

## بهینه‌سازی پرتفوی به روش تسلط تصادفی در بورس اوراق بهادار تهران

مسلم پیمانی فروشانی\*، امیرحسین ارضاء\*\*، مریم حمیدی‌زاده\*\*\*،  
مهدی اصغرزاده\*\*\*\*

تاریخ دریافت: ۹۶/۹/۱۲

تاریخ پذیرش: ۹۷/۸/۹

### چکیده

تشکیل پرتفوی بهینه بر اساس ریسک و بازده، از تصمیمات مهم سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی است که برای آن روش‌های مختلفی وجود دارد. اولین روشی که به منظور تشکیل و بهینه‌سازی پرتفوی معرفی گردید، روش میانگین-واریانس مارکوویتز بود. اما این روش به دلیل فرض نرمال بودن تابع توزیع بازدهی، فقط ویژگی‌های خاصی از تابع توزیع بازدهی (بازده مورد انتظار و واریانس) را در نظر می‌گرفت. روش دیگری که سال‌ها بعد به منظور بهینه‌سازی پرتفوی مورد استفاده قرار گرفت، روش تسلط تصادفی بود که تمام تابع توزیع بازدهی را به جای برخی ویژگی‌های خاص مانند واریانس، در نظر می‌گیرد. پژوهش حاضر به بررسی روش تسلط تصادفی در بهینه‌سازی پرتفوی و مقایسه عملکرد این روش با بهینه‌سازی پرتفوی به روش مارکوویتز، با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد در بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازد. معیارهای ارزیابی عملکرد مورد استفاده در این پژوهش شامل چهار معیار شارپ، ترینر، سورتینو و امگا می‌باشد. نتایج این تحقیق نشان‌دهنده برتری عملکرد روش تسلط تصادفی مرتبه دوم بر روش مارکوویتز در رویکرد برون نمونه‌ای و درون نمونه‌ای است. همچنین روش تسلط تصادفی مرتبه دوم، بازدهی تجمعی بالاتری نسبت به روش مارکوویتز دارد.

**واژگان کلیدی:** بهینه‌سازی پرتفوی، تسلط تصادفی، مارکوویتز، ارزیابی عملکرد

\* استادیار گروه مالی و بانکداری، دانشگاه علامه طباطبایی، (نویسنده مسئول) m.peymany@atu.ac.ir

\*\* استادیار گروه مالی و بانکداری دانشگاه علامه طباطبایی،

\*\*\* دانش آموخته کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشگاه علامه طباطبایی

\*\*\*\* دانش آموخته کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشگاه علامه طباطبایی

## مقدمه

در دنیای امروز، بازار سرمایه بخش مهمی از اقتصاد هر کشور را تشکیل می‌دهد. سرمایه موجود در این بازار می‌تواند به عنوان یکی از مهم‌ترین عوامل رشد و توسعه اقتصادی عمل نماید. از مهم‌ترین وظایف بازار سرمایه، تسهیل تشکیل سرمایه به منظور جذب بهینه منابع برای کمک به رشد کسب و کارها و صنایع کشور است (الهی، ۱۳۹۲). سرمایه‌گذاران در این بازار، به دنبال کسب بیشترین بازدهی حاصل از سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار، در مقابل کمترین ریسک ممکن می‌باشند. در واقع، دو معیار اصلی تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران، بازدهی و ریسک است. سرمایه‌گذاران به منظور کاهش ریسک خود، به ایجاد پرتفوی بهینه مبادرت می‌ورزند (شارپ، گوردون و بیلی، ۱۹۹۵). ایجاد پرتفوی بهینه، شامل تجزیه و تحلیل ترکیب سرمایه‌گذاری‌ها و نگهداری مجموعه‌ای از سهام جهت کسب بازدهی بیشتر و ریسک کمتر می‌باشد (راعی، پویان‌فر، ۱۳۸۹). یافتن مناسب‌ترین روش به منظور ایجاد پرتفوی بهینه، از اصلی‌ترین دغدغه‌های سرمایه‌گذاران می‌باشد (کاری، ۱۳۹۴).

ادبیات مدیریت پرتفوی به دهه ۱۹۵۰ باز می‌گردد. در آن زمان هری مارکوویتز برای نخستین بار در سال ۱۹۵۲ نظریه مدرن پرتفوی را معرفی نمود. نظریه مدرن پرتفوی فرض می‌کند که بازدهی سهام از توزیع نرمال پیروی کرده و در نتیجه توزیع بازدهی تنها به وسیله بازده مورد انتظار و واریانس، قابل توضیح است. اما در عمل این مفروضات با اطلاعات دنیای واقعی همخوانی ندارد زیرا در عمل بازدهی چوله و نامتقارن بوده و کشیدگی بیشتری نسبت به توزیع نرمال دارد و در نتیجه نیاز به روش‌های جدیدی، بدون فرض نرمال بودن توزیع خواهیم داشت (ویکنگ فن، ۲۰۱۶). یکی از این روش‌های جدید که فرض نرمال بودن تابع را ندارد، روش تسلط تصادفی است. مدل تسلط تصادفی، یک مدل جامع برای انتخاب پرتفوی است که مطلوبیت مورد انتظار را حداکثر می‌کند و همچنین فروض محدود شده نرمال بودن توزیع احتمال بازده یا مقعر بودن شکل تابع مطلوبیت در همه جا را ندارد. در این روش به جای اینکه صرفاً برخی از ویژگی‌های خاص تابع توزیع بازدهی در نظر گرفته شود، تمام توزیع مورد بررسی قرار می‌گیرد (فیدان، کوزمنکو و آریاسو، ۲۰۱۶). در روش تسلط تصادفی مرتبه

اول فرض می‌شود که سرمایه‌گذاران همواره بیشتر را به کمتر ترجیح می‌دهند و در مرتبه دوم، چنین فرض می‌گردد که علاوه بر اینکه سرمایه‌گذاران بیشتر را به کمتر ترجیح می‌دهند، ریسک‌گریز نیز هستند (التون، گروبر، براون و گوتزمن، ۲۰۰۹).

در پژوهشی که فیدان و همکاران (۲۰۱۵) با استفاده سهام موجود در شاخص‌های P500&S، داوجونز و داکس انجام دادند، برتری روش تسلط تصادفی مرتبه دوم به روش مارکویتز در رویکرد درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای مشاهده شد. همچنین پژوهش‌های هادر، جکورت و کولوکولووا (۲۰۰۹) و هادر، جکورت و کولوکولووا (۲۰۱۵) نیز نشان دهنده برتری این روش به روش مارکویتز بوده است.

با توجه به نتایج پژوهش‌های ذکر شده و خلا موجود در زمینه مقایسه روش‌های مختلف ایجاد پرتفوی، به ویژه عدم بررسی روش تسلط تصادفی در بهینه‌سازی پرتفوی و ارزیابی عملکرد این روش در بازار سرمایه ایران، انجام این تحقیق ضروری جلوه می‌نماید. لذا در این پژوهش به بررسی عملکرد بهینه‌سازی پرتفوی به روش تسلط تصادفی مرتبه دوم با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد شارپ، ترینر، امگا و سورتینو و مقایسه با روش سنتی مارکویتز پرداخته شده است. در ادامه به بررسی مبانی نظری و پیشینه تحقیق پرداخته، سپس پرسش‌ها و روش‌شناسی پژوهش بیان خواهد شد. در پایان نیز به تجزیه تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش پرداخته و نتایج و پیشنهادات مطرح خواهند شد.

