تعداد فرزندان، شغل پدر و مادر و میزان درآمدشان و فعالیت‌های فرهنگی - اجتماعی اعضای خانواده و نیز بودجه‌ای که برای یارانه کودک در نظر گرفته شده ارائه می‌شود. وظیفه دانش‌آموزان این است که با توجه به اطلاعات دریافتی و بحث میان اعضای هر گروه میزان یارانه‌ای که می‌توان به هر خانواده تخصیص داد، تعیین کنند. گام بعدی، بحث درباره جدول توزیع یارانه‌ها و اختلاف آن بین گروه‌هاست. دانش‌آموزان پیشنهادهای گروه‌های مختلف را با هم مقایسه و درباره اختلاف‌ها و شباهت‌ها و دلایل آنها با هم گفتگو می‌کنند. در پایان، هر گروه برای خانواده‌هایی که به آنها یارانه تعلق گرفته نامه‌ای می‌نویسند و در آن میزان یارانه و نحوه محاسبه آن را توضیح می‌دهند.

در این پروژه، دانش‌آموزان حین به‌کارگیری دانش ریاضیاتی خود در نمونه‌ای عینی، راجع به موضوع پیچیده‌ای چون عدالت اجتماعی تأمل و گفتگو می‌کنند. در اثنای این پروژه، اولاً دانش‌آموزان می‌آموزند چگونه داده‌های خام را تفسیر و تحلیل کنند. ثانیاً بحث‌ها با هم‌کلاسی‌هایشان زمینه مناسبی برای تجربه گفت‌و شنود انتقادی و سازنده را فراهم می‌آورد. در این گفتگوها دانش‌آموزان طرح مسئله را می‌آموزند که به بحث‌های جدید و گاه بازنگری در نتایج می‌انجامد. دست‌آخر دانش‌آموزان می‌آموزند بر اساس تحلیل داده‌ها و گفتگوها برای تحقق عدالت اجتماعی تصمیم‌گیری کنند. این پروژه نشان می‌دهد که می‌توان از ریاضیات برای مقاصد توانمندسازی بهره گرفت چراکه تلفیق ریاضیات با موضوعات اجتماعی می‌تواند به‌عنوان ابزاری برای بازخوانی و سازمان‌دهی مجدد نهادهای اجتماعی و طرح‌های اصلاحات سیاسی به‌کار گرفته شود.

گاتستاین (۲۰۰۳) در پروژه‌ای با عنوان «توزیع ثروت در قاره‌ها» نحوه بهره‌گیری از ریاضیات برای عدالت اجتماعی را آزموده است. در این پروژه، اطلاعات مربوط به جمعیت و میزان ثروت قاره‌ها به تفکیک در اختیار دانش‌آموزان گذاشته می‌شود. دانش‌آموزان موظفند درصد جمعیت قاره‌ها نسبت به جمعیت کل جهان را محاسبه کنند. سپس بخش‌هایی از فضای کلاس به‌عنوان قاره‌ها در نظر گرفته شده، دانش‌آموزان به‌طور تصادفی و با توجه به درصد جمعیت قاره‌ها در بخش‌های مختلف کلاس پخش می‌شوند. در مرحله بعدی، دو بسته بیسکوئیت به‌عنوان نمادی از ثروت جهان در نظر گرفته شده، بیسکوئیت‌ها متناسب با ثروت هر قاره بین

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌درسی آن

دانش‌آموزان توزیع می‌شود. نتیجه بسیار جالب است: به دو دانش‌آموز در آمریکای شمالی یک بسته ۱۴ تایی بیسکویت می‌رسد درحالی‌که سهم چهار دانش‌آموز در قاره آفریقا جمعاً یک بیسکویت است. به این ترتیب دانش‌آموزان به روشنی مشاهده می‌کنند که میانگین ثروت یک فرد در آمریکای شمالی ۵۶ برابر یک آفریقایی است. به عبارت دیگر، دانش‌آموزان علاوه بر تمرین موضوعات ریاضی مانند درصد، نسبت‌ها و توزیع آماری، با مفاهیم پیچیده‌ای چون عدالت اجتماعی و توزیع ناعادلانه ثروت در جهان به‌طور کاملاً عینی ارتباط برقرار می‌کنند.

