تاریخ علم، دورهٔ ۱۱، شمارهٔ ۲، پاییز و زمستان ۱۳۹۲، ص۲۰۷-۲۴۲

نگاهی به محتویات و منابع و مآخذ دست‌نویس ۳۴۴۷ کتابخانهٔ ملی تبریز

یونس کرامتی
استادیار، عضو هیأت علمی پژوهشکدهٔ تاریخ علم دانشگاه تهران
ykaramati@ut.ac.ir
(دریافت: ۱۳۹۴/۰۶/۱۰، پذیرش: ۱۳۹۵/۰۱/۱۹)

چکیده

دست‌نویس شمارهٔ ۳۴۴۷ کتابخانهٔ ملی تبریز، دربردارندهٔ اثری فارسی در حساب، هندسه، جبر و نیز مطالبی پراکنده در هیئت و ابعاد و اجرام است که نگارش آن در ۶۷۰ قمری به پایان رسیده، اما نام نویسنده و عنوان کتاب معلوم نیست. این نگارندهٔ ناشناس در نگارش دو مقالهٔ نخست از مقاله‌ها چهارگانهٔ کتاب، از کتاب التکملة في الحساب عبدالقاهر بغدادی(د ۴۲۹ق) بهرهٔ بسیار برده است و در مقالهٔ سوم (هندسه) نیز توجهی خاص به کتاب المنازل السبع بوزجانی داشته است. مقالهٔ چهارم اثری بسیار معمولی در جبر و مقابله است که به رغم پژوهش‌های انجام گرفته تا آن روزگار، از حل معادلات درجهٔ دوم فراتر نمی‌رود. و «خاتمهٔ» اثر نیز به برخی «نوادر فراخور هر مقاله» اختصاص دارد. این اثر اگرچه از لحاظ محتوا نکتهٔ تازهٔ چندانی ندارد، امّا از منظر تاریخ نگارش آثار علمی فارسی و با توجه به مفصل‌بودن و روزگار تألیف، اثری در خور توجه به شمار می‌آید.

کلیدواژه‌ها: ابوالوفای بوزجانی، التکملة في الحساب، جبر، حساب، عبدالقاهر بغدادی، المنازل السبع.

مقدمه

درکتابخانهٔ ملی تبریز دست‌نویسی به شمارهٔ **۳۴۴۷** نگهداری می‌شود که که متأسفانه به دلیل افتادن چند برگ نخست آن، عنوان و نام نگارندهٔ آن معلوم نیست و در فهرست میر ودود یونسی با عنوان «رساله در حساب» معرفی شده است.

در متن این کتاب، که از این پس آن را به اختصار «حساب تبریز» می‌نامیم هیچ اشارتی که بتوان بر اساس آن نگارندهٔ ناشناس آن را شناخت دیده نمی‌شود. مؤلف از مخدوم خویش نیز نام نبرده و تنها دو بار در انجامهٔ کتاب از او با عنوان «مولوی صاحبی خلّدالله دولتَه» یاد کرده است. مؤلف در فصل دوم از باب نخست از مقالهٔ سوم (هندسه و علم مساحت) هنگام اشاره به واحدهای اندازه‌گیری طول چنین آورده است (برگ ۶۵ ب سطر ۸-۹):

> اکنون آنچه درین عصر یعنی شهور سنهٔ تسع و ستین و ستمایه هجری مشهور است و در تمامت ممالک فارس و در اکثر عراقین و خراسان معروف و متداول ...

در پایان این اثر نیز تاریخ به پایان رسیدن کار تألیف چنین آمده است:

> چون هر آنچه در صدر کتاب تکفل بیان آن رفته بود از مقالات و اقسام و ابواب و فصول در روز چهارشنبه بیست و پنجم ماه صفر سنهٔ سبعین و ستمایه هجری به اتمام رسید و هر بخشی آنچه فراخور و مقتضاء آن بخش بود به ایراد پیوست من بنده که مخلص ترین خدم و عبید حضرت علیا، مولوی صاحبی خلدالله دولته‌ام خواستم تا درین مباسطت که می‌کنم و در این جرأت که می‌نمایم. بیت:

وز غایت بلادة و شوخی و روی سخت　　　خرمهره پیش لؤلؤ لالا همی برم

> تمهید معذرتی کنم با مقتداء خرد، که مربی کامل و راه‌نمای به‌حق اوست، بطریق مشاورت. بیت:

گفتم که پای‌مرد و وسیلت که باشدم　　　گفتا که بهتر از کرم او کسی دگر؟

> ... و اگرچه این معنی متصور گشت و وثوق و اعتماد بر حسن عنایت و فرط شفقت مولوی صحابی خلدالله دولته بسیار بود و هست، هم می‌اندیشیدم تا به

چه عبارت تمهید معذرتی در قلم آورم و خلخال‌وار این کتاب را به آن متخلی کنم و کتاب را به آن معانی مزین داشته ختم کنم. در اثناء این اندیشه قطعه‌ای از سخنان سید حسین ورامینی رحمة الله علیه که از جملهٔ مشاهیر هنرمندان عراق است در خاطر آمد که فحاوی آن با مضمون ضمیر نیک ملایم و موافق می‌نمود ... آن قطعه را به همان منوال در قلم می‌آورم و کتاب را برآن ختم می‌کنم. والقطعة هذه:

شها تبرک داعی مخلص دولت قبول کن به تفضل رضای یزدان را

شنیده‌ای که سلیمان ز روزها روزی گشاده بود در بارگاه و ایوان را؟

چه مرغ و ماهی و مور و چه آدمی و پری کشیده تحفه در آن روز قدر امکان را

ضعیف مورچه‌ای می‌دوید و برد همی به تحفه پای ملخ حضرت سلیمان را

چو برد گفت شها نیست در خور حضرت ولی بقدر خود آرند تحفه شاهان را

نه تو کمی زسلیمان نه من فزون از مور قبول کن چو سلیمان عطای موران را

از اشارت متن کتاب و این مقدمه پیداست که مؤلف در سال ۶۶۹ق به نگارش کتاب مشغول بوده و آن را در چهارشنبه ۲۵ صفر ۶۷۰ق به پایان رسانده است. از سید حسین ورامینی که مؤلف این چنین از او ستایش کرده و اشعاری نیز از او در خاطر داشته، نشانی یافت نشد اما بیت‌های دوم، چهارم و ششم این قطعه در دیباچهٔ تاریخ گزیده (بیت ششم اندکی متفاوت) بی‌یادکرد نام سراینده آمده است.[1] مخدوم مؤلف، اگر کاتب دست‌نویس در ذکر نام و القاب او کم‌لطفی نکرده باشد، نباید مرتبه‌ای بیش‌تر از امیری محلی داشته باشد و مؤلف نیز نباید نویسنده‌ای نامدار باشد.

ساختار و محتوای کتاب

کتاب مشتمل بر ۴ مقاله و یک خاتمه است. از عبارت «چون هر آنچه در صدر کتاب تکفل بیان آن رفته بود از مقالات و اقسام و ابواب و فصول» می‌توان حدس زد که مؤلف مقدمه‌ای مفصل، مشتمل بر فهرست محتویات، بر کتاب نوشته بوده که

۱. دوست گرامی آقای علی نویدی ملاطی این نکته را یادآور شدند.

متأسفانه در یگانه دست‌نویس شناخته شدهٔ این اثر افتاده است. دست‌نویس با سه سطر پایانی فصل دوم از باب نخست از «قسم اول» از «مقالت نخست» این کتاب آغاز می‌شود که از این میان فقط با مراجعه به «خاتمهٔ» کتاب می‌توان دریافت که عنوان یا موضوع مقالهٔ نخست «ارثماطیقی» بوده است. (برگ ۱۱۰ آ: باب اول از خاتمه: در بیان چند مسئلهٔ نوادر که چنان که فراخور مقالهٔ اول بود یعنی فن ارثماطیقی ...) فهرست مقاله‌ها، ابواب و فصول کتاب در پیوست یک آمده است.

منابع کتاب

الف) التکملة فی الحساب

به نظر می‌رسد التکملة فی الحساب عبدالقاهر بغدادی مهم‌ترین منبع نویسندهٔ ناشناس «حساب تبریز» بوده است؛ او هنگام بهره‌گیری از التکملة، غالباً بخش‌هایی از متن التکملة را حذف و گاه مطالبی را به آن افزوده است. نکتهٔ جالب توجه آنکه نویسندهٔ ناشناس، غالباً به جای مثال‌های عددی التکملة، مثال‌هایی دیگر آورده است. البته معلوم نیست که نویسندهٔ ناشناس، مستقیم از التکملة بهره گرفته باشد و شاید این تغییرات مربوط به منبع واسطهٔ محتمل باشد.

یکی از مهم‌ترین نشانه‌های ارتباط میان این دو متن، مطالبی است که در این دو کتاب دربارهٔ اعداد متعادل آمده است.

التکملة فی الحساب کهن‌ترین متن شناخته‌شده‌ای است که در آن از «اعداد متعادل» سخن به میان آمده است. تا جایی که می‌دانیم از میان آثار دیگر دورهٔ اسلامی، تنها در دو اثر، یکی همین «حساب تبریز» و دیگر عیون الحساب محمد باقر یزدی (سدهٔ ۱۱ قمری) در این باره بحث و در لب الحساب (سدهٔ ۶ق) نیز تنها به تعریف آن اشاره شده است.

التکملة فی الحساب، باب سوم از نوع ششم (ص ۲۲۹-۲۳۰):

> في بيان أقسام العدد بالإضافة: قد تكون الأعداد مشتركة، ومتباينة، ومتناسبة، ومتعادلة، ومتحابة ووالداً بالإضافة إلى أجزائه، ولداً بالإضافة إلى أصله. ...
> والمتعادلة كل عددين مجموع أجزاء أحدهما مثل مجموع أجزاء الآخر. فإذا كان معنا عدد مفروض، وأردنا أن نعلم العددين اللذين أجزاء كل واحد منهما مثل هذا العدد المفروض، نقصنا من العدد المفروض واحداً، ثم قسمنا الباقي

بعددين أولیين، وقسمناه أيضاً بعددين آخرين أولیين، ثم كذلک نقسمه، ما احتمل القسمة بعددين أولیين. ثم ضربنا القسمين من التقسيم الأول أحدهما في الأخر؛ و ضربنا القسمين من التقسيم الثاني أحدهما في الآخر، و كذلک نفعل بقسمي التقسيم الثالث والرابع وما بعده. فالمبالغ من هذه الضروب، كل واحد منها أجزاؤه مثل ذلک العدد المفروض.
مثاله سبعة وخمسون: أردنا نعلم عددين، أجزاء كل واحد منهما سبعة وخمسون. فنقصنا منها واحداً. يبقى ستة وخمسون. فقسمناها بقسمين أوليين: أحدهما ثلاثة والآخر ثلاثة وخمسون. وضربنا أحدهما في الآخر، فكان مئة وتسعة وخمسين، وأجزاؤها إذا جمعت: سبعة وخمسون. ثم قسمنا ستة وخمسين أيضاً بقسمين آخرين أوليين، أحدهما ثلاثة عشر، والآخر ثلاثة وأربعون، وضربنا أحدهما في الآخر، فكانت أجزاء مابلغ (وهو خمسمئة وتسعة وخمسون) سبعة وخمسين.
فكل عددين أجزاؤهما عدد واحد متعادلان، غير متماثلين. ومتى ألقي من العدد واحد، ولم ينقسم مافيه بعددين أوليين بحال، أو لم يمكن ذلک فيه إلا مرة واحدة، فهذا الحكم فيه مفقود.

لب الحساب (ص ۶):

متعادلان: و آن دو عدد بود که مجموع اجزاء یکی مساوی مجموع اجزاء آخر بود مثل **۱۵۹** و **۵۵۹** در این صورت مجموع اجزاء هر یکی **پنجاه و هفت** بود.

