

تعیین طول جغرافیایی مواضع زمین براساس ماه‌گرفتنی در کتاب تحدید نہایات الأماکن بیرونی

فرشاد کرم‌زاده^۱، حنیف قلندری^۲، غلامحسین رحیمی^۳

(دریافت مقاله: ۹۷/۰۷/۰۷ - پذیرش نهایی: ۹۸/۱۰/۲۲)

چکیده

در متون جغرافیایی دوره اسلامی، اعم از جغرافیای توصیفی و جغرافیای ریاضی، در انتخاب خط استوا به عنوان مبدأ عرض جغرافیایی اتفاق نظر وجود دارد اما مبدأ طول جغرافیایی گاه به پیروی از هندیان «قبة الأرض» و گاه به پیروی از یونانیان «جزایر خالدات» در نظر گرفته می‌شده است. علاوه بر این ملاک تقسیم‌بندی بخش آباد زمین به اقلیم‌های هفت‌گانه طول ساعات بلندترین روز سال است که به عرض جغرافیایی مربوط است. از این رو محاسبات مربوط به تعیین عرض جغرافیایی مواضع مختلف زمین در آثار جغرافیای ریاضی می‌آمده است اما آوردن محاسبه طول جغرافیایی عمومیت ندارد. بیرونی در تحدید نہایات الأماکن که می‌توان آن را کتابی در جغرافیای ریاضی به حساب آورد علاوه بر محاسبات مربوط به عرض جغرافیایی، محاسبات تعیین طول جغرافیایی را نیز آورده است و تلاش می‌کند دستورالعمل‌هایی کلی برای محاسبه اختلاف طول جغرافیایی دو شهر به‌دست دهد. در این مقاله روش‌های محاسبه اختلاف طول جغرافیایی بر اساس رخداد ماه‌گرفتنی بر اساس کتاب تحدید نہایات الأماکن بررسی شده‌اند.

کلمات کلیدی: بیرونی، تحدید نہایات الأماکن، جغرافیا، جغرافیای ریاضی، طول جغرافیایی

۱. دانشجوی دکتری تاریخ علم دوره اسلامی، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی تهران

Email: karamzade.farshad@yahoo.com

(نویسنده مسئول)؛

۲. استادیار، پژوهشکده تاریخ علم، دانشگاه تهران؛

Email: hanif.ghalandari@ut.ac.ir

۳. استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس تهران؛

Email: rahimi_gh@modares.ac.ir

مقدمه

«جغرافیای ریاضی» عنوانی است که محققان معاصر برای بخشی از مطالب کتاب‌های نجومی دوره اسلامی برگزیده‌اند که در آن در باره محاسبات ریاضی مربوط به چگونگی پدیداری آسمان در عرض‌های جغرافیایی مختلف زمین سخن گفته می‌شود. علاوه بر این در بخش‌های مربوط به جغرافیای ریاضی مسائلی چون زمین‌سنجی (تعیین طول و عرض جغرافیایی محل)، نقشه‌نگاری،^۱ صحبت کردن در باره مبادی مختلف طول جغرافیایی، فهرست جغرافیایی اقلیم‌ها و شهرهای مختلف و محاسبه طول یک درجه در امتداد نصف‌النهار می‌آمده است (در این باره نک: کندی،^۲ «جغرافیای ریاضی»،^۳ ۱۸۵-۲۰۱؛ نیز کرم‌زاده و دیگران، سراسر مقاله). هرچند در بیشتر کتاب‌های طبقه‌بندی علوم در دوره اسلامی تعریف روشنی از جغرافیا و مسائل مربوط به جغرافیای ریاضی نمی‌توان یافت، اما می‌توان گفت که با هرچه غنی‌تر شدن مطالب مربوط به جغرافیای ریاضی در آثار نجومی، به‌ویژه آثار هیئت، تکوین مفهوم جغرافیای ریاضی را در کتاب‌های طبقه‌بندی علوم نیز می‌توان دید (در این باره نک: کرم‌زاده و دیگران، ۱۶۲-۱۶۴).

بیشتر آثاری که در آنها جغرافیای ریاضی -معمولاً با عنوان «هیئة الأرض»- می‌آمده است از جمله آثار هیئت و زیج‌ها هستند اما در میان آنها یک اثر را می‌توان متمایز کرد که نمی‌توان آن را کاملاً یک اثر نجومی به حساب آورد. تحدید نهایات الأماكن لتصحیح مسافات المساکن نوشته ابوریحان بیرونی (۳۶۲- پس از ۴۴۰ق) هر چند یک کتاب نجومی کامل نیست اما در جغرافیای ریاضی می‌توان آن را نمونه خوبی به حساب آورد. در یک توصیف خلاصه ساختار کتاب بیرونی در مقایسه با آثار هم‌عصرش، بیش از همه به ساخت اثری در جغرافیای ریاضی نزدیک است. حتی می‌توان گفت که تحدید اولین نمونه از یک کتاب مستقل در جغرافیای ریاضی است که تقریباً همه مؤلفه‌های جغرافیای ریاضی را به صورت متمرکز آورده است: تعیین عرض و طول جغرافیایی مواضع مختلف، حدود مسکون زمین، حدود اقلیم‌ها، تعیین سمت قبله و محاسبه محیط زمین. از ویژگی‌های این اثر آن است که بیرونی تلاش می‌کند برای حل مسائل مربوط به این موضوعات روش‌های کلی می‌آورد و این روش‌ها را در حالت‌های مختلف و مسائل

۱. در اینجا منظور از نقشه‌نگاری لزوماً Cartography نیست اما نوعی از نقشه‌نگاری که در آن هدف عرضه تصویری از بخش آباد (ربع مسکون) زمین است در متون جغرافیایی دوره اسلامی به چشم می‌خورد.