نمونه دیگر بحث‌های اجتماعی است که فرنکنستاین در کلاس درس ریاضی‌اش طرح کرده است. او در بحث‌های کلاسی خود معمولاً از آمارهای ارائه‌شده در مقالات روزنامه‌ها و مجلات علمی استفاده می‌کند و از دانش‌آموزان می‌خواهد با طرح مسئله آنها را به چالش بکشند. برای نمونه، او در آموزش اعداد بزرگ میزان مالیاتی را که ثروتمندان باید پرداخت کنند با بودجه‌ای که صرف حمایت از خانواده‌های کم‌درآمد می‌شود، مقایسه می‌کند. به گفته او اگر ثروتمندان از پرداخت این میزان مالیات فرار نمی‌کردند، این امکان وجود می‌داشت که مبلغ ۷/۲ میلیارد (۷۲۰۰۰۰۰۰۰۰) دلار به بودجه ایالتی در حمایت از خانواده‌های کم‌درآمد اضافه شود. در مثالی دیگر، وی هزینه‌ای را که از سوی دولت برای مسکن خانواده‌های فقیر و بی‌سربناه در نظر گرفته شده، با بودجه تخصیص‌یافته برای تجهیزات نظامی مقایسه می‌کند. هدف از طرح چنین مسائلی در کلاس درس ریاضی این است که دانش‌آموزان همزمان با یادگیری و درک ملموس مفاهیم ریاضی، با موضوعاتی راجع به مسائل اجتماعی و سیاسی مواجه شوند که خود به طرح مسئله در کلاس می‌انجامد. در نتیجه، عملاً دانش‌آموزان با مسائل روز در جامعه درگیر شده و ترغیب می‌شوند که باورهای ازپیش‌پذیرفته‌ای را که از سوی ایدئولوژی سلطه تبلیغ می‌شوند، به چالش بکشند. بدین ترتیب، پرسش‌های دانش‌آموزان درباره جهان افزایش یافته و تعمیق می‌شوند.

جمع‌بندی

نظریه‌پردازان و مجریان حوزه آموزش ریاضیات انتقادی که غالباً از آموزش و پرورش انتقادی به ویژه آرا و نظریات فریره الهام گرفته‌اند، اهداف این دیدگاه را در بستر آموزش ریاضیات دنبال می‌کنند. آنها بر این باورند که ریاضیات برخلاف باور عموم یک موضوع درسی

خستگی نیست و مسائل سیاسی و اجتماعی روز را می‌توان در قالب ریاضیات به دانش‌آموزان آموزش داد و دید آنها را نسبت به این مسائل که عموماً تصور می‌شود به دنیای بزرگسالان تعلق دارد و در نظام آموزشی مدرسه‌ای جایگاهی ندارد، تغییر داد. آماده‌کردن دانش‌آموزان برای زندگی آینده، نگرش انتقادی به جامعه و بی‌تفاوت نبودن به مسائل دنیای پیرامون از جمله اهداف آموزش ریاضیات انتقادی است که نیاز به برنامه‌درسی مدون و طراحی سازمان‌یافته‌ای دارد. اهداف آموزش ریاضیات انتقادی همچون اهداف آموزش و پرورش انتقادی بالا بردن سطح آگاهی انتقادی دانش‌آموزان در برخورد با مسائل اقتصادی، اجتماعی، فرهنگی و سیاسی در زندگی روزمره و پرورش شهروندانی نقاد است که فریبه در آموزش انتقادی و آگاهی‌بخش خود نیز بر آن تأکید دارد. آموزش طرح مسئله روش پیشنهادی است که در آن معلم طرح‌کننده سؤالاتی است که ریاضیات را با مسائل روز پیوند داده و دانش‌آموزان در خلال گفت‌وگوشنود برای پاسخگویی به آنها تلاش می‌کنند. سؤالاتی که معلم در کلاس طرح می‌کند نیز از دل گفت‌وگوهای کلاسی بیرون کشیده می‌شود که همان پرسش‌ها و دغدغه‌های دانش‌آموزان است. محتوای آموزشی نیز با توجه به شرایط فرهنگی و اجتماعی یادگیرندگان تعیین می‌شود. مسائل دانش‌آموزان، از جمله مسائل اجتماعی برآمده از محیط زندگی، مسائل روز سیاسی، در آموزش ریاضیات مطرح و در غالب بحث‌های گروهی به حل آنها مبادرت می‌شود.

