

## ارائه مدل مکان‌یابی - مسیریابی ظرفیت دار پویا با در نظر گرفتن تقاضای وابسته به قیمت

فرهاد اعتباری،\* نیلوفر ترابی\*\*

تاریخ دریافت: ۹۵/۱۰/۱۳ - تاریخ پذیرش: ۹۶/۷/۲۹

### چکیده

از مهمترین مسائل شبکه‌های لجستیک، طراحی و تحلیل شبکه توزیع است. در سال‌های اخیر، دو مسئله اصلی در طراحی شبکه‌های توزیع، یعنی مکان‌یابی مراکز توزیع و مسیریابی توزیع کننده‌ها بصورت همزمان در نظر گرفته شده و مسئله مکان‌یابی-مسیریابی را به وجود آورده است. در این مقاله یک مسئله مکان‌یابی-مسیریابی ظرفیت دار پویا در نظر گرفته شده است که در آن تعدادی سایت بالقوه بعنوان دپو و تعدادی مشتری با تقاضا و مکان معین و همچنین تعدادی وسیله نقلیه با ظرفیت معین وجود دارند و تصمیم‌گیری در مورد مکان‌های مجاز تنها در اولین دوره از افق برنامه ریزی صورت می‌گیرد، اما تصمیم‌گیری مسیریابی ممکن است در هر دوره زمانی تغییر کند. در این تحقیق تقاضای مشتریان وابسته به قیمت در نظر گرفته شده و به منظور مدل‌سازی ارتباط بین قیمت و تقاضای محصول از دو تابع تقاضای خطی و تابع تقاضا با کشسانی ثابت استفاده شده است. مدل ریاضی مربوطه ارائه شده و نتایج مربوط به اجرای مدل با بکارگیری مجموعه داده‌ها بصورت قطعی بررسی شده است. سپس روشی ترکیبی (ترکیب الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری)، بر مبنای الگوریتم بهینه سازی گروهی ذرات برای حل این مسئله پیشنهاد میشود. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، این چارچوب با طراحی مسائل نمونه مورد بررسی قرار می‌گیرد و آزمایش‌های محاسباتی، کارایی روش پیشنهادی را در مقایسه با روش قطعی نشان می‌دهند.

**واژگان کلیدی:** مسیریابی، مکان‌یابی، تقاضای مبتنی بر قیمت، الگوریتم ابتکاری، الگوریتم فراابتکاری

\* استادیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، گروه مهندسی صنایع، قزوین، ایران

(نویسنده مسئول) featebari@gmail.com

\*\* دانش آموخته کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، قزوین،

## مقدمه

توزیع فیزیکی محصولات یکی از کلیدی ترین فعالیت‌های شرکت‌های تولیدی می‌باشد، زیرا بطور متوسط بیش از ۲۰٪ قیمت تمام شده محصولات، صرف توزیع فیزیکی آن می‌شود [۱]. بهبود سیستم توزیع فیزیکی، علاوه بر کاهش هزینه، موجب ارتقاء بهره وری خواهد شد. امروزه در سیستم‌های توزیع، مشتریان خواهان تامین نیاز خود در زمان معین و با کمترین هزینه هستند. تصمیمات مربوط به مکان‌یابی مراکز توزیع و مسیریابی کانال‌های سرویس دهی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مسئله مکانیابی - مسیریابی<sup>۱</sup>، این دو جنبه را با هم ترکیب نموده و یک راه حل یکپارچه ارائه می‌دهد، بطوریکه حل بهینه حاصل شود. اهمیت تلفیق این دو از آنجا ناشی می‌شود که بهینه سازی جداگانه این دو مسئله لزوماً منجر به بهینگی هر دو مسئله با هم نخواهد شد [۲]. مسئله مکانیابی - مسیریابی ظرفیت دار<sup>۲</sup>، یکی از حوزه‌های جدید تحقیقاتی در مدیریت پخش است که در آن مسئله LRP با وسایل نقلیه و انبارهای ظرفیت دار محدود شده است، علاوه بر این، مشتری باید تنها با یک وسیله نقلیه واحد تامین شود که آن وسیله نقلیه هر مشتری را در یک گردش فقط یک بار ملاقات می‌کند. ناوگان وسایل نقلیه محصولات را با ظرفیت خاصی از انبارها به مشتریان برده و به محض اتمام یک دور کامل به انبار باز می‌گردند [۳].

مسئله مکان‌یابی مسیریابی پویا، افق برنامه ریزی را به دوره‌های چندگانه تقسیم می‌کنند. از طرفی در شرایط واقعی، گاهی تقاضای مشتریان وابسته قیمت می‌باشند، که در این صورت تقاضا باید تابعی مبتنی بر قیمت در نظر گرفته شود. بر این اساس، میزان تقاضای واقعی مشتری در هر دوره زمانی، بر اساس قیمت ارائه محصول تعیین خواهد شد. با توجه به چند دوره‌ای بودن مسئله و پراکندگی مشتریان در مناطق مختلف جغرافیایی که به تبع آن، تفاوت در تمایل به پرداخت مشتریان در مناطق مختلف، می‌توان از قیمت گذاری پویای منطقه‌ای برای تعیین قیمت ارائه محصول به مشتریان استفاده نمود [۴]. در این مقاله یک مسئله CLRP، با تقاضای

---

1. Location Routing Problem(LRP)

2. Capacitated Location Routing Problem(CLRP)

مبتنی بر قیمت با لحاظ کردن تکنیک قیمت‌گذاری پویای منطقه‌ای در نظر گرفته شده است. از آنجایی که هر یک از مسائل مکان‌یابی و مسیریابی خود به تنهایی یک مسئله NP-hard محسوب می‌شوند، مسئله مکان‌یابی - مسیریابی و همچنین مسئله مکان‌یابی - مسیریابی ظرفیت دار نیز یک مسئله NP-hard محسوب می‌شوند. در این نوع مسائل، در اندازه بزرگ، وقتی که یک الگوریتم دقیق برای حل آن استفاده شود، زمان حل به صورت نمایی افزایش پیدا می‌کند. از این رو، حل این مسائل در بسیاری از موارد به صورت قطعی امکان پذیر نبوده و به همین دلیل نیاز به استفاده از رویکردهای ابتکاری و فراابتکاری می‌باشد [۳]. تاکنون تحقیقات وسیعی در زمینه مسئله مکان‌یابی - مسیریابی انجام شده است. از جمله تحقیقاتی که در این حوزه انجام شده است می‌توان به تحقیق بارتو و همکاران اشاره کرد که آنها از یک روش ابتکاری مبتنی بر دسته بندی مشتری‌ها (روش خوشه بندی) استفاده کردند و برای حل، چند روش سلسله مراتبی و غیر سلسله مراتبی برای دسته بندی را به کار بردند [۵]. گوین و همکاران در همان سال در تحقیق خود، مدل ریاضی برای CLRP ارائه کردند. آنها CLRP را با استفاده از ترکیب رویکرد جستجوی انطباقی حریمانه<sup>۱</sup> و یک فرایند یادگیری و یک مکانیزم مرتبط کردن مسیرها پیشنهاد کردند [۶]. گوین و همکاران در تحقیق دیگری در سال از تکنیک آزادسازی لاگرانژی و جستجوی ممنوعه برای توسعه رویکردی دو فازی برای حل CLRP استفاده کردند. این الگوریتم به طور متناوب بین یک فاز مکان‌یابی و یک فاز مسیریابی، اطلاعات را جابه جا می‌کند. در فاز اول مسیرها و مشتری‌های آنها به صورت یک ابر مشتری ترکیب می‌شوند تا مسئله به یک مسئله مکان‌یابی تسهیلات تبدیل شود. آزادسازی لاگرانژی در محدودیت‌های تخصیص برای حل مسئله مکان‌یابی تسهیلات به دست آمده مورد استفاده قرار می‌گیرد. در فاز دوم جستجوی ممنوعه دانه‌ای برای توسعه مسیریابی چند دپویی به دست آمده از فاز اول به کار می‌رود [۷]. ماریناکیس و ماریناکی از روشی ترکیبی مبتنی بر الگوریتم بهینه سازی گروه ذرات برای حل مسئله استفاده کردند [۸]. دوهمال و همکارانش از الگوریتمی پیشنهادی، که ترکیبی از الگوریتم جستجوی

انطباقی حریصانه با روش جستجوی محلی تکاملی میباشد، استفاده کردند [۹]. یو و همکارانش الگوریتم شبیه سازی تبرید ابتکاری را برای حل مسئله CLRP بکار بردند و برای بهبود عملکرد الگوریتم شبیه سازی تبرید از سه ساختار همسایگی با انتخاب احتمالی استفاده کردند و ادعا کردند که استفاده از این ساختار سبب بهبود در الگوریتم شبیه سازی تبرید می شود [۱۰]. از جمله تحقیقات دیگر، می توان به تحقیق کتراندو و همکارانش اشاره کرد که سه فرمول جدید از CLRP را بر اساس وسیله نقلیه و کالا معرفی کردند و مسئله را توسط الگوریتم ژنتیک که در آن زیر مسئله شامل پیدا کردن کوتاه ترین مسیر با کمترین هزینه تحت محدودیت ظرفیت میباشد، حل کردند [۱۱]. زرنندی و همکارانش، تحقیقی را ارائه دادند که به عنوان اولین تلاش برای مدل CLRP با استفاده از متغیرهای فازی توزیع سطوح، اهداف چندگانه و یا داده های نامشخص، معرفی شده است. آنها همچنین نتایج حاصل از فرا ابتکاری ها را در مجموعه های استاندارد نمونه ها برای LRP کلاسیک و دو پله ای در CLRP که مسئله با ظرفیت وسایل نقلیه و انبارها، محدود شده بود، مقایسه کردند [۱۲]. مهرجردی و نادیزاده نیز در تحقیقی CLRP را با تقاضای فازی در نظر گرفتند. آنها مسئله را با یک برنامه ریزی فازی بر اساس تئوری فازی مدلسازی کردند و برای حل مسئله از یک روش خوشه بندی حریصانه استفاده کردند [۳]. از دیگر تحقیقات صورت گرفته میتوان به تحقیق اسکوبار و همکارانش اشاره کرد. آنها برای حل مسئله مکانیابی و مسیریابی ظرفیت دار یک الگوریتم جدید معرفی کردند. این الگوریتم شامل یک الگوریتم جستجو ممنوعه با یک جستجوی همسایگی متغیر میشود، که این الگوریتم با توجه به نتایج مقایسه ای الگوریتم خوبی برای پیدا کردن جواب مسئله در زمان کوتاه میباشد [۱۳]. همچنین نادیزاده و حسینی نسب در تحقیق خود مسئله مکانیابی - مسیریابی ظرفیت دار پویا با تقاضاهای فازی را در نظر گرفتند. در این تحقیق تصمیم گیری هایی که در مورد مکان های تسهیلات هستند تنها در دوره زمانی اول افق برنامه ریزی مجاز هستند گرفته شوند، ولی تصمیم گیری های مسیریابی ممکن است در هر دوره زمانی تغییر کنند. علاوه بر این، وسایل نقلیه و انبارها ظرفیت از پیش تعریف شده ای برای خدمت به مشتریان با تغییر تقاضاها در طول افق زمانی دارند. فرض بر این است

که تقاضاهای مشتریان متغیر فازی می‌باشند [۱۴]. از جمله تحقیقات اخیر نیز میتوان به تحقیق وینسنت و شین اشاره کرد که آنها مسئله مکانیابی-مسیریابی باز را معرفی کرده اند و با یک الگوریتم ابتکاری شبیه سازی تیریدی آن را حل کرده اند. این مدل نوعی از مسائل مکانیابی-مسیریابی ظرفیت دار می‌باشد و تفاوتشان در این است که در این مدل وسایل نقلیه پس از ارائه خدمات به تمام مشتریان به مرکز توزیع برنمی‌گردند. هدف این مدل کاهش مجموع هزینه‌ها، از جمله هزینه‌های بکارگیری تجهیزات، وسایل نقلیه و هزینه‌های سفر میباشد [۱۵]. همچنین هوانگ مسئله مکانیابی-مسیریابی ظرفیت دار با در نظر گرفتن برداشت و تحویل‌های چندگانه و تقاضای تصادفی معرفی کرده و راه حلی را برای حل آن مسئله ارائه داده است. این تحقیق یک مدل پیشرفته‌ی مکان‌یابی و مسیریابی ظرفیت دار را معرفی کرده است و با استفاده از یک روش جدید بکارگیری الگوریتم جستجوی ممنوعه حل شده است. هوانگ در این تحقیق به بررسی پارامترهای مسئله و مقایسه بین تقاضای تصادفی و قطعی نیز پرداخته است [۱۶]. از دیگر تحقیق‌های ارائه شده میتوان به مقاله‌ی کاراگلان و آلتیپارماک اشاره کرد که یک نوع مسئله مکانیابی-مسیریابی ظرفیت دار با استفاده از الگوریتم ممیتیک حل شده است. در این تحقیق دریافت و تحویل تقاضاهای مشتریان با یک خودروی یکسان انجام شده است [۱۷]. ژانگ و سایرین مسئله مکانیابی-مسیریابی با احتمال خرابی انبار را بررسی کردند [۱۸]. مشرف-جوادی و لی مسئله مکانیابی-مسیریابی با تاخیر را معرفی و مدلی به منظور حداقل کردن زمان انتظار مشتریان ارائه کردند [۱۹]. تورو و سایرین مسئله دوهدفه مکانیابی-مسیریابی با در نظر گرفتن اثرات گازهای گلخانه‌ای را بررسی کردند. آنها مدلسازی جدیدی را برای در نظر گرفتن اثرات گازهای گلخانه‌ای ارائه داده و با روش محدودیت اپسیلون به حل آن پرداختند [۲۰]. شیفر و والتر مسئله مکانیابی-مسیریابی با وسایل نقلیه الکتریکی را بررسی کردند [۲۱].

