

Evaluation of Efficiency and Returns to Scale of Resin Chemical Industry Supply Chain using Crisp and Fuzzy Data Envelopment

Faranak Hosseinzadeh Saljooghi*

Assistant professor, Department of Mathematics, University of Sistan and Baluchestan,
Zahedan, Iran, saljooghi@math.usb.ac.ir

Amir Rahimi

MA. Student, Department of Mathematics, Faculty of Mathematics, Sistan and
Baluchestan University, Zahedan, Iran, amirrahimi525@gmail.com

Abstract: Supply Chain Management (SCM) is a suitable tool to improve economic, social and environmental performance. SCM assessment is an important task for all types of organizations. The DEA method has been widely used to evaluate SCM. By attention supply chain as network data envelopment analysis (DEA) can calculate the efficiency of supply chain with multiple stages. This study examines the efficiency and returns to scale (RTS) of supply chain management of resin manufacturing companies based on network DEA models. We determine returns to scale of resin manufacturing companies as a two-stage process, with crisp and fuzzy data. Fuzzy DEA model is based on α – cut approach to measure the efficiency and RTS of supply chain. The proposed models are used to evaluate the efficiency and RTS of supply chain of 27 resin production companies. The six companies were network efficient in the investigation with crisp data, while there are three network efficient companies with fuzzy data.

Keywords: Supply Chain Management, Data Envelopment Analysis, Efficiency, Return to Scale Fuzzy Data

Introduction: The supply chain includes all stages that directly or indirectly supply demands and resolve customer needs. Planning, purchasing, production, transportation, storage, distribution and customer service are parts of supply chain which have a major role in the process of running any business. Supply Chain Management (SCM) is an appropriate tool for improving the economic, social and environmental performance of any organization simultaneously; therefore, its evaluation is very important. Data Envelopment Analysis (DEA) is one of the suitable methods for evaluating SCM. The supply chain cannot be evaluated by traditional models of data envelopment analysis due to its network or multi-stage nature, so in this paper apply network DEA is chosen to evaluate SCM. Kao and Hwang (2008) modified the standard DEA model by considering the two-stage series relationship with the overall process, and simulated the efficiency of the whole two-stage process as a result of the efficiency of each stage. Then Chen et al. (2009) proposed another viewpoint. Also, Tavana et al. (2008) measured and analyzed the efficiency of the two-stage fuzzy DEA models using an interval method.

The review of the researches in this area indicate that the consideration of technical efficiency in a two-stage network with environmental impacts is less common in existing literature. Also, in all literature, the issues of return on a scale, which is an economic and important concept in data envelopment analysis, and the maximum output increase per income increase, have been ignored in the supply chain in a two-stage network given the discussion of the two-step technical efficiency. The present research is providing models for determining the efficiency and return to scale of stages and the process of network production in a supply chain, in two states: deterministic and fuzzy data.

Materials and Methods: Firstly, we would measure the technical efficiency of a two-level supply chain using the network data envelopment analysis model. The efficiency of each stage is calculated from the ratio of the weighted output to its weighted input, and the overall efficiency obtained by the

* Corresponding author

weighted average efficiency of the stages (Cooper et al. 2007). In this study, we examined the most complete model of two-stage models, which allows for direct inputs and outputs for each stage in addition to the intermediate data between the stages.

Also, Data Envelopment Analysis method can determine the return to scale of decision-making units (DMU). If a DMU has the constant return to scale, each multiplication set of inputs produces the same multiplication of outputs. By assuming constant return to scale, large and small DMUs are compared and generally not efficient rather than each other. In the variable return to scale, any changing of inputs can produce less or more multiplier in outputs. In this research, we measure the efficiency and return to scale (RTS) of supply chain for resin manufacturing companies within the framework of DEA network models; efficiency and return to scale are determined in two states of deterministic and fuzzy data and a model is proposed for evaluating of supply chain management using DEA network with fuzzy data. In evaluating with deterministic and fuzzy data, the supply chain is efficient, if all the stages in the process are efficient. Fuzzy LR numbers are widespread because of reaching good models and good computational performance. In this paper, the fuzzy LR numbers in the fuzzy DEA model is considered, based on the α -cuts approach, and measuring efficiency and determining the return to scale of supply chain of resin companies in Iran. Efficiency and return to scale are calculated on the lower and upper bounds; it is efficient if both bound are efficient $(E_o)_\alpha^L = (E_o)_\alpha^U = 1$.

Results and Discussion: The proposed models have been used to assess the efficiency and RTS of the supply chain of 27 resin production companies in Iran. This supply chain is considered as two-levels, the supply sector as stage 1 and the manufacturing sector as stage two.

Inputs in stage of supply are annual cost, annual turnover of personnel, and environmental costs. The number of products from supplier to manufacturer and partnership cost in green production plans are considered as the intermediate data (inputs for second stage and outputs of first stage), and outputs of the production stage are the number of trained personnel in the fields of job, safety, and health, number of green products and revenue. In the evaluation of the deterministic data, 6 companies (Alborz Chalk, Fajr Petrochemicals, etc.) are network efficient, with different kinds of RTS, constant, increasing and decreasing return to scale. While, considering fuzzy data, 3 companies are just network efficient.

Conclusion: The proposed models in this paper are methods for determining the efficiency and returns to scale of the supply chain with two deterministic and fuzzy data approaches. We consider the supply chain of 27 resin companies as a two-stage network, and according to the DEA network-related techniques and theories, in addition to identifying efficient and inefficient companies, the determination of an increasing, constant, and decreasing RTS of the supply chain stages with two kind data, deterministic and fuzzy data. Because in many environmental factors, we encounter data that are inaccurate or ambiguous, or our knowledge about the production process is inaccurate, so the proposed model provides more useful information to organizations and industrial activities. Six companies with deterministic data and 3 companies with fuzzy data are efficient in network. These companies have managed and coordinated flow of materials between several organizations and within the organization in the best possible way and with environmental concerns.

References

- Chen, Y., Chen, W. D., Cook x, N., & Zhu, J. (2009). "Additive efficiency decomposition in two-stage DEA". *European Journal of Operational Research*, 196(3), 1170-1176.
- Cooper, W.W., L.M. Seiford & Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Kao, C., & Hwang, S. N. (2008). "Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan". *European Journal of Operational Research*, 185(1), 418-429.
- Tavana, M., Kalili_Damghani, K., Arteaga, F., Mahmoudi, R., & Kafezal Kotob, A. (2018). "Efficiency Decomposition and Measurement in Two-Stage Fuzzy DEA Models Using a Bargaining Game Approach". *Computers & Industrial Engineering*, 1-36.

مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۰، پیاپی ۱۸، شماره ۱، بهار و تابستان ۱۳۹۸

دریافت: ۱۳۹۶/۰۸/۰۹ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۳/۲۲

صص: ۶۳-۴۷

ارزیابی کارایی و بازده به مقیاس زنجیره تأمین صنایع رزین ایران با مدل تحلیل پوششی داده‌های قطعی و فازی

فرانک حسین زاده سلجوقی^{۱*}، امیر رحیمی^۲

۱- استادیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران، saljooghi@math.usb.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه ریاضی، دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران، amirrahimi525@gmail.com

چکیده: مدیریت زنجیره تأمین (SCM) ابزاری مناسب برای بهبود هم‌زمان عملکرد اقتصادی، اجتماعی و محیط است و ارزیابی کارایی آن اهمیت زیادی دارد. روش DEA یکی از روش‌های مناسب برای ارزیابی SCM است. با در نظر گرفتن زنجیره تأمین به صورت مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، کارایی زنجیره تأمین با چند مرحله محاسبه می‌شود. این پژوهش کارایی و بازده به مقیاس (RTS) مدیریت زنجیره تأمین شرکت‌های تولید رزین را در چارچوب مدل‌های DEA شبکه‌ای محاسبه می‌کند. بازده به مقیاس در دو حالت داده‌های قطعی و فازی بررسی و مدلی برای ارزیابی مدیریت زنجیره تأمین با استفاده از مدل DEA شبکه‌ای با داده‌های فازی پیشنهاد می‌شود. مدل DEA فازی براساس رویکرد α -برش برای اندازه‌گیری کارایی و تعیین بازده مقیاس زنجیره تأمین به کار می‌رود. ایده‌های پیشنهادی برای ارزیابی کارایی و بازده به مقیاس زنجیره تأمین ۲۷ شرکت تولید رزین استفاده شده است. در ارزیابی با داده‌های قطعی ۶ شرکت، کارایی شبکه‌ای هستند؛ در حالی که در بررسی با داده‌های فازی ۳ شرکت، کارایی شبکه‌ای هستند. این شرکت‌ها مدیریت و هماهنگ‌سازی جریان مواد بین چندین سازمان و در درون سازمان را در بهترین حالت و با رعایت مسائل زیست محیطی انجام داده‌اند.