منابع

- برنامه‌درسی ملی جمهوری اسلامی ایران (۱۳۹۱)، شورای عالی آموزش و پرورش، وزارت آموزش و پرورش جمهوری اسلامی ایران.
- حاجی‌آخوندی، زهرا (۱۳۸۸)، نظریه برنامه‌درسی آموزش و پرورش انتقادی با تأکید بر آرای پائولو فریره، پایان‌نامه کارشناسی ارشد علوم تربیتی، دانشگاه پیام نور تهران.
- حاجی‌آخوندی، زهرا، سیدمحمدرضای امام‌جمعه و محمدرضای سرمدی (۱۳۹۰)، «عناصر اصلی برنامه‌درسی در نظریه آموزش و پرورش انتقادی»، فصلنامه مطالعات برنامه‌درسی، شماره ۲۰، بهار ۱۳۹۰، ص ۱۷۱-۱۴۲.

تاریخ تحولات «آموزش ریاضیات انتقادی» و عناصر اصلی برنامه‌دستی آن
خاکباز، عظیمه سادات و نعمت‌الله موسی‌پور (۱۳۸۷)، «بهره‌گیری از ریاضیات غیررسمی برای
طراحی فرصت‌های یادگیری در برنامه‌دستی ریاضی»، فصلنامه مطالعات برنامه‌دستی، شماره ۱۱،
زمستان ۱۳۸۷، ص ۶۵-۴۴.

سند تحول بنیادین آموزش و پرورش (۱۳۹۰)، دبیرخانه شورای عالی آموزش و پرورش، شورای
عالی انقلاب فرهنگی و وزارت آموزش و پرورش جمهوری اسلامی ایران.

سند چشم‌انداز ۲۰ ساله جمهوری اسلامی ایران (۱۳۸۴)، در
<http://www.dolat.ir/PDF/20years.pdf>

شفیلد، هری (۱۳۷۵)، فلسفه آموزش و پرورش، ترجمه غلامعلی سرمد، تهران: نشر قطره.

گویا، زهرا (۱۳۸۵)، «تابستان و ریاضیات غیررسمی»، مجله رشد آموزش ریاضی، دوره ۲۳، شماره

۴.

مهرمحمدی، محمود (۱۳۷۴)، «چرا باید برنامه‌های درسی را به سوی مسئله‌محور سوق دهیم»،

فصلنامه تعلیم و تربیت، شماره ۴۳ و ۴۴، ۱۳۷۴، ص ۲۸-۱۰.

Alrø, Helle & Ole Skovsmose (2002), *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*, Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Alrø, Helle, Ole Skovsmose & Paola Ximena Valero Duenas (2007a), "Inter-viewing Foregrounds", Aalborg: Working papers on learning 5, Aalborg University.

Alrø, Helle, Ole Skovsmose & Paola Ximena Valero Duenas (2007b), "Landscapes of Learning in a Multicultural Mathematics Classroom", in Demetra Pitta-Pantazi & George Philippou (Eds.), *CERME 5 European Research in Mathematics Education: Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, pp. 1567-1576.

Alrø, Helle & Marit Johnsen-Høines (2010), "Critical Dialogue in Mathematics Education", in Helle Alrø, Ole Ravn & Paola Valero (Eds.), *Critical Mathematics Education: Past, Present, and Future*, Sense Publishers, pp. 11-21.

Andersson, Annica & Paola Valero (2009), "Mathematics Education Giving Meaning to Social Science Students: A Case from Sweden", Accepted for proceedings at II Congreso Internacional de Investigación, Educación y Formación Docente, August, 26-28, 2009, Colombia: Medellin.