تاکنون تحقیقات محدودی در زمینه مسئله مکانیابی-مسیریابی پویا و چنددوره‌ای انجام شده است. مسئله مکانیابی-مسیریابی پویا برای اولین بار توسط لاپورته و دژاکس معرفی شد [۲۲]. آنها فرض کردند که هم مکان احداث تسهیلات و مسیر خدمت‌رسانی به آنها می‌تواند طی

هر دوره در افق زمانی برنامه ریزی تغییر نماید. تحقیق بعدی مکان قرارگیری تسهیلات را طی افق برنامه ریزی ثابت فرض کرده و درخصوص مسیر ارائه خدمت در هر دوره تصمیم گیری می کند [۲۳]. امبروسینو و اسکاتلا مسائل مکانیابی-مسیریابی را بررسی کرده و مدل سازی ریاضی برای هر یک پیشنهاد دادند [۲۴]. البارادا - سمبودا و سایرین تاثیرات افق زمانی را بر روی مکان احداث تسهیلات و تصمیمات مسیریابی بررسی کردند و روشهایی را برای حل مسئله ارائه دادند [۲۵]. کوچ و سایرین مسئله مکانیابی-مسیریابی را با در نظر گرفتن ناوگان ناهمگن و پنجره های زمانی توسعه داده و از الگوریتم های تکاملی برای حل آن استفاده کردند [۲۶].

با توجه به مرور ادبیات میتوان گفت که علاقه به مسائل مکانیابی - مسیریابی در سال های اخیر به شدت افزایش یافته است. هدف اصلی این مقاله در واقع تعیین همزمان محل تسهیلات (انبارها یا مراکز توزیع)، تخصیص مشتریان به آنها و تعیین مسیرهای وسایل نقلیه، با در نظر گرفتن ظرفیت وسایل نقلیه و انبارها و تقاضاهای مبتنی بر قیمت میباشد، به نحوی که کل هزینه سیستم به حداقل برسد و بیشینه سازی سود که حاصل از تفاضل درآمد کل و هزینه های مسئله میباشد، صورت پذیرد. برای نمایش ارتباط بین قیمت و تقاضای محصول، از دو تابع تقاضای خطی<sup>۱</sup> و تابع تقاضا با کشسانی<sup>۲</sup> ثابت استفاده شده است. در این تحقیق ابتدا به مدل سازی ریاضی پرداخته میشود سپس با توجه به پیچیدگی حل مسئله و ناتوانی روش های حل دقیق در حل مسئله با اندازه های متوسط و بزرگ در زمانی معقول، الگوریتمی فراابتکاری بر مبنای روش بهینه سازی گروهی ذرات برای حل آن ارائه میشود. با توجه به توضیحات فوق، وجه تمایز این مقاله با سایر مقالات مشابه در این حوزه بصورت زیر می باشد:

۱. تقاضای مشتریان وابسته به قیمت بوده و برای مدل سازی ارتباط بین قیمت و تقاضا از دو مدل تقاضای خطی و مدل تقاضا با کشش ثابت استفاده شده است.
۲. از تکنیک قیمت گذاری پویای منطقه ای به منظور ارائه محصول توسط هر مشتری در هر منطقه در هر دوره زمانی استفاده می گردد.

---

1. Linear demand function

2. Constant-elasticity demand function

۳. الگوریتم جدیدی برای حل مسئله توسعه داده شده است که از ترکیب دو الگوریتم ابتکاری و فراابتکاری تشکیل شده است.
۴. از الگوریتم فراابتکاری بهینه سازی ذرات به منظور تعیین قیمت بهینه ارائه محصول توسط هر یک از مشتریان در هر دوره استفاده شده است.
۵. برای تعیین مقدار سود متناسب با هر نمایش جواب، از الگوریتم ابتکاری چهارفازی استفاده گردیده است.

ادامه مقاله به صورت ذیل سازماندهی شده است: در بخش ۲ به تعریف مسئله و ارائه مدل ریاضی پرداخته شده است. در بخش ۳، الگوریتم پیشنهادی به همراه جزئیات آن ارائه میشود. در بخش ۴ آزمایشات محاسباتی و نتایج آنها آورده شده و در نهایت در بخش آخر نتایج به دست آمده مورد بررسی قرار گرفته و به جمع بندی و ارائه پیشنهاد برای آینده پرداخته شده است.

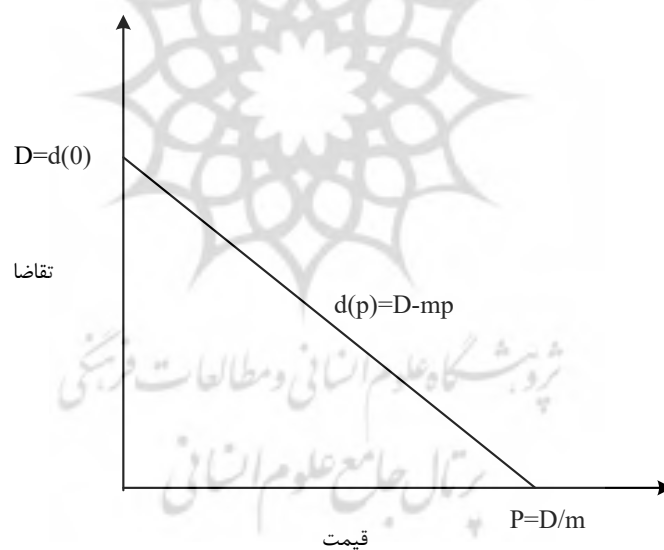
### شرح مسئله

در مسئله مکان‌یابی - مسیریابی ظرفیت دار، مجموعه ای از مشتری‌ها و مجموعه ای از سایت‌های بالقوه احداث دپو برای عرضه محصول، در سطحی جغرافیایی با مختصات مکانی معلوم وجود دارند. تقاضای مشتری‌ها و ظرفیت دپوها از ابتدا مشخص هستند. هر مشتری برای دریافت کالای مورد تقاضای خود فقط به یک دپو و یک وسیله نقلیه متعلق به آن دپو تخصیص داده می‌شود که در اینجا باید محدودیت‌های ظرفیت دپو و همچنین ظرفیت وسیله نقلیه مد نظر قرار گیرد. هر وسیله نقلیه نیز تور خود را از دپو آغاز و پس از سرویس دهی به مشتریان تخصیص یافته به خود، دوباره به همان دپو باز برمیگردد. در مسئله‌ی ارائه شده در این تحقیق برخلاف مسائل معمول که تقاضاها از ابتدا مشخص هستند، تقاضای مشتریان از ابتدا مشخص نخواهد بود و فرض بر این است که تقاضای هر گره ( مشتری ) وابسته به قیمت می‌باشد. با توجه به اینکه توابع تقاضای مختلفی برای بیان ارتباط بین قیمت و تقاضا وجود دارد، در این تحقیق از دو تابع تقاضای خطی و تابع تقاضا با کشش ثابت به منظور مدلسازی

این ارتباط استفاده شده است. در صورتیکه تمایل به پرداخت مشتریان<sup>۱</sup> دارای توزیع یکنواخت باشد، تابع پاسخ قیمت، خطی خواهد بود. رابطه مورد استفاده در تابع پاسخ قیمت خطی بصورت زیر می باشد.

$$d(p) = D - mp \quad (1)$$

که در آن،  $D > 0$  بوده و بیانگر حداکثر اندازه تقاضای بالقوه موجود در بازار برای کالا یا خدمت مورد نظر می باشد که در صورت برابر صفر قرار دادن قیمت بدست می آید  $D = d(0)$ . شیب تابع پاسخ قیمت برابر  $-m$  می باشد. میزان کشسانی تابع پاسخ قیمت برای تابع خطی برابر  $\frac{mp}{D - mp}$  می باشد که مقدار در نقطه  $p = 0$  بوده و در صورتیکه  $P = D/m$  باشد، به سمت بی نهایت میل می کند.



شکل ۱. تابع پاسخ قیمت خطی



این تابع به دلیل سادگی در موارد فراوانی به منظور مدل‌سازی تقاضا مورد استفاده قرار می‌گیرد. تابع تقاضای بعدی، تابع تقاضا با کشش ثابت است. همانطور که از عنوان تابع تقاضا با کشش ثابت برمی‌آید، در این تابع تقاضا، در تمامی حدود قیمت، میزان کشش قیمت ثابت می‌باشد. لذا داریم:

$$d'(p)p/d(p) = -\varepsilon; \quad p > 0 \quad (2)$$

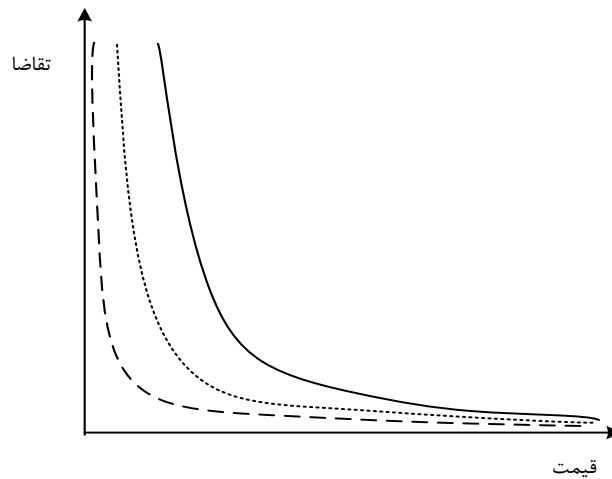
که در آن  $\varepsilon$  نشان دهنده میزان کشسانی می‌باشد. با حل معادله فوق، رابطه تابع پاسخ قیمت با کشش ثابت بصورت زیر خواهد بود.

$$d(p) = Cp^{-\varepsilon} \quad (3)$$

که در آن پارامتر  $C > 0$  به گونه ای باید تعیین گردد که  $d(1) = C$  باشد. برای مثال در صورتیکه قیمت را با واحد دلار بیان نماییم و  $d(\$1.00) = 1000$  باشد، لذا  $C = 1000$  خواهد بود. شیب تابع پاسخ قیمت با کشسانی ثابت برابر است با

$$d'(p) = -C\varepsilon p^{-(\varepsilon+1)} \quad (4)$$

که همواره کوچک تر از صفر بوده و تایید می‌کند که این تابع دارای شیب منفی می‌باشد. برخی از مثالهای تابع فوق در شکل شماره ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۲. تابع پاسخ قیمتی با کشسانی ثابت

مسئله در قالب یک افق زمانی با دوره‌های چندگانه می‌باشد. هدف از این مسئله این است با توجه به در نظر گرفتن وابستگی تقاضای مشتریان به قیمت، به طور همزمان تعداد و محل بهینه انبارهای منتخب، تخصیص بهینه مشتریان به انبارها، تخصیص بهینه مشتریان به وسایل حمل و توالی بهینه خدمت دهی به مشتریان در هر مسیر طوری مشخص شود که تابع سود مسئله، که شامل تفاضل درآمد کل و هزینه‌های مسئله می‌شود، بیشینه شود.

