

تاریخ علم، دوره ۱۵، شماره ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۶، ص ۴۹-۶۲

حل چند قضیه از کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن
نوشته نجم الدوله در ترسیم چند ضلعی های منتظم و کاربرد آنها در کاشی کاری و معماری

اکبر زمانی
معلم ریاضیات

zamani_eff@yahoo.com

(دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۲، پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۱۰)

چکیده

در این مقاله به شرح چند راه حل برای مسائلی از فصل سوم کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن در باره ترسیمات چند ضلعی های محاط در دایره می پردازیم که بدون اثبات آورده است. این مسائل عبارتند از ۱. تقسیم دایره به ۷، ۱۴ و ۱۵ قسمت مساوی؛ ۲. تقسیم دایره به ۵، ۸، ۱۰، ۱۱، و ۱۶ قسمت مساوی؛ ۳. تقسیم دایره به ۹، ۱۳، و ۱۹ قسمت مساوی؛ ۴. تقسیم دایره به ۱۷ قسمت مساوی؛ ۵. تقسیم دایره به n قسمت مساوی؛ ۶. محاسبه مساحت مرداب چند ضلعی بدون امکان تقسیم بنده داخل آن؛ ۷. رسم مرغانه یا تخم مرغ. درستی آن ها اثبات می شود و کاربرد آن ها در کاشی کاری و معماری بیان می گردد.

کلیدواژه ها: اصول اوائل هندسه و عملیات آن، ترسیم چند ضلعی، کاربرد هندسه در معماری اسلامی، نجم الدوله.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مقدمه

عبدالغفار نجم الدوله در سال ۱۲۵۵ق در اصفهان به دنیا آمد. نزد پدر و سپس نزد معلمان دارالفنون به تکمیل دانش ریاضیات و نجوم پرداخت و در ۲۱ سالگی در مدرسه دارالفنون با سمت معلم ریاضی مشغول به کار شد و تا آخر عمر در آنجا به تدریس اشتغال داشت. او نخستین کتاب‌های درسی ریاضی و نجوم را تألیف کرد. در تقویم‌نویسی و نقشه‌کشی دست داشت و یکی از با ارزش‌ترین کارهای او سرشماری تهران در سال ۱۲۸۴ق بود. کتاب‌های ریاضی و نجوم او عبارتند از *بداية النجوم*، اصول هندسه، مثلثات مستقیمه الخطوط، هندسه کوچک برای اطفال مبتدی، *بداية الجبر*، *بداية النجوم*، حل مالاینحل و تعدادی کتاب دیگر که هنوز چاپ نشده‌اند. نجم‌الدوله در سال ۱۳۲۶ق بعد از ۵۰ سال تدریس و ترویج علم درگذشت.

برای رسم ستاره‌های سه‌پر، چهارپر، پنج‌پر و ششمه‌های شش‌پر، هفت‌پر، هشت‌پر و ... در کاشی‌کاری، کاربردی‌ها و معماری از روش‌های هندسی تقسیم دایره استفاده می‌شود. سابقه ترسیم چندضلعی‌های منتظم در دوره اسلامی به قرن چهارم هجری می‌رسد و دانشمندانی هم‌چون عبدالرحمن صوفی، ابوالوفاء بوزجانی و ابوسهل کوهی در این زمینه تحقیقات ارزنده‌ای انجام داده‌اند (نک: چاووشی، ۱۳۸۴ش و چاووشی ۱۳۸۵ش).