Appelbaum, Peter (2004), "Critical Mathematics", in Joe Kincheloe & Danny Weil (Eds.), *Critical Thinking and Learning: An Encyclopedia for Parents and Teachers*, Greenwood Press.

- Appelbaum, Peter (2009), "Critical Mathematics", in Eugene F. Provenzo & John Philip Renaud (Eds.), *Encyclopedia of the Social and Cultural Foundations of Education*, Sage Publications, pp. 193-196.
- Aslan Tutaka, Fatma, Elizabeth Bondy & Thomasenia L. Adams (2011), "Critical Pedagogy for Critical Mathematics Education", *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 42 (1), 15 January 2011, pp. 65–74.
- Balasubramanian, Anita (2012), "The Complexity of Interweaving Mathematical and Sociopolitical Content In and Through the Classroom Space", Thesis in the Graduate College of the University of Illinois at Chicago.
- Baptist, Peter & Dagmar Raab (Eds.) (2012), *Implementing Inquiry in Mathematics Education*, Bayreuth, Retrieved from <http://fibonacci-project.eu/resources>.
- Bopape Mathume (1998), "The South African New Mathematics Curriculum: People's Mathematics for People's Power?", Retrieved from <http://www.nottingham.ac.uk/csme/meas/papers/bopape.html>.
- Brantlinger, Andrew Morgan (2007), "Geometries of Inequality: Teaching and Researching Critical Mathematics in a Low-Income Urban High School", Dissertation for Doctor of Philosophy in Education and Social Policy, Department of the Learning Sciences, Northwestern University.
- D'Ambrosio, Ubiratan (2001), *Ethnomathematics Link Between Traditions and Modernity*, Rotterdam: Sense Publisher.
- de Freitas, Elizabeth (2008), "Critical Mathematics Education: Recognizing the Ethical Dimension of Problem Solving", *International Electronic Journal of Mathematics Education*, Vol. 3 (2), pp. 79-95.
- Finken, Teresa M. (2001), "Did Dewey Presage the 1989 National Council of Teachers of Mathematics Standards?", *Education and Culture*, Vol. XVII (2), pp. 24-33.
- Fish, Michael Charles (2012), "Promoting Critical Mathematics Literacy in Secondary Mathematics Teacher Education", Dissertation for Doctor of Philosophy in Curriculum and Instruction, University of Wisconsin-Madison.
- François, Karen & Charoula Stathopoulou (2012), "In-Between Critical Mathematics Education and Ethnomathematics. A Philosophical Reflection and an Empirical Case of a Romany Students' Group Mathematics Education", *Journal for Critical Education Policy Studies*, Vol. 10 (1), pp. 234-247 .
- Frankenstein, Marilyn (1989), *Relearning Mathematics: A Different Third r-Radical Math(s)*, London: Free Association Books.