#### فرمول بندی مسئله

در اینجا  $V$  مجموعه کل گره‌ها که شامل مجموعه نقاط کاندید احداث دپو ( $I$ ) و مجموعه مشتری‌ها ( $J$ ) می‌باشد.  $K$  مجموعه وسایل نقلیه و  $T$  مجموعه دوره‌های زمانی است. هزینه انتقال از گره  $i$  به  $j$  برابر  $C_{ij}$  می‌باشد. هر وسیله نقلیه  $K$  دارای ظرفیت  $Q_k$  و هزینه ثابت بکارگیری است و هر دپو دارای ظرفیت  $DC_i$  و هزینه بازگشایی  $O_i$  می‌باشد. همچنین مقدار

تقاضای کل برای مشتری  $j$  در دوره‌ی زمانی  $t$  برابر  $D_{jt}$  و فاکتور شیب تابع قیمت برای مشتری  $j$  در زمان  $t$  برابر  $b_{jt}$  می‌باشند. متغیرهای تصمیم مساله عبارتند از:  $X_{ijk}^t$  که برابر یک است اگر وسیله نقلیه‌ی  $K$  در دوره‌ی  $t$  به طور مستقیم از انبار  $i$  به مشتری  $j$  برود و در غیر این صورت صفر می‌باشد.  $Y_{ij}^t$  که برابر یک است اگر در دوره‌ی زمانی  $t$  تقاضای مشتری  $j$  توسط انبار  $i$  خدمت‌رسانی شود.  $Z_i$  که برابر یک است اگر انبار در محل‌کandid شده‌ی  $i$  باز باشد و در غیر این صورت صفر می‌باشد.  $U_{jk}^t$  که متغیرهای کمکی برای حذف زیر تور در مسیر  $K$  می‌باشد و  $P_{jt}$  که قیمت محصول در مکان مشتری  $j$  ام در دوره‌ی  $t$  ام را نشان می‌دهد.

مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم بکارگرفته شده در این مدل ریاضی بصورت زیر می‌باشد:

#### مجموعه‌ها

$J = \{1, 2, \dots, N\}$ : مجموعه مشتریان که با اندیس  $J$  نمایش داده می‌شود

$I = \{1, 2, \dots, M\}$ : مجموعه سایت‌های بالقوه که با اندیس  $I$  نمایش داده می‌شود

$V, W = \{1, 2, \dots, N + M\}$ : مجموعه تمامی رئوس شامل مشتریان و سایت‌های بالقوه که

با اندیس‌های  $v, w$  نمایش داده می‌شود

$K = \{1, 2, \dots, k'\}$ : مجموعه وسایل نقلیه که با اندیس  $k$  نمایش داده می‌شود

$T = \{1, 2, \dots, T'\}$ : مجموعه دوره‌های زمانی که با اندیس  $t$  نمایش داده می‌شود

#### پارامترها

$C_{vw}$ : هزینه سفر مابین رئوس  $v$  و  $w$

$Q_k$ : ظرفیت وسیله نقلیه  $k$

$f_t$ : هزینه ثابت بکارگیری هر وسیله نقلیه در دوره  $t$

$O_i$ : هزینه ثابت دایر کردن سایت  $i$  ام

$P_i$ : ظرفیت انبار  $i$  ام

$D_{jt}$ : حداکثر تقاضای بالقوه مشتری  $j$  ام در دوره  $t$  ام

$b_{jt}$ : شیب تابع تقاضا برای مشتری  $j$  ام در دوره  $t$  ام

متغیرهای تصمیم

متغیرهای باینری:  $X_{vwk}^t, Y_{ij}^t, Z_i$

$P_{jt}$ : قیمت ارائه محصول توسط مشتری  $j$  ام در دوره  $t$  ام

متغیر حذف زیر تور:  $U_{ik}^t$

لذا مدل ریاضی مساله به صورت زیر فرموله می گردد:

(۵)

$$MAXF = \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} P_{jt} (D_{jt} - b_{jt} P_{jt}) - \sum_{i \in I} O_i Z_i - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} C_{ij} X_{ijk}^t - \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} f_k X_{ijk}^t$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} X_{ijk}^t = 1 \quad \forall j \in J; \forall t \in T \quad (۶)$$

$$U_{ik}^t - U_{jk}^t + X_{ijk}^t N \leq N - 1 \quad \forall i, j \in J; \forall k \in K; \forall t \in T \quad (۷)$$

$$\sum_{j \in J} X_{ijk}^t - \sum_{j \in J} X_{jik}^t = 0 \quad \forall i \in I; \forall k \in K; \forall t \in T \quad (۸)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} X_{ijk}^t \leq 1 \quad \forall k \in K; \forall t \in T \quad (۹)$$

$$\sum_{u \in J} X_{iuk}^t + \sum_{u \in J} X_{ujk}^t \leq 1 + Y_{ij}^t \quad \forall i \in I; \forall j \in J; \forall k \in K; \forall t \in T \quad (۱۰)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} (D_{jt} - b_{jt} P_{jt}) X_{ijk}^t \leq Q_k \quad \forall k \in K; \forall t \in T \quad (۱۱)$$

$$\sum_{j \in J} (D_{jt} - b_{jt} P_{jt}) Y_{ij}^t \leq DC_i Z_i \quad \forall i \in I; \forall t \in T \quad (۱۲)$$

$$X_{ijk}^t = 0 \quad \forall i \in I; \forall j \in I; \forall k \in K; \forall t \in T \quad (۱۳)$$

$$X_{ijk}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I; \forall j \in J; \forall t \in T \quad (۱۴)$$

$$Y_{ij}^t \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I; \forall j \in J; \forall t \in T \quad (۱۵)$$

$$Z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad (۱۶)$$

$$U_{jk}^t \in \{N \cup 0\} \quad \forall j \in J; \forall k \in K; \forall t \in T \quad (۱۷)$$

$$P_{jt} \geq 0 \quad \forall j \in J; \forall t \in T \quad (۱۸)$$

تابع هدف در قالب بیشینه سازی سود بدین صورت خواهد بود که درآمد کل یعنی حاصلضرب قیمت در تقاضایی که خود وابسته به قیمت می‌باشد را در نظر گرفته و سایر هزینه‌های مسئله یعنی هزینه‌های استقرار انبارها، هزینه استفاده از وسایل نقلیه و هزینه‌ی سفر بین دو نقطه از مسئله را از آن کم میکنیم (رابطه (۵)). لازم به ذکر است که در محدودیتهای این مسئله هم به جای تابع تقاضا که همواره فرض می‌کردیم ثابت می‌باشد، از تابع تقاضای مبتنی بر قیمت استفاده میشود. به ترتیب رابطه (۶) تضمین میکند که هر مشتری فقط و فقط به یک مسیر متعلق است و در تور تنها یک گره پیشنهاد دارد. رابطه (۷) این محدودیت از ایجاد زیر تورها در مسئله جلوگیری میکند. رابطه (۸) تضمین کننده‌ی پیوستگی تورهاست، و تضمین می‌کند که هر وسیله نقلیه از هر دپویی که حرکت خود را آغاز می‌کند بار دیگر باید به همان دپو بازگردد. رابطه (۹) تضمین میکند که هر وسیله نقلیه میتواند یک بار در هر دوره‌ی زمانی مورد استفاده قرار گیرد، رابطه (۱۰) بیان می‌دارد که یک مشتری به یک دپو تخصیص می‌یابد، اگر توری باشد که این دو را به هم مرتبط کند. رابطه (۱۱) و (۱۲) به ترتیب محدودیت‌های ظرفیت مربوط به وسیله نقلیه و دپو هستند. رابطه (۱۳) از ارتباط انبارها جلوگیری میکند و باعث میشود جابه جایی بین انبارها صورت نگیرد. رابطه (۱۴) تا (۱۶) متغیرهای صفر و یک را مشخص میکند، رابطه (۱۷) نشان میدهد که متغیرهای کمکی مقدار مثبت میگیرند و رابطه (۱۸) محدودیت علامتی قیمت‌ها را مشخص میکند.

### تبدیل محدودیت‌های غیر خطی به خطی

در صورت عبارت غیرخطی موجود در مدل ریاضی بصورت حاصلضرب یک متغیر باینری صفر و یک در متغیر پیوسته باشد، می‌توان آن را به حالت خطی تبدیل نمود. برای مثال  $Z = XY$ ، اگر در اینجا  $X$  یک متغیر پیوسته باشد و  $Y$  یک متغیر باینری صفر و یک باشد، میتوان با توجه به معادلات زیر آن را خطی کرد:

$$x - z \leq K - Ky \quad (19)$$

$$z \leq x \quad (20)$$

$$z \leq Ky \quad (21)$$

که  $K$  یک عدد بزرگ میباشد [۲۷]. در مدل ما نیز برای ساده کردن مدل میتوان محدودیت‌های (۱۱) و (۱۲) را خطی کرد. از آنجا که  $P$  یک متغیر پیوسته و  $x$  و  $y$  متغیرهای صفر و یک هستند، میتوان حاصل ضرب آنها را یک متغیر جدید در نظر گرفت. اگر محدودیت‌های ۱۱ و ۱۲ را باز کنیم، میتوانیم  $P_{jt} X'_{ijk}$  و  $P_{jt} Y_{ijt}$  را  $P_{jt}$ ،  $x$ ،  $X'_{ijk}$  و  $Y_{ijt}$  را  $y$  در نظر بگیریم و  $P_{jt} X'_{ijk}$  و  $P_{jt} Y_{ijt}$  را با متغیر جدیدی مانند  $L_{vjkt}$  و  $G_{ijt}$  نشان بدهیم. بدین صورت محدودیت‌های مذکور، هر کدام به سه محدودیت جدید تبدیل می‌شوند که ما برای حل مسئله خود در محیط گمز از این محدودیت‌های جایگزین استفاده می‌کنیم. محدودیت‌های تغییر یافته به صورت زیر می‌باشند:

$$\sum_{j \in J} ((D_{jt} Y_{ijt}^t) - (b_{jt} G_{ijt})) \leq DC_i Z_i \quad (22)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} ((D_{jt} X'_{ijk}^t) - (b_{jt} L_{ijkt})) \leq Q_k \quad (23)$$

$$P_{jt} - G_{ijt} \leq M - MY_{ijt}^t \quad (24)$$

$$P_{jt} - L_{ijkt} \leq M - MX'_{ijk}^t \quad (25)$$

$$G_{ijt} \leq P_{jt} \quad (26)$$

$$L_{ijkt} \leq P_{jt} \quad (27)$$

$$G_{ijt} \leq MY_{ijt}^t \quad (28)$$

$$L_{ijkt} \leq MX'_{ijk}^t \quad (29)$$

روش حل پیشنهادی

رویکرد پیشنهادی، روشی بر مبنای الگوریتم بهینه سازی گروهی ذرات امیباشد. الگوریتم بهینه سازی گروهی ذرات یک الگوریتم مبتنی بر جمعیت می‌باشد. برای ایجاد جمعیت اولیه بایستی ساختار نمایش جواب مشخص گردد. به این منظور از یک بردار برای نمایش جواب استفاده می‌شود که تعداد اعضای بردار برای با تعداد دوره‌های زمانی بوده و مقدار هر عنصر

در این بردار، نشان دهنده قیمت ارائه کالا در دوره مورد نظر می‌باشد. این مقادیر قیمت در بازه حداقل و حداکثر مقدار مجاز برای هر دوره تعیین می‌گردد. حداقل قیمت مجاز هر دوره، برابر با هزینه خرید کالا و حداکثر مجاز قیمت، برابر با قیمتی است که در آن تقاضا برابر صفر گردد. پس از تعیین هر جواب با ساختار فوق، بایستی مقدار تابع هدف متناظر با آن را تعیین کنیم. برای تعیین مقدار تابع هدف، ابتدا با توجه به قیمت در نظر گرفته شده برای ارائه محصول در هر دوره، مقدار تقاضای هر دوره را تعیین کرده و سپس با استفاده از الگوریتم ابتکاری که در ادامه توضیح داده می‌شود، مسئله مکان‌یابی-مسیریابی پویای متناظر با آن حل شده و لذا تابع هدف کل سیستم محاسبه می‌گردد. الگوریتم ابتکاری مذکور در قسمت (۳-۱)، توضیح داده شده و از خروجی آن، تابع شایستگی<sup>۱</sup> در الگوریتم PSO محاسبه می‌گردد.

### الگوریتم ابتکاری

این الگوریتم از چهار فاز شامل استقرار انبارها، خوشه بندی مشتریان، تخصیص خوشه‌ها به انبارها و مسیریابی مشتریان تشکیل شده است. در ادامه هر یک از مراحل فوق توضیح داده شده است.