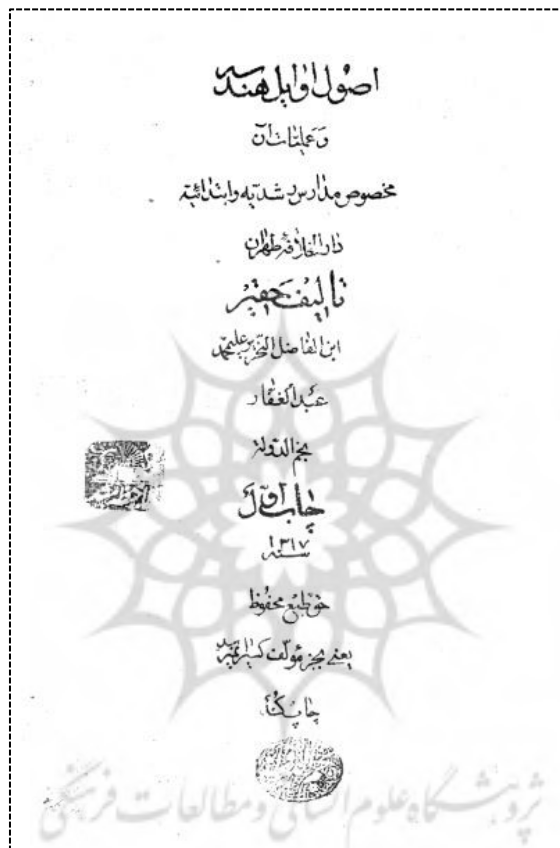
نجم الدوله در کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن (۱۳۱۷ق) فصل سوم در قسمت تقسیم دایره چند مسأله بدون اثبات آورده و برای ترسیم آنها راه‌های ساده و خلاقانه‌ای پیدا کرده است. این مسائل عبارتند از:

- ۱- تقسیم محیط دایره به ۷ و ۱۴ و ۱۵ قسمت مساوی؛
- ۲- تقسیم محیط دایره به ۵ و ۸ و ۱۱ و ۱۶ قسمت مساوی؛
- ۳- تقسیم محیط دایره به ۹ و ۱۳ و ۱۹ قسمت مساوی؛
- ۴- تقسیم محیط دایره به ۱۷ قسمت مساوی؛
- ۵- تقسیم دایره به n قسمت مساوی؛
- ۶- محاسبه مساحت مردابی به صورت کثیرالاضلاع که به داخل آن دسترسی نداریم؛

حل چند قضیه از کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن .../۵۱

۷- رسم «مرغانه» (تخم مرغ).

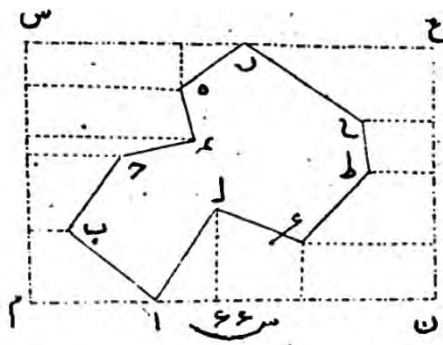
در این مقاله مسائل فوق اثبات می شود و کاربرد آنها در کاشی کاری و معماری مشخص می گردد.



تصویر ۱. تصویر صفحه عنوان

محاسبه مساحت کثیرالاضلاعی که به داخل آن دسترسی نداریم
نجم الدوله می نویسد: «می خواهیم مساحت کثیرالاضلاعی را به دست آوریم که نتوان در آن وارد شد، مثل مردابی» (ص ۵۹). برای حل مسأله به نظر می رسد که باید داخل کثیرالاضلاع را به چند مثلث و ذوزنقه و ... تبدیل کنیم. اما در مسأله قید شده است که داخل کثیرالاضلاع نمی توانیم برویم. عبدالغفار نجم الدوله مسأله را مطابق تصویر ۲ حل کرده است. بر این اساس مساحت همه قطعات حساب شده و از مساحت مستطیل

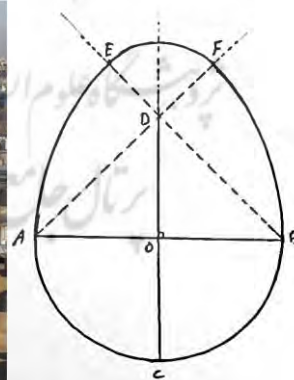
بزرگ که بر همه آنها محیط است کم شده است. به این ترتیب بدون نیاز به تقسیم چند ضلعی مساحت آن را حساب کرده‌ایم.