واژه‌های کلیدی: مدیریت زنجیره تأمین، تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی، بازده به مقیاس، فازی

مقدمه

زنجیره تأمین شامل تمامی مراحل است که به طور مستقیم یا غیرمستقیم با تأمین تقاضا و برطرف کردن نیاز مشتری ارتباط دارد. طراحی شبکه زنجیره تأمین عبارت است از تصمیمات استراتژیک برای تعیین پیکره کلی زنجیره تأمین. یکی از ابزارهای مناسب و کارآمد در ارزیابی کارایی زنجیره تأمین، تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) است. این روش، روشی غیرپارامتری برای محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده است. نخستین بار فارل^۱ (۱۹۵۷) مدلی برای ارزیابی و محاسبه کارایی ارائه داد. پس از دو دهه چارنز، کوپر و رودز^۲ (۱۹۷۸) روش فارل را تعمیم دادند و آن را تحلیل پوششی داده‌ها نامیدند. آنها مؤسسات ارزیابی‌شونده را واحد تصمیم‌گیری (DMU) نامیدند که وظیفه تبدیل ورودی‌ها به خروجی را برعهده دارند. در سال‌های اخیر در بیشتر کشورهای جهان برای ارزیابی عملکرد نهادها و دیگر فعالیت‌های رایج در ارزیابی سازمان‌ها و صنایع مختلف مانند صنعت بانکداری، پست، بیمارستان‌ها، مراکز آموزشی، نیروگاه‌ها، پالایشگاه‌ها و ... کاربردهای متفاوتی از تحلیل پوششی داده‌ها دیده می‌شود (کوپر و همکاران^۳، ۲۰۰۷). در ایران نیز پژوهشگران زیادی از DEA برای ارزیابی عملکرد استفاده کرده‌اند. از کاربردهای اخیر آن پژوهش ریاحی و همکاران (۱۳۹۵) است که کارایی صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک را براساس مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها بررسی کرده‌اند. در دنیای واقعی واحدهای تصمیم‌گیری وجود دارند که در آنها فرآیند تولید در آنها به صورت فرآیندی دومرحله‌ای یا چندمرحله‌ای در نظر گرفته می‌شود؛ در واقع خروجی‌های مرحله نخست، ورودی مرحله بعدند. خروجی‌های نخستین مرحله، داده‌های میانی خوانده می‌شوند. کائو و هوانگ (۲۰۰۸) مدل استاندارد DEA را با در نظر گرفتن رابطه سری دومرحله‌ای با فرآیند کل اصلاح کردند و کارایی کل فرآیند دومرحله‌ای را حاصل کارایی هر یک از دو مرحله، مدل‌سازی کردند. سپس چن و همکاران^۴ (۲۰۰۹) دیدگاه دیگری برای این هدف پیشنهاد کردند. توانا و همکاران در سال ۲۰۱۸ در مدل‌های DEA فازی دومرحله‌ای با استفاده از روش بازه‌ای کارایی را اندازه‌گیری و تجزیه و تحلیل کردند.

یکی دیگر از مباحث مهم در مؤسسات، بازده به مقیاس (RTS) است که اندازه بازده نهایی را به‌ازاء ورودی اضافی در تابع تولید نشان می‌دهد. RTS به سه حالت افزایشی، ثابت و کاهش می‌شود. تئوری و کاربردهای RTS با استفاده از DEA توجه پژوهشگران بسیاری را به خود جلب کرده است. فار و گروسکوف^۵ (۱۹۹۴) مدل‌های شعاعی DEA را برای تعیین RTS به کار بردند. خدابخشی و همکاران (۲۰۱۰) از رویکرد مدل جمعی برای برآورد بازده به مقیاس در تحلیل پوششی داده‌های مبهم استفاده کردند. دزفولیان و همکاران (۱۳۹۴)، ضریب عملکرد در زمان‌سنجی را با کرنومتر به کمک منطق فازی تعیین کردند.

چن و همکاران (۲۰۰۹) نشان دادند مدل DEA دومرحله‌ای کائو و هوانگ^۶، فقط برای فرض بازده به مقیاس ثابت (CRS) استفاده می‌شود و قادر به تعیین انواع بازده به مقیاس نیست. ژو و همکاران^۷ (۲۰۱۶) برنامه‌ای کاربردی را برای ارزیابی تأمین‌کننده پایدار با استفاده از مدل DEA فازی نوع ۲ انجام دادند.

بررسی پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه نشان می‌دهد در نظر گرفتن کارایی تکنیکی به صورت شبکه دومرحله‌ای همراه با تأثیرات زیست‌محیطی در ادبیات موجود کمتر مدنظر قرار گرفته است. در همه مقالات بررسی شده درباره تأثیرات محیطی، تنها گاز کربن دی اکسید را ملاک فاکتور محیطی در نظر گرفته‌اند و سایر عوامل مانند طراحی سازگار با محیط زیست و اعتبار سازنده، نادیده گرفته شده است. در تمام ادبیات گذشته

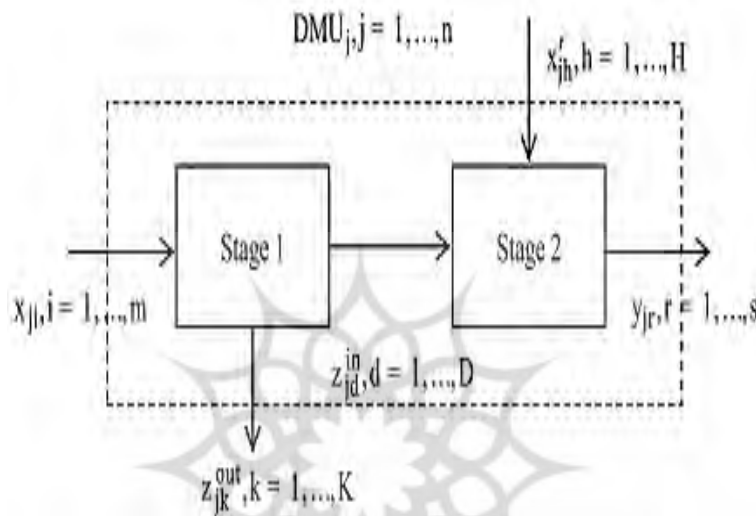
موضوع بازده به مقیاس که مفهومی اقتصادی و مهم در تحلیل پوششی داده‌ها است و میزان حداکثر افزایش خروجی به‌ازاء افزایش ورودی را نشان می‌دهد، در زنجیره تأمین به‌صورت شبکه دو مرحله‌ای و با توجه به بحث کارایی تکنیکی دو مرحله‌ای نادیده گرفته شده است. همچنین در ادبیات گذشته کارایی تکنیکی و بازده به مقیاس شبکه دو مرحله‌ای به‌طور هم‌زمان با داده‌های قطعی و فازی مدنظر قرار نگرفته است. در ادبیات گذشته، کارایی و بازده به مقیاس شبکه‌ای با تعیین کارایی و بازده به مقیاس مراحل به‌صورت مجزا انجام می‌شود؛ از طرفی در فرآیند تولید با ساختار چند مرحله‌ای، وقتی ورودی تغییر کند وضعیت RTS پیچیده می‌شود. با توجه به فرآیند دو مرحله‌ای، اگر هر مرحله وضعیت RTS افزایشی داشته باشند، در نتیجه افزایش ورودی اولیه، حاصل میانی افزایش یافته و ممکن است وضعیت مرحله ۲ از RTS افزایشی به ثابت یا کاهشی تغییر کند. پژوهش حاضر برای نخستین بار با چنین مدل‌هایی رابطه بین کارایی و بازده به مقیاس مراحل و فرآیند تولید شبکه دو مرحله را به‌صورت قطعی و فازی بررسی می‌کند. در این پژوهش ابتدا مدل‌های برنامه‌ریزی خطی تک‌هدفه و با داده‌های قطعی و سپس مدل‌های برنامه‌ریزی خطی فازی ارائه شده است که به وسیله آنها کارایی تکنیکی زنجیره تأمین شرکت‌های رزین در ایران به‌صورت شبکه دو مرحله‌ای اندازه‌گیری می‌شود. سپس با وجود متغیر آزاد، ارتباط نظری بین کارایی تکنیکی و بازده به مقیاس متغیر شبکه دو مرحله‌ای بررسی می‌شود. در تمام موارد ذکر شده سعی شده است بحث مدیریت زنجیره تأمین سبز و تأثیرات آنها بر محیط‌زیست بررسی شود. این مقاله بازده به مقیاس مدیریت زنجیره تأمین را به‌صورت شبکه دو مرحله‌ای تعیین می‌کند. فرآیند دو مرحله‌ای ساده‌ترین فرآیند تولید شبکه‌ای است که برای نمونه می‌توان نتایج به‌دست آمده در این پژوهش را به ساختار چند مرحله‌ای تعمیم داد. مدل پیشنهادی براساس نظریه DEA شبکه‌ای چن و همکاران (۲۰۰۹) است.

بخش‌های بعدی مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: بخش ۲ کارایی زنجیره تأمین را به‌صورت DEA شبکه‌ای با دو مرحله سنجیده است؛ در بخش ۳ بازده به مقیاس در هر یک از دو مرحله و بازده به مقیاس کلی فرآیند زنجیره تأمین با داده‌های قطعی و داده فازی تعیین شده است؛ بخش ۴ عملکرد صنایع رزین ایران را با استفاده از مدل‌های پیشنهادی بررسی کرده است؛ در انتها در بخش ۵ نتیجه‌گیری حاصل از مدل ارائه شده است.

روش پژوهش

مدیریت زنجیره تأمین با شبکه دو مرحله‌ای: در این مقاله مدیریت زنجیره تأمین به‌صورت شبکه دو مرحله‌ای در نظر گرفته شده است که علاوه بر ورودی‌ها و خروجی‌ها، مجموعه‌ای از "داده‌های میانی" را نیز دارد و بین این دو مرحله واقع است. زنجیره تأمین مشتمل بر تمام فعالیت‌های مرتبط با جریان و تبدیل کالاها از مرحله ماده خام (استخراج) تا تحویل به مصرف‌کننده نهایی و نیز جریان‌های اطلاعاتی مرتبط با آنها است. زنجیره تأمین به دلیل ماهیت شبکه‌ای یا چند مرحله‌ای، به وسیله مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها قابل ارزیابی نیستند (فار و همکاران^۱، ۲۰۰۰). سیستم بانکی نمونه‌ای از فرآیندهای دو مرحله‌ای است. ژو و سیفورد^۲ (۱۹۹۹) مدل‌های دو مرحله‌ای را برای ارزیابی ۵۵ بانک آمریکایی به کار برده‌اند. همچنین ژو (۲۰۰۰) مطالعاتی را درباره قابلیت عرضه در بازار و سودبخشی در ۵۰۰ شرکت برتر انجام داد.