2. Kennedy

3. Mathematical Geography

گونگون می‌توان به کار گرفت. این مقاله به مسأله تصحیح طول جغرافیایی مکان‌ها و روش‌های اندازه‌گیری طول جغرافیایی براساس نوشته‌های بیرونی در تحدید نهایات الأماكن خواهد پرداخت.

تحدید نهایات الأماكن لتصحیح مسافات المساکن

برخلاف رویه معمول در بخش جغرافیای ریاضی آثار هیئت دوره اسلامی که تکیه بر رصد در آنها نقش کم‌رنگی دارد، تحدید نهایات الأماكن بر اساس رصدهای بیرونی تألیف شده است. بیشتر این رصدها بعد از مهاجرت اجباری وی به غزنه انجام شده‌اند، هرچند بیرونی به رصدهای پیشین خود نیز در این کتاب اشاره کرده است، با این حال بیشتر رصدها مربوط به فاصله سال‌های ۴۰۹ق/۱۰۱۸م تا ۴۱۶ق/۱۰۲۵م هستند و در منطقه «جیفور» کابل انجام شده‌اند. تنها نسخه خطی که از این کتاب تاکنون شناسایی شده است متعلق به کتابخانه سلطان فاتح ترکیه است و در سال ۴۱۶ق استنساخ شده است. از این رو برخی محققان برآنند که چه بسا نسخه به خط بیرونی باشد. این نسخه را فریتز کرنکو^۱ و زکی ولیدی طوقان شناسایی و معرفی کردند. این اثر براساس همان نسخه خطی و به اهتمام محمد بن تاویت طنجی، در سال ۱۹۶۲م در آنکارا، و با ویرایش علمی و محققانه بولگاکوف در سال ۱۹۶۲م در قاهره به چاپ رسید. بولگاکف همچنین ترجمه روسی آن را نیز در شوروی سابق منتشر کرد و بعد از آن جمیل علی^۲، ترجمه انگلیسی آن را در بیروت و در سال ۱۹۶۷م به چاپ رسانید و بعدها کندی در سال ۱۹۹۲م شرح آن را منتشر کرد. ترجمه نه چندان دقیق فارسی این کتاب که توسط احمد آرام انجام شده توسط انتشارات دانشگاه تهران در سال ۱۳۵۲ش منتشر شده است (نک: کرامتی، ۳۹۸-۳۹۹).

طول جغرافیایی (۸) و مبدأ اندازه‌گیری آن

طول جغرافیایی به فاصله زاویه‌ای هر نقطه شرقی یا غربی تا نصف‌النهار مبدأ اطلاق می‌شود. بیرونی این تعریف را در التفهیم و تحدید به این صورت آورده است: «بُعدش است از نهایت آبادانی. خواهی این بُعد را به معدّل النهار یا خط استوا گیر، و خواهی بدان مدار که ایشان را موازی است» (التفهیم، ۱۷۲).

1. Fritz Krenkow

2. Jamil Ali

«... فأما مأخذ الأطوال و ما بين البلدان منه، أعنى ما بين أفلاك أنصاف نهارها من

معدل النهار، أو أى مدار كان من المدارات الشبيهة به بالتوازي...» (تحدید، ۱۵۸)

در هر دو تعریف به فاصله طولی از یک مبدأ اشاره شده است که این فاصله را می‌توان روی معدل النهار یا استوا اندازه گرفت یا روی هر یک از دایره‌های موازی با آنها که مدارات یومی یا مدارات عرض روی زمین به حساب می‌آیند. آنچه محل اختلاف است همان تعیین مبدأ اندازه‌گیری طول جغرافیایی است. بیرونی در التفهیم مبدأ را «نهایت آبادانی» گفته است که اشاره به یکی از مبادی اصلی اندازه‌گیری طول جغرافیایی نزد گذشتگان است و آن جزایر خالدات^۱ است. این جزایر که یونانیان محل آنها را در اقیانوس (بحر محیط) گفته‌اند غربی‌ترین بخش آباد زمین به حساب می‌آمدند. احتمالاً دانشمندان اسلامی به پیروی از بطلمیوس که در کتاب جغرافیا (۱۱) این جزایر را به عنوان مبدأ اندازه‌گیری طول برگزیده است، از آنها در آثار خود یاد می‌کرده‌اند و مختصات طول جغرافیایی نقاط مختلف زمین را بر مبنای فاصله آنها از این جزایر می‌سنجیدند. این سنت در تألیفات نجومی و جغرافیای اسلامی نیز ادامه پیدا کرد و برخی از دانشمندان دوره اسلامی نیز از همین روش پیروی کردند (نک: کندی، «جغرافیای ریاضی»، ص ۱۸۸-۱۸۹؛ همو، شرح...،^۲ ۹۱). بطلمیوس این جزایر را در فاصله ۱۰ درجه از ساحل آفریقا در غرب در نظر گرفته است (نک: بیرونی، تحدید، ۱۵۶-۱۵۷) بنا بر این طول جغرافیایی نقاط مختلف در نظام جغرافیایی غربی ۱۰ درجه از متمم طول آن در نظام شرقی بیشتر است که علاوه بر بیرونی برخی دیگر از دانشوران اسلامی از این معیار پیروی کرده‌اند (نک: کندی، مختصات جغرافیایی...،^۳ مقدمه، ۱۱؛ نیک فهم، «جزایر خالدات»، ۶۴۳-۶۴۴).

علاوه بر جزایر خالدات، دانشمندان اسلامی متأثر از سنت هندی قبه‌الأرض را نیز برای اندازه‌گیری طول جغرافیایی آورده‌اند. قبه‌الأرض نه نقطه آغاز یا پایان آبادانی بلکه به عنوان مرکز بخش آباد در نظر گرفته می‌شده است. در واقع قبه‌الأرض محل تلاقی نصف‌النهار گذرنده از میان بخش معمور زمین و خط استوا است. به اعتقاد هندیان این

۱. بیشتر جغرافی‌پژوهان تعداد این جزایر را ۶ جزیره می‌دانند که بیرونی در کتاب التفهیم (۱۷۳) این تعداد را تأیید می‌کند اما در کتاب تحدید تعداد آنها را ۵ جزیره آورده است (۱۷۶). برای آگاهی از تعداد این جزایر و معنی و مفهوم خالدات نک: گنجی، ۶۷۸-۶۸۰؛ نیک‌فهم خوب روان، ۶۴۲-۶۴۶.

