مجله دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه اصفهان
سال هفدهم، شماره 3 (پاییز 1384)

توزیع نرمال بریده شده و کاربرد آن در بهبود سطح سرویس مطلوب

نصرالله مهدیان* - محمد حسین علامت ساز**

چکیده

توزیع گوسی یا نرمال یکی از کاربردی ترین توزیعها در میان متغیرهای تصادفی است. علی رغم آن این واقعیت که توزیع نرمال کلیه مقادیر از $-\infty$ تا $+\infty$ را اختیار می کند ممکن است در عمل مواقعی‌که مشاهدات محدود شده اند، با خطاهای محاسباتی معناداری مواجه شویم. در چنین موقعیتها، عملاً با توزیعهای نرمال بریده شده مواجه هستیم. از جمله برای تعیین میزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس مطلوب، اغلب فرض می شود که تقاضاها از توزیع نرمال پیروی می کنند. با توجه به این که تقاضاها الزاما دارای مشاهدات کمتر از صفر نیستند، استفاده از توزیع نرمال به برآورد نادرستی از سطح سرویس هدف می انجامد و سطح سرویس به دست آمده کمتر از مقدار واقعی آن خواهد بود. در این مقاله پس از بررسی توزیع نرمال بریده شده از چپ و برآورد کردن پارامترهای آن، آزمون نیکویی برازش کلموگروف اسمیرنوف را برای آزمون گروهی داده واقعی براساس توزیع نرمال بریده شده از چپ تعدیل می کنیم. سپس با توجه به فاکتور ایمنی و میزان موجودی نشان می دهیم که استفاده از توزیع نرمال بریده شده به بهبود سطح سرویس مطلوب منجر می شود. در پایان نیز نتیجه کلی حاصل از این روش ارایه می شود.

---

* دانشجوی کارشناسی ارشد آمار دانشگاه اصفهان
** عضو هیات علمی گروه آمار دانشگاه اصفهان

واژه های کلیدی: توزیع نرمال بریده شده ازچپ، نقطه بریدگی، سطح سرویس مطلوب، فاکتور ایمنی، ضریب تغییرات، میزان موجودی

Faculty of Admin. Sciences & Econ. Journal,
University of Isfahan.
Vol.17, No.3 , 2005

Truncated Normal Distribution and its Application in Improvement of the Desired Service Level

N. Mahdian*
M.H. Alamatsaz,** **Ph.D.**

Abstract

Normal distribution is one of the most widely used distributions among random variables. Despite the fact that normal distribution assumes all values from $-\infty$ to $+\infty$, when the distribution outcomes are constrained or restricted, we face significant computational errors. In such situations, we are practically confronted with truncated normal distributions. For instance, for determination of a required amount of goods in stock arriving at a desired service level, it is often assumed that demands obey a normal distribution. But since these demands do not have negative observations, using normal distribution yields incorrect estimate of the goal service level and gives a lower service level than that of the true one.

In this article, we shall investigate left-truncated normal distributions, estimate their parameters and modify Kolomogrov-Smironov goodness-of-fit test for left truncated normality applying it to a set of real data. Then, due to safety factors and amounts of goods in stock, we shall show that using truncated normal distribution leads to an improvement of

* M.A. Candidate for Statistics, University of Isfahan
** Professor of Statistics, University of Isfahan

the desired service level. Finally, we shall present our general concluding remarks.

Keywords: Left truncated normal distribution, Truncated point, Desired service level, Safety factor, Coefficient of variation, Safety stock

مقدمه

در مسایل کاربردی با توزیعهای تپه ای یا توزیعهای تقریبا تپه ای شکل بسیاری مواجه می شویم و با توجه به کاربرد قضیه حد مرکزی در توزیعهای نمونه گیری و فرض زمینه غالب روشهای آماری، این توزیع از اهمیت خاصی برخوردار است. در بسیاری از علوم تحقیقاتی، تحلیل‌های رگرسیونی، مدلهای مالی، مدیریت تحقیقات، علوم پزشکی و موارد مشابه مطالعه خواص توزیع‌های نرمال موقعی که مشاهدات خاصّی سانسور شده‌اند یا مجاز به انتخاب نیستند، مدنظر است. به عنوان مثال در مسایل مالی، مطالبات ماهانه و موجودی انبار مواردی از کاربرد این توزیع می باشند. بطور کلی روشها و الگوریتم‌های ارایه شده به نقاط بریدگی بستگی دارد. تامپولوس و جانسون (2001) نمودار میانگین و واریانس توزیع نرمال بریده شده از سمت چپ را به عنوان تابعی از نقطه بریدگی (درجه بریدگی) رسم کردند. یکی از پرکارترین محققان در این زمینه کلیفورد کوهن(1961) است. برون(1962) نشان داد که اگر فرض شود که مطالبات در فاصله زمانی سفارش تا تحویل به صورت نرمال با میانگین μ_L و انحراف استاندارد σ_L توزیع شوندآنگاه میزان موجودی و نقطه سفارش برای سطح سرویس مطلوب با استفاده از روش های آماری قابل محاسبه اند.آگراوال و اسمیت(1961) توجه خود را به مدلهای الگوی تقاضای سنتی (یعنی توزیع نرمال و پواسن) برای رسیدن به سطح سرویس مطلوب، معطوف داشتند.آنها همچنین اظهارکردند که توزیع دو جمله ای منفی الگوی بهتری برای به کارگیری مدل تقاضا ارایه می‌کند. تامپولوس(1980) توزیع نرمال بریده شده از سمت چپ را برای تعیین میزان موجودی به کار برد و با توجه به این مطلب که مطالبات مقادیر منفی را اختیار نمی کنند، نشان داد که مقادیر مورد انتظار توزیع نرمال بریده شده را می توان برای برآورد دقیق‌تر میزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس دهی مد نظر بکاربرد.

در این مقاله در بخش دوم به معرفی توزیع نرمال بریده شده از چپ می پـردازیم. در بخش سوم نمونه‌ای از داده های واقعی که از این توزیع آمده انـد ارایـه شـده اسـت. در بخش چهارم پارامترهای این توزیع را معرفی کرده و در ادامه در بخش پنجم بر اساس روش ارایه شده توسط دیوید(2001)، برآورد ایـن پارامترهـا را در حالـت نـامعلوم بـودن نقطـه بریدگی ارایه می کنیم. بخش ششم شامل روش قـراردادی بـرای تعیـین میـزان موجـودی و بخش هفتم روش غنی شده تعیین میزان موجودی می باشد. در بخـش هـشتم بـه بحـث در رابطه با روشهای عنوان شده پرداخته ایم و نتایج حاصل از انجام کار در بخش نهم ارایه شده است.

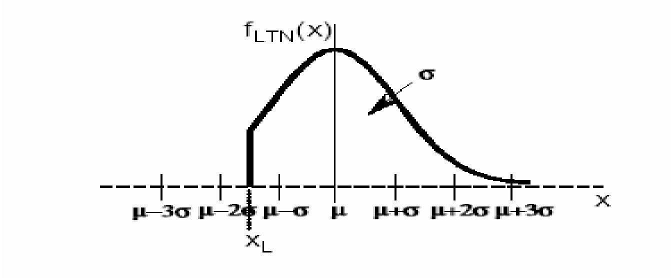
معرفی توزیع نرمال بریده شده از چپ

فرض کنیـد X دارای توزیـع نرمـال بـا تـابع چگـالی $f(x)$ ،میـانگین μ و انحـراف معیار σ باشد. اگر X مقادیر کمتر از x_L را به واسطه سانسور یا بریدگی اختیار نکنـد، تـابع چگالی نرمال بریده شده از سمت چپ، که آن را با $f_{LTN}(x)$[1] نمایش می دهیم، به صورت زیر به دست می آید:

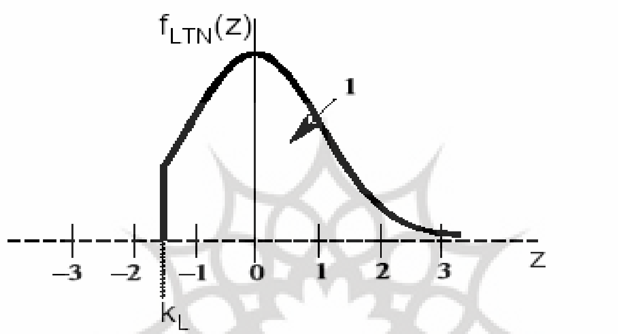
$$f_{LTN}(x)=\begin{cases}0 & ,-\infty<x<x_L\\ \dfrac{f(x)}{\int_{x_L}^{\infty}f(x)\,dx} & ,x_L\le x<\infty\end{cases} \tag{1}$$

اگر X را استاندارد کنیم، در این صورت نقطه بریدگی x_L با انجام تبدیل $z=\dfrac{x-\mu}{\sigma}$ به صورت نقطه بریدگی $k_L=\dfrac{x_L-\mu}{\sigma}$ مبدل می شود. نمودارهای 1 و2 در زیر نمودارهـای $f_{LTN}(x)$ و اسـتاندارد شده آن را نشان می دهند:

1. Left-Truncated Normal



شکل1 .توزیع نرمال $N(\mu,\sigma^2)$ **با بریدگی از سمت چپ در نقطهٔ** x_l



شکل2 . توزیع نرمال استاندارد با بریدگی از سمت چپ در نقطه k_L

با در نظر گرفتن متغیر تصادفی استاندارد شده $T = Z - k_L$که دارای این خاصیت است که بریدگی را از k_L به نقطه t =0 انتقال می دهد ،خواهیم داشت:

$$\mathrm{P}(T \le t) = \mathrm{P}(\frac{X - x_L}{\sigma} \le t) = \mathrm{P}(X \le t\sigma + x_L) \Rightarrow$$

$$T = Z - k_L = \frac{X-\mu}{\sigma} - \frac{x_L - \mu}{\sigma} = \frac{X - x_L}{\sigma} \Rightarrow$$

$$\int_0^t f_T(x)dx = \frac{\int_{x_L}^{t\sigma + x_L} f(x)dx}{\int_{x_L}^{\infty} f(x)dx} \Rightarrow f_T(t) = \frac{\sigma\, f(t\sigma + x_L)}{\int_{x_L}^{\infty} f(x)dx} \qquad (2)$$

اما چون می توان نوشت:

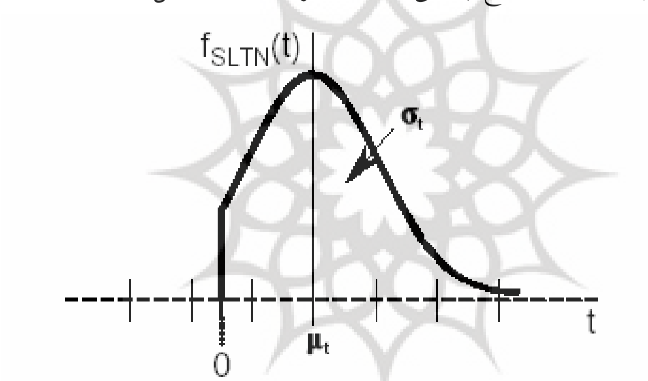
$$f(t\sigma + x_L) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{(t\sigma + x_L) - \mu}{\sigma}\right]^2\right\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}(t + k_l)^2\right] = \frac{\phi(t + k_L)}{\sigma} \quad (3)$$

$$\int_{x_L}^{\infty} f(x)dx = \int_{k_L}^{\infty} \phi(z)\, dz \quad (4)$$

از تساویهای (3) و(4) تابع چگالی استاندارد شده نرمال بریده شده از چپ به صورت زیر به دست می آید:

$$f_{SLTN}(t)^{1} = \begin{cases} 0 & ,t \le 0 \\ \dfrac{\phi(t + k_L)}{\int_{K_L}^{\infty} \phi(z)\, dz} & ,t \ge 0 \end{cases} \quad (5)$$

که در آن ϕ نشان دهندهٔ تابع چگالی استاندارد نرمال است (شکل3).



