فصلنامه علوم و فنون نظامی
بهار و تابستان ۱۳۸۶

# کاستیهای معادلات لانچستر در تبیین صحنه نبرد

**محسن مرادیان**[۱]

## چکیده

*در راستای مدل سازی صحنه نبرد، لانچستر یکی از افراد موفقی است که توانست با ارائه معادلات ریاضی و اثبات قانون ۳ بر ۱، برای مدتهای طولانی فکر طراحان عملیات و استراتژیستهای نظامی را به خود مشغول کند. این مقاله پس از ارزیابی معادلات خطی و مربع لانچستر نشان خواهد داد که این معادلات در زمینه هایی چون:*

***۱- نادیده گرفتن عقب نشینی و حرکات به عقب***

***۲- مبادله زمین و زمان***

***۳- بازدهی نزولی***

***۴- بی توجهی به پشتیبانی هوایی نیروها***

*ناقص بوده و نیازمند حک و اصلاح می باشند.*

*اما از آنجا که بحث در باره این معادلات مستلزم آشنایی مقدماتی خوانندگان محترم با آنها می باشد، لذا ابتدا این معادلات به طور مختصر تشریح شده و سپس نقائصی که به نظر می رسد بر این معادلات وارد می باشند، توضیح داده شده است. یادآوری این نکته ضروری است که این مقاله در صدد ردّ قطعی معادلات لانچستر نبوده و نویسنده معتقد است معادلات مذکور با اعمال برخی اصلاحات، هنوز هم می توانند برای مدل سازی صحنه عملیات مورد استفاده قرار گیرند.*

---

[۱] - دانشجوی دکترای امنیت ملی

## مقدمه

جنگ فرایندی است پویا که یک مهندس انگلیسی به نام فردریک ویلیام لانچستر[۱] تلاش کرد آن را فرموله کند. وی در سال ۱۹۱۴ معادلاتی را برای جنگ پیشنهاد داد که این معادلات به نام خودش به معادلات لانچستر شهرت یافتند. بارزترین این معادلات، معادله معروف رابطه مربع لانچستر است که برای مدتها بر همه ارزیابی های نظامی و موازنه های متعارف زمینی حاکم بود و هنوز نیز طرفدارانی دارد.

این معادلات و تعمیم‌های آنها، طی سالهای طولانی محور اصلی دوره های طرح ریزی نیرو در دانشکده های جنگ ایالات متحده و دیگر کشورها بوده و هسته اصلی کلیه بازی های جنگ و شبیه سازی های آن را تشکیل می دادند. اما اشکال این معادلات این است که علیرغم آنکه جنگ یک فرایند پویاست، یک تحلیل ایستا از جنگ ارائه می دهند. با این همه به علت ملحوظ داشتن برخی ابعاد جنگ هنوز قابل استفاده می شوند. گر چه عملاً در برخورد با برخی پرسشها، تصویری غیرقابل قبول از جنگ ارائه می دهند. (*Epstein, 1987 , p25*,)

در این تحقیق تلاش خواهد شد این تصاویر غیرواقعی معادلات لانچستر از جنگ به نقد کشیده شود.

**واژگان کلیدی: *بازی جنگ، تحقیق در عملیات، معادلات لانچستر، مدل سازی ریاضی صحنه عملیات***

[۱] Frederick William Lanchester (1868-1946)

## آشنایی با معادلات لانچستر

برای آنکه بتوان معادلات لانچستر را نقد کرد، ابتدا بایستی با آنها آشنا شد. لانچستر معتقد بود که اگر $R_{(t)}$ و $B_{(t)}$ توان رزمی نیروهای درگیر سرخ و آبی در هر لحظه از زمان t باشند r و b و (اعداد حقیقی بین صفر و یک) کارایی هر یک از آنها بر واحد با مقادیر ثابت $C_1$ تا $C_4$ (بین صفر و یک) باشند، آنگاه تغییرات توان رزمی هر یک از نیروها در هر لحظه از زمان به قرار زیر خواهد بود:

$$\frac{dR}{dt} = -bB^{C_1}R^{C_2}$$

و

$$\frac{dB}{dt} = -rR^{C_3}B^{C_4}$$

او پس از محاسبات طولانی که در اینجا به منظور جلوگیری از اطاله کلام و پیچیده شدن بحث از ذکر آنها حودداری می شود، میزان تبادل تلفات لحظه ای را به دست آورده و می نویسد:

$$\frac{dR}{dB} = \frac{b}{r}B^{C_1-C_4}R^{C_2-C_3} = \frac{b}{r}\frac{B^{C_1-C_4}}{R^{C_3-C_2}}$$

که با جدا سازی متغیرها و انتگرال‌گیری از مقادیر نهایی، شکل عمومی معادلات خود را به شرح زیر دست می آورد:

$$r\int_{R_{(t)}}^{R_{(0)}} R^{C_3-C_2}dR = b\int_{B_{(t)}}^{B_{(0)}} B^{C_1-C_4}dB$$

$$0 \le C_1, C_2, C_3, C_4 \le 1$$

$$0 \le r, b \le 1$$

$$\Rightarrow \frac{r}{C_3 - C_2 + 1}\left[R_{(0)}{}^{C_3 - C_2 + 1} - R_{(t)}{}^{C_3 - C_2 + 1}\right] = \frac{b}{C_1 - C_4 + 1}\left[B_{(0)}{}^{C_1 - C_4 + 1} - B_{(t)}{}^{C_1 - C_4 + 1}\right]$$

اگر

$$C_2 = C_4 = 0$$
$$C_1 = C_3 = 1$$

آنگاه قانون مربع لانچستر را خواهیم داشت. یعنی:

$$b\left[B_{(0)}{}^2 - B_{(t)}{}^2\right] = r\left[R_{(0)}{}^2 - R_{(t)}{}^2\right]$$

و اگر

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4$$

آنگاه قانون خطی لانچستر به دست می آید:

$$b\left[B_{(0)} - B_{(t)}\right] = r\left[R_{(0)} - R_{(t)}\right]$$

*(http://www.rand.org/pubs/monograph_reports/MR638/app.html#fn11)*

## ایرادات وارد بر نظریه لانچستر

### ۱- نادیده گرفتن عقب نشینی و حرکات به عقب

هر مدل قابل قبول از جنگ زمینی الزاما باید ارتباط اساسی میان فرسایش نیروها و حرکات به عقب در خط اول جبهه را در نظر بگیرد. از دیدگاه تاریخی انگیزه اصلی حرکات به عقب و از جمله عقب نشینی عبارت است از کاهش فرسایش یکی از نیروهای درگیر در نبرد. اگر فرسایش یکی از طرفین درگیر، از آستانه معینی بگذرد او ممکن است برای کاهش این فرسایش دست به عقب نشینی بزند.

از نظر نظامی حرکت به عقب به هرنوع حرکتی گفته می شود که یگان به سمت عقب و به منظور دور شدن از دشمن انجام می دهد که این کار اغلب توأم با واگذاری زمین به دشمن است. حرکات به عقب انواع مختلفی دارد که عبارتند از: عقب نشینی، عقب روی و عملیات تأخیری که ممکن است با هدف کاهش تلفات و فرسایش نیرو و ذخیره قدرت جنگی، فراهم آوردن آزادی عمل برای نیروها، اشغال زمین های مناسبتر یا به کار بردن یگان در مناطق دیگر صحنه نبرد صورت گیرد. (*معاونت آموزشی نزاجا ، ۱۳۷۴ : صص ۳۷۱ – ۳۸۵ )*

با وجود همه اهمیتی که حرکات به عقب در تاکتیکهای نظامی دارند و جزء لاینفک طراحی نظامی محسوب می شوند، لیکن هیچ یک از معادلات لانچستر (برای مثال معادلات مربع و خطی) این امر مهم را منعکس نمی کنند و اصولاً از لحاظ ریاضی نیز امکان آن را ندارند. هیچ یک از این معادلات نمی توانند تأثیر حرکات به عقب از جمله عقب نشینی را که در بسیاری از موارد واکنشی است نسبت به فرسایش، بر میزان فرسایش به حساب آورند.