2. A Commentary...

3. Geographical Coordinates...

مکان در جزیره لَنکا^۱ (سَرَنَدیب قدیم و سیلان کنونی) واقع می‌شده است (برای نمونه در این باره نک: فران،^۲ سراسر مقاله). هرچند از این مبدأ در کنار جزایر خالدات در آثار دوره اسلامی یاد شده است اما می‌توان گفت در آغاز توجه دانشمندان اسلامی به نجوم، که در آن دوران بیشتر متأثر از سنت هندی بوده‌اند، این مبدأ بیشتر به جای جزایر خالدات به کار می‌رفته است (برای نمونه نک: تحدید...، ۱۵۶ که در آن بیرونی از فزاری و یعقوب بن طارق، از منجمان سده دوم هجری، یاد کرده است که از این مرجع برای انجام محاسبات خود استفاده کرده‌اند).

به این دو مرجع اصلی می‌توان مراجع دیگری نیز افزود که از آنها برای اندازه‌گیری مختصات جغرافیایی استفاده می‌شده است هرچند این مراجع فراگیر نشدند و تنها در برخی منابع از آنها یاد شده است (نک: کندی، «جغرافیای ریاضی»، ۱۸۹؛ همو، شرح...، ۹۱). بیرونی در موضعی از آثار خود بر این اساس یکی از مشکلات اصلی در محاسبه طول جغرافیایی تعیین مبدأ اندازه‌گیری طول است، بیرونی معتقد است که می‌باید همه طول‌های جغرافیایی را از یک مبدأ محاسبه کنیم (التفهیم، ۱۷۳). در واقع اگر اندازه‌گیری طول جغرافیایی مواضع با توجه به مبدأ مشخص باشد اندازه‌گیری دقیق است (تحدید، ۱۵۶-۱۵۷). می‌توان گفت این مسأله با همین اهمیتی که امروزه در علم جغرافیای نوین دارد، به نحوی در تاریخ علم جغرافیای ریاضی نیز وجود داشته است.

اندازه‌گیری اختلاف طول جغرافیایی دو شهر بر اساس رصد ماه‌گرفتگی

بیرونی می‌گوید که برای اندازه‌گیری فاصله طولی دو شهر لازم است که زمان واحدی را در هر دو موضع بتوان اندازه گرفت. سپس می‌گوید این نمی‌تواند آغاز روز و شب باشد چون اختلاف طول جغرافیایی موجب تفاوت در ساعت آغاز روز و شب می‌شود. همچنین روی زمین، با توجه به کروی بودن شکل آن و کوچکی زاویه رؤیت، نمی‌توان فرض کرد که رخدادی را هم‌زمان در دو شهر که از هم فاصله‌ای دارند در نظر بگیریم. بیرونی می‌افزاید اگر قدری بالاتر برویم و در حوادث جوی به‌دنبال چنین چیزی باشیم، نمی‌توانیم بیابیم چون نمی‌توان زمان رعد و برق یا ظهور دنباله‌دارها^۳ را تعیین کرد. او

1. Lanka
2. Ferrand

۳. در فیزیک ارسطویی دنباله‌دارها رخدادی در منطقه زیر فلک ماه هستند و از این بابت بیرونی این مورد را در میان حوادث جوی آورده است.

سپس در آسمان به دنبال چنین پدیده‌ای می‌گردد، طلوع و غروب به همان دلیل پیشین رد می‌شوند، گرفتگی خورشید نیز چون در همه جا رؤیت نمی‌شود، قابل اعتماد نیست. پس می‌ماند گرفتگی ماه. گرفتگی ماه برای تمام شهرهایی که در شب به‌سر می‌برند قابل رؤیت است و تفاوت مقدار گرفتگی به ساعت آغاز شب بستگی دارد، بر این اساس آن را می‌توان به عنوان معیاری برای گذر زمان به حساب آورد و از این بابت ماه گرفتگی درصدی است که برای تعیین اختلاف طول جغرافیایی در نظر گرفته می‌شود (تحدید، ص ۱۶۶-۱۶۷؛ قانون، ۵۰۷/۲-۵۱۱).