شکل3 .توزیع استاندارد شده نرمال با بریدگی در صفر

نمونه ای از داده های واقعی با توزیع نرمال بریده شده

ضمیمه 1 نمونه ای 576 تایی از داده های تغییرات 24 ساعته حداکثر بار از سیستم انتقال نیرو استان اصفهان در سال 81 و82 را نشان می دهد. با توجه به نمودار بافت نگار این داده ها درشکل 4 و این که مشاهدات مقادیر منفی را اختیار نمی کنند، می توان الگوی

---

1. Standardized Left-Truncated Normal

توزیع استاندارد شده نرمال بریده شده را برای این داده ها در نظرگرفت. برای بررسی دقیقتر این موضوع ابتدا نرمال بودن داده های مذکور را آزمون می کنیم که بـا توجـه بـه خروجـی آزمون کلموگروف ـ اسمیرنوف درجدول زیـر فـرض نرمـال بـودن داده هـا در سـطح 5٪ (وحتی 2٪) رد می شود.

برای انجام آزمون نرمال بریده شده با نقطه بریدگی k_L از پیش تعیین شـده نیازمنـد اصلاح آزمون فوق هستیم. متن برنامه مورد نیاز تهیه و در ضـمیمه2 ارایـه شـده اسـت. بـا اجرای این آزمون مشاهده می کنیم که داده های فوق از الگوی توزیع استاندارد شده نرمال بریده شده با نقطه بریدگی $k_L = -2/4$ پیروی می کنند.

kst(576 و -2/4 و x) $D_n^+ = 0/06571851$

0/ 02851004 $D_n = 0/06571851$

$D_n^- =$

$R = \{D_n | D_n > 0.078\}$ $\alpha = .05$

آماره آزمون D_n در ضمیمه 3 معرفی شده است.

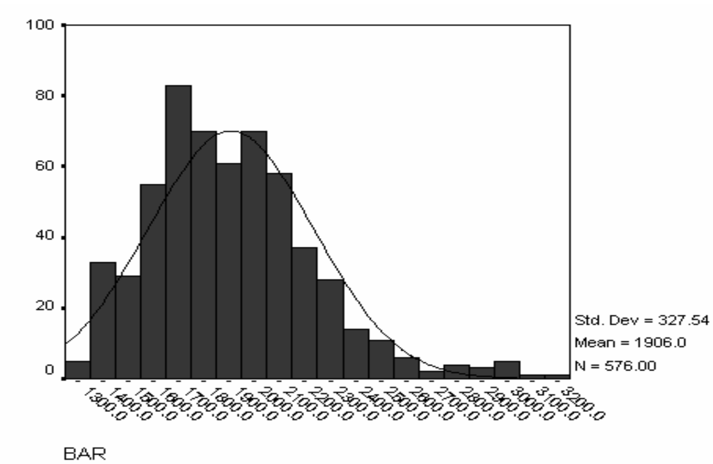
جدول1 . آزمون کلموگروف – اسمیرنوف

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		BAR
N		576
Normal Parameters a,b	Mean	1906.0226
	Std. Deviation	327.5395
Most Extreme Differences	Absolute	.061
	Positive	.061
	Negative	-.036
Kolmogorov-Smirnov Z		1.458
Asymp. Sig. (2-tailed)		.019

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.



شکل 4 .بافت نگار داده های تغییرات **24** ساعته حداکثر بار سیستم انتقال نیرو

پارامتر هاي توزيع نرمال استاندارد شده از سمت چپ

در این بخش فرمولهایی برای پیدا کردن میانگین و واریانس توزیع استاندارد شده نرمال بریده از سمت چپ که بستگی به نقطه بریدگی k_L دارند، ارایه می کنیم.

فرض کنید μ_t میانگین توزیع استاندارد شده نرمال برای نقطه بریـدگی k_L باشـد در این صورت داریم:

$$\mu_t = E(T) = \int_0^{\infty} t.f_{SLTN}(t)dt \qquad (6)$$

که در آن $t = z - k_L$ و $f_{STLN}(t)$ تابع چگالی تعریف شده در (3) است، لذا داریم:

$$\mu_t = \frac{1}{\int_{k_L}^{\infty}\phi(z)dz}\left[\int_{k_L}^{\infty} z\phi(z)dz - k_L\int_{k_L}^{\infty}\phi(z)dz\right] \qquad (7)$$

و

$$\int_{k_l}^{\infty} z\phi(z)dz = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{k_l}^{\infty} ze^{-\frac{z^2}{2}}dz = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{k_l}^{\infty} xe^{-x^2}dx = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2}\Bigg|_{\frac{k_L}{\sqrt{2}}}^{\infty} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{k_l^2}{2}} = \phi(k_L) \qquad (8)$$

در نتیجه اگر قرار دهیم

$$H(k)=\int_{k}^{\infty}\phi(z)dz \tag{9}$$

تساوی (7) به صورت زیر در می آید:

$$\mu_t=E(T)=\frac{1}{H(k_L)}\left[\phi(k_L)-k_L\,H(k_L)\right] \tag{10}$$

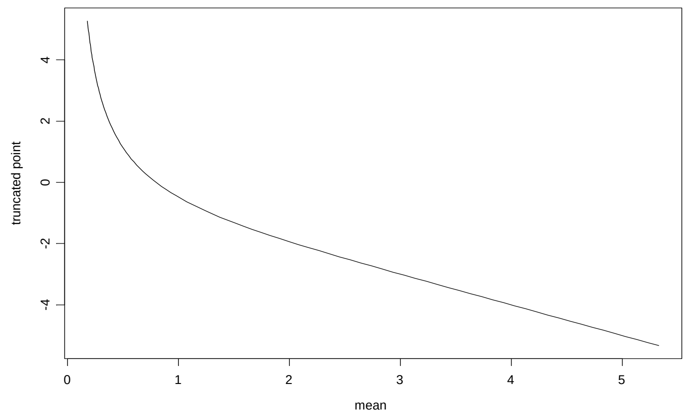
از تساوی(10) به وضوح مشاهده می شود که میانگین توزیع استاندارد نرمال بریده شده از چپ به طور منحصر به فرد نقطه بریدگی k_L را معین می کند. اکنون فرض کنید σ_t انحراف معیار توزیع استاندارد شده نرمال بریده شده از سمت چپ باشد. با محاسباتی ساده مشابه(5) داریم:

$$E(T^2)=\frac{1}{H(k_L)}\left[(1+k_L{}^2)H(k_L)-k_L\phi(k_L)\right] \tag{11}$$

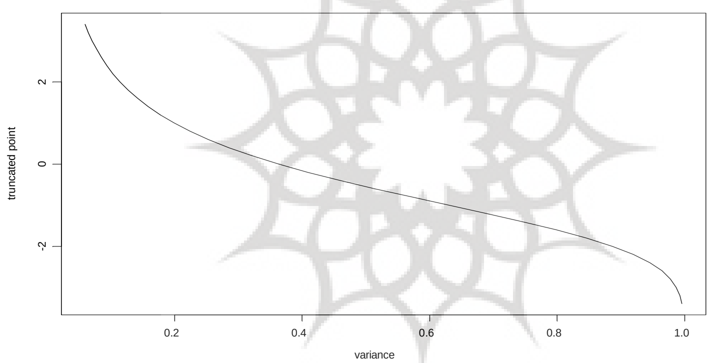
از عبارات(10)و(11) ، $\sigma_t=\sqrt{\mathrm{E}(T^2)-\mu_t^2}$ به دست می آید. شایان ذکر است که انحراف معیار نیز مانند میانگین توسط نقطه بریدگی K_L بنحو یکتا معین می شود. برای محاسبات بعدی ضریب تغییرات را که دوباره بنحو منحصر به فرد برای هر نقطه بریدگی k_L معین می شود به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$C=\frac{\sigma_t}{\mu_t}$$

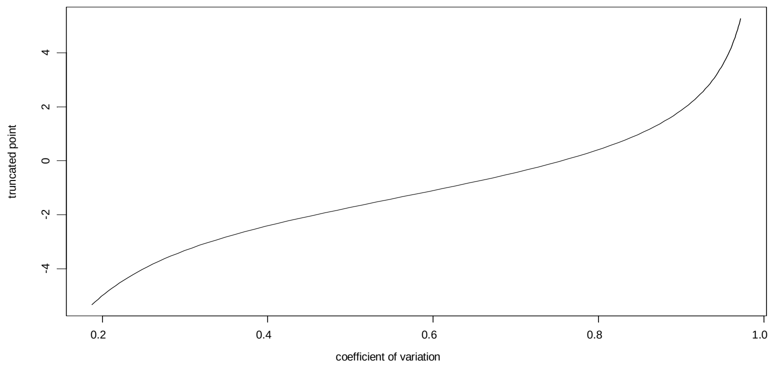
برای تقاضاهای بریده شده در صفر، این ضریب تغییرات برای $k_L=-3$ تقریبا برابر با0/33 می باشد که وقتی $k_L>3$ به 1 میل می کند. در شکلهای 5 و6و7 به ترتیب نمودار میانگین و واریانس و ضریب تغییرات توزیع استاندارد شده نرمال بریده شده در مقابل نقطه بریدگی رسم شده است. مشاهده می شود که در تمامی شکلها نمودار توابع رسم شده اکیدا نزولی یا صعودی هستند و این باز مؤید این واقعیت است که رابطه ای یک به یک بین نقطه بریدگی با میانگین، واریانس و ضریب تغییرات توزیع استاندارد شده نرمال بریده شده وجود دارد.



شکل 5 .نمودار میانگین در مقابل نقطه بریدگی



شکل 6 .نمودار واریانس در مقابل نقطه بریدگی



شکل 7 .نمودار ضریب تغییرات در مقابل نقطهٔ بریدگی

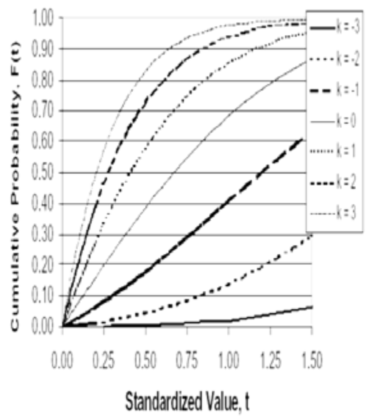
با استفاده از تابع چگالی احتمال استاندارد شده نرمال بریده شده $f_{SLTN}(t)$ می توانیم تابع توزیع تجمعی آن را به صورت زیر به دست آوریم :

$$F_{SLTN}(t)=\begin{cases}0 & ,t\le 0\\ \dfrac{\Phi(t+k_L)-\Phi(k_L)}{H(k_L)} & ,t\ge 0\end{cases} \qquad (12)$$

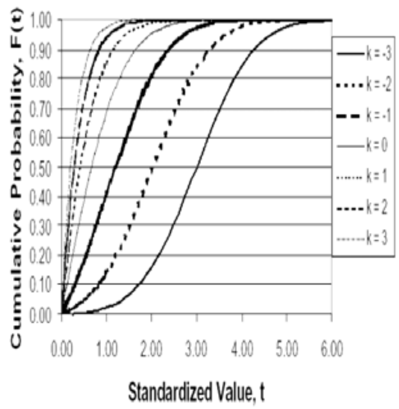
که در آن $\Phi(z)$ تابع توزیع نرمال استاندارد در نقطه z است و $H(z)=1-\Phi(z)$.

بنابراین ، با معلوم بودن نقطه بریدگی k_L ، به راحتی می توان مقادیر تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد بریده شده را به ازای مقادیر استاندارد شده $t \ge 0$ با استفاده از معادله (12) و با استفاده از جدول توزیع نرمال استاندارد محاسبه کرد. جداول تابع توزیع استاندارد نرمال بریده شده ، با استفاده از نرم افزار های ریاضی و آماری به سادگی قابل محاسبه اند .بخشی از جداول که برای محاسبات به آنها نیازمندیم در ضمیمه 4 آورده شده است. جدول 4 نمایانگر مقادیر تابع توزیع تجمعی این توزیع است. برای به کار بردن جدول 4 فقط کافی است که نقطه بریدگی k_L معلوم باشد.

در شکل های 8 و9 تابع توزیع تجمعی استاندارد نرمال بریده شده از سمت چپ به ازای نقاط بریدگی$K_L=(-3,-2,-1,0,1,2\ ,3)$ و به ترتیب تا نقاط $t=0,1,\dots,6$ و $t=\ 0,0/25,\dots,1/5$ نمایش داده شده است.