تصویر ۲

رسم مرغانه (تخم مرغ)

نجم الدوله برای رسم شکل تخم‌مرغ به این ترتیب عمل می‌کند (ص ۱۲۹): نیم دایره ای به قطر AB می‌کشیم و شعاع CO را عمود بر آن رسم می‌کنیم (مطابق تصویر ۳). CO را به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه D به دست آید. از A و B به D وصل می‌کنیم و امتداد می‌دهیم. سپس به مرکزهای A و B و به شعاع AB دو کمان می‌زنیم تا نقاط E و F به دست آیند. همچنین به مرکز D و به شعاع DF کمانی رسم می‌کنیم، شکل مرغانه به دست می‌آید.

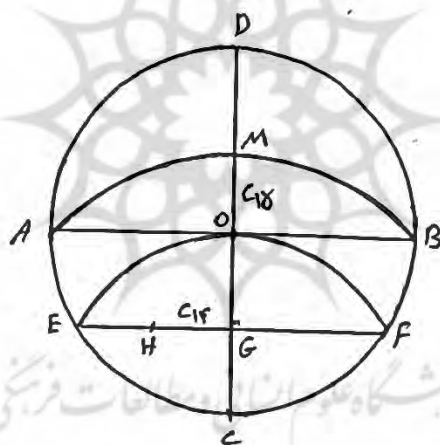


تصویر ۳. رسم مرغانه و تصویر گنبد تاج الملک مسجد جامع اصفهان

حل چند قضیه از کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن .../۵۳

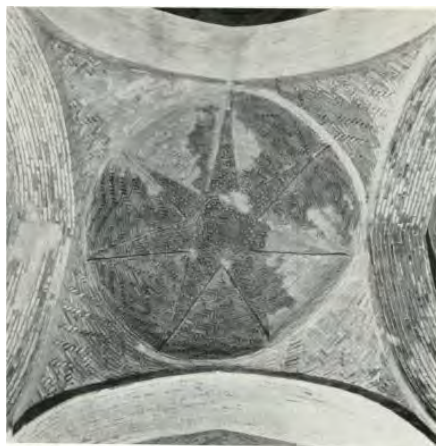
گنبد تاج الملک در اصفهان به «گنبد خاکی» معروف است که احتمالاً در اصل «گنبد خاکی» (تخم مرغی) بوده است.

رسم ۷ ضلعی و ۱۴ ضلعی و ۱۵ ضلعی منظم (به تقریب)
 نجم‌الدوله برای رسم ۷ ضلعی و ۱۴ ضلعی و ۱۵ ضلعی منظم مسأله را به این شکل مطرح می‌کند که چگونه می‌توان با خط‌کش و پرگار محیط دایره‌ای را به ۷، ۱۴، یا ۱۵ ضلع به طور مساوی تقسیم کرد (ص ۱۲۵). او برای این کار دایره‌ای به مرکز O رسم می‌کند و دو قطر عمود برهم AB و CD را رسم می‌کند (تصویر ۴). به مرکز C و به شعاع های CD و CB دو کمان رسم می‌کنیم تا از تقاطع آنها نقطه M به دست آید و EF را می‌کشیم و محل برخورد EF و DC را G می‌نامیم. وسط EG را H می‌نامیم. HG طول ضلع ۱۴ ضلعی و OM طول ضلع ۱۵ ضلعی منتظم است. حال اگر رئوس ۱۴ ضلعی را یکی در میان به هم وصل کنیم ۷ ضلعی منتظم به دست می‌آید.



تصویر ۴

پس از رسم ۱۴ ضلعی، اگر رأس‌های آن را یک در میان به هم وصل کنیم ۷ ضلعی به دست می‌آید. می‌توان گفت که روش‌های مشابه در طول تاریخ اسلام در طراحی بناها کاربرد داشته است. برای نمونه می‌توان به شبستان شرقی مسجد جامع و بنای هارونیه اصفهان اشاره کرد (تصاویر ۵ و ۶).