«حساب تبریز»، باب چهارم از قسم اول از مقالت اول:

در معرفت عدد از روی اضافت و تولید و خواص آن و این باب متضمن سه فصل است. فصل اول در تقسیم عدد از روی اضافه: عدد از روی اضافت یا متعادلان باشد یا متحابان. اما متعادلان دو عدد باشند که مبلغ اجزاء صحاح هر دو در کمیت و کیفیت با هم متساوی باشند. چون ۳۹ و ۵۵ که اجزاء هریکی از این دو عدد که هفده بیش نیست. ...
فصل دوم در معرفت تولید اعداد متعادله: چون خواهند که دو عدد متعادله پیدا گردانند، یعنی اجزاء هر دو عددی معین باشد، از آن عدد معین یکی را بیفکند و مابقی به دو عدد بسیط منقسم گردانند که مسطح آن دو قسم یکی از

> دو عدد مطلوب بود و باز همان عدد را به دو[1] عدد بسیط دیگر منقسم گردانند که مسطح آن دو[2] دوم عدد مطلوب باشد. مثلاً دو عدد می‌خواهند که مبلغ اجزاء هریکی از آن دو عدد ۱۷ بود. از هفده یکی نقصان کنند تا شانزده بماند. پس شانزده را به دو عدد بسیط، تقدیراً یازده و پنج، قسمت گردانند که مسطح آن یعنی پنجاه و پنج یکی از دو عدد مطلوب بود باز همین شانزده به دو بسیط دیگر مثلاً سیزده و سه قسمت کنند که مسطح، یعنی سی و نه، دوم عدد مطلوب باشد. زیرا که اجزاء هر یکی از این دو عدد هفده بیش نبود و اعداد متعادله که اجزاء آن کمتر از ۱۷ باشد ممکن نیست. پس نخستین متعادلان این دو عدد باشند و دوم دو عدد که مجموع اجزاء هر یکی نوزده بود و سوم دو عدد باشد که مجموع اجزاء هر یکی بیست و یک باشد و همچنین به تزاید دو دو، چندان که رَوَد. و این معنی خاصیت اعداد متعادله است.

نکته‌ای که نه در التکملة و نه در «حساب تبریز» بر آن تأکید نشده آن که با روشی که عبدالقاهر بغدادی برای تولید اعداد متعادل شرح داده، مجموع مقسوم الیه‌های دو عدد باید عددی فرد باشد. زیرا مفروض این است که پس از کاستن یک واحد از آن، بتوان حاصل را دو بار به صورت مجموع دو عدد اول نوشت. البته عبدالقاهر یادآور می‌شود که اگر نتوان دو زوج عدد اول با این شرایط یافت، در این صورت از آن عدد زوج انتخاب شده نمی‌توان زوج عدد متعادل تولید کرد.

نویسندهٔ ناشناس در عوض (با درنظر گرفتن همین شرط) به این نکته توجه دارد که مجموع مقسوم علیه‌های دو عدد نمی‌تواند کمتر از ۱۷ باشد.

$$۲k = P_۱ + P_۲ + P_۳ + P_۴$$
$$a = P_۱P_۲, b = P_۳P_۴$$
$$\Rightarrow \sigma(a) = \sigma(b) = P_۱ + P_۲ + ۱ = P_۳ + P_۴ + ۱ = ۲k + ۱$$

نکتهٔ جالب اشارهٔ نویسندهٔ ناشناس به قسم سومی از اعداد است که از آنها با عنوان متشابه (در قیاس با متعادل و متحاب) یاد می‌کند. وی با آنکه در آغاز باب چهارم، هنگام تقسیم اعداد از روی اضافه (به پیروی از عبدالقاهر بغدادی) فقط به متحابان و

---

۱. را به دو: در اصل «زاید و دو»

۲. دو: در اصل «دوم»

متعادلان اشاره می‌کند، در پایان فصل مربوط به تولید اعداد متحاب (که آن نیز برگرفته از التکملة فی الحساب است) دربارهٔ اعداد متشابه چنین می‌گوید (گ ۱۲ ب):

> و از اقسام اعداد از روی اضافت قسمی دیگر هست که آن را اعداد متشابه خوانند و آن هر آن دو عدد باشند که مسطح ایشان مربعی باشد و هرکدام یکی که بر دیگری قسمت کنند آنچه از قسمت بیرون آید هم مربع باشد مانند هشت و هشده که مسطح آن صد و چهل و چهار است که ضلع آن دوازده بود و اگر هشده را بر هشت قسمت و اگر هشت را بر هشده منقسم گردانند در صورت اول دو وربعی از قسمت بیرون آید و آن مربعی بود که ضلع آن یک و نیمی باشد و در صورة دوم چهار تسع از قسمت بیرون آید و آن هم مربعی بود که ضلع آن چهار دانگ باشد و امثال آن.

بر اساس این تعریف دو عدد a و b به شرطی با هم متشابه هستند که بتوان هر یک از آنها را به صورت حاصل ضرب عدد گویای k و مربع دو عدد گویای دیگر نوشت بدین صورت:

$$a = k \times c^{۲}, b = k \times d^{۲}$$

التکملة، باب سوم از نوع ششم: فی بیان خواص الأعداد المخصوصة (ص ۲۴۱-۲۴۳):

> **الواحد** جذر لنفسه، وكعب مكعب لنفسه، ومال مال لنفسه، وهو دائر على نفسه. وكل عدد في أوله واحد، إذا ضرب في مثله، أو في عدد أوله واحد، لابد من وجود الواحد في أول مبلغه. فهو إذن دائر على نفسه، وعلى ماله، ومكعبه، وعلى مال ماله، وكل مضروب في الواحد فلا يتغير عن مقداره.
>
> و من خاصية **الأثنين** أن مبلغ تضعيفه مثل مبلغ ضربه في مثله، فأنه زوج وليس بأجزاء لغيره.
>
> ومن خاصية **الأربعة** أنها إذا ضربت في مثلها صارت مربعة في حشوها مثلها، لا أقل ولا أكثر، فإن أطراف مربعا إذا جمعت تكون اثني عشر، ويبقى من الوسط أربعة، مثل الجذر المضروب في مثله.
>
> من خاصية **الخمسة** أنها فرد ليس بأجزاء لعدد سواها، فهي في الأفراد بمنزلة الاثنين في الأزواج. و أن كل فرد في أوله خمسة، فهو مركب، غير أولي، والخمسة تعده لامحالة. وليس فيما تعده الخمسة أولي غيرالخمسة. وكل ما في

اوله خمسة إذا ضرب في مثله، فلابد من وجود الخمسة، ووجود مجذورها، وهو خمسة وعشرون، في أول ذلك المبلغ. فهي دائرة على نفسها وعلى مجذورها. ومثاله الخمسة عشر في مثلها: مئتان و خمسة وعشرون؛ والخمسة والعشرون في مثلها: ستمئة وخمسة وعشرون؛ والخمسة والثلاثون في مثلها: ألف ومئتان و خمسة و عشرون. فالخمسة موجودة في أول مبلغ كل ما ضرب في مثله، مما أوله خمسة.

وأما **الستة** فإنها تدور على نفسها، وعلى مجذورها.

و من خاصية **السبعة** أنه ليس في الآحاد الصم ما يكون ميزاناً لمجذور غير السبعة: فإنها ميزان الستة عشر، و ميزان الخمسة والعشرين، وهما مجذوران. و كل مجذور ميزانه سبعة، فإن السبعة ميزان المجذور الذى قبله، أو المجذور الذى بعده، فيتوالى مجذوران ميزان كل واحد منهما سبعة.

ومن خاصية **الثمانية** أنها مكعب، وميزان لبعض المكاعيب. وليس في الآحاد التي لا جذرلها ما هو جذر لمكعب غير الثمانية. و من خواصها أيضاً أن كل مجذورين متواليين متجانسين بالفرد، فإن التفاضل بينهما يكون بأعداد مركبة من الثمانية، على التوالي. مثاله أن المجذور الأول واحد، وهو فرد، والمجذور الذي يليه من الأفراد: تسعة، والتفاوت بينهما ثمانية. ثم المجذور الثالث من الأفراد خمسة وعشرون، والتفاوت بينهما وبين التسعة ستة عشر و هي زائدة على التفاوت الأول بثمانية. ثم المجذور الرابع من الأفراد تسعة وأربعون، والتفاوت بينهما وبين الخمسة والعشرين: أربعة وعشرون، وهي زائدة على التفاوت الذي كان ستة عشر: بثمانية. وعلى هذا المثال، يكون زائد التفاوت بين كل مجذورين متواليين، من جنس واحد من الأفراد. وأما المجذورات من الأزواج، فأولها أربعة، وثانيها ستةعشر...

ومن خاصية العشرة أنه عقد مبتدأ، وهو زوج فرد؛ وليس في ابتداءات العقود ما هو زوج فرد، ولا ما هو ناقص، غيره ...

ومن خاصية الخمسة والعشرين ... وهذا من فضيلة الخمسة والعشرين

«حساب تبریز»، فصل چهارم از باب اول از قسم اول از مقالت اول:

آحاد

یک را خاصیت آن است که هر عددی را که در آن ضرب کنند از حال خود بنگردد و نفس خود را جذر بود و کعب و مال و مال و مال المال و علی هذا، و بر نفس خود دایر بود یعنی یک در مسطح هر دو عدد که در اوّل ایشان هم

یک باشد بازآید. و اگر چه یک نه عدد است بل چون اصل و منشأ اعداد است و واسطهٔ میان صحاح وکسور اوست فرونمی‌توان گذاشت.
دو اول ازواج است و او را زوج‌الزوج نهند و هیچ والد و مولود خاص ندارد و مربع آن مساوی ضعف اوست[1] و ضرب آن در هر عددی ضعف مضروب فیه بود.
سه اول افراد است و با فرد ماقبل، یعنی یک، مربعی زوج‌الزوج و با فرد بعد، یعنی پنج، مکعبی زوج‌الزوج و ضرب آن در هر عددی مفروض، مساوی ثلث مضروب فیه بود چون یکی را ده گیرند و مبلغ ثلث از آن[2] وضع کنند.
چهار نصف او مساوی جذر است و مربع خود را متوسط و ضرب او در هر عددی مفروض معشر نصف مضروب فیه بودمبلغ مضروب فیه را از آن کم کرده.
پنج فردی است که او را هیچ والد و مولود خاص نیست و از اعداد اولی است و هر عدد که در اوّل او است ثانی و برنفس خود، مانند یک، دایر و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر نصف مضروب فیه بود.
شش اول اعداد زوج الفرد است واجزاء صحاح او با نفس او مساوی است و بر نفس خود، مانند یک و پنج، دایر. و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر نصف مضروب فیه بود، مبلغ مضروب فیه را بر آن افزوده.
هفت از آحاد صُم جز آن میزان هیچ مجذور نتواند بود و ضرب آن در هر عددی مفروض با معشر چهار دانگ مضروب فیه و نصف مبلغ چهار دانگ برابر بود
هشت اول مکعبات است و از آحاد صمّ الا او میزان هیچ مکعب نتواند بود و تزاید بر تفاضل میان هر دو مجذور متوالی به او بیش نبود و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی مجموع معشر چهار دانگ و نیم مضروب فیه بود و نیمهٔ او.
نه اول مربعات فرد است و جذر او ثلث اوست و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر مضروب فیه بود چون مبلغ مضروب فیه را از آن وضع کنند و نهایهٔ آحاد و نهایهٔ اشکال اعداد او بود زیرا که چون از او بگذرند به مرتبهٔ دوم رسند.
عشرات

---

۱. اوست: در اصل «است»
۲. در میان سطرها اضافه شده است: «یعنی حاصل ضرب»

ده اول عقود است و زوج الفردی ناقص و عقد اول از مرتبهٔ دوم و از عقود الا او هیچ زوج‌الفرد ناقص نیست. و مربع او عقد اول از مرتبهٔ سیم آن است و بی‌عشر خود مربع سه عشر بود و ضرب او در هر عددی مفروض مساوی معشر مضروب فیه .و مربعات یک و دو سه، یعنی یک و چهار و نه، محاط او باشند.