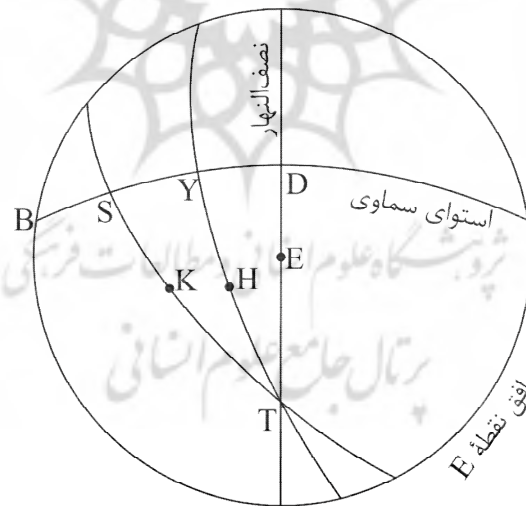
بیرونی می‌نویسد که تعیین زمان دقیق ماه گرفتگی در این محاسبه مهم است و برای افزایش دقت سه مرجع زمانی در اختیار داریم: «گرفتگی از این سه حالت بیرون نیست که در [نقطه] حقیقی طلوع باشد یا [نقطه] غروب یا در وسط آسمان»^۱ (تحدید، ۱۶۹). او در ادامه می‌نویسد که اگر زمان‌های میان این مراجع را نیز در نظر بگیریم یعنی «ساعات گرفتگی رصد شده ساعات گذشته از اول شب یا میانه آن یا ساعات مانده به پایان شب یا میانه آن» باشند هفت حالت مختلف برای ساعت گرفتگی به‌دست می‌آید: ۱. غروب خورشید، ۲. از غروب تا زمان گرفتگی (پیش از نیمه‌شب)، ۳. از گرفتگی تا نیمه‌شب، ۴. نیمه‌شب، ۵. از نیمه‌شب تا گرفتگی (پیش از پایان شب)، ۶. از گرفتگی تا طلوع خورشید و ۷. طلوع خورشید. بیرونی مدعی است که مجموع حالت‌های بررسی ۲۸ حالت می‌شود و چون در هر رصد دو موضع را باید در نظر گرفت ۵۶ حالت به‌دست می‌آید. هر چند بیرونی تنها نوشته است که تعداد حالت‌ها برابر است مجموع اعداد طبیعی متوالی از یک تا ۷، که همان ۲۸ است، کندی در شرح خود - به‌درستی - در باره دلیل این ترکیب شک می‌کند. تنها حالت ممکن برای به‌دست آوردن حالات ممکن استفاده از یک ترکیب ریاضی است و ۲۸ جواب ترکیب ۲ از ۸ است $(\binom{8}{2})$ در حالی که مجموعه اول در اینجا هفت عضوی است و نه هشت عضوی! (کندی، شرح...، ص ۱۰۱؛ بیرونی، همان، ۱۶۹-۱۷۰). او می‌افزاید که در هر یک از این حالت‌ها ممکن است عرض جغرافیایی محل‌های رصد را بدانیم یا ندانیم، و این نیز تعداد حالت‌های بررسی را تغییر می‌دهد (بیرونی، همان‌جا، نیز نک: کندی، شرح...، ۱۰۱-۱۰۲).

بیرونی در ادامه می‌نویسد که این ترکیبات را می‌توان طور دیگری نیز دسته‌بندی کرد:

۱. فلا یخلو الکسوف من أن یكون فی حقیقة الطلوع أو حقیقة الغروب أو حقیقة وسط السماء

۱- اینکه زمان ماه‌گرفتگی بر اساس خط وسط سماء رؤیت^۱، یعنی بر اساس فاصله از نیمه‌شب، ضبط شود که در این صورت در محاسبات نیازمند عرض جغرافیایی نیستیم؛
 ۲- اینکه بر اساس افق ناظر ضبط شود که باید در محاسبات آن عرض جغرافیایی مواضع رصد را بدانیم (بیرونی، تحدید، ۱۷۰-۱۷۱؛ کندی، همان‌جا).
 حالت نخست خود در بردارندهٔ چهار حالت است:

۱. ماه‌گرفتگی در هر دو موضع در نیمه‌شب رخ بدهد و این یعنی مواضع رصد اختلافی در طول جغرافیایی ندارند و هر دو روی یک نصف‌النهار واقع شده‌اند. بیرونی اضافه می‌کند که جز این لازم است که هر دو موضع در یک ربع از زمین باشند زیرا اگر فاصلهٔ آنها روی قوس نصف‌النهار بیش از یک ربع باشد، به‌طور هم‌زمان ماه‌گرفتگی را نمی‌بینند (بیرونی، همان، ۱۷۱).
 ۲. ماه‌گرفتگی در هر دو موضع قبل از نیمه‌شب یا پس از آن رخ دهد. در این حالت اگر افق یکی از دو موضع را رسم کنیم (نک: شکل ۱)، نقطه K محل ماه‌گرفتگی است که در اینجا پیش از نیمه‌شب رخ داده است. هر یک از نقاط E و H سمت‌الرأس یکی از مواضع رصد هستند و در نتیجه قوس‌های DS و SY زمان باقی‌مانده تا نیمه‌شب برای هریک از افق‌ها خواهند بود و اختلاف قوسی آنها، یعنی قوس DY اختلاف طول جغرافیایی دو نقطه است.



شکل ۱

۱. دایرهٔ وسط سماء رؤیت دایره‌ای است که از قطب‌های دایره‌البروج و افق بگذرد و آن را دایرهٔ عرض اقلیم رؤیت نیز می‌نامند.

۳. در این حالت ماه‌گرفتگی در یک شهر در نیمه‌شب رخ می‌دهد و در دیگری قبل یا بعد از نیمه‌شب، یعنی حالتی را می‌توان فرض کرد که ماه‌گرفتگی بر روی نصف‌النهار شهر **H** رخ دهد پس تفاوت طول جغرافیایی این شهرها مطابق شکل ۱ مقداری است که تا نیمه‌شب شهر **E** باقی مانده است و این برابر با مقدار قوس **DS** خواهد بود، در نتیجه این قوس نشان دهنده اختلاف طول جغرافیایی دو شهر **E** و **H** است.

۴. در حالت چهارم ماه‌گرفتگی در یک شهر پیش از نیمه‌شب رخ داده است و در دیگری پس از نیمه‌شب رخ می‌دهد. در این حالت قوس **TKS** ما بین دو نصف‌النهار شهر **E** و **H** قرار خواهد گرفت که در این حالت **YS** اندازه مقداری است که ماه‌گرفتگی بعد از نیمه‌شب در شهر **H** رخ خواهد داد و قوس **SD** مقدار باقی مانده آن تا شهر **E** خواهد بود و اختلاف طول جغرافیایی دو شهر از همان رابطه قبلی به دست خواهد آمد (بیرونی، تحدید، ص ۱۷۱-۱۷۳؛ کندی، شرح...، ۱۰۳-۱۰۴).