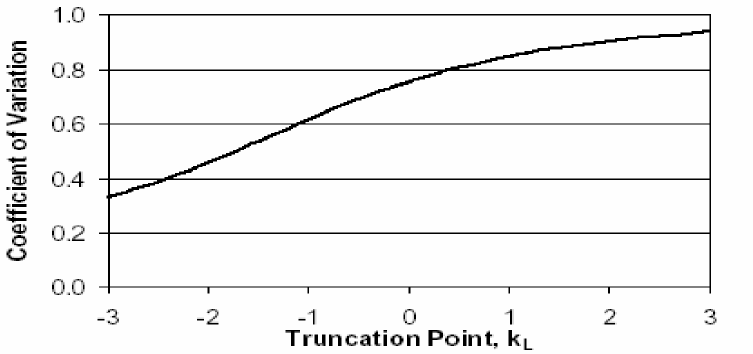


شکل8 .تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده از چپ



شکل9 . تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده از چپ

بعضی مواقع ممکن است با مسایلی مواجه شویم که با دانستن نقطـه بریـدگی k_L و معلوم بودن تابع توزیع تجمعی تا نقطه t به دنبال یافتن مقدار t باشیم که در ایـن صـورت با استفاده از جدول 5 در ضمیمه4 به سادگی این کار امکان پذیر است. مثالهایی برای نـشان دادن کاربرد جداول 4 و5 در آخر مقاله ارایه شده است . در جدول 5 در ضمیمه4 علاوه بر مقادیر t استاندارد شده به ازای مقادیر مختلف k_L و $F(t)$ میانگین μ_t و انحـراف معیـار σ_t متناسب با هر نقطهٔ بریدگی ارایه شده است. این مقادیر که با اسـتفاده از تـساوی هـای (10) و(11) به دست آمده اند برای محاسبه ضریب تغییرات متناسب با هر نقطه بریدگی به کار می روند و همانطور که اشاره شد این ضریب تغییرات بنحو منحصر به فرد برای توزیـع استاندارد شده نرمال بریده شده و به ازای نقاط بریدگی k_L ارایه می شود . در جدول 6 در ضمیمه4 مقادیر ضریب تغییرات متناسب با هر نقطه بریدگی ارایه شده است. بعلاوه در شکل 10 ، نمودار ضریب تغییرات در مقابل نقاط بریدگی رسم شده است.



شکل10 . نمودار ضریب تغییرات در مقابل نقاط بریدگی

برآورد پارامترهاي توزيع نرمال بريده شده در حالت نامعلوم بودن نقطـه بريدگي

بعضي مواقع ممکن است نقطه بريـدگي دقيقـا معلـوم نباشـد در ايـن صـورت براي محاسبه میانگین ، واریانس و ضریب تغییرات باید ابتدا با استفاده از آماره های ترتیبـی به برآورد نقطه بریدگی بپردازیم و سپس پارامترهای توزیع نرمال بریده شده را برآورد کنیم.

اگر r مشاهده از توزیع نرمال $N(\mu,\sigma^2)$ که در نقطهٔ x_L از سمت چپ بریده شده است در دسترس باشد آنگاه با توجه به فرم تابع چگالی نرمال بریـده شـده روابـط زیـر را خواهیم داشت. برای سادگی محاسـبات فـرض کنیـد $X_L=t$ و $K_L=\xi$. پس توجـه داشـته باشـید کـه:

$$\xi=\frac{t-\mu}{\sigma}. \quad (13)$$

$$f_{LTN}(x)=\frac{f(x)}{\int_{X_L}^{\infty} f(x)dx}=\frac{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}}{\int_t^{\infty}(2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}dx} \quad ,x\geq t$$

بنابر این تابع درستنمایی برای r مشاهده به شکل زیر خواهد بود:

$$L(\mu,\sigma^2)=[1-\Phi(\xi)]^{-r}(2\pi\sigma^2)^{-\frac{r}{2}}\exp\left\{-\sum_{i=1}^{r}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\} \qquad (14)$$

و با مشتق گیری از لگاریتم تابع درستنمایی نسبت به μ و σ خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mu} = \frac{-r\phi(\xi)}{\sigma[1-\Phi(\xi)]} + \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{r}(x_i-\mu) \qquad \& \tag{15}$$

$$\frac{\partial \log L}{\partial \sigma} = \frac{-r\xi\phi(\xi)}{\sigma[1-\Phi(\xi)]} - \frac{r}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^3}\sum_{i=1}^{r}(x_i-\mu)^2 \tag{16}$$

حال قرار دهید:

$$\bar{x} = \frac{1}{r}\sum x_i \quad \& \quad s'^2 = \frac{1}{r}\sum (x_i-\bar{x})^2 \quad \& \quad A(y) = \frac{\phi(y)}{1-\Phi(y)} \tag{17}$$

در این صورت بـا تـشکیل معـادلات درسـتنمایی $\partial l / \partial \mu = 0$ و $\partial l / \partial \sigma = 0$ بـه دسـت می آوریم که:

$$s'^2 + (\bar{x}-\hat{\mu})^2 = \hat{\sigma}[1+\hat{\xi}A(\hat{\xi})] \tag{18}$$

و $\bar{x}-\hat{\mu} = \hat{\sigma}A(\hat{\xi})$

با حذف $\bar{x}-\hat{\mu}$ در معادله (18) و استفاده از نماد $\hat{A}$ برای $A(\hat{\xi})$ خواهیم داشت:

$$\hat{\sigma}^2 = s'^2 + \hat{\sigma} \quad \hat{A}(\hat{A}-\hat{\xi}) \tag{19}$$

اما $\hat{\sigma}\hat{\xi} = t-\hat{\mu} = t-\bar{x}+\hat{\sigma}\hat{A}$ ، بنابراین:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{x}-t}{\hat{A}-\hat{\xi}} \tag{20}$$

پس

(21)

$$\hat{\sigma}^2 = s'^2 + \frac{\hat{A}(\bar{x}-t)^2}{\hat{A}-\hat{\xi}} = s'^2 + \hat{\theta}(\bar{x}-t)^2$$

که در آن

$$\hat{\theta} = \frac{\hat{A}}{\hat{A}-\hat{\xi}} \tag{22}$$

اکنون از (12)،(20)و(22) داریم:

$$\hat{\mu} = \bar{x} - \hat{\sigma}\,\hat{A} = \bar{x} - \hat{\theta}(\bar{x} - t) \qquad (23)$$

و از(20)و(21) نتیجه می شود:

$$\frac{s'^2}{(\bar{x} - t)^2} = \frac{1 - \hat{A}(\hat{A} - \hat{\xi})}{(\hat{A} - \hat{\xi})^2} \qquad (24)$$

با معلوم بودن $\hat{\theta}$ ، دو معادله کلیدی(21)و(23) مقادیر $\hat{\mu}$ و $\hat{\sigma}$ را معین می کنند . $\hat{\theta}$ تابعی از $\hat{\xi}$ است، کافی است $\hat{\xi}$ ای را بیابیم که در معادله (24) صدق می کند. برای این کار می توان از جدول هایی که کوهن (1961) تهیه کرده است استفاده نمود. روش دیگر این است که مقدار $\hat{\xi}$ را به کمک رایانه با یک روش تکراری تعیین کنیم.

مثال1: مدیر انبار یک کارخانه به دنبال بهبود طرحی برای موجودی اقلامی است که مطالبات ماهیانه آن X دارای توزیع نرمال با میانگین 20 و انحراف معیار 10 واحد است. بخصوص او علاقمند به تعیین احتمال آن است که مطالبات ماهیانه حداقل 30 واحد باشد. به وضوح مطالبات ماهیانه این اقلام کمتر از صفر نیست. بنابراین الگوی این مطالبات باید از توزیع نرمال بریده شده از سمت چپ تبعیت کند، لذا با توجه به نمادهایی که پیش از این معرفی شدند، داریم:

$$k_L = -2 \;\Leftarrow x_L = 0 \text{ و } \sigma = 10 \text{ و } \mu = 20$$

پس با استاندارد کردن توزیع نرمال بریده شده فوق به صورت $t = z - k_L$ خواهیم داشت:

$$T = Z + 2 \qquad \text{و} \qquad P(X \geq 30) \equiv P(Z \geq 1) \equiv P(T \geq 3)$$

و مقدار احتمال فوق با استفاده از جدول 4 ضمیمه4 برابر است با:

$$P(X \geq 30) = P(T \geq 3) = 1 - F(3)_{K_L=-2} = 1-0/8377 = 0/1623$$

به بیان دیگر شانس این که مطالبات ماهیانه بیش از 30 واحد باشند16/23٪ است. در صورتی که اگر احتمال فوق از توزیع نرمال بریده نشده محاسبه گردد، خواهیم داشت:

$$P(X \geq 30) \equiv P(Z \geq 1) = 1 - \Phi(1) = 1-0/8413 = 0/1587$$

اکنون فرض کنید مدیر انبار به دنبال این است که95 ٪ مواقع بتوانـد مطالبـات احتمـالی را جوابگو باشد، یعنی سطح سرویس دهی مطلوب 95 ٪ است. در این صورت او به چه میزان موجودی نیازمند است؟

بـا بـه کـار بـردن جـدول 4 ضـمیمه4 بـا نقطـه بریـدگی $k_L = -2$ بـرای رسـیدن بـه $F_{SLTN}(t) = 0/95$ نیازمند داشتن $t = 3/656$ می باشیم، که نتیجه می دهد:

$$z = t + k_L = 3/656 - 2 = 1/656 \quad \Rightarrow \quad x = \mu + \sigma z = 20 + 1/656(10) = 36/56$$

به بیان دیگر برای این که مدیر انبار بتواند 95 در صـد از مطالبـات را پاسـخگو باشـد بایـد 36/56 واحد موجودی داشته باشد که این مقدار را نیز اگر از روش مستقیم به دست آوریم، خواهیم داشت:

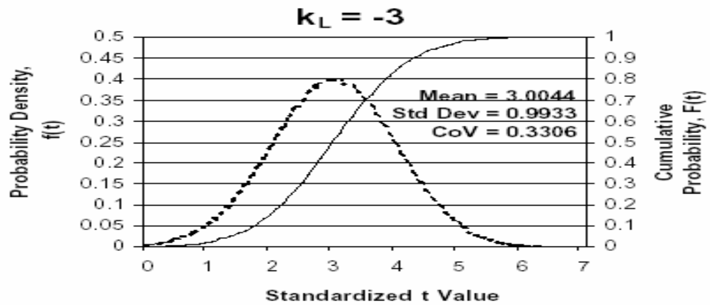
$$P(|Z| \leq 1.645) = 0/95 \Rightarrow 1/645 = \frac{x-\mu}{\sigma} \Rightarrow x = 1/645 * 10 + 20 = 36/45$$

اگر چه در این مثال تفاوت زیادی بین مقادیر به دست آمده از توزیـع نرمـال بریـده شـده و توزیع نرمال وجود ندارد ولی با توجه به جدول 4 ضمیمه4 مشاهده می شود که اگر توزیـع نرمال در نقطه $k_L = -2$ از سمت چپ بریده شود میانگین واقعی آن برابر20/552 (یعنـی بیش از آنچه که در مثال گفته شده) و انحراف استاندارد آن برابر9/415 (یعنی کمتر از آنچه کـه در مثـال گفتـه شـده)مـی باشـد. بـا ایـن تبـدیلات خـواهیم داشـت:

$$x = 20/552 + 1/656(9/415) = 36/14$$

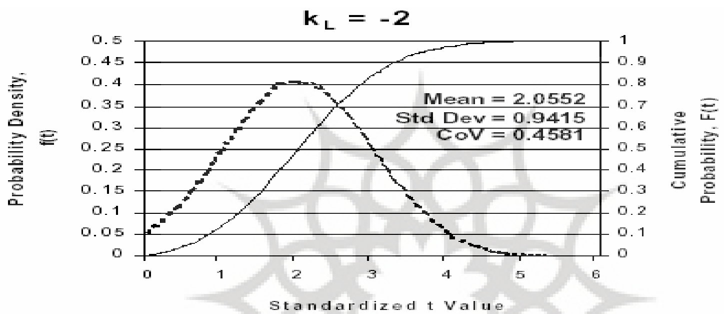
در ادامه فرض کنید مدیر انبار بـه دنبـال پیـاده سـازی طرحـی بـرای نمونـه هـای بزرگ ($n \geq 30$) از مطالبات ماهیانه با میانگین20 و انحراف معیار10/4 است. بر مبنای این داده ها نقطه بریدگی مناسب چه نقطه ای است؟ ضریب تغییرات بعد از محاسبه برابر 0/52 به دست می آید. پس با استفاده از جدول 6 ضمیمه4 نقطه بریدگی $k_L = -1/6$ می باشد.