بیست ...

نود ...

مقصود از «تدور علی نفسها» یا «بر نفس خود دایر» آن است که رقم یکان توان‌های پیاپی ۱، ۵ و ۶ همواره خود همواره همان‌هاست. مقصود عبدالقاهر بغدادی از «وعلی مجذورها» در مورد ۵ این است که دو رقم دست راست همهٔ توانهای ۵ همان ۲۵ است که مجذور ۵ است. اما در مورد عدد ۶ تنها برخی از توانهای آن که به صورت $۶^{۵n-۳}$ ($n = ۱,۲,۳,...$) باشند به ۳۶ ختم می‌شوند. ظاهرا نویسندهٔ ناشناس چون این نکته را درست درنیافته، قید «تدور علی مجذورها» را در مورد عدد ۶ حذف کرده است.

آن خاصیت ۷ که عبدالقاهر بغدادی به‌تفصیل و نویسندهٔ ناشناس به صورتی ابتر بیان کرده این است:

دو مربع کامل متوالی فقط ممکن است در پیمانهٔ ۷ هم‌نهشت باشند.

$$\left(n+۱\right)^{۷} \equiv n^{k} \left(\mathrm{mod}\ ۷\right)$$

التکملة، فصل دوم از باب هشتم از نوع اول: في إخراج جذور الصم بالتقريب (ص۷۶-۷۷):

الرسم في إخراج جذر الأصم بالتقريب، كالرسم في إخراج جذر ماله جذر ينطق به بالتحقيق، غير أنه يبقى في الأصم كسور، جزءاً أو اجزاء، بعد إخراج ما يخرج بالجذر من الصحاح. وقد اختلف الحسّاب في نسبة تلک الأجزاء الباقية: فنسبه محمد بن موسى الخوارزمی رحمه الله الى ضعف الجذر الخارج من الصحاح، و نسبه أكثر الحساب الى ضعف الجذر الخارج مزيداً عليه واحد. وهذا القول أقرب إلى الصواب. ... والدليل على صحة قول الحساب بنسبة الأجزاء الباقية من جذر العدد الأصم الى ضعف الجذر الخارج من

الصحاح مزیداً علیه واحد، و بطلان قول محمد بن موسی الخوارزمی بنسبة الأجزاء الی صف الجذر فحسب: انا اذا أخرجنا جذر الأثنین بالتقریب، خرج واحد، وبقی من أجزائه واحد، فإذا نسبناه الی ضعف الواحد، علی قول ابن موسی، کان الجذر واحداً و نصفاً، و اذا نسبناه الی ضف الجذر الخارج، مزیداً علیه واحد، علی قول الأکثرین، صار الجذر واحداً و ثلثاً. والواحد والنصف إذا ضرب فی مثله فالمبلغ اثنان والربع، والواحد والثلث اذا ضرب فی مثلثه فالمبلغ واحد و سبعة اتساع. و الذی بینه و بین الأثنین تسعان ناقصان عن تمام الأثنین، وذلک أقرب إلی الاثنین من الربع الزائد علی الأثنین. و مما یفسد قول ابن موسی أنا لو طلبنا جذر الثلاثة بالتقریب ...

«حساب تبریز»، فصل چهارم از باب دوم از قسم اول از مقالت دوم: در معرفت جذر و کیفیت استخراج آن (۳۵ آ):

و چون عمل تمام شود اگر از عدد مفروض هنوز بعضی مانده باشد، عدد[۱] اصم الجذر باشد و آن مقدار اجزاء باشد. پس آن اجزاء نسبت باید کرد. و در این موضع دو وجه است. محمد بن موسی الخوارزمی و گروهی بر آن‌اند که آن اجزاء بدین عدد تحتانی که در عمل مضاعف گشته است نسبت باید کرد و گروهی دیگر بر آن‌اند که واحد را بر آن باید افزودن، پس این اجزاء را بدو نسبت باید کرد. و این قول درست‌تر و به صواب نزدیک‌تر است. و دلیل بر صحت این قول و بطلان سخن محمد بن موسی الخوارزمی و آن جماعت که با او متفق‌اند این است که چون عدد دو را جذر بیرون آورند به تقریب یکی صحیح بیرون آید و یک جزو. پس اگر آن جزو را به حسب قول محمد بن موسی به ضعف عدد صحیح یعنی دو نسبت کنند جذر عدد دو، یک و نیم باشد. اگر آن جزو را به ضعف عدد جذر مادام که واحد بر او افزوده باشد، یعنی سه، نسبت کنند جذر عدد دو، یک و دو دانگ باشد و یک و نیم را چون مربع گرداند یعنی در مثل خود ضرب کنند مبلغ آن دو و دانگی و نیم باشد و یک و دو دانگ را چون مربع گردانند یک و هفت تسع حاصل شود و یک و هفت تسع به عدد دو نزدیک‌تر است از دو و دانگی و نیم، زیرا که تفاوت در هفت تسع کمتر است از تفاوت ربع. پس بدین دلیل قول محمد بن موسی و جماعتی که با او متفق‌اند در این معنی فاسد بود و قول دیگر به صواب نزدیک‌تر.

---

۱. عدد: در اصل «از عدد»

خوارزمی برای تقریب اصطلاحی ریشهٔ دوم، مخرج اصطلاحی را $۲b$ در نظر گرفته است (فولکرتس،[1] ص۹۶-۹۸، ۱۴۷). یعنی:

$$\sqrt{a} = \sqrt{b^n + r} \approx b + \frac{r}{۲b}; \qquad a, b, r \in \mathbb{N},\ \ ۰ < r < ۲b + ۱$$

این همان تقریبی است که در آثار هندی دیده می‌شود و احمد بن ابراهیم اقلیدسی نیز در ضمن محاسبهٔ ریشهٔ دوم اعداد صحیح همین تقریب را به‌کار برده است (اقلیدسی، ص۱۱۴).

عبدالقاهر بغدادی یادآور می‌شود که بیشتر شمارگران، برخلاف خوارزمی به جای $\frac{r}{۲b}$ نسبت $\frac{r}{۲b+۱}$ را به‌کار برده‌اند که تقریبی بهتر است. وی برای نشان دادن خطای بیشتر تقریب خوارزمی مثال‌های $\sqrt{۲}$ (یعنی $b = ۱$ و $r = ۱$) و $\sqrt{۳}$ (یعنی $b = ۱$ و $r = ۲$) را می‌آورد و خطای این دو تقریب را با یکدیگر مقایسه می‌کند. در روش خوارزمی خواهیم داشت:

$$\sqrt{۲} = \sqrt{۱^۲ + ۱} \approx ۱ + \frac{۱}{۲\times۱} = ۱\frac{۱}{۲}$$

$$\sqrt{۳} = \sqrt{۱^۲ + ۲} \approx ۱ + \frac{۲}{۲\times۱} = ۲$$

در حالی که با تقریبی که شمارگران دیگر به کار می‌برند خواهیم داشت:

$$\sqrt{۲} = \sqrt{۱^۲ + ۱} \approx ۱ + \frac{۱}{(۲\times۱) + ۱} = \frac{۴}{۳}$$

$$\sqrt{۳} = \sqrt{۱^۲ + ۲} \approx ۱ + \frac{۲}{(۲\times۱) + ۱} = \frac{۵}{۳}$$

---

1. Folkerts

همچنان که دیده می‌شود نویسندهٔ ناشناس «حساب تبریز»، از مثال دوم فقط جمله‌ای را که به نادرستی سخن محمد بن موسی اشاره دارد ترجمه و به پایان مثال نخست افزوده است.

کوشیار گیلانی در فصل هشتم از مقالهٔ نخست اصول حساب الهند (ص۸۱) و باب هشتم از عیون الأصول فی الحساب (باب۸، برگ ۳۳پ)، برای جذر تقریبی، همان تقریب دقیق‌تر را که عبدالقاهر بغدادی به «بیشتر شمارگران» نسبت می‌دهد به کار برده است و نسوی (ص۲۰-۲۱) و طبری در مفتاح المعاملات (ص۶۰) نیز از وی پیروی کرده‌اند.

این دو اثر کوشیار گیلانی، تا جایی که می‌دانیم کهن‌ترین متونی هستند که در آنها برای «تقریب اصطلاحی» کعب رابطه‌ای آمده است. این تقریب را می‌توان چنین بیان کرد:[1]

$$\sqrt[3]{a} = \sqrt{b^{3} + r} = b + \frac{r}{3b^{2} + 1}; \quad a, b, r \in \mathbb{N},\ 0 < r < 3b^{2} + 3b + 1$$

نسوی در المقنع (ص۲۲-۲۴) و طبری در شمارنامه (ص۳۶-۴۰) این بار نیز، از کوشیار پیروی کرده‌اند. جالب آنکه نسوی، در مورد مخرج اصطلاحی جذر توضیح می‌دهد که $2b + 1$ تفاوت میان مربع جزء صحیح ریشه و مربع عدد پس از آن است و اگر مربع عددی معلوم باشد و بر این مربع معلوم، دو برابر جذر آن و یک را اضافه کنیم، مربع عدد بعدی آن حاصل می‌شود. پس کسر اصطلاحی را می‌توان به این صورت نیز نشان داد:

$$\frac{r}{(b + 1)^{2} - b^{2}}$$

۱. کوشیار گیلانی، اصول حساب الهند، ص۹۷-۹۹ (مثال عددی: $\sqrt[3]{298610}$)، عیون الأصول فی الحساب، باب ۱۰، برگ ۳۵ر (مثال عددی: $\sqrt[3]{7654321}$)

در واقع نسوی در اینجا به‌روشنی به یک درون‌یابی خطی ساده اشاره دارد که در آن فرض بر این است که تابع $y = \sqrt{x}$ در بازهٔ $b^۲ < x < \left(b + ۱\right)^۲$ با تقریبی قابل قبول خطی است. و چون در این بازه به ازای $\Delta x = \left(b + ۱\right)^۲ - b^۲ = ۲b + ۱$، y به اندازهٔ یک واحد تغییر می‌کند، مقدار تغییر y به ازای r واحد برابر با کسر بالا خواهد بود. با توجه به این سخن، انتظار می‌رفت که او کسر اصطلاحی ریشهٔ سوم را با ایجاد توان سوم در مخرج کسر بالا در نظر بگیرد و کعب اصطلاحی را چنین به دست آورد:

$$\sqrt[۳]{a} = \sqrt[۳]{b^۳ + r} \approx b + \frac{r}{\left(b + ۱\right)^۳ - b^۳} = b + \frac{r}{۳b^۲ + ۳b + ۱}$$

اما همچنان که دیده شد، او نیز به پیروی از کوشیار مخرج اصطلاحی را $۳b^۲ + ۱$ گرفته (نیز نک : راشد، ص۲۱۴-۲۱۵) و در نتیجه در محاسبهٔ $\sqrt[۳]{۳۶۵۲۲۹۶}$، کسر اصطلاحی را به جای $\frac{۳۲}{۷۱۶۱۱}$ برابر با $\frac{۳۲}{۷۱۱۴۹}$ گرفته است:

$$\sqrt[۳]{۳۶۵۲۲۹۶} = \sqrt{۱۵۴^۲ + ۳۲} \approx \frac{۳۲}{\left(۳\times ۱۵۴^۲\right) + ۱} = ۱۵۴\frac{۳۲}{۷۱۱۴۹}$$

خطای بیشتر تقریب اصطلاحی کوشیار، به ویژه برای $۳b^۲ < r < ۳b^۲ + ۳b + ۱$ آشکار است.