تصویر ۵. نقش تاق آجری مبتنی بر رسم هفت ضلعی منتظم، شبستان شرقی مسجد جامع اصفهان

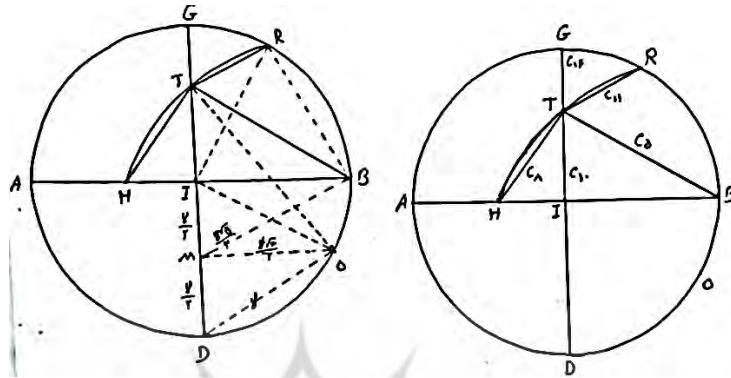


تصویر ۶. نقش تزئینی شمسه هفت مبتنی بر رسم هفت ضلعی منتظم، هارونیۀ اصفهان

رسم ۵، ۸، ۱۰، ۱۱ و ۱۶ ضلعی منتظم (به تقریب)
نجم‌الدوله برای رسم ۵، ۸، ۱۰، ۱۱ و ۱۶ ضلعی منتظم روشی عرضه می‌کند تا محیط دایره‌ای را صرفاً با استفاده از خط‌کش و پرگار به ۵، ۸، ۱۰، ۱۱ و ۱۶ قسمت مساوی تقسیم کنیم (ص ۱۲۵-۱۲۶). به این ترتیب که دایره‌ای رسم می‌کنیم و دو قطر عمود برهم AB و DG را می‌کشیم. به مرکزهای D و B و به اندازه شعاع دایره (تصویر ۷) دو کمان می‌زنیم تا نقاط O و R به دست آیند. سپس به مرکز O و به شعاع OR کمانی می‌زنیم تا DG را در T و IA را در H قطع کند. TB ضلع ۵ ضلعی، HT ضلع ۸ ضلعی،

حل چند قضیه از کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن .../۵۵

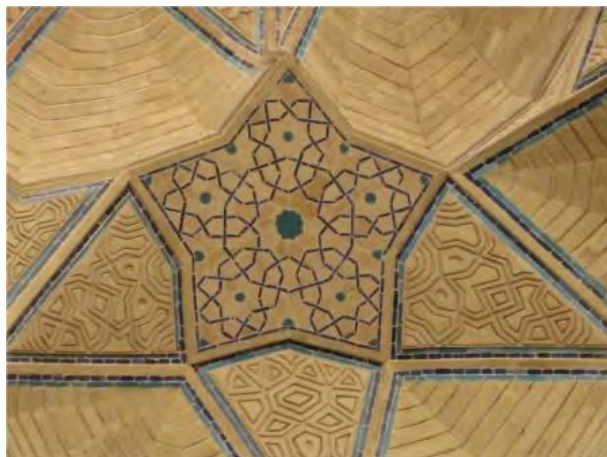
TI ضلع ۱۰ ضلعی، TR ضلع ۱۱ ضلعی و TG ضلع ۱۶ ضلعی منتظم است. در بناهای به جا مانده از دوره اسلامی نمونه‌هایی از ترسیم چندضلعی‌های منتظم دیده می‌شود (بنگرید به تصاویر ۸ تا ۱۱).