بر اساس فرمولهای گذشته $R_{(t)}$ و $B_{(t)}$ فقط تابعی از $r$ و $b$ و $t$ می باشند که به طور آشکار اثری از میزان عقب نشینی در آنها نیست. در نتیجه از نظر لانچستر عقب

نشینی تأثیری بر میزان فرسایش ندارد و این اشکالی است که در سایر معادلات لانچستر نیز دیده می شود.

### ۲- مبادله زمین و زمان

یکی از موارد بسیار مهمی که در طراحی به عقب در تاکتیکهای نظامی در نظر گرفته می شود، مساله مبادله زمین و زمان است. گاهی فرماندهان نظامی ناچار می شوند برای به دست آوردن زمان، زمین را از دست دهند. تاریخ جنگ به کرّات شاهد بکارگیری این تاکتیک در عملیات نظامی بوده و مطالعه نبردهای مهم تاریخ از ۳۵۰۰ سال پیش تاکنون، نشان می دهد که فرماندهان بزرگ به دفعات از این تاکتیک استفاده کرده اند. اما معادلات لانچستر از کنار این موضوعِ با اهمیت به سادگی رد شده و در آنها مدافع چند هزار کیلومتر، عقب نشینی کند و چه اصلاً عقب نشینی نکند، محاسبه طول مدت جنگ یکسان در نظر گرفته شده است. از این دیدگاه، طول مدت نبرد مستقل از میزان عقب نشینی در نظر گرفته شده ست. به طور مثال، یکی از راههایی که برای محاسبه زمان لازم برای نابودی یکی از طرفین توسط طرف دیگر از قانون مربع لانچستر نتیجه شده فرمول زیر است:

$$t_{end} = \frac{1}{\sqrt{rb}} \ln\left( \frac{\sqrt{rR_0^{\,2}} + \sqrt{bB_0^{\,2}}}{\sqrt{rR_0^{\,2}} - \sqrt{bB_0^{\,2}}} \right)$$

که در اینجا $t_{end}$ زمان خاتمه نبرد بوده و به طور آشکار کاملاً مستقل از میزان عقب نشینی است. این ایراد در مورد دستورهای محاسبه طول مدت که از شکل های دیگر معادلات لانچستر مشتق شده باشند نیز مصداق دارد. خلاصه آنکه معادلات لانچستر قادر به انعکاس آنچه که شاید اساسی ترین تاکتیک تاریخ جنگ باشد، یعنی مبادله زمین با

زمان نیستند. این معادلات نمی توانند بگویند که اگر یکی از طرفین مبادرت به عقب نشینی کرد و تابع حرکتی خود را تغییر داد، جنگ چقدر طولانی تر خواهد شد

## ۳- بازدهی نزولی

بر اساس معروفترین و پر کاربردترین نتایج نظریه لانچستر یعنی قانون مربع $(N^2)$ قدرتهای جنگی طرفین درگیر وقتی با هم برابرند که مربع قدرت عددی ضرب در ارزش جنگی نیروهای آنها با هم برابر باشد. آنچه وی ارزش جنگی می خواند، در واقع همان ضریب های $r,b$ است که قبلا معرفی شدند. بنابر این به تعبیر دیگر قانون مربع می گوید نیروی $B$ تنها در صورتی $R$ را شکست خواهد داد که:

$$bB_{(0)} \geq rR_{(0)}{}^2$$

به همین ترتیب نسبت کارایی $\frac{b}{r}$ باید برابر مربع نسبت عددی $\frac{R_{(0)}}{B_{(0)}}$ باشد تا نیروی $B$ بتواند نیروی $R$ را مات کند. به عبارت دیگر، برای شکست دادن حریفی سه برابر نیروی خودی، کافی نیست که کارایی نیروهای خودی سه برابر یا حتی شش برابر، هفت برابر یا هشت برابر باشد. بلکه حتماً باید کارایی آنها ۹ برابر باشد تا بتوانند در مقابل حریفی که ۳ برابر بزرگتر است، عرض اندام کنند. اما در واقع هیچ دلیل محکمی که مؤید این نظریه باشد وجود ندارد و عملاً شواهد عکس آن را نشان می دهند.