در شکل های 11 تا 17 نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده از سمت چپ در نقاط بریدگی مختلـف $k_L = -3, -2, ..., 3$ ارایـه شده است.



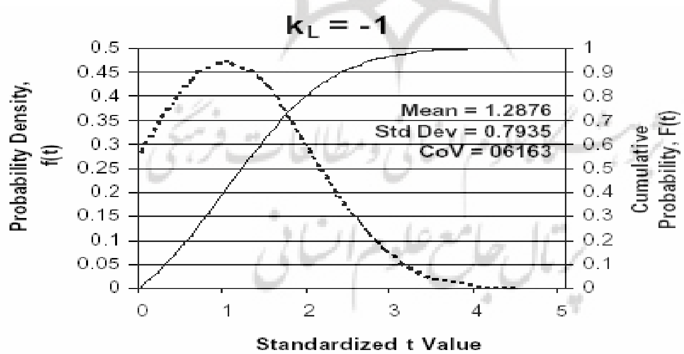
شکل 11. نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده در نقطه

$$k_L = -3$$



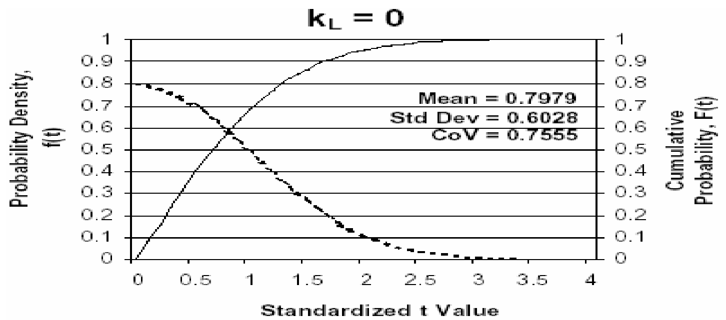
شکل 12 . نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده در نقطه

$$k_L = -2$$



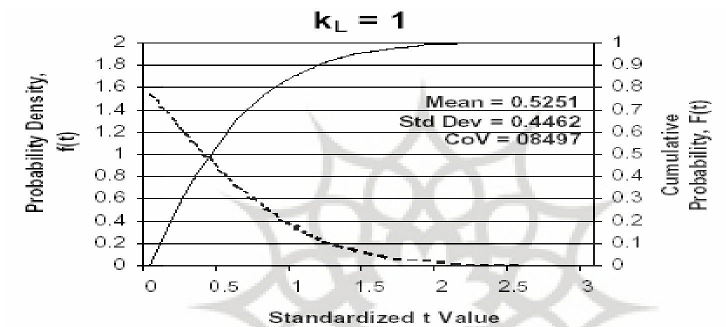
شکل 13. نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده در نقطه

$$k_L = -1$$



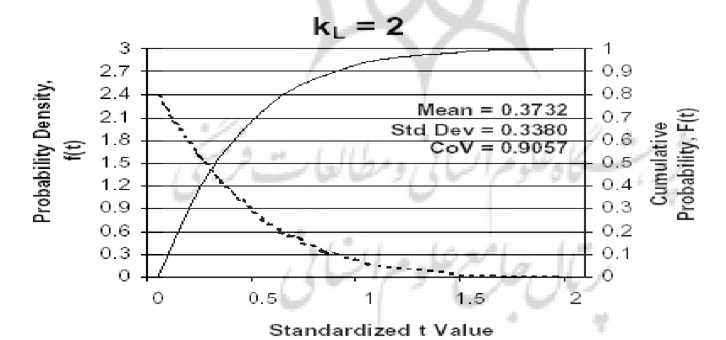
شکل 14. نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده در نقطه

$k_L = 0$



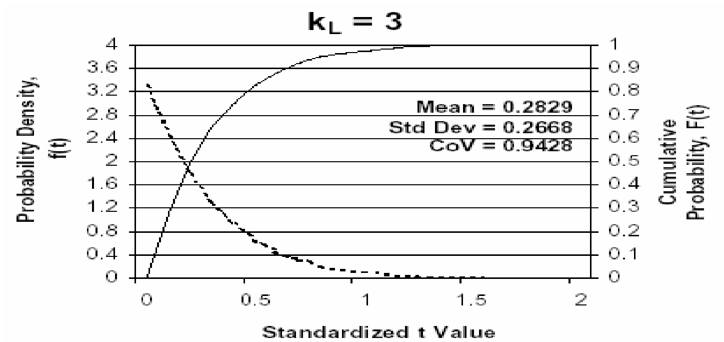
شکل 15. نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده در نقطه

$k_L = 1$



شکل 16. نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده در نقطه

$k_L = 2$



شکل 17 . نمودار تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی استاندارد شده نرمال بریده شده در نقطه

$k_L = 3$

اکنون فرض کنید Z دارای توزیع نرمال استاندارد است. در این صورت از امید ریاضی متغیر Z برای نقاط بیشتر از z_0 ، $(Z > z_0)$ تحت عنوان امید جزیی Z یاد می کنیم و آن را با $E(Z > z_0)$ نمایش می دهیم که به صورت زیر تعریف می شود:

(25)

$$E(Z > z_0) = \int_{z_0}^{\infty} (z - z_0)\phi(z)\,dz = \phi(z_0) - z_0\,H(z_0)$$

و همانطور که قبلا اشاره شد نقطه بریدگی k_L بنحو منحصر به فرد میانگین μ_t و انحراف معیار σ_t توزیع استاندارد شده نرمال بریده شده را مشخص می کند، لذا متغیر بریده شده استاندارد W را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$W = \frac{T - \mu_t}{\sigma_t} \quad \& \quad T = Z - K_L \quad \& \quad K_L = \frac{X_L - \mu}{\sigma} \qquad (26)$$

$$\Rightarrow \quad E(W > w_0) = \frac{E(T > t_0)}{\sigma_t} \quad \& \quad t_0 = w_0\sigma_t + \mu_t \qquad (27)$$

و به طور مشابه $E(T > t_0)$ برای نقطه بریدگی خاص k_L به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$E(T > t_0)\big|_{K_L} = \int_{t_0}^{\infty} (t - t_0)\, f_{SLTN}(t)\,dt \quad \& \quad f_{SLTN}(t) = \frac{\phi(t + k_L)}{H(k_L)} \quad , t \ge 0 \quad \Rightarrow$$

$$E(T > t_0)\big|_{K_L} = \int_{t_0}^{\infty} (t - t_0)\frac{\phi(t + k_L)}{H(k_L)}dt = \int_{z_0}^{\infty} (z - z_0)\frac{\phi(z)}{H(k_L)}dz = \frac{E(Z > z_0)}{H(k_L)} \text{ و } z_0 = t_0 + k_L \qquad (28)$$

و با استفاده از تساوی های(27) و(28) خواهیم داشت:

$$\mathrm{E}(W > w_0) = \frac{\mathrm{E}(Z > z_0)}{H(k_L)\sigma_t} \qquad \& \qquad z_0 = \mu_t + w_0\,\sigma_t + k_L \quad (29)$$

بنابر این برای الگوی خاصی از تغییرات (بریدگی از سمت چپ)که توسط میانگین و انحراف معیار تعریف می شوند، امید جزیی توسط تساوی (29) داده می شود.

در ادامه جدولی برای تعیین امید جزیی($\mathrm{E}(W > w_0)$ ارایه شده است. در جدول 7 ضمیمه4 مقادیر $\mathrm{E}(W > w_0)$ متناظر با مقدار خاص w_0 به عنوان تابعی از ضریب تغییرات ارایه شده است که مقادیر $\mathrm{E}(W > w_0)$ برای $w_0 < w_{\min}$ ($w_{\min} = -\frac{\mu_t}{\sigma_t}$) تعریف نشده اند.

مثال2: فرض کنید تقاضاهای ثبت شده در لیست انبار یک شرکت دارای میانگین 50 و انحراف معیار40 می باشد و برای رسیدن به سطح پذیرش مطلوب مدیر انبار نیازمند تعیین متوسط اقلامی است که سطح موجودی آنها بیش از 90 واحد باشد یعنی $E(T > t_0)$ با $t_0 = 90$. در این صورت با توجه به اطلاعا ت مسأله ضریب تغییرات برابر0/8 و w_0 به عنوان مقدار متغیر استاندارد بریده شده برابر است با $w_0 = \frac{t_0 - \mu_t}{\sigma_t} = 1$ و در نتیجه با استفاده از جدول 7 ضمیمه4 خواهیم داشت:

$$E(W_0 > 1) = 0/1256$$

روش قراردادی برای تعیین میزان موجودی

برای تعیین میزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس مطلوب اغلب فرض می شود که تقاضاها از توزیع نرمال پیروی می کنند . در اینجا نشان می دهیم که این روش (روش قراردادی) به برآورد نادرستی از سطح مطالبات حقیقی می انجامد و سطح سرویس به دست آمده از این روش کمتر از مقدار واقعی آن می باشد. با به کار بردن توزیع نرمال بریده شده از سمت چپ می توان میزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس دهی مطلوب را تعیین کرد.

در مبحث مدیریت انبار موقعی که تعیین میزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس مطلوب برای اقلام به صورت عمومی بررسی می شود بیشتر فرض می شود که مطالبات از توزیع نرمال پیروی می کنند. برون(1962) نشان داد که اگر فرض شود که مطالبات در فاصله زمانی سفارش تا تحویل به صورت نرمال با میانگین μ_L و انحراف استاندارد σ_L توزیع شوند آنگاه میزان موجودی و نقطه سفارش برای سطح سرویس مطلوب (op) با استفاده از روش های آماری قابل محاسبه اند .در حالت خاص میزان موجودی (ss) به صورت

$$SS = z_0 \sigma_L \tag{30}$$

و نقطه سفارش به صورت $op = \mu_L + SS$ تعریف می شوند، که z_0 فاکتور ایمنی نامیده می شود و به شکلی محاسبه می شود که به سطح سرویس مطلوب دسترسی پیدا کنیم.

سطح سرویس که عبارتست از تقاضاهای پاسخ داده شده تقسیم بر کل تقاضاها به صورت زیر تعریف می شود:

$$SL = 1 - \frac{\mathrm{E}(Z > z_0)\sigma_L}{Q} \tag{31}$$

که در آن $\mathrm{E}(Z > z_0)$ امید جزیی متغیر استاندارد نرمال z است و Q مقدار سفارش می باشد. تساوی (31) را با آرایش مجدد به صورت زیر می توان نوشت:

$$\mathrm{E}(Z > z_0) = \frac{(1 - SL)\,Q}{\sigma_L} \tag{32}$$

که در تساوی (32) متوسط فاکتور ایمنی لازم به منظور رسیدن به سطح سرویس مطلوب برای الگوی تقاضای خاص داده شده و مقدار سفارش از قبل تعیین شده، مشخص شده است. چنین روشهایی تحت شرایط خاص خود مطلوب هستند. آگراوال و اسمیت(1961) توجه خود را به مدلهای الگوی تقاضای سنتی (یعنی توزیع نرمال و پواسن) برای رسیدن به سطح سرویس مطلوب، معطوف داشتند.آنها همچنین اظهارکردند که توزیع دو جمله ای منفی الگوی بهتری برای به کارگیری مدل تقاضا ارایه می‌کند.

تامپولوس(1980) توزیع نرمال بریده شده از سمت چپ را برای تعیین میزان موجودی به کار برد و با توجه به این مطلب که مطالبات مقادیر منفی را اختیار نمی کنند نشان داد که مقادیر مورد انتظار توزیع نرمال بریده شده را می توان برای برآورد دقیق تر میزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس دهی مد نظر بکاربرد. در ادامه مطالبی بر

اساس‌کارهای تامپولوس(1980) و جانسون (2001) برای تعیین میزان موجودی لازم بـرای رسیدن به سطح سرویس دهی مطلوب، ارایه شده است.