زنجیره تأمین با ساختار دومرحله‌ای مانند شکل (۱) را در نظر بگیرید که x ($x_{ji} \in \mathbb{R}_+^m$) بردار ورودی اولیه مرحله ۱، z^{out} ($z_{jk}^{\text{out}} \in \mathbb{R}_+^K$) و z^{in} ($z_{jd}^{\text{in}} \in \mathbb{R}_+^D$) بردارهای خروجی مرحله ۱ باشند. پارامتر z_{jk}^{out} نشان‌دهنده خروجی مجزای مرحله ۱ و z_{jd}^{in} نشان‌دهنده خروجی از مرحله ۱ است که ورودی مرحله ۲ قرار می‌گیرد. همچنین بردار ورودی مجزای مرحله ۲ x' ($x'_{jh} \in \mathbb{R}_+^H$) و بردار خروجی مرحله ۲ y ($y_{jr} \in \mathbb{R}_+^S$) است. در مجموع فرض کنید n واحد تصمیم‌گیری برای ارزیابی وجود دارد که $x_0 = (x_{10}, \dots, x_{m0}) > 0$ ، $z_0^{\text{out}} = (z_{10}^{\text{out}}, \dots, z_{k0}^{\text{out}}) > 0$ ، $z_0^{\text{in}} = (z_{10}^{\text{in}}, \dots, z_{d0}^{\text{in}}) > 0$ ، $x'_0 = (x'_{10}, \dots, x'_{h0}) > 0$ و $y_0 = (y_{10}, \dots, y_{s0}) > 0$ به ترتیب بردار ورودی، بردار خروجی مجزای مرحله ۱، بردار داده میانی، بردار ورودی مجزای مرحله ۲ و بردار خروجی DMU_0 هستند.



شکل ۱- فرآیند دومرحله‌ای عمومی

مدل‌های دومرحله دارای دسته‌بندی زیرند:

- ❖ ساختار M1 (با ورودی‌ها و خروجی‌های مجزا)؛ یعنی $x'_j \neq 0$ و $z_j^{\text{out}} \neq 0$.
- ❖ ساختار M2 (بدون ورودی‌های مجزا)؛ یعنی $x'_j = 0$.
- ❖ ساختار M3 (بدون خروجی‌های مجزا)؛ یعنی $z_j^{\text{out}} = 0$.
- ❖ ساختار M4 (بدون ورودی‌ها و خروجی‌های مجزا)؛ یعنی $x'_j = 0$ و $z_j^{\text{out}} = 0$.

کارایی کلی مدل دومرحله‌ای DMU_0 ، میانگین وزنی از کارایی مراحل و به صورت زیر تعریف شده است.

$$\begin{aligned} \text{Max } \theta_0 &= \sum_{p=1}^2 s_p \theta_{op} & (1) \\ \text{s.t. } \theta_{jp} &\leq 1, \quad j = 1, \dots, n; \quad p = 1, 2. \end{aligned}$$

s_1 و s_2 می‌توانند معین باشند؛ به نحوی که $s_1 + s_2 = 1$. این وزن‌ها متغیرهای تصمیم نیستند؛ اما بیشتر توابع متغیرهای تصمیم منعکس‌کننده اهمیت نسبی DMU_0 در دومرحله برای عملکرد کلی هستند. کوک و همکاران (۲۰۱۰) تعریف وزن s را بعنوان ورودی مرحله بر کل ورودی‌های دو مرحله تعریف کردند.

$$s_1 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}^{\text{in}} + \sum_{h=1}^H v'_h x'_{hj}}; \quad s_2 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}^{\text{in}} + \sum_{h=1}^H v'_h x'_{hj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}^{\text{in}} + \sum_{h=1}^H v'_h x'_{hj}} \quad (2)$$

باتوجه به عبارات (۲) کارایی θ_0 به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\theta_0 = \frac{\sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}^{in} + \sum_{k=1}^K u'_k z_{ko}^{out} + w_0^1 + \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} + w_0^2}{\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}^{in} + \sum_{h=1}^H v'_h x'_{ho}}$$

اکنون با به کار بردن تبدیلات چارنز و کوپر (۱۹۶۲) مدل زیرفرآیند تولید کل به صورت رابطه ۳ به دست می‌آید.

$$\theta_0^* = \text{Max} \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}^{in} + \sum_{k=1}^K u'_k z_{ko}^{out} + w_0^1 + \sum_{r=1}^S u_r y_{ro} + w_0^2$$

s. t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} + \sum_{d=1}^D \eta_d z_{do}^{in} + \sum_{h=1}^H v'_h x'_{ho} = 1,$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}^{in} + \sum_{k=1}^K u'_k z_{kj}^{out} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w_0^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n;$$

$$\sum_{r=1}^S u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D \eta_d z_{dj}^{in} + \sum_{h=1}^H v'_h x'_{hj} + w_0^2 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n;$$

$$\eta_d, v'_i, u_r, u'_k \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; \quad r = 1, \dots, s; \quad k = 1, \dots, K; \quad d = 1, \dots, D;$$

w^1 and w^2 free in sign;

تعریف ۱. اگر کارایی مرحله نخست با θ_0^1 و کارایی مرحله دوم با θ_0^2 نشان داده شود، هرگاه $\theta_0^1 = 1$ و

$\theta_0^2 = 1$ در این صورت زنجیره تأمین با فرآیند دومرحله‌ای را کارای DEA شبکه‌ای می‌خوانند.

بازده به مقیاس مدیریت زنجیره تأمین: از موضوعات بسیار مهم در تحلیل پوششی داده‌ها مشخص کردن نوع بازده به مقیاس است. بازده به مقیاس ارتباط بین تغییرات ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم را نشان می‌دهد. یکی از توانایی‌های روش DEA، تعیین بازده به مقیاس‌های متفاوت در واحدهای سیستم است. در بازده به مقیاس ثابت، هر مضربی از ورودی‌ها همان مضرب از خروجی‌ها را تولید می‌کند. با فرض بازده به مقیاس ثابت، واحدهای کوچک و بزرگ با هم مقایسه می‌شوند. در بازده به مقیاس متغیر هر مضربی از ورودی‌ها می‌تواند همان مضرب از خروجی‌ها یا کمتر و یا بیشتر از آن را در خروجی‌ها تولید کند.

ژانگ و یانگ^{۱۰} (۲۰۱۵) در دو حالت روشی را برای برآورد بازده به مقیاس فرآیند دومرحله‌ای ارائه کردند. حالت نخست این است که ورودی اولیه تغییرات را فقط برای حداکثر کردن نسبت بین خروجی واسطه و ورودی اولیه می‌گیرد. خروجی نهایی متناظر با تغییرات حاصل میانی تغییر می‌کند؛ یعنی مرحله نخست رهبر و مرحله دوم پیرو است. حالت دوم، یک روش جدید محاسباتی برای مقدار تغییرات از ورودی اولیه پیشنهاد شده است و رابطه RTS بین مراحل فرعی و فرآیند تولید کل بیان شده است.

تعداد n واحد تصمیم‌گیری (DMU) با فرآیند دومرحله‌ای را در نظر بگیرد. برای تعیین بازده به مقیاس واحدهای کارا دو حالت در نظر گرفته شده است. در حالت نخست، بازده به مقیاس هر مرحله و فرآیند تولید کل برای واحد کارا با استفاده از مدل تعمیم‌یافته چن تعیین شده است. حالت دوم، مدلی برای اندازه‌گیری بازده به مقیاس با داده فازی نیز پیشنهاد شده است.

مدل تعیین RTS در مدیریت زنجیره تأمین: باتوجه به تعریف RTS در همسایگی (بنکر و همکاران^{۱۱}، ۱۹۸۴)

به قضایای ذیل برای تعیین RTS مراحل مدیریت زنجیره تأمین دومرحله‌ای اشاره می‌شود.

قضیه ۱: فرض کنید DMU_0 کارای DEA شبکه‌ای است. برای مرحله ۱،
 (a) اگر $w_0^{1*} > 0$ پس مرحله ۱ DMU_0 دارای RTS افزایشی است.
 (b) اگر $w_0^{1*} = 0$ پس مرحله ۱ DMU_0 دارای RTS ثابت است.
 (c) اگر $w_0^{1*} < 0$ پس مرحله ۱ DMU_0 دارای RTS کاهشی است.
 اثبات: قسمت ضمایم اثبات این قضیه را نشان می‌دهد.

قضیه ۲: فرض کنید DMU_0 کارای DEA شبکه‌ای است؛ برای مرحله ۲،
 (a) اگر $w_0^{2*} > 0$ پس مرحله ۱ DMU_0 دارای RTS افزایشی است.
 (b) اگر $w_0^{2*} = 0$ پس مرحله ۱ DMU_0 دارای RTS ثابت است.
 (c) اگر $w_0^{2*} < 0$ پس مرحله ۱ DMU_0 دارای RTS کاهشی است.
 اثبات: مشابه اثبات قضیه ۱ است.

باتوجه به RTS تعیین شده در مراحل ۱ و ۲ مدیریت زنجیره تأمین، RTS فرآیند تولید کل باتوجه به قضیه زیر تعیین خواهد شد.

قضیه ۳: فرض کنید DMU_0 کارای DEA شبکه‌ای است؛ پس برای فرآیند تولید کل (کوپر و همکاران، ۲۰۰۷):

- (a) مرحله ۱ IRS است و
 ۱.a. مرحله ۲ IRS است؛ پس فرآیند تولید کل IRS است.
 ۲.a. مرحله ۲ DRS یا CRS است؛ پس فرآیند تولید کل، CRS است.
 (b) مرحله ۱ CRS است و
 ۱.b. مرحله ۲ CRS، IRS، DRS است؛ پس فرآیند تولید کل CRS است.
 (c) مرحله ۱ DRS است و
 ۱.c. مرحله ۲ DRS است؛ پس فرآیند تولید کل DRS است.
 ۲.c. مرحله ۲ CRS، IRS است؛ پس فرآیند تولید کل بیشتر CRS است.