### استقرار انبارها

اولین کار جستجو در میان مکان‌های بالقوه برای استقرار انبارهاست. در این فاز ابتدا جمع مسافت‌های بین مکان‌های مشتریان و هر انبار بالقوه به صورت زیر حساب میشود:

$$\forall i = 1, \dots, M$$

$$W_i = \sum_{j=1}^N [(x_i - a_j)^2 + (y_i - b_j)^2]^{1/2}$$

که در اینجا  $(x_i, y_i)$  مختصات مکان‌های بالقوه انبارها  $(i)$ ،  $(a_j, b_j)$  مختصات مشتری  $j$  و  $N$  تعداد مشتریان و  $M$  تعداد انبارهای بالقوه است. برای هر انبار مقدار  $\frac{P_i}{W_i \times O_i}$  حساب

میشود. که در این فرمول  $P_i$  ظرفیت انبار،  $O_i$  هزینه ثابت انبار و  $W_i$  مقدار بدست آمده از رابطه (۳۰)، میباشند. بعد از آن انبارها به ترتیب نزولی مرتب میشوند، امتیاز بندی میشوند و در آخر انبارهای دارای بالاترین امتیاز که ماکزیمم مقدار را دارند، برای تاسیس انتخاب میشوند. تعداد انبارهایی که باید باز شوند در این فاز بستگی به میزان تقاضا دارد. در نتیجه انبارهای در لیست باید تا جایی باز شوند که ظرفیت کل انبارهای باز بتواند میزان تقاضا را پشتیبانی کند. میزان تقاضای هر یک از مشتریان با توجه به قیت در نظر گرفته شده برای ارائه محصول توسط آن مشتری محاسبه می گردد.

### خوشه بندی مشتریان

فاز دوم این الگوریتم خوشه بندی مشتریان است. مشتریان با توجه به فاصله ی درون خود و میزان تقاضای آنها و ظرفیت وسایل نقلیه گروه بندی می شوند. برای تشکیل خوشه ی مشتریان یک الگوریتم جستجوی حریصانه استفاده می شود. در ابتدا برای تشکیل یک خوشه، یک مشتری به صورت تصادفی، از مجموعه ی مشتریانی که خوشه بندی نشده اند (که متعلق به  $N$  هستند) انتخاب میشود. الگوریتم نزدیکترین مشتری به آخرین مشتری انتخاب شده در خوشه ی جاری را جستجو می کند. این نزدیکترین مشتری در صورتی که تقاضای آن بیشتر از ظرفیت باقیمانده ی وسیله ی نقلیه باشد، به خوشه اختصاص داده نمی شود و خوشه ی جدید ایجاد می شود.

### تخصیص خوشه ها به انبارها

در فاز سوم هر انبار به تعدادی از خوشه ها خدمت رسانی میکند، بر اساس اینکه تقاضای خوشه ها از ظرفیت باقیمانده ی انبارها تجاوز نکند. برای تخصیص خوشه ها به انبارها فاصله ی اقلیدسی مرکز ثقل هر خوشه با بالاترین انبار رتبه بندی شده محاسبه می شود.

فرمول مرکز ثقل به صورت زیر می باشد که در آن  $(a_c, b_c)$  مختصات مرکز ثقل خوشه ی  $c$  و  $(a_j, b_j)$  مختصات مشتری  $j$  و  $n_c$  تعداد مشتریان تخصیص داده شده به خوشه ی  $c$  میباشد.



$$(a_c, b_c) = \left( \frac{\sum_{j \in c} a_j}{n_c}, \frac{\sum_{j \in c} b_j}{n_c} \right) \quad (31)$$

در ادامه فاصله‌ی بین مرکز ثقل و انبارها محاسبه میشود و بر اساس کمترین فاصله امتیاز بندی میشوند و خوشه با بالاترین امتیاز به انبار پر امتیاز اختصاص داده میشود. این مراحل تا جایی انجام داده میشوند که خوشه‌ها همه تخصیص داده شوند.

### مسیریابی

مسیریابی الگوریتم پیشنهادی بر اساس الگوریتم درج کردن انجام می‌گیرد. منطق این الگوریتم شروع از دو گره و یک تور ابتدایی و سپس اضافه کردن یکی یکی گره‌ها به مسیر تا رسیدن به تور همیلتونی کامل میباشد. در این قسمت یک تور مجاز شامل مشتریان هر خوشه و انبار تشکیل داده میشود. برای ایجاد یک تور بین مشتریان داخل هر خوشه، ابتدا دو گره (از بین مشتریان و انبار) به صورت تصادفی انتخاب شده و یک تور بین آنها ایجاد میشود. سپس مسافت بین آن گره‌های انتخاب شده با گره‌های (مشتریان) دیگر دوبه دو محاسبه میشود و از بین آن مسافت‌ها، آنکه دورترین مسافت (بیشترین مقدار) را دارد انتخاب میشود و آن را وارد تور میکنیم. حال در قدم بعدی ۳ گره داریم که باید مراحل را برای آن‌ها دوباره تکرار کنیم یعنی فاصله‌ی گره‌های باقیمانده را تا آن گره‌هایی که در تور موجود میباشند را محاسبه کرده و آن که دورترین فاصله را دارد (یعنی بیشترین مقدار را دارد)، انتخاب کرده و وارد تور میکنیم. حال برای اینکه بینیم این گره‌ی انتخاب شده را بین کدام گره‌ها در تور قرار دهیم (یعنی کدام یال تور را بشکنیم و گره را در آنجا قرار دهیم). بدین منظور هزینه شکستن هر یک از یالها و وارد کردن مشتری جدید در آن را محاسبه می‌کنیم ( $\Delta C$ )، و آن یالی که مینیمم مقدار افزایش هزینه را دارد میشکنیم و گره‌ی جدید (مشتری جدید) را قرار میدهیم و به این ترتیب تور جدید را ایجاد میکنیم. این مراحل را تا جایی که همه‌ی گره‌ها را در تور قرار دهیم ادامه میدهیم و برای هر یک از تورهای موجود در هر خوشه این مراحل انجام میشود تا مینیمم هزینه‌ی تور بین هر خوشه و انبار بدست بیاید.

### الگوریتم بهینه سازی گروهی ذرات

ایده اصلی این الگوریتم برای اولین بار توسط کندی و ایبرهات ارائه شد [۲۸]. این الگوریتم یک الگوریتم محاسبه تکاملی الهام گرفته از طبیعت و مبتنی بر تکرار می‌باشد. در گام نخست الگوریتم، ذرات با موقعیت‌ها و سرعت‌های تصادفی تولید می‌شوند. در طی اجرای الگوریتم، موقعیت ذره  $(x_j^i[t+1])$  و سرعت هر ذره  $(v_j^i[t+1])$  در مرحله  $t+1$  ام الگوریتم، از روی اطلاعات مرحله قبلی ایجاد می‌شود. اگر منظور از  $z_j$  مولفه  $z$  ام از بردار  $z$  باشد، و  $i$  نشان دهنده ذره خاص، آنگاه روابطی که سرعت و موقعیت ذرات را تغییر می‌دهند، عبارتند از:

$$v_j^i[t+1] = wv_j^i[t] + c_1 r_1 (x_j^{i,best}[t] - x_j^i[t]) + c_2 r_2 (x_j^{g,best}[t] - x_j^i[t]) \quad (32)$$

$$x_j^i[t+1] = x_j^i[t] + v_j^i[t+1] \quad (33)$$

در این روابط  $x_j^{i,best}[t]$  بهترین موقعیت ذره  $i$ ،  $x_j^{g,best}[t]$  بهترین موقعیت تمام ذرات،  $w$  ضریب اینرسی،  $r_1$  و  $r_2$  اعداد تصادفی در بازه  $[0, 1]$  با توزیع یکنواخت، و همچنین  $c_1$  و  $c_2$  ضرایب یادگیری هستند.  $r_1$  و  $r_2$  موجب میشوند تا نوعی گوناگونی در جواب‌ها به وجود آید و به این نحو جستجوی کاملتری در فضای جواب انجام گیرد. همچنین  $c_1$  ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذره و  $c_2$  ضریب یادگیری مربوط به تجارب کل ذرات می‌باشد. برای فهم بهتر الگوریتم، یک مسئله با شش مشتری و دو دوره زمانی را در نظر بگیرید. در این صورت هر نمایش جواب در قالب یک ماتریس  $۶ \times ۲$  می‌باشد که هر عنصر این ماتریس نشاندهنده قیمت ارائه محصول توسط هر مشتری در هر دوره می‌باشد. تابع تقاضا را بصورت خطی فرض نمایید که ماتریس‌های  $D$  و  $m$  در اشکال شماره ۳ آورده شده است.

|    |    |
|----|----|
| ۱۰ | ۱۲ |
| ۱۶ | ۱۴ |
| ۱۵ | ۲۰ |
| ۱۷ | ۱۶ |
| ۲۸ | ۲۸ |
| ۱۸ | ۲۹ |

(الف)

|      |      |
|------|------|
| ۰/۴۱ | ۰/۳۲ |
| ۰/۰۱ | ۰/۲۳ |
| ۰/۰۳ | ۰/۲۷ |
| ۰/۰۹ | ۰/۱۵ |
| ۰/۳۲ | ۰/۳۷ |
| ۰/۳۶ | ۰/۱۰ |

(ب)

شکل ۳. ماتریس‌های حداکثر تقاضا (الف) و شیب تابع تقاضا (ب) برای هر مشتری و در هر دوره

فرض کنید هزینه تدارک هر محصول (حداقل قیمت) برابر  $PrMin = 10$  واحد پولی و حداکثر قیمت ارائه محصول برای هر مشتری در هر دوره طی رابطه  $PrMax = D/m$  محاسبه می‌گردد.

حال در صورتیکه جمعیت هر نسل، برای مثال، شامل سه عنصر باشد، نمایش شماتیک فرایند طی شده در الگوریتم بصورت زیر خواهد بود.

|       |      |
|-------|------|
| ۱۲/۰  | ۱۵/۸ |
| ۴۵۴/۰ | ۲۴/۵ |
| ۲۸۳/۰ | ۶۴/۹ |
| ۶۵/۸  | ۷۶/۶ |
| ۴۱/۷  | ۴۱/۵ |
| ۴۵/۰  | ۲۴/۶ |

(ج)

|       |      |
|-------|------|
| ۲۲/۳  | ۳۰/۶ |
| ۱۷۰/۰ | ۱۹/۹ |
| ۳۰۸/۰ | ۳۱/۹ |
| ۱۴۸/۰ | ۲۱/۳ |
| ۱۲/۲  | ۵۳/۰ |
| ۳۹/۰  | ۶۹/۶ |

(ب)

|       |       |
|-------|-------|
| ۱۳/۷  | ۳۴/۱  |
| ۳۷۳/۰ | ۳۹/۲  |
| ۴۷۹/۰ | ۱۸/۸  |
| ۵۳/۵  | ۶۵/۴  |
| ۳۲/۹  | ۵۳/۴  |
| ۱۴/۴  | ۱۰۰/۰ |

(الف)

شکل ۴. ماتریس‌های نشان دهنده اعضای جمعیت یک نسل در الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات

عناصر هر ماتریس در تکرار اول بصورت تصادفی در بازه  $[Pr Min, Pr Max]$  تولید می‌شوند که  $Pr Min$  نشاندهنده حداقل قیمت مجاز (قیمت تدارک محصول) و  $Pr Max$  نشاندهنده حداکثر قیمت مجاز است. در مرحله بعدی، به ازای هر ماتریس قیمت، با در نظر گرفتن تابع تقاضا، ماتریس تقاضا تولید می‌گردد که میزان تقاضای هر مشتری در هر دوره را تعیین می‌نماید. مقادیر ماتریس‌های تقاضا، متناسب با ماتریس‌های قیمت، برای مسئله فوق، در شکل شماره سه نمایش داده شده است.

|    |    |
|----|----|
| ۶  | ۷  |
| ۹  | ۹  |
| ۷  | ۲  |
| ۱۱ | ۵  |
| ۱۵ | ۱۳ |
| ۲  | ۲۷ |

(ج)

|    |    |
|----|----|
| ۱  | ۲  |
| ۱۳ | ۱۰ |
| ۶  | ۱۲ |
| ۴  | ۱۳ |
| ۲۴ | ۹  |
| ۴  | ۲۲ |

(ب)

|    |    |
|----|----|
| ۵  | ۱  |
| ۱۰ | ۵  |
| ۱  | ۱۵ |
| ۱۲ | ۶  |
| ۱۸ | ۸  |
| ۱۳ | ۱۹ |

(الف)

شکل ۵. ماتریس‌های نشان دهنده میزان تقاضای هر مشتری در هر دوره، متناسب با ماتریس قیمت

در مرحله بعدی، با اجرای الگوریتم ابتکاری چهار مرحله‌ای، مقدار سود ناشی از هر یک از ماتریس‌های جواب را محاسبه می‌نماییم. بردار سرعت اولیه برابر صفر بوده و در هر مرحله، مقدار سرعت و موقعیت جدید هر یک از ذرات مطابق روابط شماره (۳۲) و (۳۳) بروزآوری شده و محاسبه می‌گردد. این فرایند تا توقف الگوریتم ادامه پیدا می‌کند.