روش غني شده براي تعيين ميزان موجودي

اگر فرض کنیم که تقاضاها از الگوی نرمال بریده شده پیروی می کنند، آنگـاه نقطـه بریدگی k_L بنحو منحصر بـه فـرد میـانگین، انحـراف معیـار و ضـریب تغییـرات توزیـع را مشخص می کند. با تعریف متغیر استاندارد W به صورت $W = \dfrac{T-\mu_t}{\sigma_t}$ تساوی (32) را به صورت دقیق تر زیر می توان بازنویسی کرد:

$$\mathrm{E}(W > w_0) = \frac{(1-SL)\,Q}{\sigma_L} \qquad (33)$$

که در آن $\mathrm{E}(W > w_0)$ مقدار مورد انتظار W برای مقادیر بیشتر از w_0 می باشد و w_0 همان فاکتور ایمنی است. موقعی که مقدار w_0 مشخص شود میزان موجودی از طریـق دوبـاره نویـسی تـساوی (32) بـه صـورت $SS = W_0\, \sigma_L$ بـه دسـت مـی آیـد . بـرای محاسبه $\mathrm{E}(W > w_0)$ با استفاده از $\mathrm{E}(T > t_0)$ خواهیم داشت:

$$\mathrm{E}(W > w_0) = \frac{\mathrm{E}(T > t_0)}{\sigma_L} \qquad (34)$$

و به طور مشابه $\mathrm{E}(T > t_0)$ برای نقطهٔ بریدگی خاص k_L به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathrm{E}(T > t_0)\big|_{K_L} = \frac{\mathrm{E}(Z > z_0)}{H(k_L)} \qquad (35)$$

و با به کار بردن تساویهای(34) و(35) داریم:

$$\mathrm{E}(W > w_0) = \frac{\mathrm{E}(Z > z_0)}{H(k_L)\sigma_L} \quad \& \quad z_0 = \mu_t + w_0\sigma_t + k_L$$

بنابر این برای الگوی خاص تقاضا که توسـط میـانگین و واریـانس تقاضـا تعریـف می شود (یعنی توسط نقطه بریدگی) با داشتن سطح سرویس هدف و مقدار سفارش، مقـدار فاکتور ایمنی w_0ای را می توان پیدا کرد کـه در تـساوی(33) صـدق کنـد. بـرای سـادگی استفاده از این روش در ادامه جداولی برای محاسبه فاکتور ایمنی ارایه شده است . در جدول

8 ضمیمه4 مقدار w_0 متناظر با سطح سرویس خاص به عنوان تابعی از ضریب تغییرات σ_t/μ_t و نسبت مقدار سفارش به انحراف معیار تقاضا Q/σ_t داده شده است.

برای کاربرد جدول8 فرض کنید که یک مدیر انبار نیازمند تعیین میزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس 95 ٪ برای محصولاتی است که میانگین تقاضای آنها 50 و انحراف معیار آنها برابر 40 واحد است. بر اساس مقادیر مشاهده شده در بالا ضریب تغییرات برابر 0/8 و نسبت Q/σ_L برابر 2 می باشد و از جدول 8 ، مقدار w_0 متناظر با این مقادیر برابر 1/178 می باشد. در نتیجه خواهیم داشت:

$$SL = w_0\,\sigma_L = 1/178 * 40 = 47/12$$

که اگر با مقداری که برای میزان موجودی از روش سنتی به دست می آید:

$$SL = 0.95 = 1 - \frac{\mathrm{E}(Z > z_0)\,\sigma_L}{Q} \Rightarrow \mathrm{E}(Z > z_0) = 0.1 \Rightarrow z_0 = 0.9 \quad \&$$

$$\Rightarrow SS = z_0\,\sigma_L \Rightarrow SS = 36$$

مقایسه شود، می بینیم که از روش سنتی مقداری کمتر از مقدار واقعی به دست می آید. اگر مقدار سفارش (Q) برابر 50 واحد بود آنگاه نسبت Q/σ_L برابر 1/25 و مقدار متناظر با فاکتور ایمنی با استفاده از جدول8 ضمیمه 4 تقریبا 1/5 می باشد که نتیجه می دهد $SS = 60$ که اگر با مقدار به دست آمده از روش سنتی مقایسه شود باز هم بزرگتر از $SS = 46$ است که از توزیع نرمال به دست می آید.

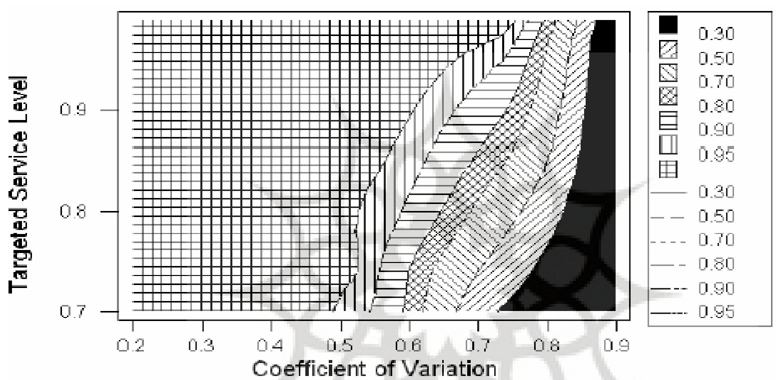
بحث

اگر چه مثال ارایه شده در رابطه با استفاده از جدول6 و روش بهبود یافته مزیت استفاده از توزیع نرمال بریده شده را مشخص نمود، در اینجا جدولی برای تعیین بزرگی خطایی که در اثر بکار نبردن توزیع نرمال بریده شده رخ می دهد، ارایه می کنیم. موقعی که توزیع نرمال بریده نشده را به کار می بریم عملا سطح سرویس دهی که حاصل می شود با آنچه که مد نظر است متفاوت می باشد. نسبت سطح سرویس موجود به سطح سرویس هدف در جدول9 ضمیمه4 به عنوان تابعی از ضریب تغییرات و سطح سرویس هدف محاسبه شده است. به عنوان مثال ادامه مثال قبل را با سطح سرویس هدف برابر95 ٪ و

ضریب تغییرات برابر 0/8 در نظر بگیرید بنابر این با استفاده از جدول 9 ضمیمه 4 نسبت بالا برابر 0/761 خواهد بود یعنی:

$$Ratio = \frac{SL_{\text{موجود}}}{SL_{\text{هدف}}} = 0/761$$

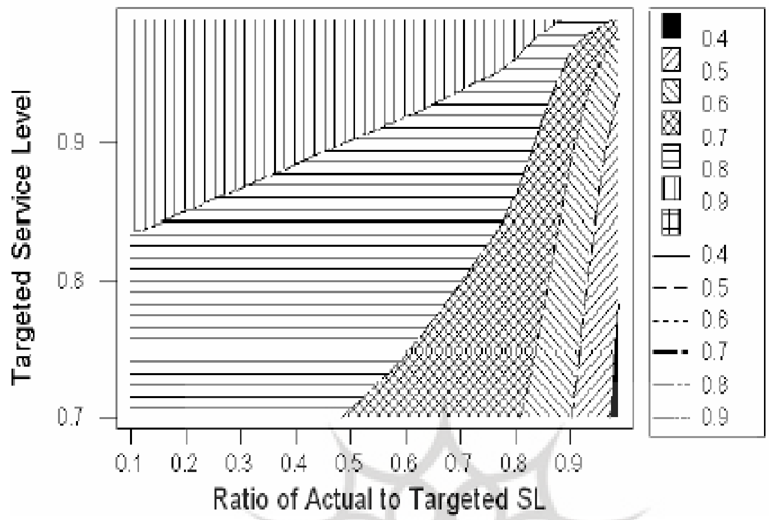
به بیان دیگر سطح سرویس به دست آمده با به کار بردن روش قراردادی تقریبا برابر 72 ٪ خواهد بود، یعنی 0/95 (0/761)=0/72 . همانطور که انتظار می رفت این جدول نشان می دهد که هر چه که ضریب تغییرات (و به تبع آن درجه بریدگی) افزایش می یابد، سطح سرویس به دست آمده کاهش می یابد ،که ماکزیمم مقدار این نسبت از سطوح پایین تر ضریب تغییرات و سطح سرویس هدف آغاز می شود و با افزایش این دو، کاهش بیشتر می شود. این رفتار به صورت هندسی در شکل 18 نمایش داده شده است.



شکل 18 . نمایش هندسی رفتار نسبت سطح سرویس موجود به هدف به عنوان تابعی از ضریب تغییرات و سطح سرویس هدف

جدول 10 در ضمیمه 4 دیدگاه دیگری از مزیت استفاده از روش بهبود یافته را نمایان می کند. در این جدول ضریب تغییرات در جایی که نسبت سطح سرویس حقیقی به سطح سرویس هدف به دست می آید به عنوان تابعی از سطح سرویس هدف نمایش داده شده است. به عنوان مثال فرض کنید یک نفر به دنبال سطح سرویس 95 ٪ باشد ولی می خواهد مطمئن باشد که حداقل به سطح سرویس 90 ٪ دسترسی پیدا می کند. برای این که نسبت سطح سرویس حقیقی به هدف تقریبا 95٪ باشد نمی توان از روش های سنتی برای تقاضاهایی که ضریب تغییرات آنها از 0/679 تجاوز کند استفاده کرد. در شکل 19 نمایش

ناحیه بحرانی ضریب تغییرات به عنوان تـابعی از سـطح سـرویس مطلـوب و نـسبت سـطح سرویس موجود به مطلوب ارایه شده است.



شکل 19 .نمایش ناحیه بحرانی ضریب تغییرات به عنوان تابعی از سطح سرویس و نسبت سطح سرویس موجود به هدف

نتیجه گیری

همانگونه که در متن مقاله اشاره شد، در مبحث مدیریت انبار موقعی که تعیین میـزان موجودی لازم برای رسیدن به سطح سرویس مطلوب برای اقلام به صورت عمومی بررسـی می شود عموما فرض می‌شودکه مطالبات از توزیع نرمال پیروی می‌کننـد. در رابطـه بـا ایـن موضوع که چه الگویی برای مطالبات مناسب است نظرات متعـددی عنـوان شـده اسـت، از جمله آگراوال و اسمیت توجه خود را به مدلهای الگوی تقاضای سنتی (یعنی توزیع نرمال و پواسن) برای رسیدن به سطح سرویس مطلوب، معطوف داشتند.آنها همچنین اظهارکردندکـه توزیع دو جمله ای منفی الگوی بهتری برای به‌کارگیری مدل تقاضا ارایه می‌کند. با این حال به عنوان مطالعات آتی می توان الگوهای متفاوتی را برای مطالعه روی تقاضـاها برگزیـد. بـا عنایت به مطالب عنوان شده در این مقاله در صورت به کارگیری توزیع نرمـال بریـده شـده برای مطالبات به جای توزیع نرمال نتایج زیر حاصل می شود:

1- برآوردهای دقیق تری از پارامترهای جامعه مورد مطالعـه بـا اسـتفاده از توزیـع نرمال بریده شده به دست می آیند.

2- می توان میزان موجودی مورد نیاز برای پاسخگویی تقاضاها و مطالبات در یـک زمان مقرر و مشخص را تعیین نمود و با اطمینان کامل به سـطح سـرویس مـد نظـر دست یافت.

3- همچنان که اشاره شد اگر از الگوی نرمال بریده شـده اسـتفاده نکنـیم بـه سـطح سرویس‌دهی پائین تر از مقدار مد نظر دسترسی پیدا می کنیم که در صورت اسـتفاده از توزیع نرمال بریده شده دیگر با چنین مشکلی مواجه نمی شویم.

4- در این مقاله جدولی ارایه شد که با توجه به آن می تـوان حـداقل مقدارضـریب تغییرات مورد نیاز برای استفاده از روش سنتی(توزیع نرمال) را به منظور رسـیدن بـه سطح سرویس مطلوب تعیین نمود(جدول 10).

شایان ذکر است که گرچه روش ارایه شده در این مقالـه روشـی بهبـود یافتـه بـرای تعیین سطح سرویس‌دهی مطلوب می باشد ولی همانطور که اشاره شـد بـا در نظـر گـرفتن الگوهای متفاوت برای مطالبات به عنوان مدل اولیه می توان مقـادیر متنـاظر حاصـل از ایـن مدلها را نیز مورد مطالعه و بررسی قرار داد، که البته ممکن است این الگوها به نتایج مشابه و شاید بهبود یافته تری منجر شوند.

منابع

1- Agrawal, N. and S.A. Smith. (1961). "Estimating Negative Binomial Demand for Retail Inventory Management with Unobservable Lost Sales," *Naval Research Logistics*, 43, 839-861.

2- Brown, R.G. (1962). *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

3- Cohen, A. (1961). *Truncated and Censored Samples.* Marcel Dekker, New York.