تعیین بازده به مقیاس مدیریت زنجیره تأمین با داده‌های فازی: کاربردهای متعدد و متفاوتی از تحلیل پوششی داده‌ها در بیشتر کشورها برای ارزیابی عملکرد نهادها و انواع فعالیت‌های رایج وجود دارد. فرض حاکم بر DEA آن است که داده‌های ورودی و خروجی به‌طور قطعی مشخص شده باشند؛ اما در بسیاری از مسائل کاربردی داده‌هایی وجود دارد که نادقیق و مبهم‌اند و یا دانش درباره فرآیند تولید آنها نادقیق است، همین مسئله باعث ترکیب مدل‌های DEA با نظریه مجموعه‌های فازی شده است. در بین اعداد فازی، اعداد فازی LR به دلیل داشتن الگوهای مناسب و کارایی محاسباتی نقش ویژه‌ای دارند. در این قسمت مدل پیشنهادی برای نخستین بار با داده‌های فازی در سیستم‌های دو مرحله‌ای استفاده شده ارائه می‌شود.

فرض کنید n تا DMU برای ارزیابی وجود دارد و $\tilde{X}_0 = (\tilde{x}_{10}, \dots, \tilde{x}_{m0}) > 0$ ، $\tilde{Z}_0^{out} = (\tilde{z}_{10}^{out}, \dots, \tilde{z}_{k0}^{out}) > 0$ ، $\tilde{X}'_0 = (\tilde{x}'_{10}, \dots, \tilde{x}'_{h0}) > 0$ و $\tilde{Y}_0 = (\tilde{y}_{10}, \dots, \tilde{y}_{s0}) > 0$ را به ترتیب بردار ورودی فازی، بردار خروجی مجزای فازی مرحله ۱، بردار حاصل میانی فازی، بردار ورودی مجزای فازی مرحله ۲، بردار خروجی فازی از DMU_0 تعریف شده است؛ یعنی ورودی‌ها و خروجی‌ها تقریبی هستند.

آگاروال^{۱۲} در سال ۲۰۱۴ مدل DEA را برای اندازه‌گیری کارایی DMUها با ورودی‌ها و خروجی‌های فازی ارائه کرد. در این قسمت مدل آگاروال برای تعیین بازده به مقیاس فرآیند تولید دو مرحله‌ای تعمیم داده شده است؛ بنابراین مدل مجموع وزن دار فازی برای مرحله نخست به وسیله مسئله برنامه‌ریزی خطی فازی (LPP) به صورت رابطه ۴ است.

$$E_{10} = \max \frac{\sum_{d=1}^D \eta_{do} \tilde{z}_{do}^{in} + \sum_{k=1}^K u'_k \tilde{z}_{ko}^{out} + w_0^1}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{io}} \quad (4)$$

$$s. t. \frac{\sum_{d=1}^D \eta_{do} \tilde{z}_{dj}^{in} + \sum_{k=1}^K u'_k \tilde{z}_{kj}^{out} + w_0^1}{\sum_{i=1}^m v_i \tilde{x}_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n;$$

$$\eta_d, v_i, u'_k \geq \varepsilon, \quad d = 1, \dots, D; \quad i = 1, \dots, m; \quad k = 1, \dots, K;$$

$$w^1 \text{ free in sign};$$

در مدل شامل پارامترهای فازی، ارزیابی مقدار کارایی به صورت فازی تعیین می‌شود. فرض کنید $S(\tilde{x}_{ij})$ در $S(\tilde{z}_{kj}^{out})$ و $S(\tilde{z}_{dj}^{in})$ به ترتیب تکیه‌گاه \tilde{x}_{ij} ، \tilde{z}_{dj}^{in} و \tilde{z}_{kj}^{out} باشند. α برش \tilde{x}_{ij} ، \tilde{z}_{dj}^{in} و \tilde{z}_{kj}^{out} به صورت رابطه ۵ تعریف می‌شود.

$$(x_{ij})_\alpha = \{x_{ij} \in S(\tilde{x}_{ij}); \mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}) \geq \alpha\}, \quad \forall i, j. \quad (5)$$

$$(z_{dj}^{in})_\alpha = \{z_{dj}^{in} \in S(\tilde{z}_{dj}^{in}); \mu_{\tilde{z}_{dj}^{in}}(z_{dj}^{in}) \geq \alpha\}, \quad \forall d, j.$$

$$(z_{kj}^{out})_\alpha = \{z_{kj}^{out} \in S(\tilde{z}_{kj}^{out}); \mu_{\tilde{z}_{kj}^{out}}(z_{kj}^{out}) \geq \alpha\} \quad \forall k, j.$$

ورودی‌ها و خروجی‌ها را می‌توان به وسیله سطح مختلف بازه اطمینان با α برش نشان داد. مدل مجموع وزن دار فازی به یک دسته از مدل‌های DEA موجود را با α برش‌های متفاوت $\{(x_{ij})_\alpha | 0 < \alpha \leq 1\}$ ، $\{(z_{dj}^{in})_\alpha | 0 < \alpha \leq 1\}$ و $\{(z_{kj}^{out})_\alpha | 0 < \alpha \leq 1\}$ تبدیل می‌شود؛ زیرا $(x_{ij})_\alpha$ ، $(z_{dj}^{in})_\alpha$ و $(z_{kj}^{out})_\alpha$ مجموعه‌های موجود دارند. براساس اصل گسترش لطفی‌زاده (۱۹۷۸)، تابع عضویت کارایی ۰امین DMU مرحله نخست به صورت رابطه ۶ تعریف می‌شود.

$$\mu_{\tilde{E}_{10}}(z) = \sup_{x,y} \min \{ \mu_{\tilde{x}_{ij}}(x_{ij}), \mu_{\tilde{z}_{dj}^{in}}(z_{dj}^{in}), \mu_{\tilde{z}_{kj}^{out}}(z_{kj}^{out}) \quad \forall i, d, k \} \quad (6)$$

جایی که $E_{10}(x, z^{in}, z^{out})$ کارایی DMU_0 با مدل مجموع وزن دار می‌باشد. تابع عضویت $\mu_{\tilde{E}_{10}}$ می‌تواند توسط α برش‌های \tilde{E}_{10} ساخته شود. بنابراین مدل (۷) با توجه به α برش‌های \tilde{E}_{10} و پس از تبدیلات چارنر و کوپر بصورت زیر تبدیل می‌شود:

$$(E_{10})_\alpha^L = \max \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{in})_\alpha^L + \sum_{k=1}^K u'_k (z_{ko}^{out})_\alpha^L + w_0^{1L} \quad (7)$$

$$s. t. \sum_{i=1}^m v_i (x_{io})_\alpha^U = 1,$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{in})_\alpha^L + \sum_{k=1}^K u'_k (z_{ko}^{out})_\alpha^L - \sum_{i=1}^m v_i (x_{io})_\alpha^U + w_0^{1L} \leq 0,$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{dj}^{in})_\alpha^U + \sum_{k=1}^K u'_k (z_{kj}^{out})_\alpha^U - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij})_\alpha^L + w_0^{1L} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n; \quad j \neq 0$$

$$\eta_d, v_i, u'_k \geq \varepsilon, \quad d = 1, \dots, D; \quad i = 1, \dots, m; \quad k = 1, \dots, K;$$

$$w^1 \text{ free in sign}$$

$$(E_{10})_{\alpha}^U = \text{Max} \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{\text{in}})_{\alpha}^U + \sum_{k=1}^K u'_k (z_{ko}^{\text{out}})_{\alpha}^U + w_0^{1U} \quad (8)$$

$$\text{s. t.} \sum_{i=1}^m v_i (x_{io})_{\alpha}^L = 1,$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{\text{in}})_{\alpha}^U + \sum_{k=1}^K u'_k (z_{ko}^{\text{out}})_{\alpha}^U - \sum_{i=1}^m v_i (x_{io})_{\alpha}^L + w_0^{1U} \leq 0,$$

$$\sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{dj}^{\text{in}})_{\alpha}^L + \sum_{k=1}^K u'_{ko} (z_{kj}^{\text{out}})_{\alpha}^L - \sum_{i=1}^m v_{io} (x_{ij})_{\alpha}^U + w_0^{1U} \leq 0, j = 1, \dots, n; j \neq o$$

$$h_d, v_i, u'_k \geq \varepsilon, \quad d = 1, \dots, D; \quad i = 1, \dots, m; \quad k = 1, \dots, K;$$

w_0^{1U} free in sign;

همچنین مدل (۳)، کارایی در مرحله ۲ با داده‌های فازی به صورت مدل (۹) است.

$$(E_{20})_{\alpha}^L = \text{Max} \sum_{r=1}^s u_{ro} (y_{ro})_{\alpha}^L + w_0^{2L} \quad (9)$$

$$\text{s. t.} \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{\text{in}})_{\alpha}^U + \sum_{h=1}^H v'_{ho} (x'_{ho})_{\alpha}^U = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_{ro} (y_{ro})_{\alpha}^L - \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{\text{in}})_{\alpha}^U + \sum_{h=1}^H v'_{ho} (x'_{ho})_{\alpha}^U + w_0^{2L} \leq 0,$$

$$\sum_{r=1}^s u_{ro} (y_{rj})_{\alpha}^U - \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{dj}^{\text{in}})_{\alpha}^L + \sum_{h=1}^H v'_{ho} (x'_{hj})_{\alpha}^L + w_0^{2L} \leq 0, j = 1, \dots, n; j \neq o$$

$$\eta_d, v'_i, u_r \geq 0, \quad d = 1, \dots, D; \quad i = 1, \dots, m; \quad r = 1, \dots, s;$$

w_0^{2L} free in sign;

برای محاسبه کارایی مرحله دوم مانند روند مرحله نخست طی شده است تا کارایی مرحله دوم به صورت رابطه ۱۰ به دست بیاید.

$$(E_{20})_{\alpha}^U = \text{Max} \sum_{r=1}^s u_{ro} (y_{ro})_{\alpha}^U + w_0^{2U} \quad (10)$$

$$\text{s. t.} \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{\text{in}})_{\alpha}^L + \sum_{h=1}^H v'_{ho} (x'_{ho})_{\alpha}^L = 1,$$

$$\sum_{r=1}^s u_{ro} (y_{ro})_{\alpha}^U - \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{do}^{\text{in}})_{\alpha}^L + \sum_{h=1}^H v'_{ho} (x'_{ho})_{\alpha}^L + w_0^{2U} \leq 0,$$

$$\sum_{r=1}^s u_{ro} (y_{rj})_{\alpha}^L - \sum_{d=1}^D \eta_{do} (z_{dj}^{\text{in}})_{\alpha}^U + \sum_{h=1}^H v'_{ho} (x'_{hj})_{\alpha}^U + w_0^{2U} \leq 0, j = 1, \dots, n; j \neq o$$

$$\eta_d, v'_i, u_r \geq 0, \quad d = 1, \dots, D; \quad i = 1, \dots, m; \quad r = 1, \dots, s;$$

w_0^{2U} free in sign;

تعریف ۲. اگر هر $(E_o)_{\alpha}^L = (E_o)_{\alpha}^U = 1$ ، آنگاه DMU_o کارا است.