### تنظیم پارامتر الگوریتم PSO

مقداردهی مناسب پارامترهای الگوریتم پیشنهادی نقش بسزایی در کیفیت جواب‌های حاصله دارد، بدین منظور برای هر پارامتر با توجه به تحقیق‌های مربوطه‌ی پیشین مقادیری مشخص

میشود و از بین پارامترهای موثر بر عملکرد الگوریتم سه پارامتر،  $w$  و  $c_1$  و  $c_2$  که به عنوان موثرترین پارامترها بر الگوریتم PSO شناخته میشوند، جهت تنظیم پارامتر انتخاب میشوند. تنظیم پارامترها از روش تاگوچی صورت میپذیرد. هدف این روش پیدا کردن ترکیب بهینه مقدار فاکتورهای قابل کنترل می‌باشد.

گام‌های روش تاگوچی به شرح زیر است:

۱. فاکتورهای قابل کنترل را شناسایی کنید.
۲. سطح مناسب هر فاکتور، شناسایی شود.
۳. آرایه‌های متعامد برای فاکتورهای قابل کنترل شناسایی شود.
۴. آزمایشات را انجام دهید.
۵. آزمایشات را تحلیل می‌کنیم تا بهترین ترکیب را برای فاکتورها به دست آوریم [۱].
۶. که در این مرحله، داده‌های ستون R در مینیتب وارد شده و با استفاده از روش تاگوچی بهترین سطح هر پارامتر را به دست می‌آوریم. نتایج در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۶. نتایج به دست آمده برای تنظیم پارامتر

در شکل (۳-۴)، نتایجی که از نمودار سمت چپ و راست می‌گیریم باید یکی باشد. نمودار سمت چپ مربوط به میانگین میانگین‌هاست و هر چه کمتر باشد بهتر است. نمودار سمت راست نشان دهنده نسبت سیگنال به نویز (اختلال) است و هر چه بیشتر باشد بهتر است. در نهایت، با توجه به نمودارها متوجه میشویم که نقاط ۱-۳-۱ که در واقع  $W$  و  $c_1$  و  $c_2$  در مقادیر  $0/2$  و  $2$  و  $0/5$  می‌باشند، مناسب‌ترین مقادیر هستند و بدین ترتیب تنظیم پارامتر انجام می‌پذیرد:

جدول ۱. مقادیر تنظیم شده‌ی پارامترهای الگوریتم

| پارامترها | مقادیر |
|-----------|--------|
| MaxIt     | ۱۰۰    |
| Npop      | ۱۰۰    |
| W         | ۰/۲    |
| Wdamp     | ۰/۷    |
| $c_1$     | ۲      |
| $c_2$     | ۰/۵    |

شش پارامتر موثر بر روش پیشنهادی و بهترین مقادیر آنها در جدول (۱) آورده شده است. مقادیر این پارامترها در جهت کسب بهترین جواب و زمان حل، تنظیم شده اند. برای کنترل اندازه مسئله، از دو عامل در آزمون بهره برده میشود: تعداد مشتریان ( $j$ ) و تعداد انبارها ( $i$ ) که در سه سطح کوچک و متوسط و بزرگ مورد استفاده قرار میگیرند. سطوح آزمایش ( $j$ )، در ۳ سطح ۶ و ۱۵ و ۵۰ و ( $i$ )، در ۳ سطح ۲ و ۱۰ و ۱۵ در نظر گرفته شده است. برای مشخصه ساختار مسیر هم عامل تعداد وسیله نقلیه ( $k$ ) با مقادیر ۱ و ۲ و ۱۴ و تعداد دوره زمانی ( $t$ ) با مقادیر ۲ و ۵ و ۱۰ در نظر گرفته شده اند. علاوه بر چهار پارامتر ذکر شده در بالا، سایر پارامترها در تمامی آزمون‌ها به صورت یک عدد قطعی و یا به صورت تصادفی تولید شده اند. تقاضای مشتریان ( $D$ ) به صورت تصادفی از بازه [۱۰ و ۳۰] انتخاب میشوند. شیب تابع پاسخ قیمت ( $m$ ) به صورت تصادفی بین صفر و دو ایجاد شده اند. ظرفیت هر انبار ثابت و برابر ۸۰ در نظر گرفته شده است. هزینه ثابت هر انبار متفاوت میباشد، مقادیر انبارها به

ترتیب از انبار ۱ تا ۱۵: ۴۰، ۸۰، ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰، ۹۰، ۳۰، ۲۰، ۱۰، ۴۰، ۵۰. در نظر گرفته شده و برای هزینه‌ی ثابت وسیله‌ی نقلیه مقدار ۱۰ را قرار داده ایم. مختصات مشتریان  $(x, y)$  به صورت تصادفی از بازه [۱۰ و ۱۰۰] و مختصات انبارها  $(x_{00}, y_{00})$ ، به صورت تصادفی در بازه [۲۰ و ۸۰] انتخاب شده و فواصل بین دو گره با فاصله اقلیدسی بین گره‌ها محاسبه میشوند. هزینه حمل و نقل بین گره‌ها نیز برابر مسافت بین گره‌ها از هم در نظر گرفته شده است.

### اعتبار سنجی و نتایج محاسبات

مسائل تولید شده با الگوریتم پیشنهادی در نرم افزار MATLAB2014 و الگوریتم قطعی با محدودیت زمانی ۲ ساعت در محیط GAMS اجرا شده است. نتایج حاصل برای مقادیر سود آنها و زمان حل آزمون‌ها، در جدول شماره (۲) نشان داده شده است. برای تولید داده‌های ورودی هر یک از مثال‌ها، از اعداد تصادفی استفاده شده است. بدین منظور، پارامتر حداکثر مقدار تقاضای بالقوه مشتریان بصورت یکنواخت در بازه ۱۰ تا ۳۰، مقدار شیب تابع تقاضا بصورت یکنواخت مابین صفر و یک، مختصات افقی و عمودی محل استقرار هر یک از مشتریان، بصورت یکنواخت در فاصله ۱ تا ۱۰۰ و مختصات افقی و عمودی مکانهای بالقوه احداث انبار، بصورت یکنواخت در بازه ۲۰ تا ۸۰ تولید شده است.

برای مقایسه دو روش، از معیار درصد شکاف نسبی  $(RG\%)$  و معیار درصد صرفه جویی که در واقع میزان شکاف الگوریتم پیشنهادی میباشد  $(Saving\%)$ ، مطابق روابط زیر استفاده شده است:

$$RG\% = \frac{UpperBound - LowerBound}{UpperBound} \times 100 \quad (34)$$

$$Saving\% = \frac{UpperBound - Heuristicresult}{UpperBound} \times 100 \quad (35)$$

جدول ۲: جزئیات نتایج حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهادی و نرم افزار بهینه سازی GAMS

| شماره<br>آزمون I,J,K,T_ | حد پایین (LB) | حد بالا (UB) | RG%       | نتایج بدست آمده<br>با الگوریتم PSO | زمان     | SAVING%     |
|-------------------------|---------------|--------------|-----------|------------------------------------|----------|-------------|
| ۲۲۲۲-۱                  | ۴۳۳۶,۳۱۸      | ۴۳۳۶,۳۱۸     | ۰         | ۴۳۳۵,۹۷۷                           | ۲۳,۸۹۹۴  | ۰,۰۰۷۸۶۳۸۱۴ |
| ۲۲۲۲-۲                  | ۲۰۲,۴۷۹۷      | ۲۰۲,۴۷۹۷     | ۰         | ۲۰۲,۰۷                             | ۲۳,۴۴۷۰  | ۰,۲۰۰۸۵۹۶۴۲ |
| ۲۲۲۲-۳                  | ۲۰۶۴,۴۴۱۲     | ۲۰۶۴,۴۴۱۲    | ۰         | ۲۰۰۴,۹۲۶                           | ۲۳,۹۴۶۲  | ۲,۸۸۲۸۷۹۱۳  |
| ۲۲۲۲-۴                  | ۶۲۴,۹۴۳۵      | ۶۲۴,۹۴۳۵     | ۰         | ۶۲۴,۵۸۱۵                           | ۲۴,۰۷۱۰  | ۰,۰۵۶۸۰۵۱۳۵ |
| ۲۳۲۲-۱                  | ۱۸۶۷,۷۸۳      | ۱۸۶۷,۷۸۳     | ۰         | ۱۸۶۴,۳۹۹۱                          | ۲۴,۲۲۷۰  | ۰,۱۸۱۱۷۲۰۱  |
| ۲۳۲۲-۲                  | ۱۶۰۸,۰۵۷      | ۱۶۰۸,۰۵۷     | ۰         | ۱۶۰۳,۱۳۸                           | ۲۶,۰۸۶۳۴ | ۰,۲۹۹۶۷۸۴۳۲ |
| ۲۳۲۲-۳                  | ۳۸۳۹,۸۹۳      | ۳۸۳۹,۸۹۳     | ۰         | ۳۸۰۲,۰۲۷۲                          | ۲۵,۷۰۹۰  | ۰,۹۸۶۱۱۶۰۱۹ |
| ۲۳۲۲-۴                  | ۳۸۲۱,۴۸۸      | ۳۸۲۱,۴۸۸     | ۰         | ۳۸۰۱,۱۳۵۱                          | ۲۶,۰۳۶۶  | ۰,۵۳۳۵۹۰۹۷  |
| ۲۶۲۵-۱                  | ۳۱۱۱۹,۷۸۳     | ۴۲۹۰۵,۳۸     | ۲۷,۴۶۸۸۰۹ | ۴۰۸۲۴,۹۱۴                          | ۴۴,۴۱۳۵  | ۴,۸۴۸۹۶۳۳۳  |
| ۲۶۲۵-۲                  | ۱۵۷۹,۰۳۴۸     | ۷۳۵۲,۲۶۷     | ۷۸,۵۲۳۱۵۸ | ۶۳۸۶,۳۶۳۳                          | ۴۰,۷۴۷۵  | ۱۳,۱۳۷۴۹۴۸۷ |
| ۲۶۲۵-۳                  | ۲۱۹۵,۳۹۵۱     | ۵۸۶۴,۰۸۸     | ۶۲,۵۶۲۰۳۷ | ۵۲۰۹,۶۷۸۲                          | ۱۸,۹۶۹۷  | ۱۱,۱۵۹۶۱۷۶۶ |
| ۲۶۲۵-۴                  | ۶۱۲,۴۴۰۵۴     | ۳۹۴۰,۱۴۴     | ۸۴,۴۵۶۳۹۲ | ۳۲۷۶,۸۶۶۹                          | ۲۳,۵۷۱۸  | ۱۶,۸۳۳۸۲۸۹۲ |
| ۲۶۱۵-۱                  | ۴۱۴۸۳,۹۹۹     | ۴۲۸۶۰,۹۹     | ۳,۲۱۲۶۹۰۶ | ۴۰۳۰۱,۵۱۷                          | ۱۹,۰۱۶۵  | ۵,۹۷۱۵۶۸۳۱۹ |
| ۲۶۱۵-۲                  | ۵۶۱۸,۴۵۹۴     | ۷۱۸۸,۱۵۷     | ۲۱,۸۳۷۲۷۵ | ۶۳۹۶,۰۷۶۸                          | ۲۰,۱۸۶۵  | ۱۱,۰۱۹۲۳۹۰۱ |
| ۲۶۱۵-۳                  | ۴۳۵۲,۶۹۵      | ۵۸۰۳,۶۷۸     | ۲۵,۰۰۱۰۹۴ | ۵۲۵۷,۹۷۴۱                          | ۲۷,۷۰۵۸  | ۹,۴۰۲۷۲۵۳۰۶ |
| ۲۶۱۵-۴                  | ۳۱۰۴,۶۵۵۵     | ۳۸۹۳,۰۸۳     | ۲۰,۲۵۲۰۰۸ | ۳۲۹۴,۵۷۶۳                          | ۳۱,۷۴۶۲  | ۱۵,۳۷۳۵۹۲۰۹ |
| ۲۶۱۴۵-۱                 | ۲۵۱۷۸,۷۲۵     | ۴۴۱۱۲,۸۱     | ۴۲,۹۲۱۹۶۵ | ۴۰۲۳۹,۳۰۸                          | ۳۱,۶۹۹۴  | ۸,۷۸۰۹۰۰۱۵۱ |
| ۲۶۱۴۵-۲                 | ۳۵۵۶,۶۳۲۴     | ۸۰۹۷,۹۲۳۱    | ۵۶,۰۷۹۶۹۷ | ۶۳۱۱,۶۴۳۲                          | ۲۱,۷۷۷۷  | ۲۲,۰۵۸۴۹۴۳۳ |
| ۲۶۱۴۵-۳                 | ۳۴۶۷,۱۵۸      | ۶۶۳۴,۸۱۷۳    | ۴۷,۷۴۳۵۲۸ | ۵۱۹۱,۷۹۴۶                          | ۲۱,۵۴۳۷  | ۲۱,۷۵۰۰۷۱۰۲ |
| ۲۶۱۴۵-۴                 | ۱۰۹۴,۱۰۹۵     | ۴۸۶۱,۱۴۸     | ۷۷,۴۹۲۷۷۵ | ۳۲۱۱,۳۲۷۷                          | ۲۳,۲۹۰۹  | ۳۳,۹۳۸۹۰۲۹۱ |