در حالت دوم که مواضع رصد افق‌های مختلف دارند و در نتیجه عرض جغرافیایی راصد در محاسبات تأثیرگذار است تعداد همه صورت‌ها ۲۴ تا می‌شود که بیرونی می‌نویسد بررسی ۱۲ تا از آنها کافی است، یعنی برای هر صورتی عکسی وجود دارد. از این میان شش صورت متضمن حالتی هستند که یکی از ناظران کسوف را در نیمه‌شب، زمان منتهی به آن یا اندکی پس از آن می‌بیند و دیگری در زمان طلوع، غروب یا اندکی پس از آغاز شب. این شش صورت عبارتند از:

۱. ماه‌گرفتگی در یکی از شهرها در نیمه‌شب رخ دهد و در دیگری در زمانی که مقداری از اول شب گذشته است و عکسش آن است که در شهر دوم در زمانی رخ دهد که مقداری به پایان شب مانده است؛

۲. ماه‌گرفتگی در یکی از دو شهر در نیمه‌شب رخ دهد و در شهر دیگر بر افق شرقی/افق غربی رخ دهد؛

۳. در شهر اول در زمان مانده به نیمه‌شب ماه‌گرفتگی رخ دهد و در دیگری پس از نیمه‌شب یا بالعکس؛

۴. در شهر اول ماه‌گرفتگی در زمان مانده به نیمه‌شب رخ دهد و در شهر دوم در افق شرقی، عکسش آن است که در شهر اول پس از نیمه‌شب رخ دهد و در شهر دوم در افق غربی؛

۵. در شهر اول ماه‌گرفتگی زمانی پس از آغاز شب رخ بدهد و در شهر دوم اندکی

پس از نیمه‌شب و بالعکس؛

۶. ماه‌گرفتگی در شهر اول در افق مشرق رخ دهد و در شهر دوم زمانی پس از نیمه شب و بالعکس.

در این حالت‌ها محاسبهٔ اختلاف طول جغرافیایی دو محل به تعیین مقدار اختلاف تعدیل‌النهار بستگی دارد.^۱ برای به‌دست آوردن اختلاف طول جغرافیایی می‌باید اختلاف تعدیل‌النهار آن روز را برای دو موضع رصد محاسبه کرد و سپس آن را از فاصلهٔ زمان ماه‌گرفتگی تا نیمه‌شب تفریق کرد. متمم این قوس اختلاف طول جغرافیایی دو محل است (بیرونی، همان، ۱۷۴-۱۷۹؛ کندی، همان، ۱۰۵-۱۰۷).

دستهٔ دیگر شامل حالاتی است که گرفتگی هنگام طلوع یا غروب آفتاب یا زمان‌های نزدیک به آنها در مواضع رصد رخ دهد:

۱. ماه‌گرفتگی در هر دو افق پس از غروب خورشید یا پیش از طلوع رصد شود؛
۲. ماه‌گرفتگی در هر دو موضع در هنگام غروب یا طلوع دیده شود،
۳. در شهر اول ماه‌گرفتگی هنگام غروب رخ بدهد و در دیگری پس از غروب یا در اولی هنگام طلوع رخ بدهد و در دومی پیش از طلوع؛
۴. ماه‌گرفتگی در یک شهر پس از غروب آفتاب رخ دهد و در دیگر هنگام طلوع آن یا در یکی پیش از طلوع و در دیگری هنگام غروب رخ بدهد؛
۵. ماه‌گرفتگی در فاصلهٔ میان غروب خورشید و طلوع دوبارهٔ آن رخ بدهد؛
۶. در یکی ماه‌گرفتگی هنگام طلوع خورشید دیده شود و در دیگری هنگام غروب آن (بیرونی، تحدید، ۱۷۴-۱۷۵؛ کندی، شرح...، ۱۰۷-۱۱۱).

کندی در شرح خود می‌نویسد که از میان این شش حالت، حالت‌های (۲)، (۳)، (۴) و (۶) حالت‌های خاصی از حالت‌های (۱) و (۵) هستند (کندی، همان، ۱۰۹)، البته بیرونی محاسبات را برای همهٔ این حالت‌ها آورده است (همان، ۱۸۰-۱۸۵). بر این اساس در حالت اول اختلاف طول جغرافیایی برابر با قوس اختلاف افق‌های دو موضع رصد روی استوا است که آن نیز حاصل اختلاف تعدیل‌النهار دو موضع برای آن روز است. در حالت پنجم مقدار اختلاف طول جغرافیایی از رابطه‌ای شبیه به چهار حالت نخست به‌دست می‌آید.

۱. مقدار ساعات اختلاف هر شبانه‌روز از شبانه‌روز متوسط. منظور از شبانه‌روز متوسط روزهای اعتدال هستند (اول بهار و اول پاییز) که در آنها طول هر یک از روز و شب ۱۲ ساعت است.

نقد بیرونی بر روش پیشینیان

بیرونی در ارتباط با چگونگی اندازه‌گیری اختلاف طول جغرافیایی شهرها از برخی اندازه‌گیری‌های پیش از خود یاد کرده است و در این یاد کردن روش برخی از محاسبان را نقد کرده است و منبع اشتباه موجود در برخی اندازه‌گیری‌ها را نیز آورده است (نک: تحدید، ۲۰۱-۲۰۵).