- Frankenstein, Marilyn (1997), "Breaking down the Dichotomy between Learning and Teaching Mathematics", in Paulo Freire (Ed.), *Mentoring the Mentor: A Critical Dialogue with Paulo Freire*, Peter Lang Publishing, pp. 59-87.
- Frankenstein, Marilyn (1998), "Reading the World with Maths: Goals for a Critical Mathematical Literacy Curriculum, Paper presented at the first International Conference of Mathematics Education and Society, Uk: Nottingham, Retrieved from <http://www.Nottingham.ac.uk/csme/meas/measproc.html>.
- Frankenstein, Marilyn (2010), "Critical Mathematics Education: An application of Paulo Freire's Epistemology", *Journal of Education*, Vol. 165 (4), first appeared in 1983, pp. 315-339.
- Frankenstein, Marilyn & Arthur B. Powell (1989), "Mathematics Education and Society: Empowering Non-Traditional Students", in Bishop Alan J., Kathleen Hart, Stephen Lerman & Terezinha Nune (Eds.), *Significant Influences on Children's Learning of Mathematics*, UNESCO, pp. 157-159.
- Freire, Paulo (1972), *Pedagogy of the Oppressed*, tr. Myra Bergman Ramos, Harmondsworth: Penguin Books.
- Freire, Paulo (1974), *Education for Critical Consciousness*, New York: Continuum.
- Freire, Paulo & Donald Macedo (1987), *Literacy: Reading the Word and the World*, London: Routledge and Kegan Paul Ltd.
- Gay, Geneva (2009), "Preparing Culturally Responsive Mathematics Teachers", in Brian Greer, Swapna Mukhopadhyay, Arthur B. Powell & Sharon Nelson-Barber (Eds.), *Culturally Responsive Mathematics Education*, Routledge, pp. 189-206.
- Groth, Randall (2006), "Supporting Teacher Learning: Expanding Teachers' Understanding of Geometric Definition: The Case of the Trapezoid", *Teaching Children Mathematics*, Vol. 12, pp. 376-380.
- Gutstein, Eric (2003a), "Teaching and Learning Mathematics for Social Justice in an Urban Latino School", *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 34, pp. 37-73.
- Gutstein, Eric (2003b), *Reading and Writing the World with Mathematics: Towards a Pedagogy for Social Justice*, New York: Routledge.
- Gutstein, Eric (2007), "Connecting Community, Critical and Classical Knowledge in Teaching Mathematics for Social Justice", *the Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 1, pp. 109-118.
- Gutstein, Eric (2009), "Possibilities and Challenges in Teaching Mathematics for Social Justice", in Paul Ernest, Brian Greer & Bharath Sriraman, *Critical Issues in Mathematics Education*, Information Age Publishing Inc. and the Montana Council of Teachers of Mathematics, pp. 351-374.

- Gutstein, Eric (2010), "Our Issues, Our People: Mathematics as Our Weapon", MES6, Mathematics Education and Society - 6th International Conference 20–25 March 2010, Berlin, Germany.
- Leonard, Judith (1998), "How to Integrate Negative Youth into Secondary Classroom Practice Using Critical Pedagogy", Thesis in Master of Educational Studies, Canada, Concordio University.
- Lerman, Stephan (1989). "A Social View of Mathematics: Implication for Mathematics Education", in Keitel Christine (Ed.), Mathematics, Education and Society, Science and Thechnology Education, Document Series No, 35, UNESCO Division of Science, Technical and Environmental Education, Paris, pp. 42-44.
- Machado, Ricard & Margarida César (2013), "Diversity, Dialogism and Mathematics Learning: Social Representations in Action", in Behiye Ubuz et al. (Eds.), CERME 8, Proceedings of the eighth Congress of the European Society of Research in Mathematics Education, Antalya, Turkey, Middle East Technical University, February 6–10, pp. 1764-1773.
- Meaney Tamsin & Troels Lange (2012), "Learners in Transition Between Contexts", in Clements M.A. (Ken), Alan J. Bishop, Christine Keitel, Jeremy Kilpatrick & Frederick K.S. Leung (Eds.), Third International Handbook of Mathematics Education, Vol. 27 of the series Springer International Handbooks of Education, pp. 169-201.
- Mohsenpour, Bahram (1988), "Philosophy of Education in Postrevolutionary Iran", Comparative Education Review, Vol. 32 (1), pp. 76-86.
- Nunes, Terezinha (1993), "The Socio-Cultural Context of Mathematical Thinking: Research Findings and Educational Implications", in Bishop Alan J., Kathleen Hart, Stephen Lerman & Terezinha Nune (Eds.), Significant Influences on Children's Learning of Mathematics, UNESCO, pp. 27-42.
- Orton, Anthony (2004), Learning Mathematics: Issues, Theory and Classroom Practice, London: Continuum.
- Pais, Alexandre (2008), "Reinventing School?: Reaction to Eric Gutstein's "Reinventing Freire: Mathematics Education for Social Transformation"", in Matos Joao Filipe, Paola Valero & Keiko Yasukawa (Eds.), Proceedings of the Fifth International Mathematics Education and Society Conference, Lisbon: Centro de Investigação em Educação, Universidade de Lisboa – Department of Education, Learning and Philosophy, Aalborg University, Retrieved from <http://mes5.learning.aau.dk/Reactions/Pais.pdf>.