بر اساس قانون مربع لانچستر برای پیروزی بر حریف، باید با نیرویی ۳ برابر نیروهای او وارد کارزار شد. (قانون ۳ بر ۱) یعنی به طور تقریب باید برای غلبه بر یک گردان، یک تیپ و برای غلبه بر یک تیپ، یک لشکر و به همین ترتیب برای غلبه بر یک لشکر، یک سپاه وارد عمل نمود. اما بررسی های آماری انجام شده توسط رابرت ال هلمبلد[۱] از ۹۲ نبرد تاریخی نشان می دهد پیروزی در جنگ بیشتر از آنکه به برتری

[۱] Robert L Helmbold

عددی طرفین بستگی داشته باشد به عوامل دیگر نظیر ایمان و روحیه بستگی دارد. این بررسی ها قابلیت هر مدلی که منحصراً بر ابعاد عددی نیروها برای تعیین برندهٔ آن متمرکز باشند را زیر سوال خواهد برد. بررسی جداگانه دیگری که توسط هربرت ک. ویس[۱] بر روی اطلاعات به دست آمده از جنگ های داخلی آمریکا انجام شده نیز مدرکی دال بر درستی معادلات لانچستر به دست نمی دهد. ضمن آنکه تجربه هشت سال جنگ تحمیلی و نبرد عراق با نیروهای مؤتلفه در ۱۹۹۱ و آمریکا در ۲۰۰۳ در خلیج فارس و جنگهای صدر اسلام نشان می دهند که هیچگاه برتری عددی نیروها عامل اصلی تعیین کنندهٔ نتیجه نبرد نبوده است. در جنگ بدر که اولین جنگ مهم مسلمین پس از تشکیل حکومت اسلامی می باشد، شمار نیروهای اسلام کمتر از یک سوم نیروهای کفار بود. اما جنگ با وجود قلت تعداد مسلمین به نفع آنها تمام شد و مسلمانان پیروز شدند. در جنگ اعراب و اسرائیل نیز نیروهای عرب چندین برابر نیروهای صهیونیستی بودند و نهایتاً در جنگ اخیر آمریکا در عراق، صدام در مقابل حدود ۱۵۰۰۰۰ سرباز آمریکایی، بیش از یک میلیون سرباز داشت که تجربه جنگ با ایران را هم داشتند. اما دیدیم که به چه سرنوشتی دچار شدند. لذا اتکای صرف به کمیّت نیروها در محاسبه توان رزمیِ هر یک از طرفینِ درگیر، کاری عبث بوده و موجب گمراهی در برآورد نتیجه و طول مدت عملیات خواهد شد. از طرف دیگر بررسی تجربیات هشت سال دفاع مقدس و مطالعاتی که توسط ویس و ریچارد اچ پیترسون[۲] از آزمایشگاه پژوهش های بالستیک آمریکا و ویلارد[۳] در بریتانیا انجام شده، نشان می دهند که تلفات به همراه بالا رفتن شدت

---

[۱] Weiss
[۲] Richard H.Peterson
[۳] Willard

درگیری نیروها، افزایش می یابد که این پدیده نه با قانون خطی لانچستر قابل توجیه است و نه با قانون مربع او!