۱. نقد بر روش ابن سینا

به نقل از بیرونی، ابن سینا رساله‌ای در ارتباط با تصحیح طول جغرافیایی شهر جرجانیه تألیف کرده است^۱ که وی به آن دسترسی داشته است اما در آثار خود نامی از آن نمی‌آورد و فقط به عنوان آن اشاره می‌کند (تحدید، ۲۰۱؛ نک: قانون، ۵۰۸/۲). ابن سینا در این رساله با استفاده از ارتفاع ماه در دایره نصف‌النهار طول جغرافیایی شهر جرجانیه را اندازه‌گیری کرده است. البته بیرونی اشاره کرده است که ابن سینا به این دلیل از ارتفاع ماه برای انجام محاسبات خود استفاده کرده است که در آن سال هیچ ماه‌گرفتگی قابل مشاهده‌ای در آن شهر رخ نداده بود. بیرونی می‌نویسد ابن سینا ارتفاع ماه را ۸۰ درجه و ۶ دقیقه اندازه‌گیری کرد و با استفاده از اختلاف طول جغرافیایی شهر جرجان و بغداد، عرض و مقدار میل آن را نیز محاسبه کرد. بیرونی روش ابن سینا را به چند دلیل عمده فاقد دقت لازم می‌داند: ۱. استفاده از این روش نیازمند استفاده از یک زیج مرجع است که در آن موقعیت ماه نسبت به شهری که ارتفاع ماه در آنجا اندازه گرفته شده است، در اینجا جرجان، تا حد خوبی دقیق باشد؛ ۲. سرعت سیر ماه و نیز مقدار اختلاف منظر آن در رصد مشکلاتی پیش می‌آورد؛ ۳. رصد ماه روی خط وسط سماء در دو شهری که طول و عرض جغرافیایی آنها مشخص است کاری طاقت فرسا و بسیار خسته کننده است و پیدا کردن طول جغرافیایی شهری براساس آن سخت‌تر از این موضوع نیز خواهد بود. لذا هر چند بیرونی می‌نویسد که این نیز روشی برای اندازه‌گیری اختلاف طول جغرافیایی است اما روش مناسبی نیست (بیرونی، همان، ۲۰۱-۲۰۲).

۲. رصد ابوعلی محمد بن عبدالعزیز هاشمی

بیرونی می‌نویسد که او برای محاسبات خود از رصد ماه‌گرفتگی در ۱۴ ذی‌القعدة سال

۱. به نظر می‌رسد که این رساله به درخواست زرین گیس دختر شمس‌المعالی قابوس بن وشمگیر (حک: ۳۶۷-۴۰۲ ق/ ۹۷۸-۱۰۱۲ م) حاکم زیاری گرگان تألیف شده است. ابن سینا در حدود سال ۴۰۲ ق به این شهر سفر کرد و تا سال ۴۰۴ ق در آنجا حضور داشته است. این رساله امروز در دسترس نیست.

۳۲۰ق/۹۳۲ استفاده کرده است و اختلاف طول جغرافیایی بغداد و رقه را محاسبه کرده است. بیرونی در اینجا به روش محاسبه هاشمی خرده‌ای نگرفته است و آن را با یکی از روش‌های خود مقایسه کرده است اما اشتباهی را متذکر شده است. در کتابی که بیرونی از هاشمی در اختیار داشته است (نک: کندی، شرح...، ۱۲۵) ساعت رقه بیشتر از بغداد نوشته شده است. بیرونی می‌گوید بر ما معلوم است که رقه از بغداد غربی‌تر است و می‌نویسد: «این را می‌توان اشتباه در نسخه دانست به سبب بی‌دقتی ناقلین، به‌ویژه در حروف معجم (ارقام ابجدی) و رقم‌های محاسبان.»^۱

۳. روش سرخسی

بیرونی نمونه سوم را براساس قاعده و روش سرخسی و از زیچ منتسب به او آورده است (نک: تحدید، ۲۰۴-۲۰۶). او می‌نویسد که سرخسی محاسبه خود را بر اساس فاصله شهرها از قبة الأرض پیش برده است و این هر چند صحیح است اما به سبب اختلاف آراء محاسبان در باره فاصله از قبة الأرض ممکن است موجب اختلاف در محاسبات بشود.

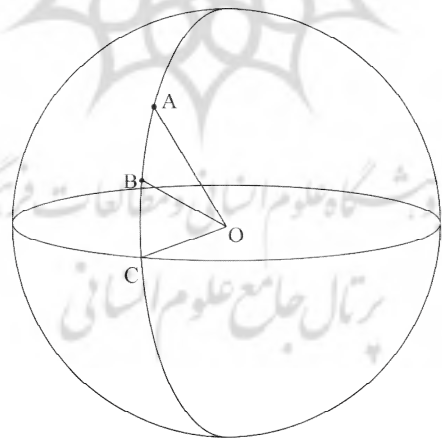
محاسبه مسافت میان شهرها با استفاده از اختلاف طول و عرض جغرافیایی آنها

اگر قرار باشد پیوندی میان تحدید نهایت الأماكن با کتاب‌های جغرافیای توصیفی بیابیم باید در این دست مطالب آن را جستجو کنیم. بیرونی پس از عرضه روش‌های به‌دست آوردن عرض و طول جغرافیایی و اختلافات آنها در فصلی مجزا در باره به‌دست آوردن مسافت میان شهرها و نیز به‌دست آوردن طول و عرض جغرافیایی آنها بر اساس مسافت‌ها سخن گفته است. پس از این فصل فهرست بلند بالایی از مثال‌هایی آمده است که در آنها فاصله شهرهای مختلفی از یکدیگر محاسبه شده است. در یک نگاه کلی موارد این فهرست از این قرارند:

- دانستن فاصله بغداد و ری در طول جغرافیایی
- دانستن فاصله جرجانیه و ری در طول جغرافیایی
- دانستن [اختلاف] طول و عرض جغرافیایی جرجان از طول و عرض جغرافیایی ری و جرجانیه^۲

۱. ویمکن أن یحمل ذلک علی فساد النسخة لقله احتیاط الناقلین وخاصة فی حروف المعجم وأرقام الحساب
 ۲. معرب گرگانج که یکی از شهرهای مهم خوارزم به حساب می‌آمده و گاهی نیز مرکز حکومت خوارزمشاهیان بوده است. این شهر نباید با جرجان که مرکز استرآباد بوده است و در دوره‌ای مرکز حکومت خاندان زیاری بوده است اشتباه شود.