- Pais, Alexandre, Elsa Fernandes, Joao Filipe Matos & Ana Sofia Alves (2012), "Recovering the Meaning of 'Critique' in Critical Mathematics Education", For the Learning of Mathematics, Vol. 32 (1), pp. 28-33.
- Petric, Marius (2011), "Reform in Mathematics Education: What do we Teach for and against", Dissertation for Doctor of Philosophy in Education, Montclair State University.
- Roth, Florian (2012), "Theodor W. Adorno – Erziehung zur Mündigkeit", Vortrag an der Münchner Volkshochschule vom 02.03.12, Philosophische Essays Erziehung zur Mündigkeit, Retrieved from <http://www.florian-roth.com>, 02.03.2012, 1.
- Shor, Ira & Paulo Freire (1987), "What is the 'Dialogical Method' of Teaching?", in Ira Shor & Paulo Freire, A Pedagogy for Liberation: Dialogues on Transforming Education, pp. 97-115.
- Skovsmose, Ole (1985), "Mathematical Education versus Critical Education", Educational Studies in Mathematics, Vol. 16, pp. 337-354.
- Skovsmose, Ole (1994a), Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education, Springer.
- Skovsmose, Ole (1994b), "Towards a Critical Mathematics Education", Educational Studies in Mathematics, Vol. 27, pp. 35-57
- Skovsmose, Ole (2005), "Foregrounds and Politics of Learning Obstacles", For the Learning of Mathematics, Vol. 25, pp. 4-10.
- Skovsmose, Ole (2012a), "Students' Foregrounds: Hope, Despair, Uncertainty", Pythagoras, Vol. 33 (2), Retrieved from <http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v33i2.162>.
- Skovsmose, Ole (2012b), "Towards a Critical Mathematics Education Research Programme?", in Ole Skovsmose & Brian Greer (Eds.), Opening the Cage: Critique and Politics of Mathematics Education, Sense Publishers, pp. 342-368.
- Skovsmose, Ole (2014), "Critical Mathematics Education", in Stephen Lerman, Encyclopedia of Mathematics Education, Netherland: Springer, pp. 116-120.
- Skovsmose, Ole & Lene Nielsen (1996), "Critical Mathematics Education", in Alan J. Bishop et al (Eds.), International Handbook of Mathematics Education, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, pp. 1257-1288.
- Skovsmose, Ole & Marcelo Borba (2004), "Research Methodology and Critical Mathematics Education", in Paola Valero & Robyn Zevenbergen, Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education, Issues of Power in Theory and Methodology, Kluwer Academic Publishers, pp. 207-226.
- Skovsmose, Ole & Paola Valero (2005), "Mathematics Education and Social Justice: Facing the Paradoxes of the Informational Society", Utbildning & Demokrati, Vol. 14 (2), pp. 57-71.

- Skovsmose, Ole & Mogens Niss (Ed.) (2008), "Critical Mathematics Education for the Future", in Mogens Niss (Ed.), ICME-10 Proceedings: Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education, IMFUFA, Roskilde University.
- Spengler, Oswald (1991), *The Decline of the West*, Oxford: Oxford University Press.
- Stinson, David W., Carla R. Bidwell and Ginny C. Powell (2012), "Critical Pedagogy and Teaching Mathematics for Social Justice", *International Journal of Critical Pedagogy*, Vol. 4 (1), pp. 76-94.
- Vithal, Renuka (2003), *In Search of a Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education*, Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Wilkinson, David & Birmingham, Peter (2003), *Using Research Instruments: A Guide for Researcher*, London: Routledge.
- Wonnacott, Vanessa (2011), "Teaching Mathematics for Social Justice and its Effects on Affluent Students", Thesis for Master of Arts in Graduate Department of Curriculum, Teaching and Learning, University of Toronto.
- World Bank (2006), *World Development Report 2006: Equity and Development*, Washington and New York: A Copublication of the World Bank and Oxford University Press, Retrieved from http://www-wds.worldbank.org/servlet/WDSContentServer/WDSP/IB/2005/09/20/000112742_20050920110826/Rendered/PDF/322040World0Development0Report02006.pdf.