## مبانی نظری

مدل مساله انتخاب پرتفوی در سال ۱۹۵۲ توسط مارکویتز ارایه گردید. مارکویتز بیان می‌کند که سرمایه‌گذاران بایستی تصمیمات مربوط به پرتفویشان را صرفاً بر مبنای بازده مورد انتظار و انحراف معیار اتخاذ نمایند. بدین ترتیب برای به دست آوردن پرتفوی حداقل واریانس، برای یک سطح خاصی از بازده، لازم است مساله برنامه‌ریزی غیرخطی زیر حل شود (راعی، پویان‌فر، ۱۳۸۹):

$$\min \sigma_p^2$$

s.t

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1$$

$$\bar{R}_p = \bar{r}$$

$$w_i \geq 0 \text{ for } i=1,2,\dots,N$$

در تابع فوق ( $\sigma_p^2$ ) نشان‌دهنده واریانس بازدهی پرتفوی،  $w_i$  نشان‌دهنده وزن سهم  $i$  ام در پرتفوی، ( $\bar{R}_p$ ) نشان‌دهنده بازده مورد انتظار پرتفوی و ( $\bar{r}$ ) نشان‌دهنده بازده هدف سرمایه‌گذار می‌باشد. به لحاظ فنی، مدل پایه مارکویتز از طریق یک تکنیک ریاضی که برنامه‌ریزی درجه دو نامیده می‌شود، حل می‌گردد. باید خاطر نشان کنیم حل مدل شامل دستکاری در وزن هر سهم در سبد یا درصد مبالغ مورد سرمایه‌گذاری در هر سهم می‌باشد (کریمی، ۱۳۸۶).

با این حال مدل مارکویتز بر این فرض استوار است که توزیع بازدهی نرمال است و این فرض، یک مشکل اساسی دارد و آن این است که از آنجایی که بازدهی سهام شرکت‌ها عموماً چوله و نامتقارن بوده و کشیدگی بیشتری نسبت به توزیع نرمال دارد، نیاز به روش‌های جدیدی، بدون فرض نرمال بودن توزیع خواهیم داشت (ویکنگ فن، ۲۰۱۶). مدل تسلط تصادفی، یکی از روش‌های جایگزین مدل میانگین-واریانس برای تشکیل پرتفوی می‌باشد. عمومی‌ترین مدل تسلط تصادفی، هیچ فرضی را برای تابع توزیع بازدهی، در نظر نمی‌گیرد. بنابراین، وقتی روش تسلط تصادفی مورد استفاده قرار می‌گیرد، احتیاجی نداریم که فرم خاصی از تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار را در نظر بگیریم. مدل تسلط تصادفی خود به دو روش مجزای مرتبه اول و مرتبه دوم قابل انجام است که این دو روش برگرفته شده از مفروضاتی برای رفتار سرمایه‌گذاران است (التون، گروبر، براون و گوتزمن، ۲۰۰۹).

در روش تسلط تصادفی مرتبه اول فرض می‌شود که سرمایه‌گذاران همواره بیشتر را به کمتر ترجیح می‌دهند. در مرتبه دوم، چنین فرض می‌گردد که علاوه بر اینکه سرمایه‌گذاران بیشتر را به کمتر ترجیح می‌دهند، ریسک‌گریز نیز هستند (التون، گروبر، براون و گوتزمن، ۲۰۰۹).

برای تصمیم‌گیری بر اساس تسلط تصادفی مرتبه اول (FSD)، فرض کنید سرمایه‌گذار می‌خواهد دو سرمایه‌گذاری که تابع تجمعی  $F$  و  $G$  دارند را رتبه‌بندی کند. ما این دو سرمایه‌گذاری را با  $F$  و  $G$  نشان می‌دهیم. قانون FSD معیاری است که به ما می‌گوید یک سرمایه‌گذاری بر دیگری تسلط دارد که شرایط  $U' \geq 0$  موجود باشد.

$U$  نشان‌دهنده مطلوبیت بازده است. در واقع این ضعیف‌ترین فرض در رابطه با ترجیحات است. زیرا تنها فرض می‌شود که سرمایه‌گذاران پول بیشتر را به پول کمتر ترجیح می‌دهند. همچنین فرض می‌کنیم  $U$  تابع پیوسته غیرنزولی است.

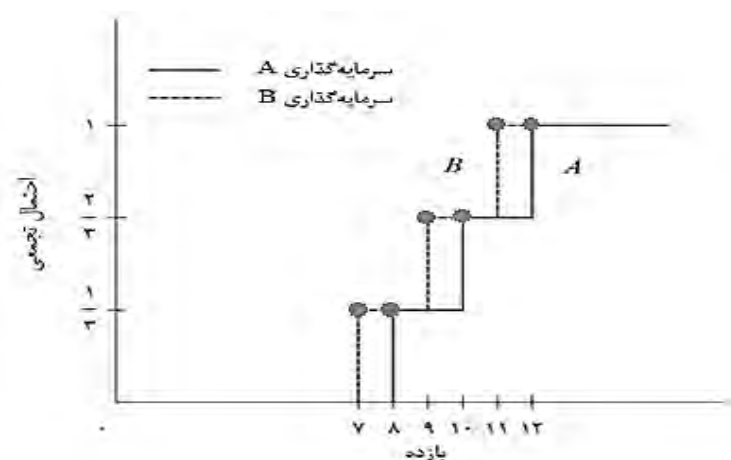
آن‌گاه برای هر  $U_1 \in U$ ،  $F$  بر  $G$  از منظر FSD تسلط دارد اگر و تنها اگر برای تمام مقادیر  $x$ ،  $F(x) \leq G(x)$  باشد. و حداقل یک  $x_0$  وجود دارد که یک نامعادله اکید برای آن برقرار است. نظر به این که FSD مربوط به  $U_1 \in U$  است، می‌توان آن را به شکل زیر خلاصه نمود (لوی، ۲۰۱۵):

$$G(x) \geq F(x) \iff E_g U(x) \leq E_f U(x)$$

برای تمام  $U \in U_1$  با یک نامعادله اکید برای  $U \in U_1$  حداقل یک  $U \in U_1$  برای تمام  $x$ ‌های با یک نامعادله اکید برای  $U \in U_1$  حداقل یک  $x$ .

برای توضیح دقیق‌تر این روش‌ها، با ذکر یک مثال، نحوه استفاده از آنها تشریح می‌گردد. دو سهم  $A$  و  $B$  را با بازدهی تجمعی مطابق با شکل زیر در نظر بگیرید.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی



شکل شماره ۱. نمودار بازدهی تجمعی دو سهم A و B

همان گونه که از این شکل مشخص است، بازده سهم A در سناریوهای مختلف، همواره بیشتر از B است. بنابراین بر اساس روش مرتبه اول تسلط تصادفی که سرمایه گذاران همواره بازدهی بالاتر را به بازدهی کمتر ترجیح می دهند، سرمایه گذاران همواره سهم A را انتخاب می کنند و به عبارتی سهم A بر سهم B چیره است. اما اگر این فرض برقرار نبوده و در بعضی سناریوها، بازدهی A کمتر از B باشد، با استفاده از روش مرتبه اول نمی توان تصمیم گرفته و باید فرض قوی تری نسبت به ویژگی های تابع مطلوبیت در نظر قرار داده و از روش مرتبه دوم تسلط تصادفی (SSD) استفاده نمود. فرض کنید F و G دو سرمایه گذاری با توابع چگالی  $f(x)$  و  $g(x)$  می باشند. آن گاه F از منظر تسلط تصادفی مرتبه دوم (SSD) بر G تسلط دارد که با  $FD2G$  نشان داده می شود، اگر و تنها اگر:

$$\equiv \int_a^x [G(t) - F(t)] dt \geq 0 \quad (x)$$

به ازای هر  $x \in [a, b]$  و حداقل یک  $x_0$  وجود دارد که یک نامعادله اکید به ازای آن وجود دارد. این نظریه می تواند به صورت زیر نیز بیان شود (لوی، ۲۰۱۵):

$$\int_a^x [G(t) - F(t)] dt \geq 0 \quad \iff \quad EFU(x) - EGU(x) \geq 0$$

برای تمام  $U \in U_2$  با یک نامعادله اکید برای تمام X های با یک نامعادله اکید برای