- دانستن فاصله جرجانیه و بلخ در طول جغرافیایی
 - دانستن طول و عرض درغان^۱ و آمویه^۲ از طول و عرض جرجانیه و بلخ
 - دانستن طول و عرض بخارا بر اساس طول و عرض درغان و آمویه
 - دانستن فاصله میان بخارا و بلخ
 - دانستن اختلاف طول [جغرافیایی] شیراز و زرنج سیستان، شیراز و بغداد، بلخ و غزنه، بستان، بستان و غزنه، غزنه و سیستان، بغداد و رقه و رقه و اسکندریه.
 - در ابتدای فصل و پیش از آغاز کردن در یاد کردن از شهرهای مختلف بیرونی همچون بخش پیشین تلاش کرده است تا روش‌هایی کلی برای به‌دست آوردن مقادیر مورد نظر خود عرضه کند (بیرونی، تحدید...، ۲۲۷-۲۲۸؛ کندی، شرح...، ۱۴۴-۱۴۶). او مسائل کلی این بخش را به سه دسته تقسیم کرده است:
 - الف) محاسبه مسافت دو شهر وقتی روی یک نصف‌النهار باشند، یعنی طول جغرافیایی آنها برابر باشد و عرض جغرافیایی آنها متفاوت باشد؛
 - ب) محاسبه مسافت میان دو شهر وقتی عرض جغرافیایی آنها یکسان است و طول جغرافیاییشان متفاوت است
 - ج) محاسبه مسافت میان دو شهر وقتی هم در طول هم در عرض با یکدیگر اختلاف دارند.
- حالت اول را با شکل ۲ می‌توان نشان داد:



شکل ۲

۱. شهری در ولایت خوارزم. این شهر در ساحل غربی جیحون واقع بوده است و از این رو مرز خوارزم به حساب می‌آمده است.
۲. شهری دیگر در ولایت خوارزم و بر ساحل جیحون که نام آن نیز بر اساس جیحون (آمودریا) است.

در این حالت فاصله دو شهر برابر با اختلاف عرض جغرافیایی آنها است و اگر بخواهیم این را به واحد طول تبدیل کنیم آن را در حصه^۱ ضرب می‌کنیم. اگر عرض جغرافیایی دو شهر A و B را به ترتیب با φ_A و φ_B نشان بدهیم و مقدار حصه^۱ یک درجه را با K نشان بدهیم، فاصله دو شهر از این رابطه به دست می‌آید:

$$AB = K \times (\varphi_A - \varphi_B)$$

در حالت دوم که در شکل ۳ نشان داده شده است بیرونی می‌نویسد که فاصله میان دو نقطه بر اساس دایره‌های عظیمه‌ای که از آنها می‌گذرند تعیین می‌شود و نه قوسی از مدار عرض جغرافیایی که آنها را به یکدیگر متصل می‌کند، اما وتر این هر دو یکسان است. بر این اساس او نخست مقدار وتر میان دو شهر را محاسبه می‌کند و بعد فاصله را به دست می‌آورد. بر این اساس

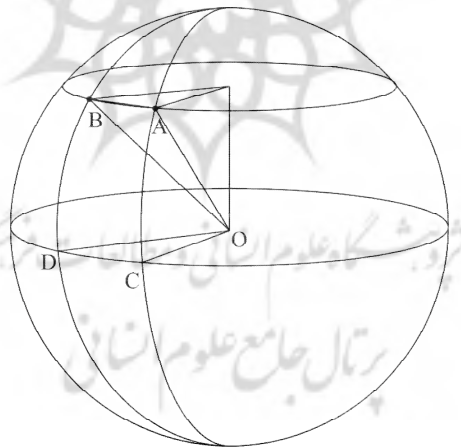
چون عرض جغرافیایی دو شهر برابر است ($\varphi_A = \varphi_B = \varphi$) داریم:

$$\text{Crd } AB = \frac{\text{Crd } (\Delta_A - \Delta_B) \times \text{Cos } \varphi}{R}$$

در اینجا Δ مقدار طول جغرافیایی هر یک از دو شهر است و R مقدار شعاع زمین است. در ادامه

برای به دست آوردن مقدار این وتر باید حاصل بخش قبل را در حصه^۱ یک درجه ضرب کنیم.

$$AB = K \times \text{arc Crd } AB$$



شکل ۳

۱. منظور از حصه^۱ یک درجه آن است که یک درجه قوس برابر با چه مقدار از واحد طول است. این مقدار معمولاً بر اساس محاسبه محیط زمین به دست می‌آمده است یعنی از تقسیم محیط زمین بر ۳۶۰ مقدار طول یک درجه به دست می‌آمده است. بیرونی خود در تحدید نهایت‌الامکان ماجرای این اندازه‌گیری را که در زمان مأمون انجام شده بود آورده است (۲۱۳-۲۱۴).

در حالت سوم (شکل ۴) نخست بیرونی می‌نویسد که وتر اختلاف طول جغرافیایی دو نقطه از رابطه‌ای مشابه با رابطه قبل به دست می‌آید. از این رو می‌توان نوشت:

$$\Delta \Lambda_A = \frac{\text{Cos } \varphi_A \times \text{Crd}(\Lambda_A - \Lambda_B)}{R}$$

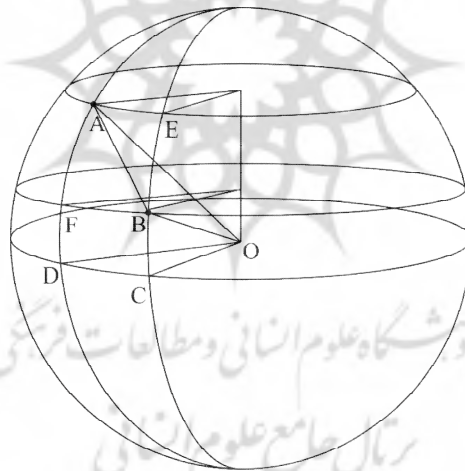
9

$$\Delta \Lambda_B = \frac{\text{Cos } \varphi_B \times \text{Crd}(\Lambda_A - \Lambda_B)}{R}$$