تعریف ۳. فرض کنید DMU_o مشاهده شده کارای DEA است و ورودی اولیه تغییرات بهین را می‌گیرد؛ پس برای بازده به مقیاس مراحل با داده‌های فازی

اگر w_0^L و $w_0^U > 0$ ، فرآیند تولید در وضعیت RTS افزایشی است.

اگر w_0^L و $w_0^U < 0$ ، فرآیند تولید در وضعیت RTS کاهشی است.

به جز حالت (a) و (b)، فرآیند تولید در وضعیت RTS ثابت است.

بیان نتایج و تجزیه و تحلیل

کارایی و بازده به مقیاس صنایع شیمیایی رزین ایران: امروزه میلیون‌ها تن مواد شیمیایی به هوا منتشر می‌شود. مقدار زیادی از مواد شیمیایی به وسیله شرکت‌های تولید رزین منتشر می‌شود. زنجیره تأمین پایدار، مدیریت جریان مواد، اطلاعات، سرمایه و ارتباط بین شرکت‌ها در طول زنجیره تأمین همراه با یکپارچه‌سازی اهداف از تمام ابعاد سه‌گانه پایدار (اقتصادی، زیست‌محیطی و اجتماعی) را که برگرفته از نیازهای مشتریان و ذی‌نفعان است، مدنظر قرار می‌دهد. در زنجیره تأمین پایدار، این اعضا هستند که معیارهای اجتماعی و زیست‌محیطی را به کار می‌گیرند تا بتوانند در طول زنجیره تأمین باقی بمانند، در عین حال، انتظار می‌رود رقابت‌مندی از طریق پاسخگویی به نیازمندی‌های مشتری و معیارهای اقتصادی مرتبط حفظ شود. برای اندازه‌گیری پایداری و افزایش عملکرد شرکت‌های تولید رزین، در این مقاله، ۲۷ شرکت ایرانی (DMUها) که از مقاله خداکرمی و همکاران (۲۰۱۵) استخراج شده در نظر گرفته شده است. جدول ۱ عوامل استفاده‌شده در زمینه^۳ SCM را نشان می‌دهد. در این حالت، یک زنجیره تأمین دو مرحله‌ای، بخش عرضه (مرحله ۱) و بخش تولیدکننده (مرحله ۲) در نظر گرفته شده است. ورودی‌ها در مرحله عرضه، هزینه سالانه، گردش مالی سالانه پرسنل و هزینه‌های زیست‌محیطی هستند.

جدول ۱- عوامل مؤثر در ارزیابی

| عوامل | نماد | تعریف |
|--------------------------|----------|---|
| ورودی‌ها | x_{1j} | هزینه سالانه |
| | x_{2j} | گردش مالی سالانه پرسنل |
| | x_{3j} | هزینه‌های زیست محیطی |
| ورودی‌ها/خروجی‌های واسطه | z_{1j} | تعداد محصولات از منبع برای تولیدکننده |
| | z_{2j} | هزینه مشارکت در برنامه‌های تولید سبز |
| خروجی‌ها | y_{1j} | تعداد پرسنل آموزش‌دیده در زمینه‌های کار، ایمنی و بهداشت |
| | y_{2j} | تعداد محصولات سبز |
| | y_{3j} | درآمد |

ورودی‌ها/خروجی‌های واسطه هزینه مشارکت در برنامه‌های تولید سبز و تعداد محصولات تأمین‌کننده برای تولید و خروجی‌های مرحله تولید، تعداد پرسنل آموزش‌دیده در زمینه‌های کار، ایمنی و بهداشت، تعداد محصولات سبز و درآمد هستند.

داده‌ها شامل ۲۷ تا DMU است و در جدول ۲ آورده شده است. همچنین ساختار دو مرحله‌ای بررسی شده M4 است. مدل‌های پژوهش حاضر با نرم افزار Matlab و با جعبه ابزار بهینه‌سازی حل شده است. جدول ۳ نتایج به دست آمده بعد از حل مدل‌های (۲)، (۳) و (۶) را نشان می‌دهد. کارایی و بازده به مقیاس مراحل و فرآیند تولید کل، بدون ورودی‌ها و خروجی‌های مجزا در این جدول نشان داده شده است.

با استفاده از مدل (۳)، شرکت‌های ۲۷، ۲۳، ۲۲، ۱۹، ۱۸، ۱۷، ۱۳، ۱۰، ۶، ۴، ۳ و ۲ در مرحله ۱ روی مرز کارا هستند و $\theta_0^* = 1$ است؛ به عبارت دیگر شرکت‌های آذر رزین، پکا شیمی، بنیان کالا، رنگ سحر، البرز چلیک، شیمی فجر، درس شیمی، صنایع شیمیایی، شرکت رنگ آور، پارس، پیک شیمی و رزین نیکو در مرحله نخست زنجیره تأمین کارایی تکنیکی هستند و فرآیند برنامه‌ریزی، اجرا و کنترل عملیات مرتبط با زنجیره تأمین در

بهینه‌ترین حالت ممکن انجام شده است؛ درحالی‌که براساس مدل ۳، شرکت‌های ۲۳، ۲۱، ۱۹، ۱۸، ۱۳، ۱۱، ۱۰، ۷ و ۵ در مرحله ۲ روی مرز کارا و $\theta_0^* = 1$ که کارای تکنیکی بودن در مرحله دوم را برای این DMUها نشان می‌دهد. دیگر DMUها در مرحله ۲ ناکارا و دارای $\theta_0^* < 1$ (که همان ناکارای تکنیکی برای این DMUها است) هستند. براساس تعریف ۱، شرکت‌های ۲۳، ۱۹، ۱۸، ۱۳ و ۱۰ در هر دو مرحله کارا هستند (یعنی $\theta_0^{1*} = \theta_0^{2*} = 1$)؛ بنابراین فرآیند تولید دومرحله‌ای در این DMUها کارای DEA شبکه‌ای است که با حل مدل (۳) و $\theta_0^* = 1$ صدق می‌کند. شرکت‌های (البرز چلیک، شیمی فجر، صنایع شیمیایی، شرکت رنگ‌آور و پیک شیمی) مدیریت و هماهنگ‌سازی جریان مواد بین چندین سازمان و در درون سازمان را در بهینه‌ترین حالت و با رعایت مسائل زیست‌محیطی انجام داده‌اند.