عبدالقاهر بغدادی کمابیش همزمان با نسوی همان بحث درونیابی خطی را پیش می‌کشد اما برخلاف او آن را به ریشهٔ سوم نیز بسط می‌دهد. وی در این باره چنین آورده است:

> قانون در این باره آن است که باقی‌ماندهٔ عمل یافتن کعب را به تفاوت میان دو کعب گویای پیاپی که کعب گنگ میان آن دو واقع است نسبت دهیم. تفاوت میان توان سوم دو عدد صحیح پیاپی برابر است با حاصل ضرب عدد

> کوچک‌تر در دیگری ضرب در ۳ و به اضافهٔ یک. همچنان که در مورد ریشهٔ دوم نیز باقی‌مانده را به تفاوت میان دو عدد صحیح متوالی که جذر گنگ میان آنها قرار دارد نسبت می‌دهیم. جز آنکه تفاوت میان دو مربع متوالی برابر با ... و میان دو مکعب متوالی برابر با ... است (بغدادی، ص۹۰).

در واقع عبدالقاهر بغدادی مخرج اصطلاحی را به درستی $\left(b+۱\right)^{۳}-b^{۳}$ می‌گیرد:

$$\sqrt[۳]{a}=\sqrt[۳]{b^{۳}+r}\approx b+\frac{r}{\left(b+۱\right)^{۳}-b^{۳}}=b+\frac{r}{۳b\left(b+۱\right)+۱}$$

$$a,b,r\in\mathbb{N},\ ۰<r<۳b^{۲}+۳b+۱$$

بر اساس این سخنان می‌توان گفت که وی گرچه از محاسبهٔ کعب فراتر نرفته، اما گویا زودتر از سموأل بن یحیی مغربی به رابطهٔ کلی زیر برای ریشهٔ nام اصطلاحی رسیده بوده است:

$$\sqrt[n]{a}=\sqrt[n]{b^{n}+r}\approx b+\frac{r}{\left(b+۱\right)^{n}-b^{n}}$$

$$a,b,r\in\mathbb{N},\ ۰<r<\left(b+۱\right)^{n}-b^{n}$$

علی بن یوسف بن علی منشی که گویا در نگارش لب الحساب (ص۲۴) به التکملة عبدالقاهر بغدادی نیز نظر داشته از همین مخرج اصطلاحی برای کعب تقریبی استفاده کرده است.

در فصل ششم از باب اول از قسم دوم از مقالت دوم«حساب تبریز» (گ ۴۱ب-۴۲آ)، ضابطهٔ عبدالقاهر چنین ترجمه شده است:

> و ضابطهٔ اصلی در این فصل آن است که اجزاء مابقی را از هر عددی اصم الکعب باضافت مبلغ تفاضل دو مکعب منطق برند که آن عدد اصم الکعب که مطلوب الکعب بود در میان ایشان افتاده باشد و هر دو مکعب متوالی منطقه را تفاضل به قدر مسطح کعب اصغر بود و عددی از او بیکی زاید چون این

> مبلغ را در سه ضرب کنند و بر آن جمله یکی بیفزایند. پس اجزاء مابقی را به این جمله به شرط مذکور نسبت کرد.

عبدالقاهر بغدادی برای گرفتن جذر از هر عدد صحیح، چه مربع کامل باشد و چه نباشد، روشی را باعنوان «گرفتن جذر یک عدد با ضرب آن در عددی دیگر» مطرح می‌کند که بر اساس آن برای یافتن جذر یک عدد می‌توان آن را در توان‌های زوج اعداد مختلف ضرب کرد و سپس از حاصلْ جذر گرفت و سرانجام با تقسیم حاصل جذرگیری بر عددی که از ضرب همان اعداد، البته با توان نصف آنچه در صورت ضرب شد، به دست می‌آید، به مقداری دقیق‌تر برای جذر رسید:

$$\sqrt{a}=\frac{\sqrt{a\times\prod_{i=1}^{m}a_i^{2k_i}}}{\prod_{i=1}^{m}a_i^{k_i}}=\frac{\sqrt{a\times a_1^{2k_1}\times a_2^{2k_2}\times a_3^{2k_3}\ldots\times a_m^{2k_m}}}{a_1^{k_1}\times a_2^{k_2}\times a_3^{k_3}\ldots\times a_m^{k_m}}$$

$$a_1,\ldots,a_m,k_1,\ldots,k_m\in\mathbb{N}$$

این رابطه اگرچه به نظر بسیار کلی‌تر از رابطهٔ پیشین به نظر می‌رسد اما بر آن مزیدی نیست زیرا با فرض $c=\prod_{i=1}^{m}a_i^{k_i}$ این رابطهٔ به ظاهر پیچیده به همان رابطهٔ سادهٔ قبلی تبدیل می‌شود.

عبدالقاهر به عنوان مثال جذر ۴ و جذر ۲ را با ضرب در $۳^{۲}$ و تقسیم حاصل جذر بر ۳ می‌یابد:

$$\sqrt{۴}=\frac{\sqrt{۴\times ۳^{۴}}}{۳^{۲}}=\frac{\sqrt{۳۲۴}}{۳^{۲}}=\frac{۱۸}{۹}=۲$$

$$\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۲\times ۳^{۴}}}{۳^{۲}}=\frac{\sqrt{۱۶۲}}{۳^{۲}}\approx\frac{۱۲}{۹}=۱\frac{۱}{۳}$$

البته این روش برای جذر مربع‌های کامل مانند ۴، نه تنها سودی ندارد، بلکه کار را بی‌جهت دشوارتر نیز می‌کند. هر چند که او هنگام بحث دربارهٔ گرفتن جذر با صفرها که حالت خاص رابطهٔ بالا است، تأکید می‌کند که این روش برای یافتن جذر اعداد مربع کامل سودی ندارد.

در «حساب تبریز» نیز همین روش شرح داده شده اما شگفت آنکه نویسنده، فقط مثال نخست عبدالقاهر (جذر ۴) را که در آن عدد اولیه خود مربع کامل است ترجمه کرده و نیازی به ذکر مثال دوم ندیده است در حالی که گفته شد، در مورد نخست استفاده از این روش کاری بیهوده است.

حساب تبریز، فصل چهارم از باب دوم از قسم اول از مقالت دوم (۳۷ آ–۳۷ ب):

> و دوم وجه چنان باشد که مجذور را در عددی دیگر ضرب کنند تا کمیت جذر معلوم گردد و کیفیت این عمل چنان باشد که چون خواهند که جذر عددی مفروض را معلوم کنند آن عدد را در هر عددی دیگر که خواهند به کرات زوج ضرب کنند و آنچه حاصل شود آن را به طریق مستقیم جذر بیرون آورند که اگر بعضی از آن بازماند بدانند که آن عدد اصم الجذر است و گر هیچ نماند عدد منطق الجذر باشد. پس واحد را نصف کرات تضعیف آن عدد مفروض مضاعف گردانند و آنچه از آن حاصل شود آن را مقسوم علیه سازند و جذر اول را بر او قسمت کنند که آنچه از قسمت بیرون آید جذر عدد مفروض باشد. مثلا چون خواهند جذر چهار معلوم کنند او را در سه تقدیرا چهار کرت ضرب کنند که سیصد و بیست و چهار حاصل شود. این مبلغ را به طریق مستقیم جذر بیرون آورند که هجده (در متن به اشتباه: سیزده) بود بی‌هیچ کرت (؟) پس محقق دانند که آن عدد مفروض یعنی چهار منطق الجذر است پس واحد را هم در سه به عدد نصف کرات تضعیف عدد مفروض یعنی دو کرت ضرب کنند تا حاصل نه شود. پس او را مقسوم علیه سازند و جذر اول بر او قسمت کنند که دو بیرون آید و آن جذر عدد مفروض بود یعنی چهار و مطلوب این است.

ب) منازل السبع بوزجانی

از دیگر منابع اصلی «حساب تبریز» کتاب ما یحتاج الیه الکتاب و العمال و غیرهم من علم (یا صناعة) الحساب ابوالوفای بوزجانی است که خود مؤلف، از آن با عنوان

«کتاب منازل» یاد کرده است و به نظر می‌رسد که مقالهٔ سوم عمدتاً بر اساس مطالب «منزل» سوم کتاب بوزجانی تنظیم شده باشد.

ابوالوفاء در این کتاب دستوری برای پیدا کردن ارتفاع هر نوع مثلث به دست می‌دهد و تأکید می‌کند که خود او کاشف این رابطه است. سپس قضیهٔ هرون اسکندرانی را دربارهٔ محاسبهٔ مساحت مثلث فقط با داشتن اضلاع، دقیقاً به همان صورت امروزی نقل می‌کند: «برای یافتن مساحت مثلث همهٔ اضلاع را با هم جمع می‌کنیم. و نصف آن را در فضل آن بر تک تک اضلاع ضرب می‌کنیم. اگر جذر این مقدار را بگیریم حاصل همان مساحت مثلث خواهد بود». یعنی:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}; \qquad p = \frac{a+b+c}{۲}$$

و سرانجام صورت دیگری از این قضیه را که معادل همان دستور و البته بسیار پیچیده‌تر است می‌آورد و تأکید می‌کند که کاشف این رابطه خود اوست. بوزجانی همین رابطه را با همین عبارات در نامه‌ای که در پاسخ به ابوعلی حبوبی نوشته تکرار و البته این بار درستی آن را ثابت نیز کرده است (در این باره نک : کرامتی، «بوزجانی»، ص۷۳۵-۷۳۶).

این رابطه را که معادل همان رابطهٔ مشهور هرون است با علائم ریاضی بدین صورت بیان می‌شود (a، b، c، اضلاع مثلث و $b \leq c$):

$$S = \sqrt{\left[\left(\frac{c+b}{۲}\right)^{۲} - \left(\frac{a}{۲}\right)^{۲}\right]\left[\left(\frac{a}{۲}\right)^{۲} - \left(\frac{c+b}{۲} - \frac{b}{۲}\right)^{۲}\right]}$$

نویسندهٔ «حساب تبریز» از این رابطه با عنوان «طریقهٔ شامله» یاد کرده وی فصلی را به اثبات همین رابطه اختصاص داده است. او دربارهٔ آن چنین گفته است:

> در دانستن مساحت جمیع مثلثات طریقی دیگر هست که آن را طریقهٔ شامله خوانند یعنی همگی انواع مثلث را شامل است و آن طریقه این است که نصف مجموع اضلاع سه گانهٔ هر مثلثی مفروض را در تفاضل ضلع‌های سه‌گانه برو ضرب کنند که چند آنچه از آن ضرب‌ها حاصل آید تکسیر مساحت آن مثلث باشد.