*(Epstein, 1987, pp 31-78)*
*(http://www.siam.org/siamnews/bookrevs/AM188000@brownvm.brown.edu.)*

### ۴- بی توجهی به پشتیبانی هوایی نیروها

یکی از مهمترین کاستیهای معادلات لانچستر که باعث می شود این معادلات نتوانند صحنه جنگ را به درستی تبیین کنند، بی توجهی این معادلات به پشتیبانی هوایی نیروهای عمل کننده است. از همان زمان که برادران رایت هواپیما را ساختند، اندیشه استفاده از این وسیله جدید در جنگ نیز مطرح شد تا امروز که هواپیما به سلاح اصلی نبرد تبدیل شده و عملیات آمریکا در ۱۹۹۱ و ۲۰۰۳ در عراق نشان داد که این وسیله می تواند چه نقش مهمی در پیروزی یا شکست طرفین داشته باشد. جابجایی نیروها توسط بالگرد یا استفاده از آنها برای تک به مواضع زمینی طرف مقابل در عراق و افغانستان نشان داد که هر چه را بتوان از معادلات جنگ حذف کرد، هواپیما و بالگرد را نمی توان حذف نمود. در حالیکه لانچستر نسبت به این موضع ساکت بوده و انگاری آنها را نادیده گرفته است.

*(معاونت آموزشی نزاجا ، ۱۳۷۴ : صص ۷۰۷- ۷۰۹ )*

*(Davis, 2007, p4) , (http://www.rand.org/pubs/monograph_reports/MR638/chap6.html)*

## یافتن مصادیق واقعی برای معادلات لانچستر

همان طور که گفته شد یکی از شرایط لازم و نه کافی برای درستی معادلات لانچستر این است که هیچ حرکت به عقبی در خط جبهه ممکن نباشد. چرا که حرکت به عقب بر میزان فرسایش نیروها اثر خواهد گذاشت و این عامل نیز در معادلات لانچستر دیده نشده است. با این حساب چه نوع درگیری نظامی می تواند مصداق معادلات لانچستر باشد؟

اولین و شاید تنها موردی که فوراً متبادر به ذهن می شود حمله به یک جزیره کوچک است که توسط نیروهای مدافع از آن دفاع می شود. تورق کتب هنر جنگ به ما نشان می دهد که این مورد در جنگ ایران و عراق در دفاع از جزیره آبادان توسط نیروهای مسلح ایران تا حد زیادی می تواند مصداق داشته باشد. در جنگ جهانی دوم نیز مورد جزیره آیوجیما[۱] جزء موارد معدوی است که معادلات لانچستر در آن کاربرد دارد. در این جزیره که کل طول آن کمتر از ۲۰ کیلومتر است، نیروهای مدافع ژاپنی در محاصره کامل قرار داشتند و حرکت خط جبهه اساساً ناممکن بود. بر اساس ادعای جاشوا اپستین[۲] تنها موردی است که سازگاری آماری میان سیر وقایع و پیش بینی های لانچستر را نشان می دهد. (اپستین ، ۱۹۸۷ ) اما حتی اگر این سازگاری ها در حد خوبی هم باشند، تعمیم این معادلات به موقعیتهایی که در آنها حرکت به عقب امکان پذیر است، مثل اروپای درگیر با هیتلر یا جنگ ایران و عراق، بی پایه و به دور از واقعیت خواهد بود. افراد زیادی تا به حال کوشیده اند تا درگیری های مختلف را با شکل های گوناگون معادلات لانچستر تطبیق دهند اما توفیقی نداشته اند. خودداری تاریخ از این تطبیق پذیری جای شگفتی ندارد. زیرا معادلات لانچستر اساساً منکر پدیده

---

۱ Iwo Jima
۲ Joshua M.Epstein

ای هستند که بر تمامی فعالیتهای اجتماعی – اقتصادی بشر و از جمله جنگ تأثیر دارد . یعنی بازدهی تزولی!