4- David, H. A. (2001). *Order Statistics*, *2nd Edition*, John Wiley & Sons.

5- Johnson, A. (2001). *On the Truncated Normal Distribution: Characteristics of Singly and Doubly-truncated Populations of*

Application in Management Science. Doctoral Dissertation, Stuart Graduate School of Business, Illinois Institute of Technology, Chicago, Illinois.

6- Thomopoulos, N. (1980). *Applied Forecasting Methods*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

ضمیمه 1

جدول2 . تغییرات 24 ساعته حداکثر بار از سیستم انتقال نیرو در 12 ماهه سال 81 در استان اصفهان *

ساعات	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
1	1694	1602	1811	1727	1810	1818	1541	1450	1452	1402	1335	1542
2	1562	1636	1722	1734	1871	1761	1453	1363	1386	1401	1363	1437
3	1513	1572	1655	1717	1866	1631	1368	1356	1371	1427	1353	1375
4	1592	1536	1668	1719	1798	1577	1315	1415	1400	1362	1286	1459
5	1543	1598	1641	1687	1764	1623	1341	1351	1441	1394	1288	1439
6	1488	1532	1631	1720	1758	1695	1387	1391	1442	1395	1368	1474
7	1614	1585	1574	1614	1715	1662	1446	1404	1532	1375	1468	1528
8	1628	1614	1717	1680	1654	1699	1416	1550	1628	1493	1411	1511
9	1657	1623	1813	1782	1858	1737	1702	1676	1672	1538	1566	1748
10	1775	1775	1853	1975	2037	1907	1725	1755	1769	1576	1641	1820
11	1811	1806	1967	1998	2089	2043	1786	1748	1753	1667	1665	1744
12	1787	1820	1941	1995	2228	2027	1694	1743	1769	1651	1573	1817
13	1709	1730	1986	2099	2066	2063	1635	1577	1662	1546	1567	1656
14	1602	1625	1969	1969	1957	2027	1663	1635	1622	1585	1634	1704
15	1671	1719	1956	2024	2021	2054	1693	1685	1702	1576	1612	1772
16	1684	1674	2011	2091	2076	2032	1712	1792	1670	1609	1604	1735
17	1709	1701	2035	2137	2099	2068	1726	1818	1840	1684	1573	1678
18	1764	1696	1903	2042	2106	2069	1724	2218	2108	2141	1754	1783
19	1806	1699	1883	1816	2062	2070	2249	2099	2017	2020	2094	2177
20	1982	1788	1889	1893	2073	2178	2061	2047	1926	1908	2050	2162
21	1940	2032	1984	2106	2344	2463	1941	1976	1870	1912	1892	1968
22	1851	2030	2195	2291	2283	2276	1892	1901	1851	1790	1901	1942
23	1798	2027	2133	2163	2241	2169	1727	1826	1703	1614	1829	1902
24	1603	1944	1988	2011	2133	2078	1431	1737	1638	1517	1681	1716

* منبع : بخش آمار، برق منطقه ای اصفهان

جدول 3 . تغییرات 24 ساعته حداکثر بار از سیستم انتقال نیرو در 12 ماهه سال 82 در استان اصفهان *

ساعات	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
1	1614	1875	1873	2191	2800	2044	1754	1756	1461	1806	1850	1976
2	1562	1858	1852	1979	2572	1973	1693	1779	1539	1611	1790	1759
3	1513	1825	1765	2054	2650	1900	1696	1792	1366	1628	1779	1829
4	1592	1725	1753	1938	2515	1861	1671	1804	1412	1694	1735	1913
5	1543	1684	1715	1964	2620	1895	1615	1905	1415	1729	1762	1828
6	1488	1773	1782	2015	2517	2069	1540	1834	1493	1729	1882	1916
7	1614	1689	1742	1855	2267	1924	1648	1834	1519	1868	1788	1965
8	1628	1726	1762	1978	2508	1893	1758	1947	1676	1931	1897	1963
9	1657	1865	2011	2151	2583	2065	1977	2051	1834	1943	2015	2114
10	1775	1942	2078	2264	2807	2205	2005	2143	1741	2016	2037	2277
11	1811	2048	2130	2331	2957	2275	2022	2145	1773	2131	2057	2218
12	1787	2049	2243	2276	2847	2276	2163	2149	1745	2107	2144	2202
13	1709	2018	2309	2390	2979	2305	1869	2156	1633	1871	1954	2130
14	1602	1942	2081	2331	2867	2153	1974	2160	1782	1821	2004	2066
15	1671	1946	2144	2311	2999	2194	1994	1993	1640	1877	2070	2111
16	1684	1959	2106	2209	2880	2167	2024	2057	1623	2034	1987	2123
17	1709	2004	2198	2432	2819	2210	1901	2246	1721	2346	1894	2119
18	1746	1990	2188	2346	2980	2269	1984	2288	1525	2433	2126	2163
19	1806	1877	2095	2193	2885	2231	2421	2462	2235	2436	2297	2437
20	1982	1841	2015	2132	2735	2386	2417	2411	2173	2190	2418	2585
21	1940	2436	2331	2528	2642	2560	2189	2347	1964	2072	2372	2534
22	1851	2234	2529	2545	3212	2458	2077	2334	1877	2088	2256	2400
23	1798	2093	2303	2497	3114	2320	1963	2217	1851	1953	2137	2326
24	1603	1975	2199	2361	3031	2258	1839	2021	1799	1920	2027	2127

* منبع : بخش آمار، برق منطقه ای اصفهان

ضمیمه2

برای بررسی این که آیا یک مجموعه داده مفروض از الگوی نرمال استاندارد شده بریده شده از سمت چپ تبعیت می کنند یا نه از آزمون نکویی برازش استفاده می کنیم. با توجه به این که نرم افزارهای متعددی برای تحلیل داده ها موجود می باشند وبعضی از نرم افزارها همانند spss با وجود یک سری امکانات با نواقصی چون محدودیت برنامه نویسی مواجه اند، لذا در ادامه برای تعدیل آزمون مد نظر از نرم افزار splus که یکی از نرم افزارهای آماری مفید در زمینه برنامه نویسی است برای نوشتن برنامه مدنظر و تعدیل آزمون اشاره شده فوق استفاده می کنیم.

برای انجام این آزمون در منوی برنامه نویسی نرم افزار splus مراحل آزمون کلموگروف اسمیرنوف را به صورت زیر تحت عنوان تابعی جدید تعدیل می کنیم:

```
Lkst<-function(n,p,x)
{               i<-1:n
                j<-i/n
                k<-(i-1)/n
                z<-sort(x )
                f<-(pnorm(z)-pnorm(p))/(1-pnorm(p ))
                g<-(j-f)
                w<-(f-k)
                 l<-max (g)
                m<-max(w)
                dn+ <-max (0,1)
                dn- <-max (0,m)
   dn  <- max(dn+ , dn-)
                result<- list(dn+ =dn+ ,dn- =dn- ,dn =dn )
                result
}
```


پس از پایان کاراین تابع تحت نام Lkst در قسمت برنامه نویسی نرم افزار splus ذخیره می شود و از این به بعد هر بار که تابع Lkst را به همراه شناسه های آن اجرا کنیم، سه مقدار D_n^+ و D_n^- و D_n در خروجی برنامه ظاهر می شود. با استفاده از جداول توزیع

احتمال D_n می توان این فرض را که داده ها ازتوزیع نرمال بریده شده آمده اند مورد بررسی قرار داد.

نکته حایز اهمیت در اینجا این است که برای انجام آزمون روی یک مجموعه داده مفروض ابتدا باید این داده‌ها را استاندارد کرد و سپس تحت عنوان بردار x آنها را در تابع Lkst معرفی کنیم. اندازه بردار مشاهدات توسط n و نقطه بریدگی استاندارد شده که از 5- تا5 مقدار می گیرد توسط p مشخص شده اند.

ضمیمه 3

برای انجام آزمون نیکویی برازش و بررسی این موضوع که آیا یک مجموعه داده از توزیع خاصی آمده اند یا نه از آماره آزمون D_n^+ و D_n^- و D_n که به صورت زیر تعریف می شوند، استفاده می‌کنیم:

$$D_n^+\big|_{H_0} = \max\left\{0, \max\left[\frac{i}{n} - F_0(x(i))\right]\right\} \qquad 1 \le i \le n$$

$$D_n^-\big|_{H_0} = \max\left\{0, \max\left[F_0(x(i)) - \frac{i-1}{n}\right]\right\} \qquad 1 \le i \le n$$

$$D_n\big|_{H_0} = \max\left\{D_n^+ \ , \ D_n^-\right\} \qquad 1 \le i \le n$$

که در آن $x(i)$ نمایانگر iامین مشاهده مرتب شدۀ نمونه است و $F_0(x(i))$ مقدار تابع توزیع تحت H_0 در نقطۀ $x(i)$ می باشد. پس از تعیین مقادیر D_n^+ و D_n^- و D_n با استفاده از جدول هایی که ناحیۀ بحرانی توزیع D_n را مشخص می کنند می توان در مورد رد یا قبولی فرض H_0 تصمیم گرفت.

ضمیمه 4

جدول4 . تابع توزیع تجمعی توزیع استاندارد شده نرمال بریده شده از سمت چپ

t/k_L	-3.0	-2.8	-2.6	-2.4	-2.2	-2.0	-1.8	-1.6
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.2	0.0012	0.0021	0.0036	0.0058	0.0090	0.0135	0.0196	0.0275
0.4	0.0033	0.0057	0.0093	0.0147	0.0223	0.0328	0.0465	0.0638
0.6	0.0069	0.0114	0.0182	0.0280	0.0415	0.0594	0.0821	0.1099
0.8	0.0126	0.0202	0.0314	0.0470	0.0678	0.0945	0.1273	0.1662
1.0	0.0214	0.0335	0.0504	0.0732	0.1026	0.1391	0.1825	0.2322
1.2	0.0346	0.0524	0.0765	0.1078	0.1468	0.1935	0.2472	0.3066
1.4	0.0535	0.0784	0.1109	0.1517	0.2007	0.2574	0.3202	0.3872
1.6	0.0795	0.1128	0.1547	0.2053	0.2640	0.3293	0.3992	0.4710
1.8	0.1139	0.1565	0.2082	0.2683	0.3353	0.4073	0.4814	0.5549
2.0	0.1575	0.2098	0.2709	0.3392	0.4126	0.4884	0.5636	0.6354
2.2	0.2108	0.2724	0.3415	0.4160	0.4930	0.5695	0.6426	0.7098
2.4	0.2733	0.3429	0.4180	0.4959	0.5733	0.6474	0.7155	0.7759
2.6	0.3437	0.4193	0.4977	0.5758	0.6506	0.7194	0.7802	0.8321
2.8	0.4200	0.4987	0.5773	0.6526	0.7219	0.7832	0.8354	0.8783
3.0	0.4993	0.5782	0.6538	0.7235	0.7852	0.8377	0.8806	0.9146
3.2	0.5787	0.6545	0.7245	0.7864	0.8391	0.8823	0.9162	0.9420
3.4	0.6550	0.7250	0.7872	0.8400	0.8833	0.9174	0.9432	0.9620
3.6	0.7254	0.7876	0.8406	0.8840	0.9181	0.9439	0.9627	0.9759
3.8	0.7879	0.8409	0.8844	0.9186	0.9444	0.9632	0.9764	0.9853