|          |           |           |           |           |         |             |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------|-------------|
| ۲۶۲۲-۱   | ۵۸۵۲,۳۰۶  | ۶۰۷۴,۵۶۳  | ۳,۶۵۸۹۰۳۵ | ۵۹۴۶,۲۵۶۹ | ۱۴,۴۹۲۵ | ۲,۱۱۲۱۸۶۵۰۶ |
| ۲۶۲۲-۲   | ۱۰۸۱,۱۴۷۶ | ۱۳۶۵,۰۲۳  | ۲۰,۷۹۶۹۶۲ | ۱۱۷۴,۱۹۹۷ | ۲۷,۵۹۶۶ | ۱۳,۹۸۰۱۲۳۵۶ |
| ۲۶۲۲-۳   | ۱۵۱۷۴,۲۱۳ | ۱۵۸۰۰,۹۶۷ | ۳,۹۶۶۵۵۴۷ | ۱۵۱۲۴,۸۰۷ | ۱۵,۱۱۶۵ | ۴,۲۷۹۲۳۱۷۷۱ |
| ۲۶۲۲-۴   | ۱۰۶۰۵,۶۵۴ | ۱۰۸۷۰,۵۵  | ۲,۴۳۶۱۲۲۴ | ۱۰۳۲۵,۰۸۴ | ۲۸,۷۸۲۲ | ۵,۰۱۷۸۳۵۳۴۴ |
| ۲۶۲۱-۱   | ۴۴۴۰,۴۸۰۵ | ۱۸۸۱۴,۱۱  | ۷۶,۳۹۸۱۳۷ | ۱۳۷۶۵,۳۱  | ۳۰,۹۰۳۸ | ۲۶,۸۳۵۱۸۰۶۲ |
| ۲۶۲۱-۲   | ۸۲۷,۲۳۳۶  | ۶۲۶۴,۰۹۲  | ۸۶,۷۹۴۰۳۸ | ۳۶۹۹,۹۲۴۴ | ۴۴,۴۹۱۵ | ۴۰,۹۳۴۳۸۶۰۲ |
| ۲۶۲۱-۳   | ۷۳۱۱,۷۲۴۶ | ۱۷۹۶۱,۳۱  | ۵۹,۲۹۱۸۰۸ | ۱۵۷۲۲,۸۹۷ | ۴۱,۹۳۳۱ | ۱۲,۴۶۲۴۱۳۳۸ |
| ۲۶۲۱-۴   | ۱۲۸۷,۸۲۲۵ | ۱۲۴۱۵,۴۷  | ۸۹,۶۲۷۲۷۵ | ۱۰۳۸۱,۵۲۵ | ۳۲,۱۹۸۶ | ۱۶,۳۸۲۳۴۷۹۹ |
| ۱۰۶۲۵-۱  | ۱۳۶۹۹,۱۱۱ | ۴۴۱۱۲,۸۱  | ۶۸,۹۴۵۲۷۷ | ۴۱۹۲۴,۶۵۲ | ۲۱,۹۹۶۱ | ۴,۹۶۰۳۶۸۶۵۵ |
| ۱۰۶۲۵-۲  | ۲۷,۰۹۴۲۸۱ | ۸۰۹۷,۹۲۳  | ۹۹,۶۵۴۱۷  | ۶۴۳۴,۹۵۳۷ | ۳۱,۷۶۱۸ | ۲۰,۵۳۵۷۵۰۹۶ |
| ۱۰۶۲۵-۳  | ۲۲۱۵,۷۸۳  | ۶۶۳۴,۸۸۷۳ | ۶۶,۶۰۴۰۶  | ۵۳۷۵,۴۲۴۶ | ۲۴,۵۲۳۴ | ۱۸,۹۸۲۴۲۷۹۳ |
| ۱۰۶۲۵-۴  | ۱۱۰,۶۲۰۲۱ | ۴۸۶۱,۱۴۸  | ۹۷,۷۲۴۴۰۲ | ۳۲۷۹,۲۰۶۶ | ۴۰,۴۵۱۱ | ۳۲,۵۴۲۵۴۷۵۶ |
| ۱۰۶۱۵-۱  | ۱۴۵۶۳,۳۳۲ | ۴۲۹۴۳     | ۶۶,۰۸۶۸۳۱ | ۴۱۱۸۶,۶۶۹ | ۲۸,۰۱۷۸ | ۴,۰۸۹۹۱۳۳۷۴ |
| ۱۰۶۱۵-۲  | ۶۹۱,۵۷۶   | ۷۲۸۷,۵۵۶  | ۹۰,۵۱۰۱۷۹ | ۶۳۶۵,۸۵۷۳ | ۲۱,۰۲۸۹ | ۱۲,۶۴۷۵۶۹۳۶ |
| ۱۰۶۱۵-۳  | ۴۳۵,۲۳۴   | ۶۸۴۰,۳۷۹  | ۹۳,۶۳۷۲۸۲ | ۵۳۳۸,۷۳۹۱ | ۲۳,۲۱۲۹ | ۲۱,۹۵۲۵۸۳۳۳ |
| ۱۰۶۱۵-۴  | ۹۷۷,۸۲۳   | ۳۹۷۹,۴۲۵  | ۷۵,۴۲۸۰۳۳ | ۳۱۸۷,۳۲۲۴ | ۳۸,۲۵۱۴ | ۱۹,۹۰۴۹۵۱۰۹ |
| ۱۰۶۱۴۵-۱ | ۳۸۷۷,۴۰۳  | ۴۴۱۱۲,۸۱  | ۹۱,۲۱۰۲۵۶ | ۴۰۶۰۸,۰۲۵ | ۲۶,۷۳۸۶ | ۷,۹۴۵۰۴۹۷۴۹ |
| ۱۰۶۱۴۵-۲ | ۸۵۰,۳۲۸   | ۸۰۹۷,۹۲۳  | ۸۹,۴۹۹۴۳۱ | ۶۳۲۵,۸۷۶۷ | ۲۹,۳۵۹۴ | ۲۱,۸۸۲۷۲۵۹۸ |
| ۱۰۶۱۴۵-۳ | ۳۲۵,۷۸۴   | ۶۶۳۴,۸۸۷  | ۹۵,۰۸۹۸۳۳ | ۵۲۹۹,۴۶۷۸ | ۲۸,۲۶۷۴ | ۲۰,۱۲۷۲۳۳۵۲ |
| ۱۰۶۱۴۵-۴ | ۱۰۹۵,۳۹۹  | ۴۸۶۱,۱۴۸  | ۷۷,۴۶۶۲۴۹ | ۳۲۵۸,۳۷۳۴ | ۱۹,۱۵۶۹ | ۳۲,۹۷۱۱۱۳   |
| ۱۰۶۲۲-۱  | ۱۴۹,۰۰۲۸  | ۶۱۳۳,۹۷۹  | ۹۷,۵۷۰۸۶۲ | ۵۶۳۴,۹۴۷۴ | ۱۲,۶۲۰۵ | ۸,۱۳۵۵۲۸۳۴۱ |
| ۱۰۶۲۲-۲  | ۲۹۵,۲۳۶۳۶ | ۱۴۵۰,۸۷۶  | ۷۹,۶۵۱۱۶۵ | ۱۱۹۵,۳۷۴  | ۲۲,۳۰۸۱ | ۱۷,۶۱۰۱۸۸۶  |
| ۱۰۶۲۲-۳  | ۹۹۶۵,۸۳۸۱ | ۱۵۸۰۰,۹۶۷ | ۳۶,۹۲۸۹۳۵ | ۱۵۱۳۵,۷۸۶ | ۱۸,۷۸۲۵ | ۴,۲۰۹۷۵۱۸۴۶ |
| ۱۰۶۲۲-۴  | ۱۹۲۶,۶۰۴۴ | ۱۰۹۷۵,۰۳  | ۸۲,۴۴۵۵۶۶ | ۱۰۵۳۰,۶۸  | ۲۵,۳۸۱۴ | ۴,۰۴۸۷۳۲۴۴۱ |

|           |   |            |             |             |           |             |
|-----------|---|------------|-------------|-------------|-----------|-------------|
| ۱۰۶۲۱۰-۱  | - | ۲۱۲۲۰,۳۸   | -           | ۱۶۷۲۴,۳۲۴   | ۳۳,۶۰۲۶   | ۲۱,۱۸۷۴۴۱۵۱ |
| ۱۰۶۲۱۰-۲  | - | ۷۶۸۰,۱۷۵   | -           | ۵۶۴۱,۰۴۴۲   | ۵۸,۸۱۲۴   | ۲۶,۵۵۰۵۷۷۳  |
| ۱۰۶۲۱۰-۳  | - | ۱۹۴۶۷,۴    | -           | ۱۶۱۷۸,۰۱۶   | ۴۹,۳۷۴۳   | ۱۶,۸۹۶۸۸۲۹۹ |
| ۱۰۶۲۱۰-۴  | - | ۱۴۲۰۲,۸۸   | -           | ۱۱۹۹۰,۸۲۷   | ۳۲,۴۴۸۲   | ۱۵,۵۷۴۶۷۷۱۱ |
| ۱۰۱۵۲۵-۱  | - | ۳۳۳۲۸,۵۳   | -           | ۳۱۹۱۴,۳۶۹   | ۴۶,۵۱۹۵   | ۴,۲۴۳۰۹۵۳۳  |
| ۱۰۱۵۲۵-۲  | - | ۱۸۶۷۸,۵۱۴  | -           | ۱۷۳۲۲۶,۶۱۵  | ۳۷,۵۴۹۴   | ۷,۲۳۷۷۲۰۸۳۸ |
| ۱۰۱۵۱۵-۱  | - | ۳۲۲۴۰,۸۸۹  | -           | ۲۸۸۸۷,۶۱    | ۳۴,۳۵۱۴   | ۱۰,۴۰۷۰۱۴۲  |
| ۱۰۱۵۱۵-۲  | - | ۱۸۵۸۷,۸    | -           | ۱۶۷۱۷,۷۸۲   | ۶۴,۳۱۹۲   | ۱۰,۰۶۰۴۵۹۰۱ |
| ۱۰۱۵۲۲-۱  | - | ۷۶۷۹,۶     | -           | ۷۱۵۴,۲۱۶۲   | ۲۶,۵۹۸۲   | ۶,۸۴۱۲۹۱۲۱۳ |
| ۱۰۱۵۲۲-۲  | - | ۴۷۲۷,۲۶۹   | -           | ۳۹۳۷,۴۲۹۷   | ۳۱,۳۲۵    | ۱۶,۷۰۸۱۵۲۲۱ |
| ۱۰۱۵۲۲-۳  | - | ۸۴۹۶,۵۹    | -           | ۷۲۱۶,۹۶۰۲   | ۲۶,۱۹۲۶   | ۱۵,۰۶۰۵۱۰۱۶ |
| ۱۰۱۵۲۲-۴  | - | ۱۱۹۶۴,۰۳۵  | -           | ۱۱۵۹۴,۵۸۹   | ۱۹,۹۸۳۷   | ۳,۰۸۷۹۶۹۰۶۷ |
| ۱۰۱۵۲۱۰-۱ | - | ۶۵۷۴۹,۴۳   | -           | ۵۵۷۱۱,۹۹۷   | ۶۸,۰۴۷۶   | ۱۵,۲۶۶۱۹۰۱۴ |
| ۱۰۱۵۲۱۰-۲ | - | ۵۴۹۲۳,۳۶۱  | -           | ۴۴۸۰۳,۱۳۶   | ۵۶,۵۵۰۴   | ۱۸,۴۲۶۰۸۳۹۴ |
| ۱۰۱۵۲۱۰-۳ | - | ۱۰۸۳۸۵,۴۴  | -           | ۹۴۸۹۲,۴۰۸   | ۸۴,۸۴۸۹   | ۱۲,۴۴۹۱۱۸۵۳ |
| ۱۰۱۵۲۱۰-۴ | - | ۳۲۶۷۶,۲۲۸  | -           | ۲۸۲۹۹,۵۱۳   | ۵۸,۵۰۰۴   | ۱۳,۳۹۴۱۸۷۶۶ |
| میانگین   |   | ۲۰۰۴۲,۶۷۴۱ | ۵۰,۸۷۴۶۹۱۴۴ | ۴۶۰۲۳,۷۹۰۲۸ | ۳۲,۷۸۴۹۸۸ | ۱۱,۵۰۷۹۵۱۵۷ |

در جدول (۲)، ستون اول حد پایین مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد و ستون دوم حد بالای تابع هدف که در واقع جواب مسئله‌ی ما نیز می‌باشد، را نشان می‌دهد. ستون سوم میزان شکاف الگوریتم دقیق را نشان می‌دهد، ستون چهارم و پنجم به ترتیب جواب بدست آمده و زمان اجرای الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهند و ستون ششم میزان شکاف نسبی الگوریتم را نشان می‌دهد. همانطور که در جدول مشخص می‌باشد، الگوریتم پیشنهادی دارای زمان اجرای بسیار کوتاهی است (در بدترین مثال بررسی شده زمان اجرا برابر ۸۴ ثانیه بوده است).