دستگاه شمار دهگانی در «حساب تبریز»

دستگاه شمار دهگانی با رعایت ارزش مکانی، یکی مهم‌ترین ابداعات هندی‌ها به شمار می‌آید. گرچه کهن‌ترین سندی که این ارقام در آن به کار رفته تاریخ مربوط به ۵۹۵ میلادی است اما تاریخ‌نگاران ریاضیات حدس می‌زنند که سابقهٔ به کارگیری این دستگاه شمار، به سدهٔ نخست پیش از میلاد بازگردد. مسلمانان دست کم از ۱۵۴ یا ۱۵۶ق/۷۷۱یا ۷۷۳م که اخترشناسی از ناحیهٔ سند به دستگاه خلافت منصور عباسی راه یافت، با شمار هندی نیز آشنا شدند. زیرا این اخترشناس در دیدارهایی که با فَزاری و یعقوب بن طارِق، دو اخترشناس مشهور آن روزگار داشت مطالب بسیاری دربارهٔ نجوم هندی برای آنان بازگو کرد و آنان بر اساس سخنان وی آثاری را به زبان عربی فراهم آوردند[1] و از آنجا که هندی‌ها بر خلاف یونانیان حتی در آثار نجومی نیز دستگاه شمار شصتگانی را به ندرت به کار می‌بردند، می‌توان گفت که شمار هندی از این پس دست کم در میان اخترشناسان دورهٔ اسلامی رواج یافته است. اما به نظر می‌رسد که آشنایی ایرانیان با شمار هندی سابقه‌ای بیش از این داشته باشد. سِوِروس سِبُخت، دانشمند نامدار سریانی اهل رُها (یا ادسا در شمال میان‌رودان) در سال ۹۷۳ یونانی (۶۶۲ م/۴۲ق) هنگامی که می‌خواهد دربارهٔ جهانی بودن علم سخن گوید و از خودبینی و خودستایی یونانیان «که می‌پندارند به نهایت علم رسیده‌اند» انتقاد کند، افزون بر ستودن «کشف‌های بسیار ظریف هندی‌ها در علم نجوم که از کشف‌های یونانی و بابلی هوشمندانه‌تر است» از «شمار هندی که در ستایش آن سخنان بسیار می‌توان گفت»، یاد می‌کند که «که تنها با ۹ نشانه انجام می‌شود» به نظر وی اگر یونانیان با شمار هندی آشنا می‌شدند، آنگاه درمی‌یافتند ـ هر چند دیر ـ که کسان دیگری نیز که به زبانی جز یونانی سخن می‌گویند، چیزهایی ارزشمند می‌دانند (نو،[2] ص۲۲۵-۲۲۷). این سخن سوروس سبخت نشان از آن دارد که در آن روزگار دست کم شماری از فرهیختگان رُها و نواحی مجاور آن از میان‌رودان، با شمار هندی آشنا بوده‌اند. از آنجا که در آن روزگار هنوز ایران به تمامی به دست اعراب نیفتاده بود، می‌توان گفت که انتقال شمار هندی از هند به این نواحی بسیار زودتر از این و دست کم در اواخر دورهٔ ساسانی و به واسطهٔ ایرانیان رخ داده است.

---

۱. دربارهٔ چند و چون این دیدار و منابع کهن مربوط به آن، نک : کرامتی، یونس. (۱۳۸۷ش) «ترجمه، بخش دوم». دائرة المعارف بزرگ اسلامی. ج ۱۵. تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی.

2. Nau

نکتهٔ جالب آنکه سوروس سبخت شمار هندی را با عبارت «آن حسابی که با ۹ رقم انجام می‌شود» وصف می‌کند. تقریباً همهٔ شمارگران دورهٔ اسلامی نیز از خوارزمی و اقلیدسی گرفته تا کاشانی و سرانجام محمد باقر یزدی، در این باره همداستان هستند که در شمار هندی، همهٔ اعداد را می‌توان تنها با «۹ حرف» (الحروف التسعة، الاحرف التسعة یا «۹ حرف» و نیز الصور التسع) نوشت. از نظر این شمارگران، «صفر» تنها یک نشانه است که مراتب خالی یک عدد را نشان می‌دهد تا بتوان مثلاً ۱۰ را از ۱۰۰ یا ۹۰۱ را از ۹۱ و ۹۰۰۱ بازشناخت[۱]. به همین جهت بسیاری از آنان تأکید کرده‌اند که نشانهٔ صفر را باید به صورت دایره‌ای توخالی (نماد مرتبهٔ خالی) یا به قول محمد بن ایوب طبری به صورت حرف هاء در عربی (یعنی: ه) رسم کرد. به شمار نیامدن «صفر» به عنوان رقم شاید ناشی از آن بوده است که دستگاه ده‌دهی هندی، در آغاز نشان‌های برای نشان دادن مراتب خالی نداشته است و چون این امر شمارگر را به اشتباه می‌انداخته، بعدها این نشانه را وضع کرده‌اند. در هر صورت در متون دورهٔ اسلامی برای ارقام ۱ تا ۹ اصطلاحاتی چون «حرف» یا «صورت» اما برای «صفر» اصطلاحی متفاوت مثلا «رقم» به کار می‌رفته است. به طور مثال اقلیدسی (ص۵۲-۵۳) در این باره آورده است:

> بدان که ممکن است برخی از مراتب یک عدد خالی باشد و هیچ یک از حرف‌های نه‌گانه در آن نیامده باشد. هر گاه چنین باشد در آن مرتبهٔ خالی دایره‌ای می‌گذارند و این همان است که شمارگران آن را «صفر» می‌نامند.

محمد بن ایوب طبری نیز در آغاز شمارنامه (ص۴-۵) در این باره چنین آورده است:

> بدان که اصل شمار هند بر نُه حرف نهاده‌اند ... و چون این دانسته شد بدانیم که بعد از این نُه «حرف»، «رقمی» دیگرست که آن را صفر خوانند و آن بر صورت هاء عربی است بر این مثال ه و این صفر علامت هیچ عدد نباشد ولیکن قوام مراتب بدو بود

۱. برای نمونه نک : کوشیار گیلانی، اصول حساب الهند، فصل نخست از مقالهٔ نخست «فی معرفة صور الحروف التسعة»، نیز همو، عیون الاصول فی الحساب، باب نخست؛ نسوی، المقنع، باب نخست؛ عبدالقاهر بغدادی، التکملة فی الحساب، ص۳۳.

ابوریحان بیرونی نیز در بخش شمار از کتاب التفهیم دربارهٔ نشانهٔ مرتبه‌های خالی، که امروزه به آن «رَقَم صِفْر» می‌گوییم، آورده است: «و چون مرتبه‌ای خالی باشد از عددی، به جای او نشَانی کنند از بهر نگاه داشتنْ اورا، که تُهی است. ولی ما او را دایره‌ای خرد کنیم و او را صفر نام کنیم، یعنی تهی. و هندوان او را نقطه کنند».

غیاث الدین جمشید کاشانی نیز در این باره آورده است که «حکمای هند این ۹ رقم (یعنی ۹ شکل) را برای ۹ عِقْد معروف (یعنی اعداد یک رقمی) وضع کرده‌اند و هر مرتبه‌ای که در آن عدد نباشد باید که در آن صفری به شکل دایره‌ای کوچک قرار دهیم تا مرتبهٔ ارقام بعدی اشتباه نشود» (ص۴۸-۴۹).

از این جا می‌توان دریافت که ریاضی‌دانان ایرانی و مسلمان از دیرباز صفر را به صورت دایره می‌نوشته‌اند و نوشتن نقطه به جای صفر، که امروزه رواج دارد، کاری نادرست است. زیرا توخالی بودن «نشانهٔ صفر» (نمی‌گوییم «رقم صفر» زیرا در گذشته این نشانه را جزء ارقام نمی‌دانسته‌اند) خود رسانندهٔ مفهوم خالیِ بودن این مرتبه بوده است.

اما نویسندهٔ حساب تبریز برخلاف همهٔ منابعی که بدان‌ها اشاره شد، صفر را نیز همچون ارقام دیگر به شمار آورده و به همین سبب از ارقام ده‌گانه سخن گفته است:

> اهل هند این سه قسم را در «ده رقم» مضبوط کرده‌اند چنان که جریان علم حساب پیش ایشان بر این ده رقم است و آن رقوم این است ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ و این رقم‌ها را به ازاء آحاد نهاده‌اند بر نظم طبیعی از یک تا نه و رقمی دیگر وضع کرده‌اند بدین صورت ه و این را صفر می‌خوانند.

منابع

اقلیدسی، احمد بن ابراهیم. (۱۹۷۳م). الفصول فی الحساب الهندی. تحقیق احمد سلیم سعیدان، عَمان.

بغدادی، عبدالقاهر. (۱۴۰۶ق/۱۹۸۵م). التکملة فی الحساب. تحقیق احمد سلیم سعیدان، کویت: منشورات معهد المخطوطات العربیة.

بوزجانی، ابوالوفا. فی ما یحتاج إلیه الکتاب... چاپ شده در سعیدان، احمد سلیم (۱۹۷۱م). تاریخ علم الحساب العربی. عمان.

بیرونی، ابوریحان. (۱۳۵۱ش). التفهیم. به تصحیح جلال‌الدین همایی، تهران: انجمن آثار ملی.

طبری، محمد بن ایوب. (۱۳۴۴ش). شمارنامه. با مقدمه و تعلیقات تقی بینش. تهران: بنیاد فرهنگ ایران.

ـــــــــ. (۱۳۴۹ش). مفتاح المعاملات. تصحیح محمدامین ریاحی. تهران: بنیاد فرهنگ ایران.

علی بن یوسف بن علی منشی. (۱۳۶۸ش). لب الحساب. چاپ نسخه برگردان دست‌نویس ۵۲۱۳ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران. به کوشش جمال الدین شیرازیان. تهران.

کاشانی، غیاث‌الدین. (۱۳۹۷ق/۱۹۷۷م). مفتاح الحساب. تصحیح نادر نابلسی، دمشق: مطبعة جامعة.

کرامتی، یونس. (۱۳۸۳ش). بوزجانی. دائرةالمعارف بزرگ اسلامی. ج۱۲. تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی.

کوشیار گیلانی. (۱۳۶۶ش). اصول حساب الهند (به همراه ترجمهٔ فارسی). ترجمه و پیش‌گفتار از محمد باقری، تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.

ـــــــــ. عیون الأصول فی الحساب (رسالهٔ چهارم از جنگ شمارهٔ ۲۰۹۲ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران). چاپ تصویری در: قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۵۰ش). ریاضی‌دانان ایرانی. تهران: مدرسهٔ عالی دختران ایران.

نسوی، علی بن احمد. المقنع فی الحساب الهندی (مجموعهٔ ۱۰۲۱ کتابخانهٔ لیدن، از برگ ۶۸پ تا برگ ۷۹پ). چاپ تصویری در قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۷۰ش). نسوی نامه. تهران: مؤسسهٔ مطالعات و تحقیقات فرهنگی.

Folkerts, M. (1997). *Die älteste lateinische Schrift über das indische Rechnen nach al-Hwārizmī* (Edition, Übersetzung und Kommentar). München.

Nau, F. (1910). “La plus ancienne mention orientale des chiffres indiens.” *Journal Asiatique*. Dixiéme Série, Vol 16.

Rashed, R. (1978), “Extraction de la Racine n^{ième} et l’Invention des Fractions Décimales (XI^{e}-XII^{e} Siècles).” *Archive for the History of Exact Sciences*. XVIII(3).