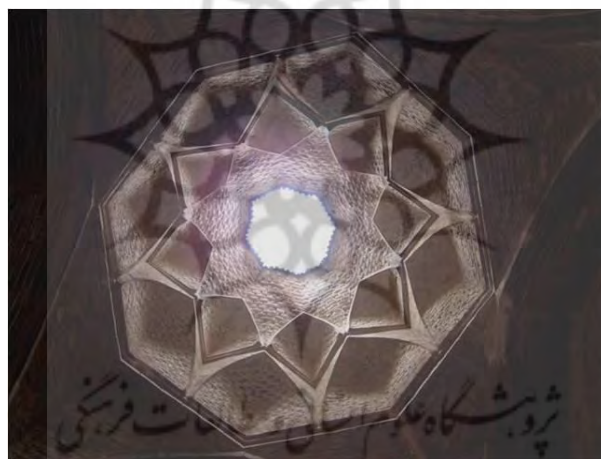
تصویر ۷



تصویر ۸. نقش تزئینی شمسه ده مبتنی بر رسم ده ضلعی منتظم، مسجد جامع کبیر یزد



تصویر ۹. نقش تزیینی ستاره پنج پر مبتنی بر رسم پنج ضلعی منتظم، صفة عمر مسجد جامع اصفهان



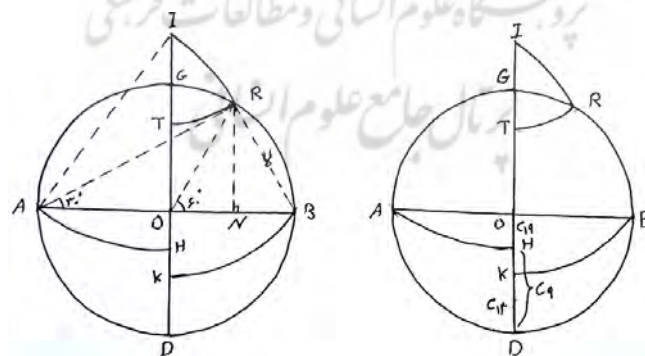
تصویر ۱۰. نقش شمسۀ هشت مبتنی بر رسم هشت ضلعی منتظم، شبستان جنوبی مسجد جامع اصفهان

حل چند قضیه از کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن .../۵۷



تصویر ۱۱. نقش تزئینی شمسۀ شانزده مبتنی بر رسم شانزده ضلعی منتظم، آرامگاه حافظ، شیراز

رسم ۹ ضلعی، ۱۳ ضلعی و ۱۹ ضلعی منتظم
 نجم‌الدوله برای رسم ۹ ضلعی، ۱۳ ضلعی و ۱۹ ضلعی منتظم چنین راه حلی عرضه می‌کند (ص ۱۲۶). دایره‌ای با دو قطر عمود برهم AB و DG رسم می‌کنیم و به مرکز B و به شعاع دایره کمانی می‌زنیم تا نقطه R به دست آید (تصویر ۱۲). سپس به مرکز A و شعاع AR کمان دیگری می‌زنیم تا امتداد DO را در I قطع کند. به مرکز I و به شعاع IA و IR دو کمان دیگر می‌زنیم تا نقاط T و H به دست آید. همچنین به مرکز T و به شعاع TB قوس می‌زنیم تا ID را در K قطع کند. DH ضلع ۹ ضلعی و DK ضلع ۱۳ ضلعی و OH ضلع ۱۹ ضلعی منتظم است. کاربرد این روش در معماری دوره اسلامی در تصاویر ۱۳ و ۱۴ دیده می‌شود.



تصویر ۱۲



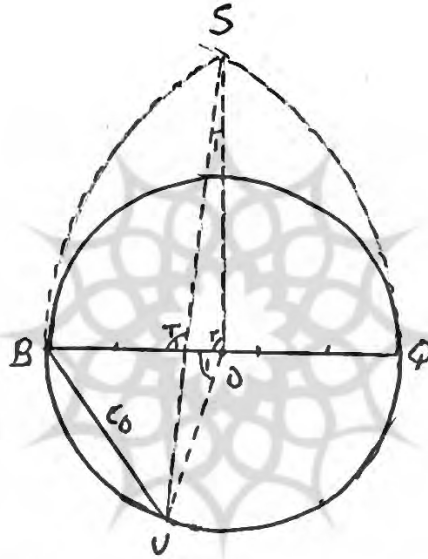
تصویر ۱۳. نقش تزیینی شمسه نه برگنبد امامزاده زید اصفهان