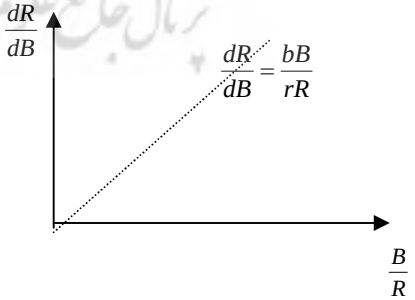
قانون مربع لانچستر از معادلات دیفرانسیل زیر به دست آمده است:

$$\frac{dR}{dt} = -b.B$$
$$\frac{dB}{dt} = -r.R$$

این معادلات می گویند که کاهش لحظه ای مثلاً در نیروهای $R$ $\left(\frac{dR}{dt}\right)$ برابر است با حاصل ضرب یک مقدار ثابت (ضریب کارایی لانچستر $b$) در کمیت نیروی $B$ . علامت منفی نیز نشان دهنده آن است که نیروها در حال کاهش اند. از این معادلات رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{dR}{dB} = \frac{bB}{rR}$$

که با انتگرال‌گیری از آن، مستقیماً قانون معروف $N^2$ حاصل می شود. نگاه دقیق تری به این رابطه نشان می دهد که نسبت تلفات لحظه ای $\frac{dR}{dB}$ تابعی خطی از نسبت نیروهای طرفین است. $\left(\frac{B}{R}\right)$ که اگر نمودار آن را رسم کنیم خواهیم داشت:



به این ترتیب میزان تلفات $\frac{dR}{dB}$ همواره میزان نمو ثابتی برابر $\frac{b}{r}$ دارد که با افزایش نیرو $\frac{B}{R}$ نیز افزایش می یابد و هرگز نزول حاشیه ای ندارد!

## نتیجه

در این مقاله تلاش به عمل آمد تا برخی کاستی های معادلات لانچستر در تبیین واقعیتهای صحنه نبرد به بحث گذاشته شود. در این رابطه ابتدا به طور خلاصه معادلات لانچستر معرفی شده و سپس برخی کاستیهای این معادلات توضیح داده شدند. این کاستیها عبارت بودند از:

۱- *نادیده گرفتن عقب نشینی و حرکات به عقب*

۲- *مبادله زمین و زمان*

۳- *بازدهی نزولی*

۴- *بی توجهی به پشتیبانی هوایی نیروها*

که البته شاید با کنکاش بیشتر بتوان این لیست را همچنان افزایش داد. اما نکته ای که یاد آوری آن ضرورت دارد، این است که طرح این بحث و به چالش کشیدن معادلات لانچستر، به معنای رد قطعی این معادلات نبوده و به نظر می رسد این معادلات با اندکی حک و اصلاح هنوز هم می توانند معادلاتِ معتبری برای مدل‌سازی بخش مهمی از صحنه نبرد باشند. حتی به نظر می رسد ایالات متحده در عملیات خود در ۱۹۹۱ و ۲۰۰۳ نیز از شکل اصلاح شده این معادلات استفاده نموده است.

## منابع

۱- حسینی، یعقوب – هشت سال دفاع مقدس – عقیدتی سیاسی ارتش ج.ا – تهران( ۱۳۷۳)

۲- معاونت آموزشی نزاجا –دانش نظامی افسران –ناشر معاونت آموزشی نزاجا – تهران ( ۱۳۷۴)

۳- مرادیان، محسن – تحقیق در عملیات – نشریه افسر (نشریه آموزشی دانشگاه افسری امام علی ع) شماره ۴ سال ۱۳۷۲

۴- مرادیان، محسن –نقش تحقیق در عملیات در جنگ خلیج فارس –نشریه افسر –شماره ۵ سال ۱۳۷۳

*Davis, K. Paul - Aggregation, Disaggregation, and the 3:1 Rules in Ground Combat -RAND - January 22, 2007- Washington D.C. – U.S.A.*

*Epstein, Jashua - Strtegy and Force Planning — The Bookings Institution – 1987- Washington D.C. – U.S.A.*

*http://www.rand.org/pubs/monograph_reports/MR638/app.html#fn11*

*http://www.siam.org/siamnews/bookrevs/AM188000@brownvm.brown.edu.*

*http://www.rand.org/pubs/monograph_reports/MR638/chap6.html*