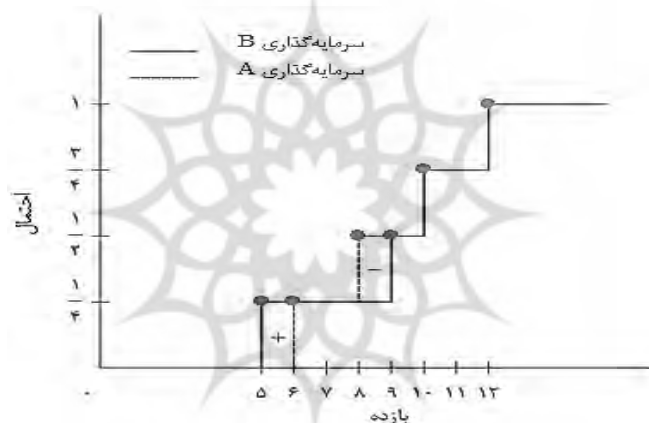
حداقل یک  $x_0$

حداقل یک  $U_0 \in U_1$

(التون، گروبر، براون و گوتزمن، ۲۰۰۹).

| سرمایه گذاری B |        | سرمایه گذاری A |        |
|----------------|--------|----------------|--------|
| خروجی          | احتمال | خروجی          | احتمال |
| ۵              | ۱/۴    | ۶              | ۱/۴    |
| ۹              | ۱/۴    | ۸              | ۱/۴    |
| ۱۰             | ۱/۴    | ۱۰             | ۱/۴    |
| ۱۲             | ۱/۴    | ۱۲             | ۱/۴    |

جدول شماره ۱- بازدهی دو سهم A و B و احتمالات وقوع آن‌ها



شکل شماره ۲. نمودار بازدهی تجمعی دو سهم A و B

همانگونه که در جدول شماره ۱ مشخص است، سهم A در احتمال اول بازدهی بیشتر و سهم B در احتمال دوم بازدهی بیشتری را در اختیار سرمایه گذار قرار می‌دهد. برای انتخاب بین این دو سهم، باید به ریسک‌گریزی سرمایه گذاران نیز توجه داشت. ریسک‌گریزی به این معنا است که سرمایه گذار باید بابت تحمل ریسک، پاداش بگیرد. این امر زمانی رخ می‌دهد که برای سرمایه گذار، هر افزایش در بازده، نسبت به افزایش پیشین، ارزش کمتری دارد. بنابراین در جدول شماره ۱، سرمایه گذار سهم A را ترجیح خواهد داد، زیرا تفاوت بین

بازدهی ۵ و ۶ درصد ارزش بیشتری نسبت به تفاوت بازدهی ۸ و ۹ درصد دارد. این موضوع در شکل شماره ۳ نیز نمایش داده شده است. بنابراین در روش مرتبه دوم تسلط تصادفی، هم به ریسک گریزی سرمایه گذار و هم به بازده سهم توجه می شود (التون، گروبر، براون و گوتزمن، ۲۰۰۹).

به طور کلی بر طبق تسلط تصادفی مرتبه دوم، اگر:

۱- سرمایه گذاران، بیشتر را به کمتر ترجیح دهند و

۲- سرمایه گذاران ریسک گریز باشند و

۳- جمع احتمالات تجمعی برای همه بازدهها، هیچ گاه برای  $A$  بزرگتر از  $B$  نباشد و در برخی اوقات کوچکتر نیز باشد،  $A$  بر  $B$  برتری خواهد داشت. (التون، گروبر، براون و گوتزمن، ۲۰۰۹).

برای تصمیم گیری بر اساس این معیار فرض می کنیم که تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی  $X$  با نماد  $FX(t)$  نمایش داده شود. بدین ترتیب برای دو متغیر تصادفی قابل انتگرال گیری  $X$  و  $Y$  می توان گفت بر طبق مرتبه دوم تسلط تصادفی،  $X$  بر  $Y$  چیره است اگر:

$$\int_{-\infty}^{\eta} F_X(t) dt \leq \int_{-\infty}^{\eta} F_Y(t) dt$$

در فرمول بالا  $\eta$  نشان دهنده مقدار هدف می باشد. (فیدان، کوزمنکو و آریاسو، ۲۰۱۶) در صورت استفاده از تابع گشتاور جزئی متغیر تصادفی  $X$  برای مقدار هدف  $\eta$ ، مرتبه دوم تسلط تصادفی می تواند به صورت زیر نیز تعریف شود:

$$E([\eta - X]_+) \leq E([\eta - Y]_+)$$

که  $[\eta - X]_+ = \max(0, \eta - X)$  می باشد (فیدان، کوزمنکو و آریاسو، ۲۰۱۶). با فرض این که  $Y$  دارای توزیع گسسته با خروجی  $y_i$  باشد که  $i=1,2,\dots,N$  می باشد، فرمول بالا می تواند به شکل زیر نمایش داده شود:

$$E([y_i - X]_+) \leq E([y_i - Y]_+), i=1,2,\dots,N$$



در صورتی که بازدهی معیار ( $y_i$ ) با استفاده از شاخص محقق شود، طبق تعریف ارائه شده در مقاله رادولف و روسزکی (۲۰۰۸) برای حل مساله بهینه‌سازی پرتفوی با مدل تسلط تصادفی مرتبه دوم، به حل مساله بهینه‌سازی زیر خواهیم پرداخت:

$$\max_w \bar{R}_p$$

:s.t

$$E([y_i - R(p)]_+) \leq E([y_i - Y]_+), i=1,2,\dots,N$$

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1.$$

$$0 \leq w_i \leq 1, i=1,2,\dots,N$$

در فرمول بالا،  $\bar{R}_p$  بازده مورد انتظار پرتفوی،  $y_i$  نشان‌دهنده خروجی تابع گسسته  $Y$  است و  $Y$  نیز بازده تصادفی پرتفوی شاخص است که در پژوهش ما شاخص بورس اوراق بهادار تهران در نظر گرفته شده است.  $R(p)$  بازده پرتفوی و  $w_i$  نشان‌دهنده وزن سهم  $i$  ام در پرتفوی می‌باشد. همچنین  $[y_i - R(p)]_+ = \max(0, y_i - R(p))$ ، در صورتی که  $i=1,2,\dots,N$  و  $w_i$  نشان‌دهنده بردار وزن‌های پرتفوی می‌باشد (فیدان، کوزمنکو و آریاسو، ۲۰۱۶).

روش‌های حل مساله بهینه‌سازی با روش تسلط تصادفی مرتبه دوم، به سه دسته عمومی (۱) روش‌های حداکثرسازی (۲) روش‌های آشکار کردن برتری (۳) روش‌های توزیع-محور تقسیم می‌گردد (فیدان، کوزمنکو و آریاسو، ۲۰۱۶). در این تحقیق از روش‌های توزیع-محور استفاده خواهد شد.

قدم آخر در فرآیند مدیریت سرمایه‌گذاری، مرحله‌ی ارزیابی عملکرد پرتفوی است، لیکن می‌توان از آن به مثابه یک ساز و کار بازخور و کنترلی، به منظور اثربخش‌تر نمودن فرآیند مدیریت سرمایه‌گذاری استفاده نمود. (شارپ، بیلی و الکساندر، ۱۹۹۹).

فرض می‌کنیم که هدف سرمایه‌گذاران از بهینه‌سازی سبد سهام، حداکثرسازی بازده مورد انتظار پرتفوی است در حالیکه همزمان تلاش می‌کنند تا ریسک را حداقل نمایند. بنابراین

زمانی که ما عملکرد یک پرتفوی را ارزیابی می‌کنیم، در واقع بازدهی پرتفوی را در مقابل ریسک آن می‌سنجیم. در مقایسه با بازدهی که دارای یک تعریف صریح و آسان برای محاسبه است، اندازه‌گیری ریسک دشوار است. معیارهای ریسک متفاوت، منجر به معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی متفاوت می‌شوند (ویکنگ فن، ۲۰۱۶).