جدول 5 .مقادیر t استاندارد به عنوان تابعی از $F(t)$ و نقطه بریدگی k_L

$F(t)/k_L$	-3.0	-2.8	-2.6	-2.4	-2.2	-2.0	-1.8	-1.6	-1.4	-1.2
0.005	0.5075	0.3697	0.2598	0.1784	0.1215	0.0833	0.0580	0.0412	0.0301	0.0225
0.010	0.7211	0.5595	0.4196	0.3057	0.2184	0.1550	0.1106	0.0800	0.0589	0.0444
0.020	0.9728	0.7954	0.6326	0.4895	0.3700	0.2753	0.2037	0.1512	0.1135	0.0866
0.025	1.0621	0.8810	0.7125	0.5615	0.4323	0.3272	0.2455	0.1843	0.1395	0.1070
0.030	1.1381	0.9545	0.7819	0.6250	0.4884	0.3749	0.2847	0.2158	0.1646	0.1269
0.040	1.2642	1.0771	0.8990	0.7341	0.5868	0.4605	0.3569	0.2751	0.2126	0.1656
0.050	1.3675	1.1782	0.9966	0.8264	0.6716	0.5361	0.4222	0.3301	0.2580	0.2027
0.075	1.5692	1.3770	1.1903	1.0121	0.8460	0.6956	0.5640	0.4530	0.3623	0.2901
0.100	1.7253	1.5314	1.3420	1.1594	0.9867	0.8274	0.6846	0.5606	0.4564	0.3710
0.150	1.9685	1.7728	1.5804	1.3930	1.2130	1.0432	0.8867	0.7461	0.6232	0.5186
0.200	2.1622	1.9657	1.7716	1.5816	1.3975	1.2217	1.0570	0.9060	0.7708	0.6526
0.250	2.3287	2.1315	1.9365	1.7447	1.5580	1.3783	1.2081	1.0498	0.9058	0.7774
0.300	2.4783	2.2807	2.0850	1.8920	1.7034	1.5209	1.3467	1.1831	1.0322	0.8960
0.400	2.7487	2.5506	2.3539	2.1594	1.9682	1.7818	1.6021	1.4310	1.2704	1.1223
0.500	3.0017	2.8032	2.6058	2.4103	2.2174	2.0285	1.8450	1.6687	1.5014	1.3447
0.600	3.2547	3.0560	2.8582	2.6618	2.4678	2.2770	2.0907	1.9105	1.7380	1.5746
0.700	3.5256	3.3266	3.1284	2.9315	2.7364	2.5441	2.3557	2.1723	1.9954	1.8265
0.750	3.6755	3.4765	3.2782	3.0810	2.8855	2.6925	2.5030	2.3183	2.1395	1.9680
0.800	3.8426	3.6434	3.4450	3.2475	3.0516	2.8580	2.6676	2.4814	2.3008	2.1269
Mean	3.0044	2.8079	2.6136	2.4226	2.2360	2.0552	1.8819	1.7174	1.5629	1.4194
Std Dev	0.9933	0.9888	0.9820	0.9723	0.9589	0.9415	0.9197	0.8936	0.8634	0.8298
CoV	0.3306	0.3521	0.3757	0.4013	0.4289	0.4581	0.4887	0.5203	0.5524	0.5846

جدول 6 . مقادیر ضریب تغییرات متناسب با هر نقطه بریدگی

c	kL	c	kL	c	kL	c	kL	c	kL
0.20	-5.00	0.50	-1.73	0.80	0.41	1.10	4.18	1.40	4.80
0.22	-4.55	0.52	-1.60	0.82	0.63	1.12	4.24	1.42	4.83
0.24	-4.17	0.54	-1.48	0.84	0.87	1.14	4.30	1.44	4.86
0.26	-3.84	0.56	-1.35	0.86	1.15	1.16	4.35	1.46	4.88
0.28	-3.57	0.58	-1.23	0.88	1.47	1.18	4.40	1.48	4.91
0.30	-3.32	0.60	-1.10	0.90	1.87	1.20	4.45	1.50	4.94
0.32	-3.11	0.62	-0.98	0.92	2.38	1.22	4.49	1.52	4.96
0.34	-2.91	0.64	-0.85	0.94	2.93	1.24	4.53	1.54	4.99
0.36	-2.73	0.66	-0.71	0.96	3.31	1.26	4.57	1.56	5.01
0.38	-2.57	0.68	-0.58	0.98	3.55	1.28	4.61	1.58	5.03
0.40	-2.41	0.70	-0.43	1.00	3.71	1.30	4.64	1.60	5.05
0.42	-2.26	0.72	-0.29	1.02	3.84	1.32	4.68	1.62	5.08
0.44	-2.12	0.74	-0.13	1.04	3.94	1.34	4.71	1.64	5.10
0.46	-1.99	0.76	0.04	1.06	4.03	1.36	4.74	1.66	5.12
0.48	-1.86	0.78	0.22	1.08	4.11	1.38	4.77	1.68	5.14

جدول 7 .امید جزیی به عنوان تابعی از ضریب تغییرات

c	0.35	0.4	0.45	0.5	0.55	0.6	0.65	0.7	0.75	0.8	0.85	0.9	0.95
w_0/k_L	-2.82	-2.41	-2.05	-1.73	-1.42	-1.10	-0.78	-0.43	-0.05	0.41	1.00	1.87	3.15
-1.5	1.5273	1.5242	1.5195	1.5138	1.5079	1.5030	1.5002	***	***	***	***	***	***
-1.4	1.4348	1.4317	1.4270	1.4209	1.4142	1.4078	1.4028	1.4002	***	***	***	***	***
-1.3	1.3438	1.3408	1.3361	1.3299	1.3227	1.3152	1.3084	1.3031	1.3003	***	***	***	***
-1.2	1.2545	1.2518	1.2472	1.2410	1.2335	1.2253	1.2172	1.2099	1.2042	1.2007	***	***	***
-1.1	1.1673	1.1647	1.1604	1.1543	1.1468	1.1383	1.1294	1.1207	1.1128	1.1064	1.1020	1.1001	***
-1.0	1.0822	1.0799	1.0760	1.0702	1.0629	1.0543	1.0450	1.0354	1.0261	1.0176	1.0103	1.0048	1.0012
-0.9	0.9995	0.9976	0.9941	0.9888	0.9819	0.9735	0.9642	0.9542	0.9440	0.9342	0.9250	0.9168	0.9099
-0.8	0.9196	0.9181	0.9150	0.9104	0.9040	0.8961	0.8870	0.8770	0.8666	0.8560	0.8456	0.8357	0.8265
-0.7	0.8426	0.8414	0.8390	0.8350	0.8293	0.8221	0.8136	0.8040	0.7936	0.7828	0.7719	0.7611	0.7502
-0.6	0.7686	0.7679	0.7661	0.7629	0.7580	0.7517	0.7439	0.7350	0.7251	0.7145	0.7035	0.6924	0.6806
-0.5	0.6981	0.6978	0.6966	0.6942	0.6903	0.6849	0.6781	0.6701	0.6609	0.6509	0.6403	0.6292	0.6170
-0.4	0.6310	0.6311	0.6306	0.6290	0.6261	0.6218	0.6161	0.6091	0.6010	0.5918	0.5818	0.5713	0.5591
-0.3	0.5676	0.5681	0.5683	0.5675	0.5657	0.5625	0.5580	0.5522	0.5451	0.5370	0.5279	0.5181	0.5063
-0.2	0.5080	0.5089	0.5097	0.5098	0.5089	0.5069	0.5036	0.4990	0.4932	0.4863	0.4783	0.4694	0.4582
-0.1	0.4522	0.4535	0.4549	0.4558	0.4559	0.4550	0.4530	0.4497	0.4452	0.4395	0.4327	0.4249	0.4144
0.0	0.4004	0.4021	0.4039	0.4056	0.4067	0.4069	0.4060	0.4040	0.4007	0.3963	0.3908	0.3842	0.3746
0.1	0.3526	0.3545	0.3568	0.3592	0.3611	0.3623	0.3626	0.3618	0.3598	0.3567	0.3524	0.3470	0.3383
0.2	0.3087	0.3108	0.3136	0.3165	0.3192	0.3213	0.3226	0.3230	0.3222	0.3204	0.3173	0.3131	0.3054
0.3	0.2686	0.2710	0.2740	0.2774	0.2808	0.2838	0.2860	0.2874	0.2878	0.2871	0.2853	0.2823	0.2756
0.4	0.2324	0.2348	0.2381	0.2419	0.2458	0.2495	0.2526	0.2550	0.2564	0.2568	0.2561	0.2542	0.2485
0.5	0.1997	0.2023	0.2057	0.2099	0.2142	0.2184	0.2223	0.2254	0.2278	0.2292	0.2295	0.2286	0.2239
0.6	0.1706	0.1732	0.1767	0.1810	0.1857	0.1904	0.1948	0.1987	0.2018	0.2041	0.2053	0.2055	0.2016
0.7	0.1448	0.1473	0.1509	0.1553	0.1602	0.1652	0.1700	0.1745	0.1783	0.1813	0.1834	0.1844	0.1815
0.8	0.1220	0.1245	0.1280	0.1325	0.1374	0.1426	0.1478	0.1527	0.1571	0.1608	0.1636	0.1654	0.1632
0.9	0.1022	0.1045	0.1080	0.1123	0.1173	0.1226	0.1280	0.1332	0.1380	0.1422	0.1457	0.1481	0.1467
1.0	0.0849	0.0872	0.0905	0.0947	0.0996	0.1049	0.1104	0.1158	0.1209	0.1256	0.1295	0.1326	0.1318
1.1	0.0701	0.0722	0.0753	0.0794	0.0841	0.0893	0.0948	0.1003	0.1056	0.1106	0.1149	0.1185	0.1183
1.2	0.0575	0.0594	0.0623	0.0661	0.0706	0.0757	0.0811	0.0866	0.0920	0.0972	0.1018	0.1058	0.1062
1.3	0.0468	0.0485	0.0512	0.0547	0.0590	0.0638	0.0690	0.0745	0.0799	0.0852	0.0901	0.0944	0.0952
1.4	0.0378	0.0394	0.0418	0.0450	0.0490	0.0535	0.0585	0.0638	0.0692	0.0745	0.0796	0.0841	0.0853
1.5	0.0303	0.0317	0.0339	0.0368	0.0404	0.0447	0.0494	0.0545	0.0598	0.0651	0.0702	0.0749	0.0764

جدول **8** .فاکتور ایمنی w_0 به عنوان تابعی از ضریب تغییرات σ_t/μ_t و نسبت مقدار سفارش به انحراف معیار تقاضا Q/σ_t

Coefficient of Variation (σ_t/μ_t)