پیوست یک. فهرست ابواب و مقاله‌ها

	ص	**عنوان بخش (م=مقاله، ق=قسم، ب=باب، ن=نوع، ف=فصل)**
افتادگی		م۱. [**مقالت اول** در فن ارثماطیقی در دو «قسم»]
افتادگی		م۱ق۱. [**قسم اول** در سه باب]
افتادگی		م۱ق۱ب۱. [**باب اول** در شش فصل]
افتادگی		م۱ق۱ب۱ف۱. []
افتادگی		م۱ق۱ب۱ف۲. [گویا در خواص اعداد مطلقه]
	۱	م۱ق۱ب۱ف۳. هم در خواص اعداد مطلقه بر رأی اوقلیدس
	۳	م۱ق۱ب۱ف۴. در خواص اعداد متوالیه بحسب مراتب آحاد
	۵	م۱ق۱ب۱ف۵. در معرفت تقسیم اعداد زوج و کیفیت تولید و خواص آن
	۷	م۱ق۱ب۱ف۶. در معرفت تقسیم و تولید اعداد فرد و خواص آن
	۱۰	م۱ق۱ب۲. **باب دوم** در معرفت تقسیم عدد باعتبار هندسه و تولید و خواص آن و این باب متضمن شش فصل است
	۱۰	م۱ق۱ب۲ف۱. در تقسیم عدد به اعتبار هندسه
	۱۰	م۱ق۱ب۲ف۲. در معرفت اعداد مثلثه و کیفیت تولید و تقسیم و خواص آن
	۱۱	م۱ق۱ب۲ف۳. در معرفت اعداد مربعه و تقسیم و تولید آن «یا حقیقتی (هوهوی) باشد یا عیرتی (غیرتی!!) یا مباین الطول
	۱۳	م۱ق۱ب۲ف۴. (در متن به اشتباه: **فصل دوم**) در معرفت اعداد مخمسه و تولید و خواص آن
	۱۴	م۱ق۱ب۲ف۵. در تعریف و تولید دیگر اشکال مسطحه چون مسدس و مسبع و مثمن و مانند این‌ها
	۱۶	م۱ق۱ب۲ف۶. در تعریف و تقسیم اعداد مجسه و کیفیت تولید و خواص آن
	۲۰	م۱ق۱ب۳. **باب سوم** در تقسیم عدد از روی کمیت و

خواص آن و تولید بعضی از بعضی و این باب متضمن سه فصل است		
م۱ق۱ب۳ف۱. در تقسیم عدد از روی کمیت	۲۰	
م۱ق۱ب۳ف۲. در معرفت تولید اعداد سه‌گانه یعنی زاید و ناقص و تام	۲۰	
م۱ق۱ب۳ف۳. در خواص اعداد سه‌گانه	۲۱	
م۱ق۱ب۴. **باب چهارم** در معرفت عدد از روی اضافت و تولید و خواص آن و این باب متضمن سه فصل است.	۲۱	
م۱ق۱ب۴ف۱. در تقسیم عدد از روی اضافة(متعادل /متحاب/(متشابه)	۲۱	
م۱ق۱ب۴ف۲. در معرفت تولید اعداد متعادله	۲۲	
م۱ق۱ب۴ف۳. در معرفت تولید اعداد متحابه	۲۲	
م۱ق۲. **قسم دوم** از مقالهٔ اولی در تعریف و تبیین نسبت و مناسبه و آن موشح است بر دو باب	۲۳	
م۱ق۲ب۱. **باب اول** در تعریف نسبت و تقسیم و خواص آن و این باب متضمن چهار فصل است	۲۴	
م۱ق۲ب۱ف۱. در تعریف نسبت و تقسیم آن	۲۴	
م۱ق۲ب۱ف۲. در تعریف نسبتها دهگانه مخالفت و کیفیت تولید و خواص آنها	۲۴	
م۱ق۲ب۱ف۳. در تعریف چگونگی تولید بعضی از نسبتها دهگانه از بعضی دیگر	۲۸	
م۱ق۲ب۱ف۴. در تعریف نسبت مساوات و کیفیت ترکیب و تألیف دیگر نسبت‌ها از آن و خواص آن	۳۰	
م۱ق۲ب۲. **باب دوم** در تعریف و تقریر مناسبات و تقسیم آن و کیفیت تولید بعضی از بعضی و خواص آنها و این باب متضمن پنج فصل است	۳۳	
م۱ق۲ب۲ف۱. در تعریف و تقریر مناسبات و تقسیم آن	۳۳	
م۱ق۲ب۲ف۲. در تعریف و تبیین سه نوع اول و کیفیت تولید و خواص آن اول: مناسبت عددی، دوم: مناسبت (در اصل: متناسب) هندی، سوم: مناسبت تألیفی	۳۴	
م۱ق۲ب۲ف۳. د ر تعریف و تبیین سه نوع اول و	۳۷	

کیفیت تولید و خواص آن		
م۱ق۲ب۲ف۴. در تعریف و تقریر چهار نوع دیگر که مستحدث بعضی از قدماست	۳۸	
م۱ق۲ب۲ف۵. در بیان آنکه از این مناسبات دەگانه حدود کدام یک با کدام دیگر ممکن الاجتماع‌اند	۳۸	
م۲. **مقالت دوم** در تمهید قواعد و تقریر ضوابط علم حساب و کیفیت عمل به لواحق و توابع و مضافات آن و این مقالت موشح است بر چهار قسم	۳۹	
م۲ق۱. **قسم اول** در تمهید قواعد علم حساب و کیفیت عمل آن در اعداد صحاح و این قسم مشتمل است بر دو باب	۳۹	
م۲ق۱ب۱. **باب اول** در تمهید قواعد و تقریر ضوابط علم حساب و کیفیت تقسیم آن و این باب متضمن هفت فصل است	۳۹	
م۲ق۱ب۱ف۱. در معرفت علم حساب و ماهیت آن و کیفیت تقسیم آن	۳۹	
م۲ق۱ب۱ف۲. در بیان مقدماتی که فراخور این فن بود	۴۰	
م۲ق۱ب۱ف۳. در معرفت عمل تضعیف و کیفیت تدبیر آن	۴۲	
م۲ق۱ب۱ف۴. در معرفت عمل جمع و کیفیت تدبیر آن	۴۳	
م۲ق۱ب۱ف۵. در معرفت عمل ضرب و کیفیت تدبیر آن [در چهار وجه]	۴۵	
م۲ق۱ب۱ف۵-۱.نخستین وجه را طریق مستقیم گویند	۴۹	
م۲ق۱ب۱ف۵-۲.دوم وجه را ضرب بالجدول خوانند	۵۳	
م۲ق۱ب۱ف۵-۳.سوم وجه را ضرب بالاصفار خوانند	۵۵	
م۲ق۱ب۱ف۵-۴.چهارم وجه را ضرب بالطول و التوشیح خوانند	۵۷	
م۲ق۱ب۱ف۶. در معرفت میزان عملها گذشته از تضعیف و جمع و ضرب و کیفیت تدبیر اخذ آن (در متن: «عملها گذشته از» تکرار شده است)	۵۹	
م۲ق۱ب۱ف۷. در معرفت عمل تجذیر و تکعیب و تمویل و کیفیت تدبیر آنها	۶۲	

م۲ق۲ب۲. **باب دوم** در معرفت کیفیت عمل در کسور و اجزاء و این باب متضمن شش فصل است.	۹۰	
م۲ق۲ب۲ف۱. در معرفت تضعیف کسور و کیفیت عمل آن	۹۰	
م۲ق۲ب۲ف۲. در معرفت تنصیف کسور کیفیت تدبیر آن	۹۱	
م۲ق۲ب۲ف۳. در معرفت عمل جمع در کسور و کیفیت تدبیر آن	۹۴	
م۲ق۲ب۲ف۴. در معرفت عمل تفریق در کسور و کیفیت تدبیر آن	۹۵	
م۲ق۲ب۲ف۵. در معرفت عمل ضرب (در متن: ضرب عمل) در کسور و کیفیت تدبیر آن	۹۶	
م۲ق۲ب۲ف۶. در معرفت عمل قسمت در کسور و کیفیت تدبیر آن	۱۰۰	
م۲ق۲ب۲ف۶-۱.نوع اول در بیان قسمت کسور بر کسور	۱۰۰	
م۲ق۲ب۲ف۶-۲.نوع اول در بیان قسمت کسور بر عدد صحیحی	۱۰۱	
م۲ق۲ب۲ف۶-۳.نوع اول در بیان قسمت عدد صحیح بر کسور	۱۰۱	
م۲ق۲ب۳. **باب سوم** در معرفت جذور و کعاب در کسور و کیفیت استخراج آنها و این متضمن سه فصل است	۱۰۳	
م۲ق۲ب۳ف۱. در معرفت جذور و کعاب در کسور و تقدیم مقدماتی که در استخراج آنها معاون باشند	۱۰۳	
م۲ق۲ب۳ف۲. در معرفت جذور در کسور و کیفیت طرق استخراج آن	۱۰۵	
م۲ق۲ب۳ف۳. در معرفت کعاب و کیفیت استخراج آن در کسور.	۱۰۶	
م۲ق۳. **قسم سوم** در بیان کیفیت عمل در جذور و کعاب از تضعیف و تصنیف و جمع و تفریق و ضرب و قسمت و احکام آنها و این قسم متشمل است بر دو باب	۱۰۷	
م۲ق۳ب۱. **باب اول** در بیان کیفیت عمل در جذور و	۱۰۷	

شرح احکام آنها و این باب متضمن ۴ فصل است.		
م۲ق۳ب۱ف۱. در معرفت اتفاق جذور و تباین آنها	۱۰۷	
م۲ق۳ب۱ف۲. در معرفت عمل تضعیف و تنصیف در جذور	۱۰۸	
م۲ق۳ب۱ف۳. در معرفت عمل جمع و تفریق در جذور	۱۰۹	
م۲ق۳ب۱ف۴. در معرفت عمل ضرب و قسمت در جذور.	۱۱۰	
م۲ق۳ب۲. **باب دوم** در بیان کیفیت عمل در کعاب و شرح احکام آنها و مباحثات این باب در یک فصل منحصر است	۱۱۰	
م۲ق۴. **قسم چهارم** در تمهید قواعد و تقریر ضوابط حساب درج و دقایق و توابع آن و این قسم مشتمل است بر دو باب	۱۱۲	
م۲ق۴ب۱. **باب اول** در معرفت حساب درج و دقایق و توابع آن از ثوانی و ثوالث و روابع و مانند اینها و کیفیت تصویر و ترقیم آن و این باب متضمن پنج فصل است	۱۱۲	
م۲ق۴ب۱ف۱. در معرفت درج و دقایق و توابع آن و کیفیت تقسیم و تصویر و ترقیم آنها	۱۱۲	
م۲ق۴ب۱ف۲. در معرفت تضعیف درج و دقایق و توابع آن	۱۱۴	
م۲ق۴ب۱ف۳. در معرفت تنصیف درج و دقایق و توابع آن	۱۱۵	
م۲ق۴ب۱ف۴. در معرفت عمل جمع در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۱۶	
م۲ق۴ب۱ف۵. در معرفت عمل (متن: عمال) تفریق در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۱۷	
م۲ق۴ب۲. **باب دوم** در معرفت تمامت عمل‌ها در حساب درج و دقایق و ثوانی و ثوالث و این باب متضمن چهار فصل است	۱۱۹	
م۲ق۴ب۲ف۱. در معرفت عمل ضرب در این حساب	۱۱۹	
م۲ق۴ب۲ف۲. در معرفت کیفیت عمل قسمة در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۲۱	