تصویر ۱۴. نقش‌های تزیینی شمسه‌های هفت، نه، یازده، دوازده و پنج پری مبتنی بر رسم هفت، نه، یازده، دوازده و پنج ضلعی منتظم، گنبد شاه نعمت‌الله ولی، کرمان

حل چند قضیه از کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن .../۵۹

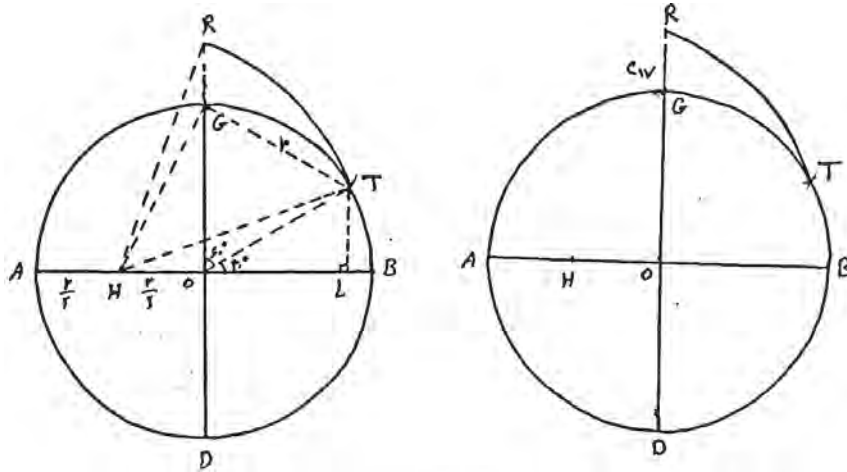
رسم پنج ضلعی در دایره‌ای به شعاع R (به تقریب)
 دایره‌ای به شعاع R رسم می‌کنیم و قطر BQ را می‌کشیم و روی آن BT را به اندازه $\frac{2}{5}BQ$ جدا می‌کنیم. حال به مرکزهای B و Q و شعاع BQ دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه S قطع کنند. از S به T وصل کرده امتداد می‌دهیم تا دایره را در U ببرد. BU ضلع پنج ضلعی منتظم در دایره است. برای رسم n ضلعی قطر BQ را به n قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و BT را به اندازه $\frac{2}{n}BQ$ و بقیه اعمال را مطابق آنچه برای پنج ضلعی منتظم گفته شد ادامه می‌دهیم. BU ضلع n ضلعی منتظم است.



تصویر ۱۵

رسم ۱۷ ضلعی منتظم (به تقریب)

نجم‌الدوله برای ۱۷ ضلعی منتظم مسأله‌ای جداگانه طرح می‌کند و به این شیوه حل می‌کند (ص ۱۲۶-۱۲۷). به مرکز G و شعاع دایره کمانی می‌زنیم تا نقطه T به دست آید و از نقطه H وسط AO کمانی به شعاع HT می‌زنیم تا نقطه R به دست آید (تصویر ۱۶). GR طول ۱۷ ضلعی منتظم است.