به طور کلی در مورد ریسک دو دیدگاه مجزا وجود دارد: در دیدگاه اول هرگونه نوسان (منفی یا مثبت) احتمالی بازده اقتصادی در آینده به عنوان ریسک محسوب می‌شود و با استفاده از انحراف معیار حول میانگین به دست می‌آید؛ در حالیکه در دیدگاه دوم مفهوم ریسک تغییر می‌کند و به عنوان انحرافات نامطلوب و نامساعد نسبت به میانگین یا نرخ بازدهی هدف تعریف می‌شود به گونه‌ای که نوسانات بالاتر از میانگین (یا نرخ بازدهی هدف) مساعد و در عوض نوسانات پایین‌تر از میانگین (یا نرخ بازدهی هدف) نامطلوب یا نامساعد تلقی می‌شود. ریسک نامطلوب به عنوان شاخص اندازه‌گیری ریسک، تنها نوسانات منفی بازدهی اقتصادی در آینده را در محاسبه ریسک به کار می‌گیرد و به دو شیوه "نیم واریانس زیر نرخ میانگین" و "نیم واریانس زیر نرخ بازده هدف" تعریف و محاسبه می‌گردد. منطبق بر دیدگاه اول شاخص‌های شارپ، جنسن، ترینر و منطبق بر دیدگاه دوم شاخص‌های سورتینو، پتانسیل مطلوب، امگا، جنسن تعدیل شده، ترینر تعدیل شده، معیارهای مناسب برای ارزیابی عملکرد می‌باشند (خدائی وله زاقرد، فولادوندنیا، ۱۳۸۹).

در این رابطه برای محاسبه ریسک کل از معیار شارپ، برای ریسک سیستماتیک از معیار ترینر و برای محاسبه ریسک نامطلوب از معیار سورتینو و امگا استفاده خواهد شد. معیار شارپ یا نسبت بازده به تغییرپذیری، از شاخص مبنایی بر اساس خط بازار سرمایه تاریخی، به عنوان معیار ریسک استفاده می‌نماید. در واقع بازده را نسبت به ریسک کل پرتفوی (انحراف معیار بازدهی) اندازه‌گیری می‌نماید. نسبت شارپ از تقسیم متوسط بازده اضافی پرتفوی بر انحراف معیار به دست می‌آید.

$$SH_p = \frac{\bar{R}_p - R_f}{\sigma_p}$$

در فرمول بالا  $SH_p$  نشان دهنده نسبت شارپ،  $\bar{R}_p$  نشان دهنده میانگین بازدهی پرتفوی،  $R_f$  نشان دهنده بازده بدون ریسک و  $\sigma_p$  نشان دهنده انحراف معیار پرتفوی می باشد. هرچه نسبت شارپ پرتفوی بالاتر باشد، پرتفوی عملکرد بهتری را دارد.

در معیار ترینر از خط (تاریخی) بازار ورقه سهام برای ایجاد شاخص مبنا به منظور ارزیابی عملکرد استفاده می شود. این معیار که نسبت بازده به نوسان پذیری برای یک پرتفوی را اندازه می گیرد، از تقسیم بازده اضافی بر ریسک سیستماتیک پرتفوی، بدست می آید. فرمول محاسبه آن به شرح زیر می باشد:

$$T_p = \frac{\bar{R}_p - R_f}{\beta_p}$$

در فرمول بالا  $T_p$  نشان دهنده نسبت ترینر و  $\beta_p$  نشان دهنده بتای پرتفوی می باشد. هرچه این نسبت بالاتر باشد، نشان دهنده عملکرد بهتر پرتفوی خواهد بود (راعی، پویان فر، ۱۳۸۹). اگر در ارزیابی عملکرد به جای انحراف معیار، از معیار ریسک نامطلوب استفاده شود، شاخص سورتینو حاصل می شود. این نسبت از طریق فرمول زیر محاسبه می شود:

$$S_p = \frac{\bar{R}_p - T}{DR}$$

در فرمول بالا  $S_p$  نشان دهنده نسبت سورتینو،  $T$  نشان دهنده بازده هدف و  $DR$  نشان دهنده نیم انحراف معیار هدف می باشد که از فرمول زیر بدست خواهد آمد:

$$DR = \sqrt{E[(R_p - T)^2 \cdot \mathbb{1}_{\{R_p \leq T\}}]}$$

$\mathbb{1}$  نیز در فرمول بالا نشان دهنده تابع علامت با تعریف زیر می باشد:

$$\mathbb{1} = \begin{cases} 1 & R_p \leq T \\ 0 & R_p > T \end{cases}$$

در معیار سورتینو هرچه نسبت بدست آمده مقدار بیشتری داشته باشد، پرتفوی عملکرد بهتری داشته است (ویکنگ فن، ۲۰۱۶).

معیار امگا به همه عناصر توزیع بازده توجه دارد و بازده‌های بالای نرخ بازده هدف را به بازده‌های پایین‌تر از نرخ بازده هدف تقسیم می‌کند. با در دست داشتن نرخ بازده هدف  $r$ ، نسبت امگا به صورت نسبت احتمال سود به زیان تعریف می‌شود که فرمول آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\Omega(r) = \frac{\int_r^{\infty} (1 - F(x)) dx}{\int_{-\infty}^r F(x) dx}$$

در فرمول بالا،  $\Omega(r)$  نشان‌دهنده نسبت امگا است و  $F(x)$  تابع توزیع تجمعی بازده‌ها را نشان می‌دهد. هرچه این نسبت‌ها مقادیر بالاتری داشته باشند، نشان‌دهنده عملکرد بهتر پرتفوی می‌باشد (ویکنگ فن، ۲۰۱۶).

#### پیشینه پژوهش

تسلط تصادفی برای اولین بار در ریاضی به وسیله من و ویتی (۱۹۴۷) و لمن (۱۹۵۵)، معرفی گردید. بعدها مفهوم تسلط تصادفی در تحقیقات نظری در اقتصاد مورد استفاده قرار گرفت. از منظر نظری، تحقیقات گسترده‌ای صورت گرفته است. به عنوان مثال نقش قوانین تسلط تصادفی و رابطه آن‌ها با قوانین میانگین-واریانس در رساله لوی (۲۰۱۵)، مورد بحث قرار گرفته است. راسل و سئو (۱۹۸۰) و دجورجی (۲۰۰۵)، مفهوم تسلط تصادفی مرتبه دوم را برای مساله انتخاب پرتفوی نظری بکار بردند. آن‌ها خواص تسلط تصادفی مرتبه دوم را در مقایسه با روش میانگین-واریانس مطرح کردند و نشان دادند که مجموعه پرتفویهای کارای میانگین-واریانس و تسلط تصادفی مرتبه دوم با هم هم‌پوشانی دارند اما منطبق نیستند. دنچوا و روزنسکی (۲۰۰۶)، به بررسی مشکل ایجاد یک پرتفوی از دارایی‌های بسیار زیادی که بازده‌های آن‌ها از طریق توزیع‌های مشترک گسسته تعریف شده است، پرداخته‌اند. آن‌ها یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی را ارائه دادند که شامل محدودیت‌های تسلط تصادفی مرتبه اول