Q/σ_L Ratio	0.20	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
1.0	1.256	1.259	1.268	1.285	1.312	1.347	1.389	1.438	1.493	1.554	1.619	1.689	1.763	1.840	1.879	1.793
1.2	1.167	1.170	1.179	1.195	1.219	1.252	1.290	1.335	1.385	1.439	1.498	1.559	1.623	1.688	1.717	1.634
1.4	1.090	1.093	1.101	1.116	1.139	1.169	1.205	1.246	1.291	1.340	1.392	1.446	1.502	1.557	1.579	1.498
1.6	1.021	1.024	1.032	1.046	1.068	1.095	1.129	1.167	1.208	1.253	1.299	1.347	1.396	1.443	1.458	1.380
1.8	0.959	0.962	0.969	0.983	1.003	1.029	1.060	1.095	1.133	1.174	1.216	1.259	1.301	1.341	1.351	1.275
2.0	0.902	0.905	0.912	0.925	0.944	0.968	0.997	1.030	1.065	1.102	1.140	1.178	1.215	1.250	1.255	1.181
2.2	0.850	0.852	0.859	0.871	0.889	0.912	0.940	0.970	1.002	1.036	1.070	1.104	1.136	1.166	1.167	1.095
2.4	0.801	0.803	0.810	0.821	0.839	0.860	0.886	0.914	0.944	0.975	1.006	1.036	1.064	1.089	1.087	1.016
2.6	0.755	0.757	0.763	0.775	0.791	0.812	0.835	0.862	0.889	0.918	0.946	0.972	0.997	1.017	1.013	0.944
2.8	0.712	0.714	0.720	0.731	0.746	0.766	0.788	0.813	0.838	0.864	0.889	0.913	0.934	0.951	0.944	0.876
3.0	0.671	0.673	0.679	0.689	0.704	0.722	0.743	0.766	0.790	0.813	0.836	0.857	0.875	0.889	0.879	0.814
3.2	0.632	0.634	0.640	0.649	0.663	0.681	0.701	0.722	0.744	0.765	0.786	0.804	0.819	0.830	0.819	0.755
3.4	0.595	0.597	0.602	0.612	0.625	0.641	0.660	0.680	0.700	0.720	0.738	0.754	0.767	0.775	0.762	0.699
3.6	0.560	0.562	0.566	0.575	0.588	0.604	0.621	0.640	0.658	0.676	0.692	0.706	0.716	0.722	0.708	0.646
3.8	0.526	0.527	0.532	0.541	0.553	0.568	0.584	0.601	0.619	0.635	0.649	0.661	0.669	0.673	0.657	0.596
4.0	0.493	0.495	0.499	0.507	0.519	0.533	0.548	0.564	0.580	0.595	0.607	0.617	0.623	0.625	0.608	0.549
4.2	0.461	0.463	0.467	0.475	0.486	0.500	0.514	0.529	0.543	0.556	0.567	0.575	0.580	0.580	0.561	0.504
4.4	0.431	0.432	0.437	0.444	0.455	0.467	0.481	0.495	0.508	0.520	0.529	0.535	0.538	0.536	0.517	0.461
4.6	0.401	0.403	0.407	0.414	0.424	0.436	0.449	0.462	0.474	0.484	0.492	0.497	0.498	0.494	0.474	0.419
4.8	0.373	0.374	0.378	0.385	0.395	0.406	0.418	0.430	0.440	0.449	0.456	0.460	0.459	0.454	0.433	0.380
5.0	0.345	0.346	0.350	0.357	0.366	0.376	0.388	0.398	0.408	0.416	0.422	0.424	0.422	0.416	0.394	0.341
5.2	0.318	0.319	0.323	0.329	0.338	0.348	0.358	0.368	0.377	0.384	0.388	0.389	0.386	0.378	0.356	0.305
5.4	0.292	0.293	0.296	0.303	0.311	0.320	0.330	0.339	0.347	0.353	0.356	0.355	0.351	0.342	0.320	0.269
5.6	0.266	0.267	0.271	0.276	0.284	0.293	0.302	0.311	0.317	0.322	0.324	0.323	0.317	0.308	0.285	0.235
5.8	0.241	0.242	0.245	0.251	0.258	0.267	0.275	0.283	0.289	0.292	0.293	0.291	0.285	0.274	0.250	0.202
6.0	0.217	0.218	0.221	0.226	0.233	0.241	0.249	0.256	0.261	0.264	0.264	0.260	0.253	0.241	0.218	0.170
6.2	0.193	0.194	0.197	0.202	0.209	0.216	0.223	0.229	0.234	0.236	0.235	0.230	0.222	0.210	0.186	0.139
6.4	0.169	0.170	0.173	0.178	0.185	0.191	0.198	0.203	0.207	0.208	0.206	0.201	0.192	0.179	0.155	0.109
6.6	0.146	0.148	0.150	0.155	0.161	0.167	0.173	0.178	0.181	0.181	0.179	0.173	0.163	0.149	0.124	0.080
6.8	0.124	0.125	0.128	0.132	0.138	0.144	0.149	0.153	0.155	0.155	0.152	0.145	0.134	0.120	0.095	0.052
7.0	0.102	0.103	0.106	0.110	0.115	0.121	0.126	0.129	0.131	0.129	0.125	0.118	0.107	0.092	0.067	0.024
7.2	0.080	0.081	0.084	0.088	0.093	0.098	0.103	0.105	0.106	0.104	0.100	0.091	0.080	0.064	0.039	***
7.4	0.059	0.060	0.063	0.066	0.071	0.076	0.080	0.082	0.082	0.080	0.074	0.065	0.053	0.037	0.012	***
7.6	0.038	0.039	0.042	0.045	0.050	0.054	0.058	0.059	0.059	0.056	0.050	0.040	0.027	0.011	***	***
7.8	0.018	0.019	0.021	0.025	0.029	0.033	0.036	0.037	0.036	0.032	0.025	0.015	0.002	***	***	***

جدول 9 . نسبت سطح سرویس موجود به هدف به عنوان تابعی از ضریب تغییرات و سطح سرویس هدف

Coefficient of Variation (σ_i/μ_i)

Targeted Service Level	0.20	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
70%	1.000	0.999	0.994	0.984	0.967	0.937	0.891	0.819	0.700	0.492	0.076	***	***	***	***	***
71%	1.000	0.999	0.995	0.985	0.968	0.940	0.896	0.827	0.714	0.515	0.120	***	***	***	***	***
72%	1.000	0.999	0.995	0.986	0.970	0.943	0.901	0.836	0.728	0.539	0.162	***	***	***	***	***
73%	1.000	0.999	0.995	0.987	0.971	0.946	0.906	0.844	0.741	0.561	0.203	***	***	***	***	***
74%	1.000	0.999	0.995	0.987	0.973	0.949	0.911	0.851	0.754	0.583	0.243	***	***	***	***	***
75%	1.000	0.999	0.996	0.988	0.974	0.951	0.916	0.859	0.767	0.605	0.282	***	***	***	***	***
76%	1.000	0.999	0.996	0.989	0.975	0.954	0.920	0.866	0.779	0.625	0.319	***	***	***	***	***
77%	1.000	0.999	0.996	0.989	0.977	0.956	0.924	0.874	0.791	0.646	0.356	***	***	***	***	***
78%	1.000	0.999	0.996	0.990	0.978	0.959	0.929	0.881	0.803	0.665	0.392	***	***	***	***	***
79%	1.000	0.999	0.996	0.990	0.979	0.961	0.933	0.888	0.814	0.685	0.427	***	***	***	***	***
80%	1.000	0.999	0.997	0.991	0.981	0.963	0.937	0.894	0.825	0.703	0.461	***	***	***	***	***
81%	1.000	0.999	0.997	0.992	0.982	0.966	0.941	0.901	0.836	0.722	0.495	***	***	***	***	***
82%	1.000	0.999	0.997	0.992	0.983	0.968	0.944	0.907	0.846	0.740	0.527	0.004	***	***	***	***
83%	1.000	0.999	0.997	0.993	0.984	0.970	0.948	0.913	0.857	0.757	0.559	0.071	***	***	***	***
84%	1.000	0.999	0.997	0.993	0.985	0.972	0.952	0.919	0.867	0.774	0.590	0.136	***	***	***	***
85%	1.000	0.999	0.998	0.994	0.986	0.974	0.955	0.925	0.877	0.791	0.620	0.199	***	***	***	***
86%	1.000	0.999	0.998	0.994	0.987	0.976	0.959	0.931	0.886	0.807	0.649	0.261	***	***	***	***
87%	1.000	1.000	0.998	0.995	0.988	0.978	0.962	0.937	0.895	0.823	0.678	0.322	***	***	***	***
88%	1.000	1.000	0.998	0.995	0.989	0.980	0.965	0.942	0.905	0.838	0.706	0.381	***	***	***	***
89%	1.000	1.000	0.998	0.996	0.990	0.982	0.969	0.948	0.914	0.853	0.734	0.439	***	***	***	***
90%	1.000	1.000	0.999	0.996	0.991	0.984	0.972	0.953	0.922	0.868	0.761	0.496	***	***	***	***
91%	1.000	1.000	0.999	0.996	0.992	0.986	0.975	0.958	0.931	0.883	0.787	0.551	***	***	***	***
92%	1.000	1.000	0.999	0.997	0.993	0.987	0.978	0.963	0.939	0.897	0.813	0.605	***	***	***	***
93%	1.000	1.000	0.999	0.997	0.994	0.989	0.981	0.968	0.947	0.911	0.838	0.658	0.004	***	***	***
94%	1.000	1.000	0.999	0.998	0.995	0.991	0.984	0.973	0.955	0.924	0.862	0.710	0.155	***	***	***
95%	1.000	1.000	0.999	0.998	0.996	0.992	0.987	0.978	0.963	0.938	0.887	0.761	0.303	***	***	***
96%	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.994	0.989	0.982	0.971	0.951	0.910	0.811	0.449	***	***	***
97%	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.995	0.992	0.987	0.978	0.963	0.933	0.860	0.591	***	***	***
98%	1.000	1.000	1.000	0.999	0.998	0.997	0.995	0.991	0.986	0.976	0.956	0.907	0.730	***	***	***
99%	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999	0.999	0.997	0.996	0.993	0.988	0.978	0.954	0.866	0.073	***	***

جدول **10** .ماکزیمم ضریب تغییرات به عنوان تابعی از سطح سرویس و نسبت سطح سرویس موجود به هدف

Ratio of Actual to Targeted Service Level

Service Level	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65	0.60	0.50	0.40	0.30
70%	0.376	0.415	0.442	0.464	0.481	0.542	0.581	0.610	0.632	0.650	0.665	0.678	0.698	0.715	0.728
71%	0.379	0.418	0.446	0.467	0.485	0.547	0.586	0.615	0.637	0.655	0.670	0.682	0.703	0.719	0.732
72%	0.381	0.422	0.449	0.471	0.489	0.551	0.591	0.620	0.642	0.660	0.674	0.687	0.707	0.723	0.736
73%	0.384	0.425	0.453	0.475	0.493	0.556	0.596	0.625	0.647	0.664	0.679	0.692	0.712	0.727	0.740
74%	0.387	0.428	0.457	0.479	0.498	0.561	0.601	0.630	0.652	0.669	0.684	0.696	0.716	0.732	0.744
75%	0.389	0.432	0.461	0.484	0.502	0.566	0.606	0.635	0.657	0.674	0.689	0.701	0.721	0.736	0.748
76%	0.392	0.435	0.465	0.488	0.507	0.571	0.612	0.640	0.662	0.679	0.694	0.706	0.725	0.740	0.752
77%	0.396	0.439	0.469	0.493	0.512	0.577	0.617	0.646	0.667	0.685	0.699	0.711	0.730	0.745	0.756
78%	0.399	0.443	0.474	0.497	0.517	0.583	0.623	0.651	0.673	0.690	0.704	0.716	0.735	0.749	0.761
79%	0.402	0.448	0.479	0.503	0.522	0.588	0.629	0.657	0.679	0.695	0.709	0.721	0.739	0.754	0.765
80%	0.406	0.452	0.484	0.508	0.528	0.595	0.635	0.663	0.684	0.701	0.715	0.726	0.744	0.758	0.769
81%	0.410	0.457	0.489	0.514	0.534	0.601	0.641	0.669	0.690	0.707	0.720	0.731	0.749	0.763	0.774
82%	0.414	0.462	0.494	0.519	0.540	0.607	0.648	0.676	0.696	0.713	0.726	0.737	0.754	0.767	0.778
83%	0.418	0.467	0.500	0.526	0.546	0.614	0.654	0.682	0.703	0.719	0.732	0.742	0.759	0.772	0.783
84%	0.423	0.473	0.507	0.532	0.553	0.622	0.662	0.689	0.709	0.725	0.737	0.748	0.765	0.777	0.787
85%	0.428	0.479	0.513	0.539	0.561	0.629	0.669	0.696	0.716	0.731	0.744	0.754	0.770	0.782	0.792
86%	0.433	0.485	0.520	0.547	0.569	0.637	0.677	0.703	0.723	0.738	0.750	0.760	0.776	0.787	0.797
87%	0.439	0.493	0.528	0.555	0.577	0.646	0.685	0.711	0.730	0.745	0.756	0.766	0.781	0.793	0.802
88%	0.446	0.500	0.537	0.564	0.586	0.655	0.693	0.719	0.737	0.752	0.763	0.772	0.787	0.798	0.807
89%	0.453	0.509	0.546	0.574	0.596	0.664	0.702	0.727	0.745	0.759	0.770	0.779	0.793	0.804	0.812
90%	0.461	0.518	0.556	0.584	0.606	0.674	0.712	0.736	0.753	0.767	0.777	0.786	0.800	0.810	0.818
91%	0.470	0.529	0.567	0.596	0.618	0.685	0.722	0.745	0.762	0.775	0.785	0.793	0.806	0.816	0.824
92%	0.480	0.541	0.580	0.608	0.631	0.697	0.732	0.755	0.771	0.783	0.793	0.801	0.813	0.822	0.830
93%	0.492	0.555	0.594	0.623	0.645	0.710	0.744	0.765	0.781	0.792	0.801	0.809	0.820	0.829	0.836
94%	0.506	0.570	0.611	0.639	0.661	0.724	0.757	0.777	0.791	0.802	0.811	0.818	0.828	0.836	0.843
95%	0.523	0.589	0.630	0.658	0.679	0.740	0.770	0.789	0.803	0.813	0.820	0.827	0.837	0.844	0.850
96%	0.545	0.613	0.653	0.680	0.701	0.758	0.786	0.803	0.815	0.824	0.831	0.837	0.846	0.853	0.858
97%	0.574	0.642	0.681	0.708	0.727	0.779	0.804	0.819	0.830	0.838	0.844	0.849	0.857	0.863	0.868
98%	0.615	0.682	0.719	0.743	0.760	0.804	0.825	0.838	0.847	0.854	0.859	0.863	0.870	0.875	0.879
99%	0.683	0.743	0.773	0.792	0.805	0.839	0.854	0.864	0.870	0.875	0.879	0.883	0.888	0.892	0.895