جدول ۲- مجموعه داده‌ها

| خروجی‌ها | | | داده‌های میانی | | ورودی‌ها | | | DMU | |
|-------------------|----------|----------|-------------------|----------|-------------------|----------|-------------------|---------------|----|
| y_{2j} (1000)\$ | y_{1j} | y_{2j} | z_{2j} (1000)\$ | z_{1j} | x_{3j} (1000)\$ | x_{2j} | x_{1j} (1000)\$ | | |
| ۴۷۶۰ | ۵ | ۱۵۸ | ۱۴۵ | ۸ | ۱۱۷ | ۰/۲ | ۲۹۸۲ | آریا رزین | ۱ |
| ۳۲۴۰ | ۵ | ۱۹۱ | ۱۳۵ | ۶ | ۱۰۱ | ۰/۵ | ۲۶۸۴ | آذر رزین | ۲ |
| ۴۸۵۰ | ۹ | ۲۱۷ | ۲۱۳ | ۱۱ | ۸۴ | ۰/۱۵ | ۳۷۵۳ | پکا شیمی | ۳ |
| ۴۱۹۰ | ۱۳ | ۲۹۵ | ۱۵۲ | ۹ | ۱۲۱ | ۰/۱ | ۲۹۶۱ | بنیان کالا | ۴ |
| ۴۷۱۰ | ۷ | ۳۳۷ | ۱۳۹ | ۵ | ۱۱۶ | ۰/۳۵ | ۲۷۸۹ | پارس شیمی | ۵ |
| ۴۵۱۰ | ۸ | ۲۶۳ | ۹۱ | ۱۴ | ۱۳۵ | ۰/۶ | ۲۹۵۱ | رنگ سحر | ۶ |
| ۴۹۳۰ | ۱۳ | ۳۳۸ | ۱۵۳ | ۸ | ۱۷۴ | ۰/۲ | ۲۸۵۶ | تابا پوشش | ۷ |
| ۴۳۵۰ | ۱۱ | ۱۹۴ | ۱۷۵ | ۱۱ | ۱۳۲ | ۰/۴۵ | ۲۶۵۴ | پاکسان | ۸ |
| ۴۱۳۰ | ۴ | ۱۷۲ | ۹۷ | ۷ | ۱۱۰ | ۰/۲ | ۲۹۲۱ | کرین اسید | ۹ |
| ۳۸۶۰ | ۳ | ۳۸۷ | ۶۴ | ۱۰ | ۹۸ | ۰/۷ | ۲۷۲۳ | البرز چلیک | ۱۰ |
| ۵۱۵۷ | ۶ | ۴۱۹ | ۱۴۲ | ۱۱ | ۱۶۴ | ۰/۵ | ۳۹۷۵ | شیمی مبین | ۱۱ |
| ۴۲۳۰ | ۹ | ۴۷۶ | ۱۱۸ | ۷ | ۱۳۵ | ۰/۶۵ | ۱۸۵۵ | شیمی مارون | ۱۲ |
| ۵۹۷۰ | ۱۰ | ۱۱۷ | ۱۶۴ | ۱۳ | ۱۳۹ | ۰/۳ | ۴۱۸۶ | شیمی فجر | ۱۳ |
| ۳۳۷۰ | ۶ | ۲۱۸ | ۱۴۳ | ۷ | ۱۱۲ | ۰/۲ | ۲۷۷۴ | شیمی لاله | ۱۴ |
| ۴۶۷۰ | ۵ | ۱۷۶ | ۱۱۵ | ۹ | ۱۷۶ | ۰/۴۵ | ۲۶۵۷ | خوش و kcc | ۱۵ |
| ۵۱۱۰ | ۱۲ | ۱۹۷ | ۱۷۸ | ۱۲ | ۱۶۱ | ۰/۵ | ۳۸۵۲ | رنگ آفرین | ۱۶ |
| ۴۸۴۰ | ۹ | ۴۲۳ | ۱۲۶ | ۸ | ۹۵ | ۰/۱ | ۳۷۵۸ | درسا شیمی | ۱۷ |
| ۵۷۱۰ | ۱۲ | ۲۵۹ | ۱۱۴ | ۱۵ | ۱۵۳ | ۰/۳ | ۳۹۸۴ | ص. شیمیایی | ۱۸ |
| ۴۳۸۰ | ۹ | ۱۱۰ | ۸۹ | ۱۱ | ۷۶ | ۰/۵۵ | ۳۶۵۶ | ش. رنگ‌آور | ۱۹ |
| ۳۸۵۰ | ۶ | ۷۳ | ۱۳۵ | ۷ | ۲۴۱ | ۰/۶ | ۲۸۱۴ | رنگ ایران | ۲۰ |
| ۵۶۵۰ | ۵ | ۱۹۸ | ۸۴ | ۹ | ۱۳۵ | ۰/۴ | ۳۸۸۱ | کیمیا پتروماد | ۲۱ |
| ۴۱۴۰ | ۶ | ۳۳۱ | ۱۲۴ | ۶ | ۹۲ | ۰/۱ | ۳۱۷۵ | گ. غ پارس | ۲۲ |
| ۴۴۷۰ | ۸ | ۵۷۸ | ۹۷ | ۷ | ۱۶۸ | ۰/۵ | ۷۴۶ | پیک شیمی | ۲۳ |
| ۳۷۵۰ | ۵ | ۱۱۴ | ۱۱۹ | ۸ | ۱۱۴ | ۰/۲ | ۲۶۶۷ | فام رزین | ۲۴ |
| ۴۱۸۰ | ۹ | ۱۳۵ | ۱۴۲ | ۱۱ | ۱۳۹ | ۰/۶۵ | ۲۸۹۴ | درین شیمی | ۲۵ |
| ۴۴۶۰ | ۷ | ۲۳۸ | ۱۳۶ | ۹ | ۱۷۵ | ۰/۵ | ۳۶۵۱ | شن پارس | ۲۶ |
| ۴۲۹۰ | ۱۲ | ۱۹۴ | ۱۵۷ | ۱۳ | ۱۳۱ | ۰/۱ | ۱۹۵۶ | رزین نیکو | ۲۷ |

سه ستون سمت چپ جدول ۳، مقادیر w_0^{1*} و RTS مرحله ۱ را با توجه به قضیه ۱ نشان می‌دهد. DMUهای ۶ و ۲۲ را در نظر بگیرید؛ این دو DMU طبق کارای تکنیکی بودن در مرحله نخست به ترتیب دارای بازده به مقیاس IRS, DRS هستند. همچنین ستون ششم، مقادیر w_0^{2*} ، RTS مرحله ۲ را طبق قضیه ۲ نشان می‌دهد.

جدول ۳- نتایج به دست آمده از مدل ۳

| کل | | | مرحله ۲ | | مرحله ۱ | | کارایی | | | DMU |
|-----|------------|------------|---------|------------|---------|------------|--------------|-----------------|-----------------|-----|
| RTS | w_0^{2*} | w_0^{1*} | RTS | w_0^{2*} | RTS | w_0^{1*} | θ_0^* | θ_0^{2*} | θ_0^{1*} | |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۹۰۵ | ۰/۷۹۰ | ۰/۹۰۹ | ۱ |
| - | - | - | - | - | IRS | ۰/۹۴۲۵ | ۰/۹۵۰ | ۰/۹۱۸ | ۱/۰۰۰ | ۲ |
| - | - | - | - | - | DRS | -۳۱۵/۱ | ۰/۸۶۴ | ۰/۶۱۴ | ۱/۰۰۰ | ۳ |
| - | - | - | - | - | IRS | ۰/۶۱۸۲ | ۱/۰۰۰ | ۰/۹۹۸ | ۱/۰۰۰ | ۴ |
| - | - | - | DRS | -۵/۰۲ | - | - | ۰/۹۳۸ | ۱/۰۰۰ | ۰/۹۲۵ | ۵ |
| - | - | - | - | - | DRS | -۲/۵۰۷۰ | ۰/۹۸۰ | ۰/۹۷۴ | ۱/۰۰۰ | ۶ |
| - | - | - | DRS | -۳۳۹ | - | - | ۰/۸۶۷ | ۱/۰۰۰ | ۰/۷۲۶ | ۷ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۸۷۹ | ۰/۷۲۷ | ۰/۹۵۴ | ۸ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۹۴۵ | ۰/۹۹۲ | ۰/۹۴۳ | ۹ |
| IRS | ۰/۰۲۸۸ | ۰/۹۳۴۷ | IRS | ۰/۰۲۱ | IRS | ۰/۸۷۳۵ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱۰ |
| - | - | - | DRS | -۶۴۰ | - | - | ۰/۸۳۳ | ۱/۰۰۰ | ۰/۶۶۲ | ۱۱ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۹۷۴ | ۰/۹۸۴ | ۰/۹۷۴ | ۱۲ |
| DRS | -۱۰۴ | -۰/۹۹۶ | DRS | -۴۵۶ | DRS | -۴۴۲/۸ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱۳ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۹۳۶ | ۰/۸۲۶ | ۰/۹۵۹ | ۱۴ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۷۵۱ | ۰/۸۱۷ | ۰/۷۳۱ | ۱۵ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۷۵۰ | ۰/۷۷۵ | ۰/۶۹۴ | ۱۶ |
| - | - | - | - | - | IRS | ۰/۸۳۷۸ | ۰/۹۵۰ | ۰/۹۴۹ | ۱/۰۰۰ | ۱۷ |
| DRS | -۶۷۵ | -۰/۸۲ | DRS | -۶۸۹ | DRS | -۳۵۰/۲ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱۸ |
| CRS | ۰/۰۱۰۳ | -۰/۸۵ | IRS | ۰/۲۸۶ | DRS | -۰/۷۵۱۷ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱۹ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۵۸۲ | ۰/۸۵۴ | ۰/۵۸۰ | ۲۰ |
| - | - | - | DRS | -۱۷/۴۶ | - | - | ۰/۷۴۷ | ۱/۰۰۰ | ۰/۷۳۸ | ۲۱ |
| - | - | - | - | - | IRS | ۰/۹۳۹۸ | ۰/۹۸۴ | ۰/۹۷۰ | ۱/۰۰۰ | ۲۲ |
| CRS | -۴۴۰ | ۰/۸۹۵ | DRS | -۲۲۹ | IRS | ۰/۶۴۳۹ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۱/۰۰۰ | ۲۳ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۹۵۳ | ۰/۸۳۸ | ۰/۹۶۳ | ۲۴ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۸۱۷ | ۰/۷۲۵ | ۰/۸۲۸ | ۲۵ |
| - | - | - | - | - | - | - | ۰/۶۵۴ | ۰/۷۴۷ | ۰/۶۵۰ | ۲۶ |
| - | - | - | - | - | DRS | -۸۶/۳۲ | ۰/۸۷۵ | ۰/۸۱۷ | ۱/۰۰۰ | ۲۷ |

برای مثال برای DMUهای کارای تکنیکی (۵،۷) در مرحله ۲ بازده به مقیاس DMUها به ترتیب (DRS, DRS) هستند. از طرفی بنا بر تعریف ۱ و قضیه ۳ برای DMUهای کارای شبکه‌ای مانند (۱۹، ۱۸، ۱۰) بازده به مقیاس به ترتیب (IRS, DRS, CRS) است. در این DMUها هر مضربی از ورودی‌ها همان مضرب از خروجی‌ها (CRS)، کمتر از آن (DRS)، و بیشتر از آن (IRS) را در خروجی‌ها تولید می‌کند.

برای بررسی کارایی با داده‌های فازی، داده‌های ۲۷ شرکت تولید رزین با فرآیند دومرحله‌ای مطابق جدول ۴، با داده‌های فازی با توابع عضویت مثلثی را در نظر بگیرید.