بر روی نرخ بازده پرتفوی می‌باشد و به بسط بهینه‌سازی و نظریه دوگانگی برای این مدل‌ها پرداختند. آن‌ها به ایجاد مدل‌های بهینه‌سازی با توابع مطلوبیت پرداختند. کوپا و تیچی (۲۰۱۳) به تست مدل تسلط تصادفی مرتبه دوم در بازار سهام اتحادیه اروپا پرداخته‌اند و کارایی تسلط تصادفی مرتبه دوم را در پرتفوی‌های روی مرز کارای میانگین-ریسک (که ریسک به وسیله انحراف معیار و ماتریس همایی (تطابق) بر اساس همبستگی خطی پیرسون و یا اسپیرمن رو و یا کندال تاو نشان داده شده است)، تحلیل کرده‌اند. به طور تجربی مستند شده است که کدام معیارها و کدام پرتفوها از مرز کارای میانگین-ریسک باید برای حداقل یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز تحت شرایط مشخص، جذاب باشد. کوپا و پست (۲۰۱۵)، به توسعه و اجرای یک آزمون برنامه‌ریزی خطی به منظور تحلیل کارایی یک پرتفوی سرمایه‌گذاری در شرایط تسلط تصادفی مرتبه دوم نسبت به همه پرتفوی‌های ممکن ایجاد شده از یک گروه از دارایی‌های پایه پرداختند. با اعمال این تحلیل بر روی داده‌های معیار سرمایه‌گذاری آمریکا این نتیجه حاصل شد که شاخص بازار سهام به طور معناداری ناکاراست و این تحلیل اظهار می‌کند که هیچ سرمایه‌گذاری ریسک‌گریزی شاخص بازار را در برابر صرف‌های جذاب ارائه شده توسط پرتفوی‌های سرمایه‌گذاری متمرکزتر نگره‌داری نخواهد کرد. هادر، جکورت و کولوکولووا (۲۰۱۵)، عملکرد پرتفوی بهینه درون نمونه‌ای بر اساس معیار تسلط تصادفی مرتبه دوم را با سایر استراتژی‌های مرتبط با مرتبه دوم و روش‌های انتخاب پرتفوی استاندارد مقایسه کردند. پرتفوی‌های انتخابی مرتبط با تسلط تصادفی مرتبه دوم عملکرد بهتری بر اساس نسبت‌های شارپ، اطلاعات یا استفاده از وزن‌های مساوی داشتند. پرتفوی‌های تعیین شده بر اساس روش حداقل واریانس که با بازده میانگین شاخص نیز مطابق هستند، به صورت تعادلی با انتخاب‌های منطبق با تسلط تصادفی مرتبه دوم، عملکردشان را ایفا می‌کنند. فیدان (۲۰۱۵)، به بررسی مشکل بهینه‌سازی پرتفوی با محدودیت‌های تسلط تصادفی مرتبه دوم در سهام‌های بورس استانبول پرداخت. بر طبق نتایج این تحقیق در بورس استانبول، پرتفوی‌های کاراتری را از طریق محدودیت تسلط تصادفی مرتبه دوم نسبت به محدودیت‌های مرسوم می‌تواند بدست آید. علاوه بر این در این مقاله کارایی دوبه دو تسلط تصادفی مرتبه دوم برای بازده‌های

سهام‌های بورس استانبول با استفاده از معیار تسلط تصادفی مرتبه دوم ارائه شده است. فیدان و همکاران (۲۰۱۶)، در مقاله‌ای به مقایسه پرتفوی بهینه با استفاده از روش تسلط تصادفی مرتبه دوم با نمونه‌گیری درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای، و پرتفوی بهینه با استفاده از روش میانگین-واریانس و حداقل واریانس پرداخته‌اند. این تحقیق با استفاده از داده‌های سهام شرکت‌های موجود در شاخص‌های داوجونز، اس‌اند‌پی و داکس انجام شده است. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داده است که پرتفوی‌های در نظر گرفته شده با استفاده از تسلط تصادفی مرتبه دوم، بر شاخص‌های داوجونز، P&S و داکس برتری دارند. شبیه‌سازی‌ها عملکردی برتر از پرتفوی‌های تسلط تصادفی مرتبه دوم نسبت به پرتفوی‌های حداقل واریانس و میانگین-واریانس نشان می‌دهند.

پدرام (۱۳۸۸) در مقاله‌ای به تبیین و آزمون الگوریتم روش تسلط تصادفی برای ارزیابی کارایی پرتفوی بهینه پرداخته است و به این نتیجه رسیده است که قواعد روش تسلط تصادفی به عنوان مکملی برای روش میانگین-واریانس عمل می‌کند. نتایج مطالعات وی نشان می‌دهد که روش تسلط تصادفی، برای ارزیابی کارایی پرتفوی بهینه، از توان بالایی برخوردار بوده و می‌توان از این روش جهت توسعه مدل‌های سنجش کارایی پرتفوی نیز استفاده نمود. اسدی (۱۳۹۱) در پژوهش خود با استفاده از آزمون دیویدسون-دوکلوس به بررسی برتری تصادفی مرتبه اول، دوم و سوم بین شاخص کل صندوق‌های سرمایه‌گذاری و ۴ شاخص دیگر پرداخته و با استفاده از نتایج آن به ارزیابی عملکرد صندوق‌های سرمایه‌گذاری ایران پرداخته است. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که این معیار می‌تواند تا حدود زیادی به سوالات و ابهامات تحلیل‌گران بازار در زمینه فرآیند تصمیم‌سازی پاسخ دهد.

### روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش، از منظر ماهیت و روش اجرا، توصیفی بوده و به لحاظ رویکرد استدلالی، استقرایی محسوب می‌گردد. همچنین، از جهت نوع نهایی استفاده از نتایج، تحقیقی کاربردی است. جامعه آماری پژوهش شامل کلیه شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار

تهران که از ابتدای سال ۱۳۹۱ در بورس اوراق بهادار پذیرفته شده و تا پایان سال ۱۳۹۵ در بورس اوراق بهادار باقی مانده‌اند، می‌باشد. داده‌های پژوهش شامل بازده روزانه طی ۵ سال (۱۳۹۱ تا ۱۳۹۵) سهام شرکت‌های مورد اشاره است. همچنین نرخ بهره بدون ریسک که با نماد  $R_f$  نمایش داده می‌شود، نرخ بازده سرمایه‌گذاری با ریسک برابر صفر است که در این تحقیق برای بدست آوردن این نرخ، از داده‌های بانک مرکزی در خصوص نرخ سود سپرده بانک‌ها در سال‌های گذشته استفاده می‌شود. بازدهی بازار نیز که با نماد  $R_m$  نمایش داده می‌شود، نرخ بازدهی پرتفوی بازار می‌باشد. برای این متغیر از داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران استفاده خواهد شد.

در این پژوهش، ابتدا به بهینه‌سازی پرتفوی‌ها با دو روش مارکویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم پرداخته می‌شود. سپس با استفاده از وزن‌های بدست آمده، با روش برون نمونه‌ای، پرتفوی‌ها تشکیل شده و به ارزیابی عملکرد این پرتفوی‌ها و مقایسه بازده تجمعی آن‌ها خواهیم پرداخت تا به دو پرسش زیر پاسخ داده شود:

۱- کدام روش جهت انتخاب پرتفوی بهینه در رویکرد برون نمونه‌ای و درون نمونه‌ای عملکرد بهتری دارد؟

۲- کدام یک از روش‌های ایجاد پرتفوی در رویکرد برون نمونه‌ای و درون نمونه‌ای، بازده تجمعی بالاتری نسبت به دیگری دارد؟

برای پاسخ به دو پرسش فوق ضروری است در ابتدا وزن بهینه داراییها با هر یک از دو روش فوق استخراج و عملکرد دو روش مقایسه گردد. بدین منظور، می‌توان از روش‌های درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای استفاده نمود. در این دو روش یک پنجره غلتان تعریف می‌شود. روش پنجره غلتان، یک مجموعه متوالی از بازدهی‌ها و وزن‌ها را در نظر می‌گیرد. برای تعیین پنجره غلتان، یک محدوده تاریخی یا پنجره، که طول آن توسط کاربر تعیین شده، در ابتدای محدوده داده‌ها قرار می‌گیرد. در روش درون نمونه‌ای، از تمام داده‌های موجود در پنجره غلتان برای اجرای استراتژی‌ها درون این پنجره غلتان استفاده می‌گردد. همچنین در روش برون نمونه‌ای، از تمام داده‌های موجود در پنجره غلتان برای اجرای استراتژی‌ها پس از

این پنجره غلطان استفاده می‌گردد. در این پژوهش، از داده‌های ۳ و ۴ ساله برای اجرای روش‌های مارکویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم و بدست آوردن وزن‌های بهینه استفاده می‌گردد. بدین ترتیب برای تشکیل پرتفوی در روش برون نمونه‌ای، در روز بعد از ۳ و ۴ سال، به ترتیب از وزن‌های حاصل شده از ۳ و ۴ سال استفاده می‌گردد و سپس بازدهی و ریسک این پرتفوها به منظور مقایسه عملکرد این پرتفوها استفاده می‌گردد. پس از آن پنجره ۳ و ۴ ساله به اندازه یک روز در مجموعه داده‌های موجود غلتانیده شده، این تکنیک تکرار شده و نتایج استراتژی‌های بهینه‌سازی در طی زمان بدست می‌آید.