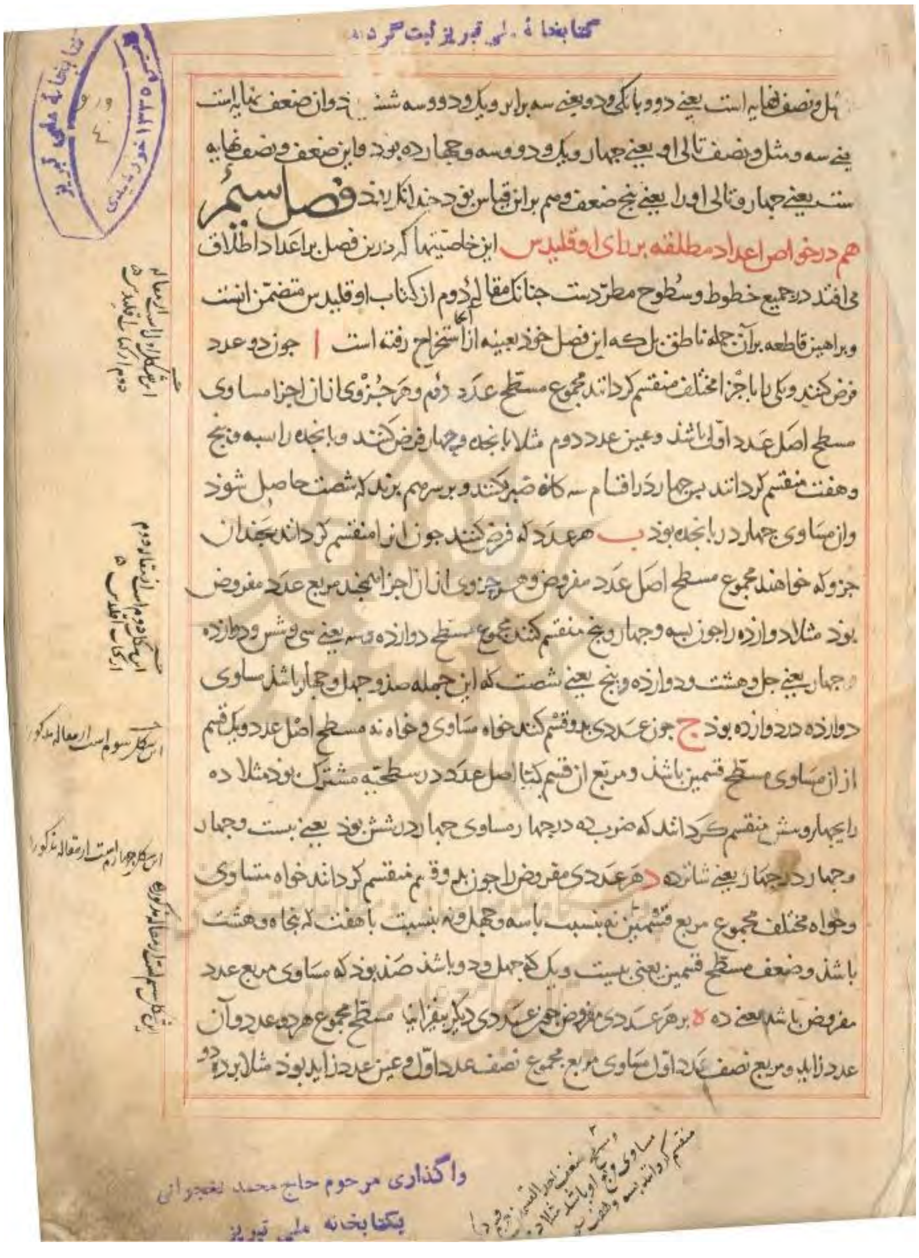
م۲ق۴ب۲ف۳. در معرفت استخراج جذور در حساب درج و دقایق و توابع آن	۱۲۳	
م۲ق۴ب۲ف۴. در کیفیت استخراج کعاب در حساب درج دقایق و توابع آن	۱۲۴	
م۳. **مقالت سوم** در تمهید قواعد و تقریر ضوابط علم مساحت وما یضاف الیها و این مقالت مشتملست بر پنج باب	۱۲۵	
م۳ب۱. **باب اول** در بیان مقدماتی که فراخور این فن بود و مصطلح اصحاب هندسه باشد و درین صناعت تقدیم آن از لوازم بود و تعریف و تقسیم پیمانه‌ها و هرآنچه در تحت مساحت آید و این باب متضمن دو فصل است	۱۲۵	
م۳ب۱ف۱. در تعریف مدلولات الفاظی که مصطلح اصحاب هندسه باشد و تقسیم هرآنچه در تحت مساحت آید بر سبیل تفصیل	۱۲۵	
م۳ب۱ف۲. در تتمهٔ بیان مقدماتی که فراخور این فن بود و تعریف و تقسیم پیمانه‌ها به حسب اصطلاح اهل این صناعت	۱۲۸	
م۳ب۲. **باب دوم** در معرفت کرهٔ زمین و کیفیت تدبیر آن و این باب متضمن دو فصل است	۱۳۱	
م۳ب۲ف۱. در بیان مقدماتی که تعلق به علم هیئة دارد و تقدیم آن بر خوض در این مطلوب لازم است	۱۳۱	
م۳ب۲ف۲. در کیفیت تدبیر مساحت محیط کرهٔ زمین و منطقه و قطر آن	۱۳۲	
م۳ب۳. **باب سوم** در معرفت مساحت ابعاد سافله و این باب متضمن چهار فصل است	۱۳۳	
م۳ب۳ف۱. در تعریف ابعاد سافله و تقسیم آن	۱۳۳	
م۳ب۳ف۲. در بیان مقدماتی که تقدیم آن بر تدبیر همگی انواع مساحت لازم بود	۱۳۴	
م۳ب۳ف۳. در معرفت چند شکل از کتاب اقلیدس روح الله رمسه و قدس نفسه که اثبات مطلوب ما به ایراد آن مبرهنه می‌شود و مجموع آن سی شکل است. مشتمل بر ۲۷ قضیه از مقالهٔ اول و سه قضیهٔ نخست مقالهٔ ششم (شمارهٔ مقاله‌های اصول با شنگرف آمده	۱۳۵	

است)		
م۳ب۳ف۴. در معرفت مساحت نوعی از ابعاد سافله که به حاسۀ بصر مدرک بود و کیفیت وضع مقیاسی که در این مطلوب معاون بود و به‌واسطۀ آن کمیت مقدار ابعاد منخفضه(؟) و منتصبه آسان معلوم توان کردن	۱۴۵	
م۳ب۴. **باب چهارم** در بیان مساحت بسایط و سطوح و کیفیت تدبیر آنها و آن باب موشح است بر دو نوع	۱۵۲	
م۳ب۴ن۱. **نوع اول** در معرفت مساحة سطوح ذوات الاضلاع کیفیت تدبیر آنها و این نوع متضمن ۸ فصل است	۱۵۲	
م۳ب۴ن۱ف۱. در بیان مساحت سطوح مثلثه و کیفیت تقسیم و تعریف آن	۱۵۲	
م۳ب۴ن۱ف۲. در بیان معرفت نقطۀ مسقط الحجر و کیفیت استخراج عمود	۱۵۳	
م۳ب۴ن۱ف۳. در معرفت مساحت جمیع مثلثات بحسب تقسیم آن	۱۵۵	
م۳ب۴ن۱ف۴. در معرفت برهانی که بر تکسیر مساحت جمیع مثلثات از راه زاویه گفته‌اند	۱۶۰	
م۳ب۴ن۱ف۵. در بیان مساحت مربعات و کیفیات تقسیم آن	۱۶۶	
م۳ب۴ن۱ف۶. در معرفت تکسیر مربعات منتظمه	۱۶۶	
م۳ب۴ن۱ف۷. در معرفت تکسیر مساحت مربعات منحرفه	۱۶۹	
م۳ب۴ن۱ف۸. در معرفت مساحت سطوح ذوات الاضلاح الکثیرة	۱۷۲	
م۳ب۴ن۲. **نوع دوم** در بیان معرفت سطوح دوایر و توابع آن و این نوع متضمن چهار فصل است	۱۷۷	
م۳ب۴ن۲ف۱. در معرفت سطوح دوایر و توابع آن و کیفیت تقسیم و تعریف آنها	۱۷۷	
م۳ب۴ن۲ف۲. در معرفت تدبیر مساحت سطوح دوایر و مضافات آن	۱۷۷	
م۳ب۴ن۲ف۳. در معرفت مساحت قطاع دایره و کیفیت تدبیر آن	۱۸۵	
م۳ب۴ن۲ف۴. در معرفت اشکال مرکبه و تدبیر	۱۸۵	

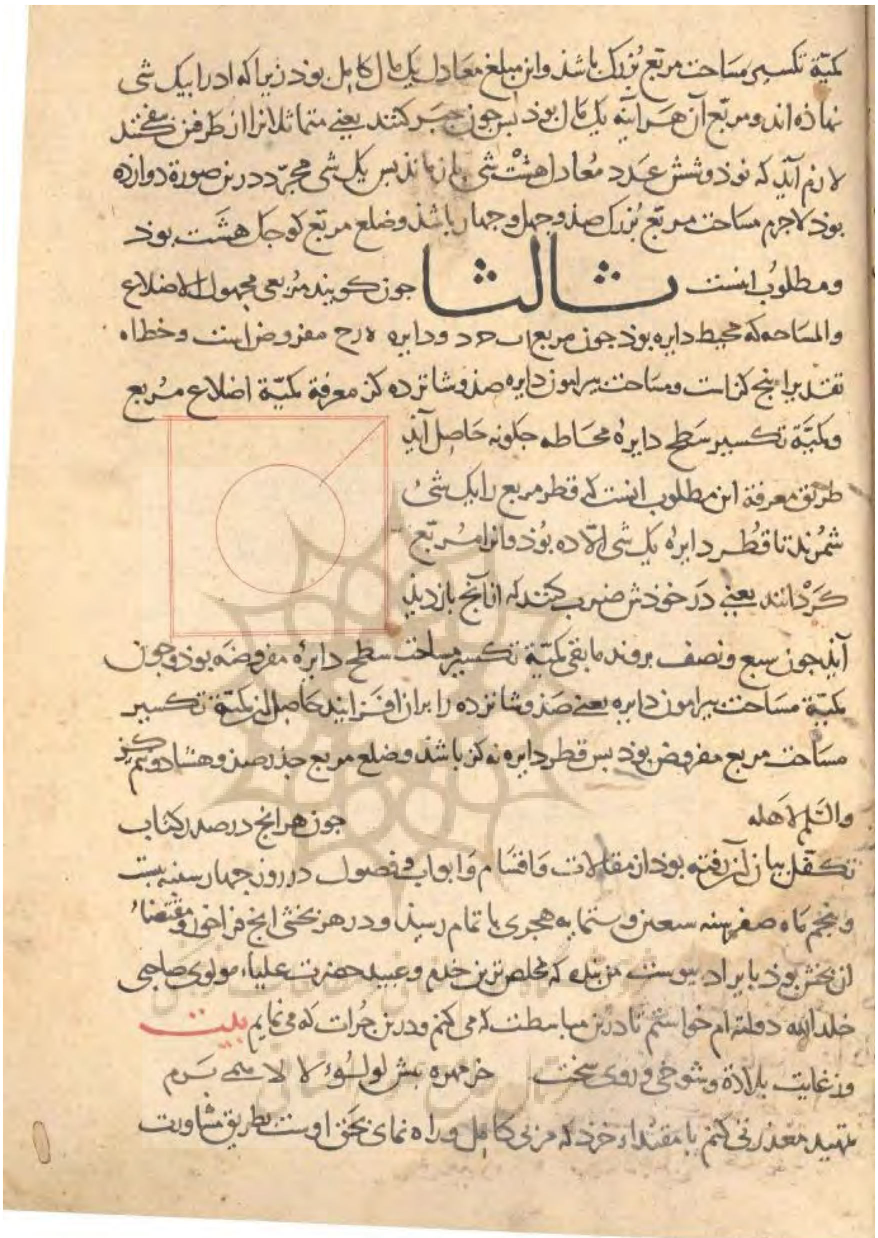
کیفیت استخراج آن		
م۴ب۳ف۲. در معرفت اموال که معادل اعداد افتد و کیفیت تفاریع آن	۲۰۹	
م۴ب۳ف۳. در معرفت اشیاء که معادل اعداد افتد و کیفیت تفاریع آن	۲۱۰	
م۴ب۴. **باب چهارم** در بیان اصول مسایل سه‌گانهٔ مرکبه که آن را مقترنات خوانند و کیفیت تفاریع آنها و این باب متضمن سه فصل است	۲۱۱	
م۴ب۴ف۱. در معرفت اموال و اعداد که معادل اشیاء افتد	۲۱۱	
م۴ب۴ف۲. در معرفت اموال و جذور که معادل اعداد افتد	۲۱۵	
م۴ب۴ف۳. در معرفت جذور و اعداد که معادل اموال (متن:اعداد) افتد و کیفیت تفاریع آن	۲۱۶	
خ. **خاتمه** در بیان انواع مسایل و نوادر چنانکه فراخور هر مقالتی بود از مقالات چهارگانه که کتاب متضمن آن است و به اتمام آن کتاب را ختم کرده می‌شود و این خاتمه مشتمل است بر چهار باب	۲۱۹	
خ ب۱. **باب اول** در بیان چند مسئلهٔ نوادر چنان که فراخور مقالهٔ اول بود یعنی فن ارثماطیقی و این باب متضمن چهار فصل است	۲۱۹	
خ ب۱ف۱. در معرفت نوادر انواع مناسبات و کیفیت تفصیل آنها	۲۲۰	
خ ب۱ف۲. در بیان فواید چهار عدد متناسب و کیفیت استخراج مسایل مجهوله بواسطهٔ آن	۲۲۶	
خ ب۱ف۳. در معرفت کیفیت استخراج اعداد مضمره	۲۳۵	
خ ب۱ف۴. (متن: فصل دوم) در معرفت استخراج خواتم خفیّه و اسماء مضمره و کیفیت طرق استخراج این‌ها	۲۴۸	
خ ب۲. **باب دوم** در بیان چند مسئلهٔ نوادر چنانکه فراخور مقالهٔ دوم یعنی فن حساب افتد و این باب موشح است بر دو نوع	۲۵۳	
خ ب۲ن۱. **نوع اول** در بیان چند مسئلهٔ نوادر چنان که فراخور ابوابی بود که در فن حساب شرح آن تقدیم	۲۵۳	