به منظور اعتبارسنجی الگوریتم طراحی شده، آزمون آماری مابین نتایج بدست آمده از نرم افزار گمس برای داده‌های کوچک که در آن، این نرم افزار تواسه است جواب بهینه قطعی را بدست آورد و نتایج حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهادی انجام شده است. در آزمون آماری انجام شده به منظور بررسی برابری نتایج حاصل از دو روش، مقدار  $p\text{-value}$  برابر ۰,۹۸۴ بدست می‌آید که نشان می‌دهد دلیلی برای رد کردن فرض صفر وجود نداشته و لذا خروجی الگوریتم پیشنهادی تایید می‌گردد.

میزان شکاف برای الگوریتم PSO (که از اختلاف حد بالای الگوریتم دقیق و جواب بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی، تقسیم برحد بالا، بدست آمده و  $\text{Saving\%}$  نامیده میشود) حدود ۱۲ درصد است. همچنین درصد شکاف نسبی برای این الگوریتم به طور میانگین حدود ۵۰ بدست می‌آید. در این جدول نمونه‌هایی را که گمس نتوانست حد بالا برای آنها بدست بیاورد وارد نشده است. لازم به ذکر است برای تعداد مشتری ۵۰ و تعداد انبار ۱۵ نیز نمونه‌ها را ایجاد کردیم و مشاهده شد که نرم افزار گمس جوابی پس از دو ساعت بدست نمی‌آورد، به همین دلیل در جدول و محاسبات این اندازه از مسئله وارد نشده است. برای مقایسه‌ی شکاف‌های دو الگوریتم، میانگین‌های شکاف‌های نمونه‌های ایجاد شده برای هر سایز از مسئله را بدست می‌آوریم که در جدول زیر نشان داده شده است:

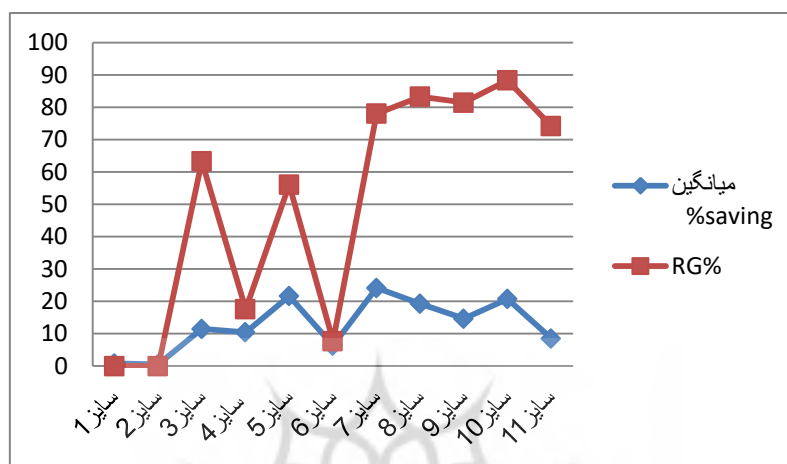
جدول ۳. میانگین‌های شکاف‌های دو الگوریتم برای هر سایز مسئله

| شماره سایز | I,J,K,T | RG %        | SAVING %    |
|------------|---------|-------------|-------------|
| سایز ۱     | ۲۲۲۲    | ۰           | ۰,۷۸۷۱۰۰۱۸  |
| سایز ۲     | ۲۳۲۲    | ۰           | ۰,۴۹۹۸۸۹۳۵۸ |
| سایز ۳     | ۲۶۲۵    | ۶۳,۲۵۲۵۹۸۹۳ | ۱۱,۴۹۴۹۷۶۱۷ |
| سایز ۴     | ۲۶۱۵    | ۱۷,۵۷۵۷۶۷۰۲ | ۱۰,۴۴۱۷۸۱۱۸ |
| سایز ۵     | ۲۶۱۴۵   | ۵۶,۰۵۹۴۹۱۴  | ۲۱,۶۳۲۰۹۲۱  |
| سایز ۶     | ۲۶۲۲    | ۷,۷۱۴۸۱۰۷۶۹ | ۶,۳۴۷۳۴۴۲۹۵ |

|         |         |             |             |
|---------|---------|-------------|-------------|
| سایز ۷  | ۲۶۲۱۰   | ۷۸,۰۲۷۸۱۴۵۶ | ۲۴,۱۵۳۵۸۲   |
| سایز ۸  | ۱۰۶۲۵   | ۸۳,۲۳۴۷۸۸۷۶ | ۱۹,۲۵۵۲۷۳۷۸ |
| سایز ۹  | ۱۰۶۱۵   | ۸۱,۴۱۵۵۸۱۴۹ | ۱۴,۶۴۸۷۵۴۲۹ |
| سایز ۱۰ | ۱۰۶۱۴۵  | ۸۸,۳۱۶۴۴۲۳۱ | ۲۰,۷۳۱۵۳۰۵۶ |
| سایز ۱۱ | ۱۰۶۲۲   | ۷۴,۱۴۹۱۳۲۲۲ | ۸,۵۰۱۰۵۰۳۰۸ |
| سایز ۱۲ | ۱۰۶۲۱۰  | -           | ۲۰,۰۵۲۳۹۴۷۳ |
| سایز ۱۳ | ۱۰۱۵۲۵  | -           | ۵,۷۴۰۴۰۸۰۸۴ |
| سایز ۱۴ | ۱۰۱۵۱۵  | -           | ۱۰,۲۳۰۵۸۰۲۲ |
| سایز ۱۵ | ۱۰۱۵۲۲  | -           | ۱۰,۴۲۴۴۸۰۶۶ |
| سایز ۱۶ | ۱۰۱۵۲۱۰ | -           | ۱۴,۸۸۳۸۹۵۰  |

با دقت در این جدول میتوان دریافت که در سایزهای ۱ و ۲ اختلاف بین حد پایین و حد بالا برابر صفر است. دلیل این امر این است که حل به جواب بهینه قطعی رسیده است. اما در موارد دیگر شکاف وجود دارد یعنی حل به جواب بهینه نرسیده است. با توجه به مقایسه‌ی دو شکاف متوجه می‌شویم که میزان شکاف برای الگوریتم PSO (که از اختلاف حد بالای الگوریتم دقیق و جواب بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی، تقسیم بر حد بالا، بدست آمده و همان مقدار  $Saving\%$  نامیده می‌شود) از روند ثابتی برخوردار است اما میزان شکاف الگوریتم دقیق، متغیر و با بزرگتر شدن مسئله رو به افزایش می‌باشد. به طور کلی با بزرگ شدن ابعاد مسئله میزان شکاف الگوریتم دقیق رو به افزایش است و بنابراین فاصله‌ی مقادیر شکاف الگوریتم دقیق تا مقادیر شکاف الگوریتم پیشنهادی بیشتر می‌شود، در واقع می‌توان گفت با بزرگتر و پیچیده‌تر شدن مسئله کارایی الگوریتم پیشنهادی بیشتر می‌شود. همچنین میزان شکاف الگوریتم پیشنهادی بهینه سازی گروهی ذرات یا همان  $Saving$  با بزرگ شدن ابعاد مسئله تقریباً رو به کاهش است. در واقع نشان می‌دهد که هر چه ابعاد مسئله بزرگتر شود الگوریتم پیشنهادی ما دارای شکاف کمتری می‌باشد و جوابی بهتر و نزدیکتر به جواب بهینه‌ی قطعی  $UB$ ، بدست می‌آورد. برای درک بهتر مسئله، شکل ۱ مقایسه‌ی میزان میانگین‌های

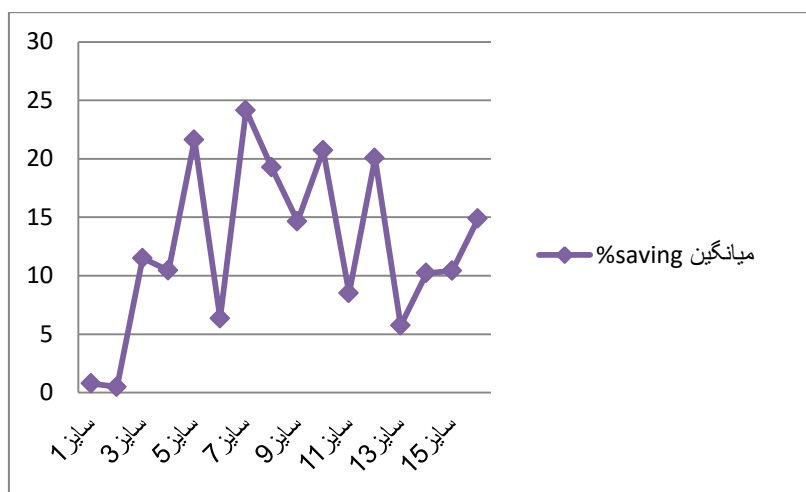
شکاف‌های دو الگوریتم را برای ۹ سایز از مسئله که در آنها هر دو مقدار  $RG\%$  و  $saving\%$ ، در جدول ۳ موجود می‌باشند، را نشان می‌دهد.



شکل ۷. مقایسه‌ی شکاف‌های دو الگوریتم

با توجه شکل ۷ متوجه می‌شویم که میزان شکاف برای الگوریتم PSO (که از اختلاف حد بالای الگوریتم دقیق و جواب بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی، تقسیم بر حد بالا، بدست آمده و همان مقدار  $saving\%$  نامیده می‌شود) از روند ثابتی برخوردار است اما میزان شکاف الگوریتم دقیق، متغیر و با بزرگ تر شدن مسئله رو به افزایش می‌باشد. به طور کلی با بزرگ شدن ابعاد مسئله میزان شکاف الگوریتم دقیق رو به افزایش است و بنابراین فاصله‌ی مقادیر شکاف الگوریتم دقیق تا مقادیر شکاف الگوریتم پیشنهادی بیشتر می‌شود، در واقع میتوان گفت با بزرگتر و پیچیده تر شدن مسئله کارایی الگوریتم پیشنهادی بیشتر می‌شود.

در ادامه شکل ۷ به ما نشان می‌دهد که میزان شکاف الگوریتم پیشنهادی بهینه سازی گروهی ذرات یا همان  $Saving\%$ ، با بزرگ شدن ابعاد مسئله تقریباً رو به کاهش است. در واقع نشان می‌دهد که هر چه ابعاد مسئله بزرگتر شود الگوریتم پیشنهادی ما دارای شکاف کمتری می‌باشد و جوابی بهتر و نزدیکتر به جواب بهینه‌ی قطعی (UB)، بدست می‌آورد.



شکل ۸. روند شکاف الگوریتم پیشنهادی

در قسمت بعدی به بررسی نتایج مسئله در صورت بکارگیری تابع تقاضا با کشش ثابت می‌پردازیم. جدول شماره (۴) نتایج حاصل از درآمد بدست آمده در صورت بکارگیری تابع تقاضای کشش ثابت به منظور بیان ارتباط بین قیمت و تقاضای محصول را نمایش می‌دهد.