در این پژوهش، ابتدا با دو روش مارکویتز و تسلط تصادفی وزن بهینه سهام شرکت‌ها در پرتفوی‌ها مشخص شده، سپس به ایجاد پرتفوی‌ها با روش برون نمونه‌ای با استفاده از پنجره ۳ و ۴ ساله پرداخته و در نهایت به ارزیابی عملکرد پرتفوی‌های ایجاد شده با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد شارپ، ترینر، سورتینو و امگا و مقایسه بازده تجمعی پرداخته خواهد شد.

## تجزیه و تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

### پرسش اول

در جدول زیر، نتایج محاسبه معیارهای ارزیابی عملکرد شارپ، ترینر، سورتینو و امگا برای پنجره‌های ۳ و ۴ ساله در روش برون نمونه‌ای برای دو روش تسلط تصادفی مرتبه دوم و مارکویتز مشاهده می‌شود.

| پنجره ۴ ساله |          | پنجره ۳ ساله |          | معیارهای ارزیابی عملکرد |
|--------------|----------|--------------|----------|-------------------------|
| SSD          | مارکویتز | SSD          | مارکویتز |                         |
| ۰,۰۰۳۴       | -۰,۱۹۴۲  | -۰,۰۵۹۰      | -۰,۲۶۸۴  | معیار شارپ              |
| ۰,۰۰۰۱       | -۰,۰۰۴۶  | -۰,۰۰۱۱      | -۰,۰۰۶۷  | معیار ترینر             |
| ۰,۰۰۴۸       | -۰,۲۳۹۷  | -۰,۰۸۱۳      | -۰,۳۲۰۵  | معیار سورتینو           |
| ۱,۰۰۹۶       | ۰,۵۹۷۴   | ۰,۸۳۶۴       | ۰,۴۵۹۳   | معیار امگا              |

جدول ۲. معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی‌ها



در رویکرد برون نمونه‌ای در پنجره ۳ ساله، میانگین بازدهی پرتفوی‌های روش بهینه‌سازی مارکوویتز و تسلط تصادفی، به دلیل بالا بودن نرخ سود بانکی به ویژه در دوره‌های کوتاه‌مدت، منفی شده و به همین علت، معیارهای شارپ و ترینر این دو روش عددی منفی را نشان می‌دهند. همچنین در پنجره ۴ ساله، میانگین بازدهی پرتفوی‌های روش بهینه‌سازی مارکوویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم، میانگین بازدهی مثبت بوده است. در روش مارکوویتز به دلیل کمتر بودن میانگین بازدهی پرتفوی‌ها نسبت به بازدهی بدون ریسک، معیار شارپ و ترینر منفی گشته است. با توجه به جدول بالا می‌توان مشاهده کرد که معیارهای ارزیابی عملکرد تسلط تصادفی مرتبه دوم، عملکرد بهتر این روش نسبت به روش مارکوویتز با استفاده از پنجره‌های ۳ و ۴ ساله را به خوبی نمایش می‌دهند. به منظور بررسی بیشتر، از آزمون t زوجی بین عملکرد دو روش استفاده شده و با استفاده از آن، به آزمون فرض صفر "عدم وجود تفاوت معنی دار بین معیارهای ارزیابی عملکرد پرتفوی‌های بهینه میانگین-واریانس مارکوویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم در روش برون نمونه‌ای" پرداخته شد. در جدول زیر نیز نتایج آزمون t زوجی برای پنجره‌های ۳ و ۴ ساله در روش برون نمونه‌ای ارائه شده است:

جدول ۳. آزمون t زوجی برای معیارهای ارزیابی عملکرد

| پنجره ۴ ساله |                    |               | پنجره ۳ ساله |                    |               | معیار ارزیابی عملکرد (روش مارکوویتز منهای روش SSD) |
|--------------|--------------------|---------------|--------------|--------------------|---------------|--|
| p-value      | تفاوت انحراف معیار | تفاوت میانگین | p-value      | تفاوت انحراف معیار | تفاوت میانگین |  |
| ۰,۰۰۰        | ۰,۰۹۶              | -۰,۲۱۴        | ۰,۰۰۶        | ۱,۰۸۱              | -۰,۱۹۱        | معیار شارپ   |
| ۰,۸۷۴        | ۰,۰۸۴              | ۰,۰۰۱         | ۰,۲۰۹        | ۰,۲۹۶              | -۰,۰۲۴        | معیار ترینر  |
| ۰,۰۰۰        | ۰,۰۹۹              | -۰,۲۳۰        | ۰,۰۰۰        | ۰,۲۹۵              | -۰,۱۷۵        | معیار سورتینو                                      |
| ۰,۰۰۰        | ۰,۱۵۹              | -۰,۳۴۰        | ۰,۰۰۰        | ۰,۳۰۷              | -۰,۲۸۱        | معیار امگا   |

در رویکرد برون نمونه‌ای، همان‌طور که مشاهده می‌شود در هر دو پنجره، با کمتر شدن آماره  $p$ -value نسبت به سطح خطا ( $\alpha=5\%$ ) در معیارهای ارزیابی عملکرد شارپ، سورتینو و امگا، فرضیه صفر تأیید نشده و نتایج نشان‌دهنده وجود اختلاف معنادار بین معیارهای ارزیابی عملکرد ذکر شده پرتفویهای بهینه میانگین-واریانس مارکوویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم، در سطح اطمینان ۹۵٪ می‌باشد. همچنین منفی شدن تفاوت میانگین معیارها برای دو روش، برتری روش تسلط تصادفی مرتبه دوم بر روش مارکوویتز را نشان می‌دهد.

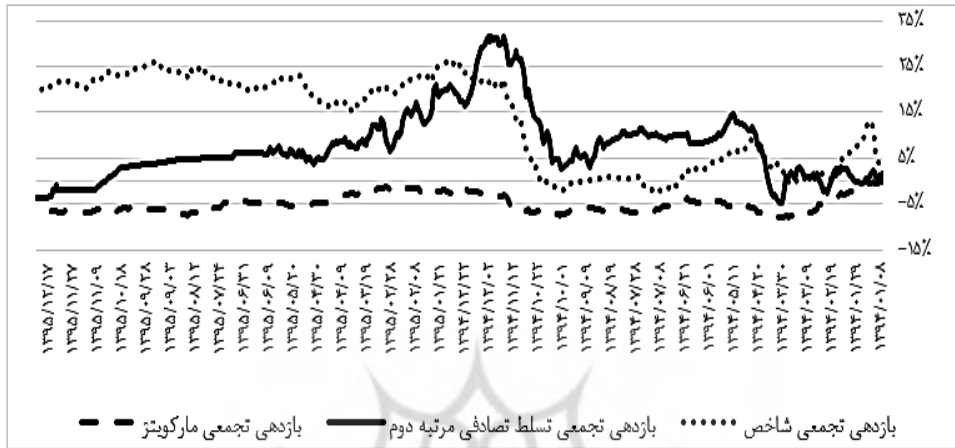
اما با آزمون معیار ترینر، آماره  $p$ -value از مقدار سطح خطا ( $\alpha=5\%$ ) بیشتر شده و فرضیه صفر مورد تأیید قرار می‌گیرد. بنابراین با استفاده از معیار ترینر، تفاوت معناداری بین نتایج روش‌های مارکوویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم وجود ندارد.

در نهایت در پاسخ به پرسش اول می‌توان گفت که جز در معیار ترینر در پنجره ۳ و ۴ ساله رویکرد برون نمونه‌ای، که وجود اختلاف معنادار تأیید نگردید، در رویکرد برون نمونه‌ای با استفاده از معیارهای شارپ، سورتینو امگا، با اختلاف معنادار برتری عملکرد روش تسلط تصادفی مرتبه دوم بر روش مارکوویتز تأیید گردید.