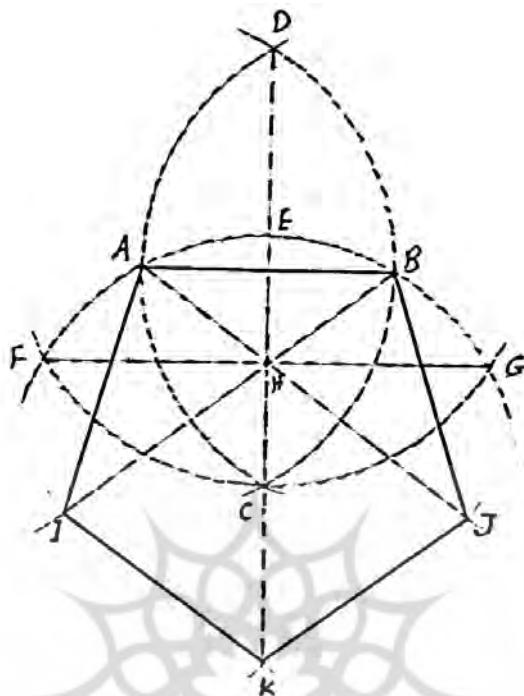


تصویر ۱۶

رسم ۵ ضلعی منتظم با پرگار بادهان ثابت رسم فرض کنید دهانه پرگار به اندازه پاره خط AB باشد (ص ۱۲۷). به مرکزهای A و B و به شعاع AB دو کمان رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط C و D قطع کنند. از D به C وصل کرده امتداد می‌دهیم و به مرکز C و شعاع AB دایره‌ای می‌زنیم تا DC را در E قطع کند و به مرکز E و به شعاع AB کمان دیگری می‌زنیم تا نقاط F و G به دست آیند. FG را می‌کشیم تا DC را در H قطع کند. از A و B به H وصل کرده ادامه می‌دهیم و سپس به مرکز H و شعاع AB دو کمان می‌زنیم تا نقاط I و J به دست آیند. BJ و AI را می‌کشیم. حال به مرکزهای I و J و به شعاع AB دو کمان می‌زنیم تا نقطه K به دست آید. پنج ضلعی ABJKI جواب است (تصویر ۱۷).

پروژه نگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

حل چند قضیه از کتاب اصول اوائل هندسه و عملیات آن .../۶۱

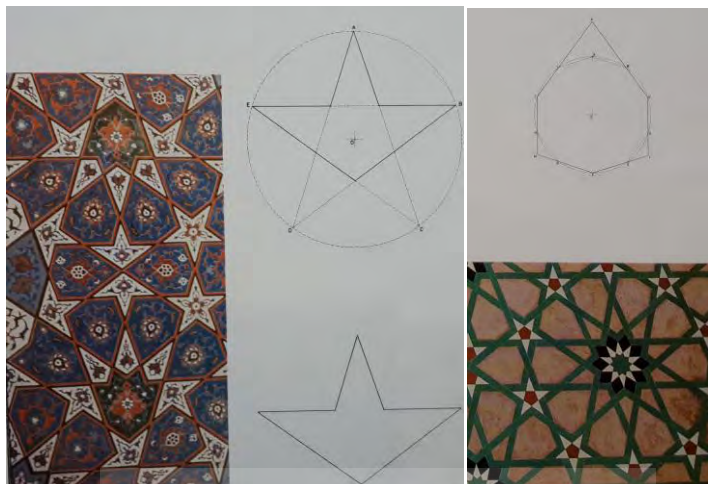


تصویر ۱۷

طرح‌های هندسی (گره‌های هندسی) از واحدهای کوچک‌تری که به آنها «نقش‌مایه» می‌گویند، تشکیل شده‌اند. این نقش‌مایه‌ها به کمک چند ضلعی‌های منتظم رسم می‌شوند.



تصویر ۱۸. نقش‌مایه برگ چنار (راست) و نقش‌مایه ماکو (چپ)



تصویر ۱۹. نقش مایه شش تند (راست) و نقش مایه ترقه (چپ)

منابع

نجم الدوله، عبدالغفار. (۱۳۱۷ق). اصول اوائل هندسه، تهران، دارالخلافة تهران، چاپ اول.
آقایانی چاووشی، جعفر. (۱۳۸۴ش). «مقایسه روش‌های ابوالوفای بوزجانی، لئوناردو داوینچی و
آلبرش دورر در ترسیم پنج ضلعی منتظم». آینه میراث، دوره جدید، سال سوم، بهار، پیاپی ۲۸،
ص ۱-۲۱.

_____ . (۱۳۸۵ش)، «مقایسه روش‌های ابوالوفای بوزجانی و ابوریحان بیرونی در ترسیم نه
ضلعی منتظم». آینه میراث، دوره جدید، سال چهارم، شماره چهارم، زمستان، پیاپی ۳۵، ص ۵-
۲۳.