یافت و این نوع متضمن چهار فصل است		
خ ب۲ن۱ف۱. در بیان نوادر جمع و تفریق و کیفیت عمل آنها	۲۵۳	
خ ب۲ن۱ف۲. در بیان نوادر تضعیف و تنصیف و کیفیت عمل آنها	۲۵۵	
خ ب۲ن۱ف۳. در معرفت تزیید جزوی معین چون نصف یا ثلث یا ربع و امثال اینها از مقداری مخصوص بر آن مقدار و کیفیت عمل آن	۲۶۱	
خ ب۲ن۱ف۴. در بیان نوادر ابواب کسور و کیفیت عمل آنها	۲۶۳	
خ ب۲ن۲. **نوع دوم** در بیان چند مسئلهٔ نوادر که تعریف آن در استخراج مسایل مجهوله معاون باشند و این نوع متضمن سه فصل است	۲۶۴	
خ ب۲ن۲ف۱. در بیان طریقه‌ای که بحساب خطأین مشهور است	۲۶۴	
خ ب۲ن۲ف۲. در معرفت طریقهٔ تسطیح و کیفیت تدبیر آن	۲۶۷	
خ ب۲ن۲ف۳. در بیان مسایل متنوعه و کیفیت استخراج آنها	۲۷۰	
خ ب۳. **باب سوم** در بیان مسایلی چند نوادر چنانک فراخور مقالت سوم بود یعنی فن علم مساحت و این باب متضمن دو فصل است	۲۸۹	
خ ب۳ف۱. در معرفت انقسام سطوح در میان شریکان بطریق هندسه	۲۹۰	
خ ب۳ف۲. در بیان مسایل عشره	۲۹۷	
خ ب۴. **باب چهارم**: در بیان چند مسئلهٔ نوادر چنانکه فراخور مقالهٔ چهارم یعنی علم جبر و مقابله باشد و این باب متضمن دو فصل است	۳۰۷	
خ ب۴ف۱. در بیان چند مسئلهٔ حسابی و کیفیت استخراج اجوبهٔ آنها	۳۰۷	
خ ب۴ف۲. افتادگی		

پیوست دو. تصاویری از دست‌نویس ۳۴۴۷ کتابخانهٔ ملی تبریز

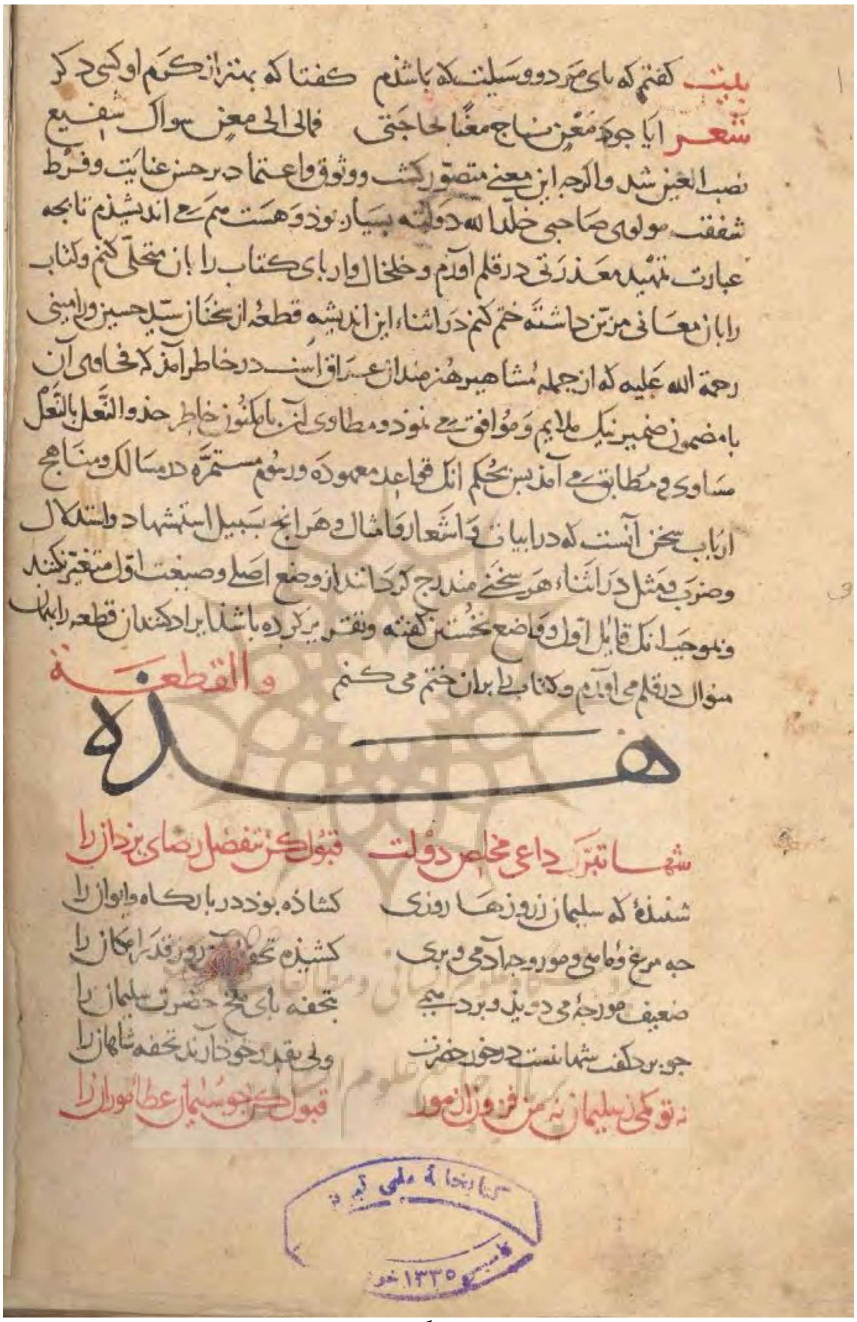


آغاز دست‌نویس



مکیّة تکسیر مساحت مربع بزرگ باشد و این مبلغ معادل یک مال کامل بود زیرا که ادراک یک شی
نهاده اند و مربع آن هر آینه یک مال بود پس چون جبر کنند یعنی متماثلات از طرفین بکنند
لازم آید که نود و شش عدد معادل هشت شی باشد پس یک شی مجذور در این صورة دوازده
بود لاجرم مساحت مربع بزرگ صد و چهل و چهار باشد و ضلع مربع کوچک هشت بود
و مطلوب اینست ثالثا چون گویند مربعی مجهول الاضلاع
والمساحه که محیط دایره بود چون مربع ا ب ج د و دایره ه ز ح معروض است و خطاء
نقد بپا نخ کنات و مساحت بیرون دایره صد و شانزده گز معرفة مکیّة اضلاع مربع
و مکیّة تکسیر سطح دایرهٔ محاطه چگونه حاصل آید
طریق معرفة این مطلوب اینست که قطر مربع را یک شی
شمرند تا قطر دایرهٔ یک شی الاّ ده بود و آن را مربع
گردانند یعنی در خودش ضرب کنند که آنچه باز دید
آید چون سبع و نصف بروند ما بقی مکیّة تکسیر مساحت سطح دایرهٔ مفروضه بود و چون
مکیّة مساحت بیرون دایره یعنی صد و شانزده را بر آن افزایند حاصل از مکیّة تکسیر
مساحت مربع مفروض بود پس قطر دایره نه گز باشد و ضلع مربع چند ... و هشتاد و دو گز
والله اعلم باهله
چون هر آنچه در صدر کتاب
تکفل بیان آن رفته بود از مقالات و اقسام و ابواب و فصول در روز چهارشنبه بیست
و پنجم ماه صفر سنه سبعین و ستمایه هجری با تمام رسید و در هر نکته آنچه فراخور و مقتضا
آن بحث بود با یراد پیوست من بنده که مخلص ترین خدم و عبید حضرت علیا مولوی صاحبی
خلد الله دولته ام خواستم تا درین مباسطت که می کنم و درین جرأت که می نمایم بیت
در غایت بلادة و شوخی و بی سخت خرمهره پیش لولوء لالا همی برم
تمهید معذرتی کنم با مقتدا و خرده گیری کامل و راه نمای بحث اوست بطریق مشاورت

روی برگ آخر که در آن سال تألیف آمده است.



بیت گفتم که پای مرد و وسیلت که باشدم — گفتا که بهتر از کرم او کسی که
شعر ایا جود معن ناج معنا بحاجتی — فمالی الی معن سواک شفیع
نصب العین شد و اگرچه این معنی متصور گشت و وثوق و اعتماد بر حسن عنایت و فرط
شفقت مولوی صاحبی خلد الله دولته بسیار بود و هست هم می اندیشیدم تا بچه
عبارت تمهید معذرتی در قلم آورم و خلخال وار پای کتاب را بآن متحلی کنم و کتاب
را بآن معانی مزین داشته ختم کنم در اثناء این اندیشه قطعه از گفتار سید حسین ورامینی
رحمة الله علیه که از جمله مشاهیر هنرمندان عراق است در خاطر آمد که فحاوی آن
با مضمون ضمیر نیک ملایم و موافق می نمود و مطاوی لفظ با مکنون خاطر حذو النعل بالنعل
مساوی و مطابق می آمد بر حکم آنکه قواعد معهوده و رسوم مستمره در مسالک و مناهج
ارباب سخن آنست که در ابیات و اشعار و امثال و هر آنچ بسبیل استشهاد و استدلال
و ضرب و تمثل در اثناء هر سخنی مندرج گردانند از وضع اصلی و صیغت اول متغیر نکنند
و بموجب آنکه قایل اول و واضع نخستین گفته و تقریر کرده باشند ایراد کنند آن قطعه را بعینها
سؤال در قلم می آورم و کتاب را بدان ختم می کنم — والقطعة

هذه

شها تبرک داعی مخلص دولت — قبول کن بتفضل رضای یزدان را
شنیده که سلیمان ز روزها روزی — گشاده بود در بارگاه و ایوان را
چه مرغ و ماهی و مور و چه آدمی و پری — کشیدند تحفه [illegible] ز روی قدر امکان را
ضعیف مورچه‌ای دید و برد [illegible] — بتحفه پای ملخ حضرت سلیمان را
چو بر کفت شها نیست در خور حضرت — ولی بقدر خود آرند تحفه شاهان را
نه تو کمی ز سلیمان نه من فزون از مور — قبول کن چو سلیمان عطای موران را

پشت برگ آخر