همچنین در بررسی‌های صورت گرفته در رویکرد درون نمونه‌ای، مشاهده گردید که جز در معیار ترینر در پنجره ۴ ساله، که وجود اختلاف معنادار تأیید نگردید، در رویکرد درون نمونه‌ای با استفاده از معیارهای شارپ و ترینر، با اختلاف معنادار برتری عملکرد روش تسلط تصادفی مرتبه دوم بر روش مارکوویتز تأیید گردید. (در رویکرد درون نمونه‌ای، دو معیار سورتینو و امگا به علت صفر شدن مخرج معیارها، در هر دو روش مارکوویتز و تسلط تصادفی، قابل محاسبه نبوده و مقدار بی‌نهایت را به خود اختصاص دادند.)

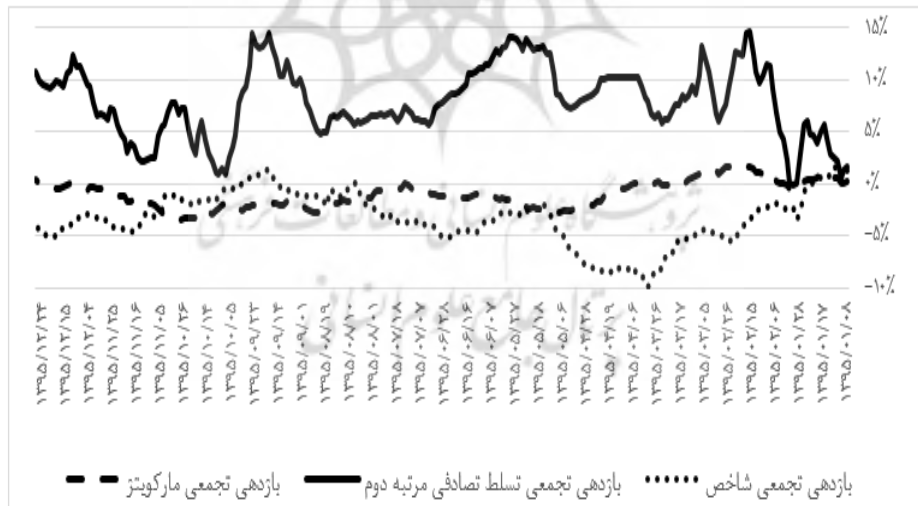
### پرسش دوم

در نمودارهای زیر، نتایج بازدهی تجمعی، برای پنجره‌های ۳ و ۴ ساله در روش برون نمونه‌ای مشاهده می‌شود.



شکل ۳. بازدهی تجمعی برای پنجره ۳ ساله در روش برون نمونه‌ای

در شکل ۴، مشاهده می‌شود که بازده تجمعی روش بهینه‌سازی تسلط تصادفی مرتبه دوم، نسبت به بازده تجمعی روش مارکوویتز، برای پنجره ۳ ساله در روش برون نمونه‌ای برتری دارد.



شکل ۴. بازدهی تجمعی برای پنجره ۴ ساله در روش برون نمونه‌ای

در شکل ۵، مشاهده می‌شود که بازده تجمعی روش بهینه‌سازی تسلط تصادفی مرتبه دوم، نسبت به بازده تجمعی روش مارکویتز و بازده تجمعی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران، برتری دارد.

به منظور بررسی آماری این ادعا، به استفاده از آزمون‌های آماری پرداخته خواهد شد. بدین منظور در این پژوهش از آزمون  $t$  زوجی استفاده شده و با استفاده از آن، به آزمون فرض صفر "عدم وجود تفاوت معنی‌دار بین بازده تجمعی پرتفویهای بهینه میانگین-واریانس مارکویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم در روش برون نمونه‌ای" پرداخته شد. در جدول زیر، نتیجه آزمون  $t$  زوجی برای بازدهی تجمعی برای پنجره‌های ۳ و ۴ ساله در روش برون نمونه‌ای نمایش داده شده است:

| پنجره ۴ ساله |                    | پنجره ۳ ساله  |         |                    | معیار ارزیابی عملکرد (روش مارکویتز منهای روش SSD) |
|--------------|--------------------|---------------|---------|--------------------|---|
| p-value      | تفاوت انحراف معیار | تفاوت میانگین | p-value | تفاوت انحراف معیار |   |
| ۰,۰۰۰        | ۰,۰۷۰              | -۰,۱۲۷        | ۰,۰۰۰   | ۰,۰۳۵              | بازدهی تجمعی                                      |

جدول ۴. آزمون  $t$  زوجی برای بازدهی تجمعی

همان‌طور که مشاهده می‌شود در هر دو پنجره، با کمتر شدن آماره  $p$ -value نسبت به سطح خطا ( $\alpha=5\%$ )، فرضیه صفر تأیید نشده و نتایج این آزمون نشان‌دهنده تأیید شدن فرضیه یک در سطح اطمینان ۹۵ درصد و وجود اختلاف معنادار بین بازدهی تجمعی پرتفویهای بهینه میانگین-واریانس مارکویتز و تسلط تصادفی مرتبه دوم، می‌باشد. همچنین منفی شدن تفاوت میانگین بازدهی‌های تجمعی برای دو روش، برتری روش تسلط تصادفی بر روش مارکویتز را نشان می‌دهد.

در نهایت در پاسخ به پرسش دوم می‌توان گفت که با اختلاف معنادار، برتری بازدهی تجمعی عملکرد روش تسلط تصادفی مرتبه دوم بر روش مارکویتز، در روش برون نمونه‌ای تأیید گردید. همچنین در بررسی‌های صورت گرفته مشاهده شد که با اختلاف معنادار، برتری

بازدهی تجمعی عملکرد روش تسلط تصادفی مرتبه دوم بر روش مارکوویتز، در روش درون نمونه‌ای تأیید گردید.

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، مدل تسلط تصادفی مرتبه دوم به عنوان یک روش به منظور بهینه‌سازی پرتفوی ارائه گردید. این روش برخلاف روش مارکوویتز، شرط محدودکننده نرمال بودن توزیع احتمال بازده یا مقعر بودن شکل تابع مطلوبیت در همه جا را ندارد. در این پژوهش با استفاده از این روش به بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شد و نتایج حاصل با نتایج بهینه‌سازی پرتفوی به روش مارکوویتز، با استفاده از معیارهای ارزیابی عملکرد و بازدهی تجمعی مقایسه گردید. همان‌گونه که در نتایج حاصل از پژوهش و در پاسخ به پرسش‌های پژوهش مشاهده شد، روش بهینه‌سازی تسلط تصادفی مرتبه دوم، با استفاده از سهام موجود در بازار بورس اوراق بهادار تهران، در رویکرد برون نمونه‌ای، نتایج بهتری را نسبت به روش بهینه‌سازی مارکوویتز نمایش داده است. همان‌طور که عنوان شد یکی از مفروضات مدل مارکوویتز، نرمال بودن تابع توزیع بازدهی سهم است، به منظور بررسی این فرض به بررسی نرمال بودن داده‌ها پرداخته شد که مشاهده گردید تنها بازدهی ۱۱ سهم از سهام شرکت‌های موجود در نمونه از توزیع نرمال پیروی می‌کنند و این فرض در بازار بورس اوراق بهادار تهران برقرار نیست و در نتیجه مشاهده گردید این موضوع بر نتایج حاصل از مارکوویتز تاثیرگذار است. نتایج این پژوهش با یافته‌های فیدان و همکاران (۲۰۱۵) مطابق می‌باشد. در پژوهش فیدان و همکاران نیز با استفاده سهام موجود در شاخص‌های P500&S، داو جونز و داکس، در رویکرد درون نمونه‌ای و برون نمونه‌ای، روش بهینه‌سازی تسلط تصادفی مرتبه دوم نسبت به روش بهینه‌سازی مارکوویتز و شاخص‌های ذکر شده، عملکرد بهتری را نشان داده است. همچنین این نتایج با نتایج حاصل از پژوهش هادر، جکورث و کولو کولووا (۲۰۱۴) تطابق دارد. در این پژوهش مشاهده می‌شود که بهینه‌سازی پرتفوی با روش تسلط تصادفی مرتبه دوم، نسبت به سایر روش‌های بهینه‌سازی از جمله روش مارکوویتز،

پرتفوی‌های با وزن برابر و حداقل واریانس، در رویکرد برون‌نمونه‌ای، نتایج بهتری را نشان داده است.