حال در چهارضلعی $AFBE$ با نوشتن رابطه بطلمیوس^۱ خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \text{Crd } AE \times \text{Crd } FB + \text{Crd } AF \times \text{Crd } EB \\ = \text{Crd } AB \times \text{Crd } EF \quad (*) \end{aligned}$$

چون دو نقطه A و E و دو نقطه B و F دو به دو روی یک مدار عرض جغرافیایی هستند بنا بر این وتر AF با وتر EB برابر است و مقدار آنها برابر با اختلاف عرض جغرافیایی دو شهر است، همچنین وتر AE با وتر FB برابر است و مقدار آنها برابر با اختلاف طول جغرافیایی دو شهر است و هر یک از آنها از رابطه قبل به دست می‌آیند.



شکل ۴

علاوه بر اینها وتر AB با وتر EF برابر است و در نتیجه رابطه (*) به این صورت نوشته می‌شود:

۱. منظور رابطه‌ای است که بطلمیوس در بخش دهم از مقاله اول مجسطی ثابت کرده است. بر اساس آن در یک چهارضلعی محاط در دایره اگر حاصل ضرب اضلاع روبه‌رو را با هم جمع کنیم با حاصل ضرب قطرهای آن در هم برابر می‌شوند.

$$(Crd AB)^r = \left(\frac{\cos \varphi_A \times Crd(\Lambda_A - \Lambda_B)}{R} \times \frac{\cos \varphi_B \times Crd(\Lambda_A - \Lambda_B)}{R} \right) + (\varphi_A - \varphi_B)^r$$

در نتیجه مقدار وتر فاصله دو شهر از رابطه زیر به دست می‌آید

$$AB = \text{arc Crd} \sqrt{\frac{\cos \varphi_A \times \cos \varphi_B \times [Crd(\Lambda_A - \Lambda_B)]^r}{R^r} + (\varphi_A - \varphi_B)^r}$$

و اگر این مقدار را در حصه یک درجه ضرب کنیم فاصله دو شهر بر اساس کمیت طول حاصل می‌شود.

نتیجه

اینکه کتاب تحدید نهایات الأماكن بیرونی کتابی در جغرافیای ریاضی است با تکیه بر وجود محاسباتی چون تعیین طول و عرض جغرافیایی مواضع مختلف روی زمین ثابت می‌شود اما به دنبال آن آنچه این کتاب را از دیگر آثار این حوزه جدا می‌کند تأکید بیرونی بر عرضه راه‌حل‌های مختلف و کلی برای حل یک مسأله است. آنچه در این مقاله بررسی شد نشان دهنده افزایش حالات مختلف یک مسأله و عرضه راه‌حل‌های کلی برای هر دسته از افزایشهاست. بر این اساس کار بیرونی را در این مورد می‌توان به دو بخش کلی تقسیم کرد: تعیین رصد ماه‌گرفتگی به عنوان رصدی که می‌تواند معیار تعیین اختلاف طول جغرافیایی باشد و سپس احصای حالت‌های مختلف بر پایه زمان گرفتگی و عرضه راه‌حل‌های کلی برای هر دسته از رصدها.

منابع

- بطلمیوس، جغرافیا، به کوشش فؤاد سزگین و دیگران، فرانکفورت، ۱۴۰۷ق/۱۹۸۷م.
 بیرونی، التفهیم لاوائل صناعة التنجیم، به کوشش جلال‌الدین همایی، تهران، انجمن آثار ملی، ۱۳۱۶-۱۳۱۸ش.
 همو، تحدید نهایات الأماكن لتصحیح مسافات المساکن، به کوشش بولگاکوف، قاهره، ۱۹۶۲م
 (تجدید چاپ در الجغرافیا الإسلامية، به کوشش فؤاد سزگین، ج ۲۵، فرانکفورت، ۱۴۱۳ق/۱۹۹۳م).

همو، تحقیق ماللهند، به کوشش ادوارد زاخاو، لندن، ۱۸۸۷م (تجدید چاپ در الجغرافیا
الإسلامیه، به کوشش فؤاد سزگین، ج ۱۰۵، فرانکفورت، ۱۴۱۳هـ/۱۹۹۳م).
همو، قانون مسعودی، ۳ج، حیدرآباد دکن، ۱۹۵۴-۱۹۵۶م.
کرامتی، یونس. (۱۳۸۳ش). «بیرونی». دایره‌المعارف بزرگ اسلامی. تهران: مرکز دایره‌المعارف
بزرگ اسلامی.

کرم‌زاده، فرشاد؛ قلندری حنیف، رحیمی، غلامحسین. (باییز و زمستان ۱۳۹۵). «جغرافیای
ریاضی در نخستین آثار نجومی دوره اسلامی». تاریخ علم. دوره ۱۴، شماره ۲. ص ۱۶۱-۱۷۴.
گنجی، محمدحسن، «خالدات، جزایر»، دانشنامه جهان اسلام، ج ۱۴، صص ۶۷۸-۶۸۰.
نیک فهم خوبروان، سجاد، «جزایر خالدات»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۲۱، صص
۶۴۶-۶۴۲

Kennedy, A. R., *A Commentary upon kitāb Tahdīd Nihāyāt al- Amākin li
Taṣhīh Masāfāt al-Masākin*, Beirut, 1973 (Reprint in *Islamic Geography*,
ed. F. Sezgin, vol 27, Frankfurt, 1992).

Idem, *Geographical Coordinational of Localities from Islamic Sources*,
Frankfort, 1987.

Idem, "Mathematical Geography", *Encyclopedia of the History of Arabic
Science*, London/New York, 1996, vol. I.

Ferrand, G. (1923). "Notes de Géographie Orientale". *Journal Asiatique*,
Tome CCII. pp. 1-35.