جدول ۴- مجموعه داده‌های فازی شرکت‌های تولید رزین ایران

| خروجی‌ها | | خروجی‌ها/ورودی‌های واسطه | | | ورودی‌ها | | DMU آریا رزین |
|--------------------|----------------|--------------------------|--------------------|----------------|--------------------|------------------|------------------|
| y_{2j} (۱۰۰۰) \$ | y_{2j} | y_{1j} | z_{2j} (۱۰۰۰) \$ | z_{1j} | x_{3j} (۱۰۰۰) \$ | x_{2j} | |
| [۴۰۴۶,۴۷۶۰,۵۴۷۰] | [۴/۳,۵,۵/۸] | [۱۳۴,۱۵۸,۱۸۱] | [۱۲۰,۱۴۵,۱۶۷] | [۶/۶,۸,۹/۲] | ۱۱۷ | [۰/۱۶,۰/۲,۰/۲۳] | [۲۵۸۲,۲۹۸۲,۳۴۲۹] |
| [۲۷۵۴,۳۲۴۰,۳۷۲۹] | ۵ | [۱۶۲,۱۹۱,۲۱۹] | [۱۱۴,۱۳۵,۱۵۳] | [۵,۶,۷/۹] | [۸۸,۱۰۱,۱۱۶] | ۰/۵ | [۲۲۸۱,۲۶۸۴,۳۰۸۷] |
| [۴۱۲۳,۴۸۵۰,۵۵۷۹] | [۷/۵,۹,۱۰/۳] | [۱۸۴,۲۱۷,۲۴۹] | [۱۸۱,۲۱۳,۲۴۸] | ۱۱ | ۸۴ | [۰/۱۴,۰/۱۵,۰/۱۶] | [3253,3753,4316] |
| ۴۱۹۰ | [۱۱,۱۳,۱۴/۸] | [۲۵۲,۲۹۵,۳۳۹] | [۱۲۹,۱۵۲,۱۷۱] | [۷/۵,۹,۱۰/۳] | [۱۰۵,۱۲۱,۱۳۹] | [۰/۰۹,۰/۱,۰/۱۱] | ۲۹۶۱ |
| [۴۰۰۰,۴۷۱۰,۵۴۱۶] | [۶/۱,۷,۸/۲] | [۲۸۶,۳۳۷,۳۸۶] | [۱۱۸,۱۳۹,۱۵۷] | [۴/۲,۵,۵/۹] | [۱۰۰,۱۱۶,۱۳۳] | [۰/۲۹,۰/۳۵,۰/۴] | [۲۳۷۱,۲۷۸۹,۳۲۰۷] |
| ۴۵۱۰ | ۸ | [۲۲۴,۲۶۳,۳۰۰] | [۷۷,۹۱,۱۰۷] | [۱۱/۹,۱۴,۱۶] | ۱۳۵ | [۰/۵,۰/۶,۰/۶۹] | [۲۵۱۱,۲۹۵۱,۳۳۹۴] |
| [۴۱۹۰,۴۹۳۰,۴۹۶۹] | [۱۱,۱۳,۱۴/۸] | ۳۳۸ | [۱۳۲,۱۵۳,۱۷۵] | [۶/۶,۸,۹/۱] | [۱۵۰,۱۷۴,۲۰۴] | [۰/۱۷,۰/۲,۰/۲۲] | [۲۴۵۶,۲۸۵۶,۳۲۸۴] |
| [۳۶۹۹,۴۳۵۰,۵۰۰۰] | [۹/۳,۱۱,۱۲/۵] | [۱۶۴,۱۹۴,۲۲۳] | [۱۴۸,۱۷۵,۲۰۴] | [۹/۲,۱۱,۱۲/۶] | [۱۱۰,۱۳۲,۱۵۰] | [۰/۳,۰/۴۵,۰/۵] | [۲۲۵۶,۲۶۵۴,۳۰۵۴] |
| [۳۵۱۱,۴۱۳۰,۴۷۴۹] | ۴ | [۱۴۶,۱۷۲,۱۹۷] | [۸۲,۹۷,۱۱۳] | [۶/۲,۷,۸] | [۹۰,۱۱۰,۱۲۷] | [۰/۱۶,۰/۲,۰/۲۱] | [۲۴۸۰,۲۹۲۱,۳۳۵۹] |
| [۳۲۸۵,۳۸۶۰,۴۴۳۹] | [۲/۵,۳,۳/۴] | [۳۳۱,۳۸۷,۴۴۵] | [۵۴,۶۴,۷۴] | [۸/۵,۱۰,۱۲] | ۹۸ | ۰/۷ | ۲۷۲۳ |
| [۴۳۸۵,۵۱۵۷,۵۹۳۰] | ۶ | [۳۵۶,۴۱۹,۴۸۱] | [۱۲۰,۱۴۲,۱۶۵] | [۹/۳,۱۱,۱۲/۵] | [۱۳۹,۱۶۴,۱۸۵] | [۰/۴۱,۰/۵,۰/۵۷] | [۳۳۸۵,۳۹۷۵,۴۵۷۱] |
| [۳۵۹۶,۴۲۳۰,۴۸۶۰] | [۷/۶,۹,۱۰/۵] | [۴۰۴,۴۷۶,۵۴۷] | [۱۰۰,۱۱۸,۱۳۷] | [۶,۷,۸] | ۱۳۵ | [۰/۵۶,۰/۶۵,۰/۷۴] | [۱۵۷۷,۱۸۵۵,۲۱۳۳] |
| [۵۰۷۵,۵۹۷۰,۶۸۶۵] | [۸,۱۰,۱۱/۵] | ۱۱۷ | [۱۳۹,۱۶۴,۱۹۰] | [۱۱/۱,۱۳,۱۵/۲] | [۱۱۹,۱۳۹,۱۶۳] | [۰/۲۷,۰/۳۰,۰/۳۶] | [۳۵۶۰,۴۱۸۶,۴۴۱۴] |
| [۲۸۶۵,۳۳۷۰,۳۸۸۰] | [۵/۲,۶,۷] | [۱۸۵,۲۱۸,۲۵۰] | [۱۲۲,۱۴۳,۱۶۵] | ۷ | ۱۱۲ | [۰/۱۶,۰/۲,۰/۲۳] | ۲۷۷۴ |
| ۴۶۷۰ | [۴/۲,۵,۵/۷] | [۱۵۰,۱۷۶,۲۰۰] | [۹۷,۱۱۵,۱۳۴] | [۷/۶,۹,۱۰/۲] | ۱۷۶ | [۰/۴,۰/۴۵,۰/۵۲] | [۲۲۵۹,۲۶۵۷,۳۰۵۶] |
| [۴۳۴۴,۵۱۱۰,۵۸۷۶] | ۱۲ | [۱۶۷,۱۹۷,۲۲۶] | [۱۵۱,۱۷۸,۲۰۳] | [۱۰/۲,۱۲,۱۴] | [۱۳۷,۱۶۱,۱۸۵] | [۰/۴۱,۰/۵,۰/۵۷] | [۳۲۷۴,۳۸۵۲,۴۴۲۵] |
| [۴۱۱۴,۴۸۴۰,۵۵۷۰] | [۷/۴,۹,۱۰/۳] | ۴۲۳ | [۱۰۷,۱۲۶,۱۴۶] | [۶/۷,۸,۹/۲] | [۸۰,۹۵,۱۰۹] | [۰/۰۸,۰/۱,۰/۱۱] | [۳۱۹۰,۳۷۵۸,۴۳۲۲] |
| [۴۸۵۴,۵۷۱۰,۶۵۶۶] | [۱۰/۲,۱۲,۱۳/۹] | [۲۲۰,۲۵۹,۲۹۷] | ۱۱۴ | [۱۲/۶,۱۵,۱۷/۲] | [۱۴۰,۱۵۳,۱۷۶] | [۰/۲۵,۰/۳۰,۰/۳۴] | ۳۹۸۴ |
| ۴۳۸۰ | [۷/۷,۹,۱۰/۵] | [۹۳,۱۱۰,۱۲۶] | [۷۶,۸۹,۱۰۱] | [۹/۴,۱۱,۱۲/۵] | [۶۲,۷۶,۸۷] | ۰/۵۵ | [۳۱۰۸,۳۶۵۶,۴۲۰۴] |
| [۳۲۷۳,۳۸۵۰,۴۴۲۷] | [۵/۲,۶,۷/۹] | ۷۳ | [۱۱۴,۱۳۵,۱۵۵] | [۶/۲,۷,۸] | ۲۴۱ | [۰/۵,۰/۶,۰/۷۲] | [۲۴۱۴,۲۸۱۴,۳۲۳۶] |
| [۴۸۰۳,۵۶۵۰,۶۵۰۰] | [۴/۲,۵,۵/۶] | [۱۶۸,۱۹۸,۲۲۷] | [۷۰,۸۴,۹۶] | [۷/۷,۹,۱۰/۵] | [۱۲۰,۱۳۵,۱۶۰] | [۰/۳۶,۰/۴۰,۰/۴۵] | ۳۸۸۱ |
| [۳۵۱۹,۴۱۴۰,۴۷۶۰] | ۶ | [۲۸۰,۳۳۱,۳۸۰] | [۱۰۵,۱۲۴,۱۴۲] | [۵/۱,۶,۷/۹] | [۷۵,۹۲,۱۰۶] | ۰/۱ | [۲۶۹۹,۳۱۷۵,۳۶۵۵] |
| ۴۴۷۰ | [۶/۵,۸,۹/۲] | [۴۹۱,۵۷۸,۶۶۴] | ۹۷ | ۷ | [۱۴۳,۱۶۸,۱۹۰] | [۰/۴۴,۰/۵۰,۰/۵۸] | [۶۳۵,۷۴۶,۸۵۸] |
| [۳۱۸۸,۳۷۵۰,۴۳۱۵] | [۴/۳,۵,۵/۸] | [۹۶,۱۱۴,۱۳۱] | [۱۰۰,۱۱۹,۱۳۶] | [۶/۷,۸,۹/۲] | ۱۱۴ | [۰/۱۸,۰/۲,۰/۲۴] | ۲۶۶۷ |
| ۴۱۸۰ | ۹ | ۱۳۵ | [۱۲۰,۱۴۲,۱۶۳] | [۹/۴,۱۱,۱۲/۶] | ۱۳۹ | [۰/۵۵,۰/۶۵,۰/۷۴] | [۲۴۶۰,۲۸۹۴,۳۳۳۰] |
| [۳۷۹۱,۴۴۶۰,۵۱۳۰] | [۶/۲,۷,۸] | [۲۰۲,۲۳۸,۲۷۳] | [۱۱۵,۱۳۶,۱۵۶] | [۷/۸,۹,۱۰/۳] | [۱۵۰,۱۷۵,۲۰۱] | [۰/۴۴,۰/۵۰,۰/۵۸] | ۳۶۵۱ |
| [۳۶۷۴,۴۲۹۰,۴۹۳۵] | [۱۰/۳,۱۲,۱۳/۸] | [۱۶۴,۱۹۴,۲۲۳] | [۱۳۳,۱۵۷,۱۸۰] | [۱۱,۱۳,۱۴/۹] | [۱۱۰,۱۳۱,۱۵۱] | ۰/۱ | [۱۶۶۶,۱۹۵۶,۲۲۴۹] |