با توجه به نرمال نبودن تابع توزیع بازدهی اکثر شرکت‌ها و پاسخ پرسش اول که نشان از برتری عملکرد روش تسلط تصادفی مرتبه دوم با معیارهای شارپ، امگا و سورتینو که ریسک کل پرتفوی و ریسک نامطلوب را در نظر می‌گیرند داشت، به سرمایه‌گذاران، مدیران سبدگردان و شرکت‌های سرمایه‌گذاری پیشنهاد می‌گردد به منظور بدست آوردن بازدهی بیشتر در مقابل ریسک‌های ذکر شده، از روش تسلط تصادفی استفاده کنند. همچنین با توجه به بازده تجمعی روش‌های بهینه‌سازی، و برتر بودن بازده تجمعی روش تسلط تصادفی مرتبه دوم در رویکرد برون‌نمونه‌ای، پیشنهاد می‌گردد از این روش و با این شرایط، برای بهینه‌سازی پرتفوی‌ها استفاده شود تا نتایج بهتری حاصل شود. البته در استفاده از نتایج این پژوهش ضروری است نوسانات بالای قیمت سهام و در نتیجه ناپایداری بازار به عنوان محدودیتی برای تعمیم نتایج مدنظر قرار داده شود.

به منظور گسترش تحقیقات در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی، پژوهشگران می‌توانند موارد دیگری را مورد بررسی قرار دهند. برای نمونه پژوهش‌گران می‌توانند به مقایسه عملکرد تسلط تصادفی مرتبه دوم با سایر روش‌های بهینه‌سازی پرتفوی اقدام کنند. همچنین پیشنهاد می‌گردد که مدل تسلط تصادفی و مدل مارکویتز با سایر روش‌های حل مدل‌های بهینه‌سازی حل شده و با یکدیگر مقایسه شوند تا بتوان بهترین مدل و بهترین روش حل آن مدل مشخص گردد و در بهینه‌سازی پرتفوی توسط سرمایه‌گذاران مورد استفاده قرار گیرد. در این پژوهش تنها به برخی از معیارهای ارزیابی عملکرد به منظور مقایسه عملکرد دو مدل تسلط تصادفی و مارکویتز پرداخته شد. پژوهش‌گران می‌توانند با سایر معیارهای ارزیابی عملکرد، عملکرد دو روش را با یکدیگر مقایسه نمایند. در این پژوهش تنها سهام موجود در بورس اوراق بهادار تهران در نظر گرفته شده است درحالی‌که در بازارهای مالی ابزارهای متنوعی به منظور متنوع‌سازی پرتفوی، در دسترس سهام‌داران قرار دارد. لذا پیشنهاد می‌گردد از این ابزارها جهت بهینه‌سازی پرتفوی با روش تسلط تصادفی مرتبه دوم و مقایسه نتایج با سایر روش‌های

بهینه‌سازی استفاده گردد. همچنین پیشنهاد می‌گردد با توجه به نوسانات و ناپایداری بالای داده‌های بورسی، در صورتی که محققین امکان دسترسی به داده‌های دیگری به جزء داده‌های بازار سرمایه را دارند جهت بهینه‌سازی مسائل مربوط به آن داده‌ها نیز این روش را مورد آزمون قرار دهند.



## منابع

- اسدی، حسین. (۱۳۹۱). بررسی عملکرد صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری بر مبنای نظریه برتری تصادفی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد ریاضی مالی، دانشگاه شیخ بهایی.
- الهی، مریم. (۱۳۹۲). تسلط تصادفی و کاربرد آن در مدیریت ریسک، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه سمنان.
- پدرام، پرهام. (۱۳۸۸). تبیین و آزمون الگوریتم روش تسلط تصادفی برای ارزیابی کارایی پرتفوی بهینه. مطالعات مالی، شماره اول، ۸۳-۶۵.
- پرورش، فرنوش. (۱۳۹۵). بهینه‌سازی سبد مالی با استفاده از مدل مارکویتز: یک مطالعه کمی و تجربی روی سهام شرکت‌های بزرگ، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و فرهنگ.
- دلاور، علی. (۱۳۸۵). احتمالات و آمار کاربردی در روان‌شناسی و علوم تربیتی. تهران: رشد.
- راعی، رضا، پویان‌فر، احمد. (۱۳۸۹). مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته. تهران، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت).
- راعی، رضا؛ سعیدی، علی. (۱۳۹۰). مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک. تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت).
- رنجبران، هادی. (۱۳۹۰). آمار و احتمال کاربرد آن در مدیریت و حسابداری. تهران: اثبات.
- کاری، مهسا. (۱۳۹۴). بهینه‌سازی سبد سهام با توجه به متغیرهای میانگین، نیم واریانس و نقدشوندگی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه الزهرا.
- کریمی، مریم. (۱۳۸۶). بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از مدل ارزش در معرض خطر VaR در بورس اوراق بهادار تهران، پایان‌نامه کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی، دانشگاه الزهرا.
- ویلیام اف، شارپ. گوردون جی، الکساندر. جفری دی، بیلی. (۱۹۹۵). مدیریت سرمایه‌گذاری. ترجمه سید مجید شریعت پناهی و ابوالفضل جعفری (۱۳۹۰). تهران: اتحاد.

De Giorgi, E. (2005). Reward-risk portfolio selection and stochastic dominance. *Journal of Banking & Finance*, 29(4), 895-926.



Dentcheva, D & ,Ruszczyński, A. (2006« .(Portfolio optimization with stochastic dominance constraints .»Journal of Banking & Finance. ۴۵۱-۴۳۳ , (۲)۰۰ ,

Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J & ,Goetzmann, W. N . .(۱۰۰۹)Modern portfolio theory and investment analysis .John Wiley & Sons.

Fan, W. (2016). An Empirical Study of Statistical Financial Models: Portfolio Optimization and Evaluation (Doctoral dissertation ,University of California, Los Angeles.(

Fidan Keçeci, N., Kuzmenko, V & ,Uryasev, S. (2016 .( «Portfolios Dominating Indices: Optimization with Second-Order Stochastic Dominance Constraints vs. Minimum and Mean Variance Portfolios .»Journal of Risk and Financial Management. ۱۱ , (۴)۹ ,

Hodder, J. E., Jackwerth, J. C & ,Kolokolova, O. (2014 .( «Improved portfolio choice using second-order stochastic dominance .»Review of Finance, 19(4), 1623-1647.

KEceci, N. F. (2015« .(Second order stochastic dominance efficiency analysis of borsa Istanbul .»Journal of Economics Finance and Accounting. (۳)۲ ,

Kroll, Y., Levy, H & ,Markowitz, H. M. (1984« .(Mean variance versus direct utility maximization .»The Journal of Finance, 39(1), 47-61.

Kopa, M & ,Tichý, T. (2013). Efficiency analysis of several EU stock markets: mean-risk efficient portfolios.

Kopa, M & ,Post, T. (2015« .(A general test for SSD portfolio efficiency .»OR spectrum. ۴۳۴-۷۰۳ , (۳)۳۷ ,

Lehmann, E. L. (1955« .(Ordered families of distributions .»The Annals of Mathematical Statistics, 399-419.

Levy, H. (2015 .(Stochastic dominance: Investment decision making under uncertainty .Springer.

Mann, H. B & ,Whitney, D. R. (1947« .(On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other .»The annals of mathematical statistics. ۰۰-۵۰ ,

Markowitz, Harry M. (1952) «(Portfolio Selection ,»Journal of Finance, v 7, 77-91.

Rudolf, G & ,Ruszczyński, A. (2008) «(Optimization problems with second order stochastic dominance constraints: duality, compact formulations, and cut generation methods .»SIAM Journal on Optimization, 19(3), 1326-1343.

Russell, W. R. and Seo, T. K. (1980) Efficient portfolios by stochastic dominance, Southern Economic Journal 46, 877-882.

Sharpe, W. F., Alexander, G. J & ,Bailey, J. V. (1999 .( Investments) Vol. 6). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

Strong, R. A. (2000 .(Portfolio Construction .Management & Protection.