جدول ۴. درآمد سیستم با در نظر گرفتن تابع تقاضا با کشش ثابت

| ردیف | I,J,K,T | eps=0.2  |      | eps=0.3  |      | eps=0.4 |      |
|------|---------|----------|------|----------|------|---------|------|
|      |         | سود      | زمان | سود      | زمان | سود     | زمان |
| 1    | ۲۶۲۲_۱  | 74.8610  | ۷۶,۴ | 3994,35  | 4.31 | 958.88  | 5.81 |
| 2    | ۲۶۲۲_۲  | 55.9709  | ۴۳,۳ | 4434,24  | 4.84 | 1724.23 | 3.55 |
| 3    | ۲۶۲۲_۳  | 37.4412  | ۳۴,۴ | 271944   | 3.72 | 242.35  | 4.80 |
| 4    | ۲۶۲۲_۴  | 14.2051  | ۷۸,۵ | 507.51   | 5.19 | 37.62   | 5.01 |
| 5    | ۲۶۲۵_۱  | 41.22381 | ۹۹,۴ | 12207.98 | 5.18 | 5725.96 | 5.97 |

|    |         |           |       |           |       |           |       |
|----|---------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|
| 6  | 2625-2  | 21536.47  | 4.53  | 10499.11  | 5.77  | 4818.38   | 4.02  |
| 7  | 2625-3  | 14973.11  | 3.62  | 7389.37   | 3.92  | 2893.64   | 5.81  |
| 8  | 2625-4  | 21428.91  | 7.15  | 11334.24  | 4.51  | 4890.43   | 6.04  |
| 9  | 31045-1 | 36254.03  | 6.66  | 18638.16  | 5.09  | 9063.99   | 5.92  |
| 10 | 31045-2 | 30124.06  | 6.31  | 15561.08  | 6.87  | 7871.82   | 4.62  |
| 11 | 31045-3 | 23927.00  | 5.12  | 12128.62  | 5.66  | 6068.32   | 5.56  |
| 12 | 31045-4 | 24252.07  | 5.52  | 12845.72  | 5.27  | 5937.44   | 6.93  |
| 13 | 41545-1 | 62676.86  | 8.04  | 32721.91  | 8.47  | 16730.96  | 11.35 |
| 14 | 41545-2 | 44757.47  | 6.69  | 23140.34  | 11.18 | 11598.29  | 6.31  |
| 15 | 41545-3 | 59275.35  | 7.44  | 29637.01  | 7.43  | 15211.20  | 6.73  |
| 16 | 41545-4 | 37786.88  | 6.87  | 20111.14  | 7.22  | 10276.87  | 8.92  |
| 17 | 53065-1 | 882241.20 | 18.50 | 502836.00 | 12.76 | 295904.20 | 18.65 |
| 18 | 53065-2 | 140286.20 | 18.23 | 75808.29  | 20.75 | 40900.63  | 18.91 |
| 19 | 53065-3 | 118735.40 | 17.09 | 66358.75  | 16.17 | 34997.23  | 16.15 |
| 20 | 53065-4 | 127384.10 | 20.19 | 70036.42  | 17.87 | 37287.25  | 16.69 |

نتایج در سه حالت مختلف که مربوط به مقادیر مختلف کشش قیمت می‌باشد، آورده شده است. همانطور که در جدول نتایج دیده می‌شود، هر چه مقدار کشش قیمت افزایش پیدا

می‌کند، میزان سودآوری سیستم نیز کاهش می‌یابد. علت این اتفاق در این است که همزمان با افزایش کشش قیمت، حساسیت مشتریان نسبت به قیمت ارائه محصول افزایش یافته و لذا با افزایش اندک در قیمت کالا، تقاضای آن به میزان بیشتری کاهش می‌یابد و لذا سازمان ناچار است به منظور حفظ مشتریان، قیمت را پایین آورده و در نتیجه، درآمد سازمان کاهش پیدا می‌کند.

### جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مسئله مکانیابی- مسیریابی ظرفیت دار با تقاضای مبتنی بر قیمت، مدل‌سازی و حل شده است. مدل ارائه شده یا در نظر گرفتن وابستگی تقاضای مشتریان به قیمت، به تعیین مکان‌های بهینه برای انبارها و تخصیص مشتریان به آنها و تعیین مسیرهای وسایل نقلیه می‌پردازد و بر خلاف مدل‌های پیشین هدف مسئله بیشینه سازی سود حاصل از تفاضل درآمد کل و هزینه‌های مسئله می‌باشد. با توجه به پیچیدگی زمانی نمایی حل مسئله و ناتوانی روش‌های بهینه سازی دقیق در حل مسئله در ابعاد بزرگ، رویکردی فرا ابتکاری برای حل مسئله ارائه شد. روش مورد استفاده برای حل مسئله رویکردی بر مبنای الگوریتم بهینه سازی گروهی ذرات و تلفیق آن با الگوریتم ابتکاری مکانیابی-مسیریابی است. در ادامه تنظیم پارامترهای مسئله و اعتبار سنجی با تولید نمونه‌ها و محاسبات انجام شد، همچنین نتایج محاسبات نشان داده شده و مورد بررسی قرار گرفتند. پس از آن عملکرد الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم دقیق مدل ارائه شده برای مسئله مورد ارزیابی قرار گرفت. با توجه به نتایج محاسبات، این نتیجه بدست آمد که برای حل مسئله در ابعاد بزرگ با استفاده از الگوریتم پیشنهادی ارائه شده، جوابی بهتر از جواب قطعی حاصل از نرم افزار بدست خواهد آورد و جواب‌های حاصل از حل مسئله مورد نظر در این تحقیق، با استفاده از الگوریتم پیشنهادی ارائه شده با بزرگتر شدن مسئله به جواب بهینه‌ی مسئله ( $UB$ )، نزدیکتر خواهند شد و در واقع با بزرگتر شدن مسئله الگوریتم پیشنهادی بهتر از الگوریتم دقیق عمل خواهد کرد و کاراتر خواهد بود. نتایج حاصل، کیفیت الگوریتم را در یافتن جوابی مناسب برای مسئله مورد مطالعه در زمانی معقول



نشان می‌دهند. در خصوص تحقیقات آتی در مورد تحقیق ارائه شده میتوان بسیاری از مفروضات دیگر میتواند به مسئله مورد نظر اضافه شود. برخی از این مفروضات مانند هزینه متغیر وسایل حمل، بکارگیری ناوگان حمل غیر همگن (وسایل حمل با ظرفیت‌ها و هزینه‌های مختلف)، در نظر گرفتن محدودیت زمانی و فاصله ای برای هر مسیر، در نظر گرفتن عامل ترافیک در مسیرها، میتواند مسئله تحقیق را به مسائل دنیای واقعی نزدیکتر کند، و یا میتوان پارامترهای مسئله مانند ظرفیت وسایل حمل، حرکت بین دو گره، هزینه‌های ثابت انبارها را میتوان به صورت پارامتر فازی در نظر گرفت و مدلسازی آنها نیز میتواند روش‌های نزدیک تری را به واقعیت ارائه دهد. همچنین با توجه به قابلیت روش‌های ابتکاری برای حل مسائل مکانیابی- مسیریابی بزرگ، بکارگیری روش‌های فراابتکاری دیگر مانند روش فراابتکاری ژنتیک و غیره که تا به حال برای حل این مدل استفاده نشده اند، میتواند مورد تحقیق قرار بگیرد.

#### پی‌نوشت‌ها

1. Location Routing Problem(LRP)
2. Capacitated Location Routing Problem(CLRP)
3. Greedy Randomized Adaptive Search Procedure(GRASP)
4. Particle Swarm Optimization
5. Fitness function

## منابع

Srivastava, R., & Benton, W. C., *The location-routing problem: considerations in physical distribution system design*. *Computers & Operations Research*, 1990. 17: p. 427-435.

Nagy, G., Salhi, S., *Location-routing: Issues, models and methods*. *European Journal of Operational Research*, 2007. 177: p. 649-672.

Mehrjerdi, Y.Z., & Nadizadeh, A., *Using greedy clustering method to solve capacitated location-routing problem with fuzzy demands*. *European Journal of Operational Research*, 2013. 229: p. 75-84.

Etebari, F., Dabiri, N., *A hybrid heuristic for the inventory routing problem under dynamic regional pricing*. *Computers & Chemical Engineering*, 2016. 95: p. 231-239.

Barreto, S., Ferreira, C., Paixao, J., & Santos, B. S., *Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem*. *European Journal of Operational Research*, 2007. 179: p. 968-977.

Nguyen, V.P., Prins, C., & Prodhon, C., *Solving the two-echelon location routing problem by a GRASP reinforced by a learning process and path relinking*. *European Journal of Operational Research*, 2012. 216: p. 113-126.

Nguyen, V.P., Prins, C., & Prodhon, C., *A multi-start iterated local search with tabu list and path relinking for the two-echelon location-routing problem*. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2012. 25: p. 56-71.

Marinakis, Y., & Marinaki, M., *A particle swarm optimization algorithm with path relinking for the location routing problem*. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2008. 5: p. 59-78.

Duhamel, C., Lacomme, P., Prins, C., & Prodhon, C., *A GRASP×ELS approach for the capacitated location-routing problem*. *Computers & Operations Research*, 2010. 37: p. 1912-1923.

Yu, V.F., Lin, S.-Y., *A simulated annealing heuristic for the open location-routing problem*. *Computers & Operations Research*, 2015. 62: p. 184-196.

Contardo, C., Cordeau, J. F., & Gendron, B., *A branch-and-cut-and-price algorithm for the capacitated location-routing problem*. 2011: CIRRELT.

Zarandi, M.H.F., Hemmati, A., & Davari, S., *The multi-depot capacitated location-routing problem with fuzzy travel times*. *Expert Systems with Applications*, 2011. 38: p. 10075-10084.

Escobar, J.W., Linfati, R., Baldoquin, M. G., & Toth, P., *A granular variable tabu neighborhood search for the capacitated location-routing problem*. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2014. 67: p. 344-356.

Nadizadeh, A., Hosseini Nasab, H., *Solving the dynamic capacitated location-routing problem with fuzzy demands by hybrid heuristic algorithm*. *European Journal of Operational Research*, 2014. 238: p. 458-470.

Vincent, F.Y., and Shin-Yu Lin, *A simulated annealing heuristic for the open location-routing problem*. *Computers & Operations Research*, 2015. 62: p. 184-196.

Huang, S.-H., *Solving the multi-compartment capacitated location routing problem with pickup-delivery routes and stochastic demands*. *Computers & Industrial Engineering*, 2015. 87: p. 104-113.

Karaoglan, I., Altiparmak, F., *A memetic algorithm for the capacitated location-routing problem with mixed backhauls*. *Computers & Operations Research*, 2015. 55: p. 200-216.

Zhang, Y., Qi, M., Lin, W.-H., Miao, L., *A metaheuristic approach to the reliable location routing problem under disruptions*. *Transaction Research Part E*, 2015. 83: p. 90-110.

Moshref-Javadi, M., Lee, S., *The Latency Location-Routing Problem*. *European Journal of Operational Research*, 2016. 255: p. 604-619.

Toro, E.M., Franco, J.F., Echeverri, M.G., Guimaraes, F.G., *A multi-objective model for the green capacitated location-routing problem considering environmental impact*. *Computers & Industrial Engineering*, 2017. In Press.

Schiffer, M., Walther, G., *The electric location routing problem with time windows and partial recharging. European Journal of Operational Research*, 2017. 260: p. 995-1013.

Laporte, G., Dejax, P.J., *Dynamic location-routing problems. Journal of the Operational Research Society*, 1989. 40: p. 471-482.

Salhi, S., Nagy, G., *Consistency and robustness in location-routing. Stud. Locational Anal.*, 1999. 13: p. 3-19.

Ambrosino, D., Scutella, M.G., *Distribution network design: New problems and related models. European Journal of Operational Research*, 2005. 165: p. 610-624.

Albareda-Sambola, M., Fernandez, E., Nickel, S., *Multiperiod location routing with decoupled time scales. European Journal of Operational Research*, 2012. 217: p. 248-258.

Koc, C., Bektas, T., Jabali, O., Laporte, G., *The fleet size and mix location-routing problem with time windows: Formulations and a heuristic algorithm. European Journal of Operational Research*, 2016. 248: p. 33-51.

Wu, T., A., *A note on a global approach for general 0-1 fractional programming. European Journal of Operational Research*, 1997. 101: p. 220-223.

28. Kennedy, J., Eberhart, RC. *Particle swarm optimization. in IEEE international conference on Neural Networks*. 1995.