حداقل و حداکثر کارایی $[(E_0)_\alpha^L, (E_0)_\alpha^U]$ برای $\alpha = 0/2$ و $\alpha = 0/8$ با مدل‌های ۷، ۸، ۹، ۱۰ محاسبه شده است. جدول ۵ و ۶ نتایج کارایی و بازده به مقیاس شرکت‌ها را به‌زاء $\alpha = 0/2$ و $\alpha = 0/8$ نشان می‌دهد. امتیازات کارایی فازی اطلاعات مفیدتری دارند؛ زیرا α برش E_0 امتیاز کارایی در سطح خاص α را نشان می‌دهد. در جدول ۵، محدوده امتیاز کارایی شرکت ۸ (شرکت پاکسان) در مرحله نخست با $\alpha = 0/2$ ، برابر بازه $[1/000, 1/000]$ است و این نشان می‌دهد مقدار کارایی شرکت ۸ عددی $0/6940$ و $1,0000$ است. شرکت‌های ۳، ۱۳، ۲۳ و ۲۷ (پکا شیمی، شیمی فجر، پیک شیمی، رزین نیکو) در مرحله نخست با $\alpha = 0/2$ ، حداقل و حداکثر امتیاز کارایی آنها $1/000$ است که باتوجه به تعریف ۲، کارا هستند. شرکت ۲۳ (شرکت پیک شیمی) باتوجه به تعریف ۳، چون $w_0^{1L} = 0/8357 > 0$ و $w_0^{1U} = 0/5738 > 0$ بنابراین دارای بازده به مقیاس افزایشی هستند.

در مرحله دوم شرکت‌های ۱۰ و ۲۱ (البرز چلیک، کیمیا پتروماد) با $\alpha = 0/2$ ، دارای حداقل و حداکثر امتیاز کارایی $[1/000, 1/000]$ هستند. بازده به مقیاس نیز در شرکت‌های ۱۰ و ۲۱ به ترتیب CRS, DRS است. شرکت ۲۲ با $\alpha = 0/2$ در مرحله نخست، حداقل و حداکثر امتیاز کارایی $[0/863, 1/000]$ را دارند؛ درحالی‌که با $\alpha = 0/8$ مقدار کارایی $[1/000, 1/000]$ دارد. همچنین بازده به مقیاس این شرکت، با داده‌های فازی در مرحله نخست باتوجه به تعریف ۳، IRS است.

جدول ۵- نتایج به دست آمده از مدل‌های ۷، ۸، ۹، ۱۰ با $\alpha = 0/2$

| RTS ₂ | | RTS ₁ | | | کارایی | | DMU | |
|------------------|------------------------------|------------------------------|-----|------------------------------|------------------------------|--|--------------------|--|
| RTS | w ₀ ^{2U} | w ₀ ^{2L} | RTS | w ₀ ^{1U} | w ₀ ^{1L} | $[(E_{20})_\alpha^L, (E_{20})_\alpha^U]$ | | $[(E_{10})_\alpha^L, (E_{10})_\alpha^U]$ |
| | | | | | | $[0/6091, 1/0000]$ | $[0/7495, 1/0000]$ | ۱ |
| | | | | | | $[0/7171, 1/0000]$ | $[0/8030, 1/0000]$ | ۲ |
| | | | DRS | -۲۲۴ | -۱۸/۸۲ | $[0/4533, 1/0000]$ | $[1/0000, 1/0000]$ | ۳ |
| | | | | | | $[0/6561, 1/0000]$ | $[0/8508, 1/0000]$ | ۴ |
| | | | | | | $[0/9263, 1/0000]$ | $[0/7294, 1/0000]$ | ۵ |
| | | | | | | $[0/7119, 1/0000]$ | $[0/6987, 0/8620]$ | ۶ |
| | | | | | | $[0/7127, 1/0000]$ | $[0/5627, 1/0000]$ | ۷ |
| | | | | | | $[0/4973, 1/0000]$ | $[0/6940, 1/0000]$ | ۸ |
| | | | | | | $[0/7942, 1/0000]$ | $[0/7356, 1/0000]$ | ۹ |
| CRS | -۳/۶۵ | 0/6894 | | | | $[1/0000, 1/0000]$ | $[0/9010, 1/0000]$ | ۱۰ |
| | | | | | | $[0/5465, 1/0000]$ | $[0/5185, 0/8875]$ | ۱۱ |
| | | | | | | $[0/7606, 1/0000]$ | $[0/8366, 0/8761]$ | ۱۲ |
| | | | DRS | -0/727 | -۱۳۰ | $[0/4824, 1/0000]$ | $[1/0000, 1/0000]$ | ۱۳ |
| | | | | | | $[0/6772, 0/9687]$ | $[0/8365, 1/0000]$ | ۱۴ |
| | | | | | | $[0/6493, 1/0000]$ | $[0/6179, 0/8541]$ | ۱۵ |
| | | | | | | $[0/5420, 1/0000]$ | $[0/5067, 1/0000]$ | ۱۶ |
| | | | | | | $[0/6852, 1/0000]$ | $[0/8778, 1/0000]$ | ۱۷ |
| | | | | | | $[0/8607, 1/0000]$ | $[0/7406, 1/0000]$ | ۱۸ |
| | | | | | | $[0/8361, 1/0000]$ | $[0/9660, 1/0000]$ | ۱۹ |
| | | | | | | $[0/6526, 1/0000]$ | $[0/4919, 1/0000]$ | ۲۰ |
| DRS | -۳۲۳ | -0/836 | | | | $[1/0000, 1/0000]$ | $[0/5993, 0/8046]$ | ۲۱ |
| | | | | | | $[0/7581, 1/0000]$ | $[0/8629, 1/0000]$ | ۲۲ |
| | | | IRS | -0/578 | -0/857 | $[0/9626, 1/0000]$ | $[1/0000, 1/0000]$ | ۲۳ |
| | | | | | | $[0/6640, 0/9818]$ | $[0/9015, 1/0000]$ | ۲۴ |
| | | | | | | $[0/5707, 0/9837]$ | $[0/6892, 1/0000]$ | ۲۵ |
| | | | | | | $[0/6060, 1/0000]$ | $[0/5366, 0/9910]$ | ۲۶ |
| | | | DRS | -۱۸/۳۴ | -۱/۵۶۷ | $[0/5347, 1/0000]$ | $[1/0000, 1/0000]$ | ۲۷ |

جدول ۶، نوع بازده به مقیاس شرکت‌های کارا در دومرحله را با $\alpha = 0/8$ نشان می‌دهد (حداقل و حداکثر امتیاز کارایی در شرکت کارا $[(E_{io})^L_\alpha, (E_{io})^U_\alpha] = [1/0000, 1/0000]$). بررسی‌ها نشان می‌دهد بیشتر DMU‌هایی که با مدل‌های برنامه‌ریزی خطی قطعی کارا هستند در مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی فازی کارایی خود را دارند. نتایج حاصل از مدل‌های قطعی و فازی، همگی بیانگر بهبود جواب بهینه مدل فازی نسبت به مدل قطعی بودند. همچنین شایان ذکر است مدل‌های ارائه‌شده در این مقاله، قابل تعمیم و کاربرد در سایر فرآیندها است.

جدول ۶- بازده به مقیاس واحدهای کارا با $\alpha = 0/8$

| RTS ₂ | | | | RTS ₁ | | | |
|------------------|------------------------------|------------------------------|-----|------------------|------------------------------|------------------------------|-----|
| RTS | w ₀ ^{2U} | w ₀ ^{2L} | DMU | RTS | w ₀ ^{1U} | w ₀ ^{1L} | DMU |
| CRS | -۳۲۶ | ۰/۰۸ | ۵ | DRS | -۳۰۱ | -۳۵۵ | ۳ |
| DRS | -۰/۳ | -۵۷۱ | ۷ | IRS | ۰/۶ | ۰/۹۴ | ۱۰ |
| DRS | -۴۴۰ | -۰/۲ | ۱۰ | DRS | -۳۱۲ | -۳۵۸ | ۱۸ |
| DRS | -۰/۳ | -۸۱۰ | ۱۸ | CRS | -۱ | ۰/۳ | ۱۹ |
| CRS | -۵۳۹ | ۰/۴ | ۱۹ | IRS | ۰/۸ | ۰/۹۹ | ۲۲ |
| DRS | -۲۱ | -۳ | ۲۱ | DRS | -۴۵ | -۱۷ | ۲۷ |
| DRS | -۱۸ | -۳۶ | ۲۳ | | | | |

نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدیریت زنجیره تأمین به صورت شبکه دومرحله‌ای در نظر گرفته شده است و با توجه به تکنیک و قضیه‌های مربوط به DEA شبکه‌ای، RTS افزایشی، ثابت و کاهش‌ی هر مرحله زنجیره تأمین را در دو حالت تشخیص داده است. تاکنون مدلی برای تعیین بازده به مقیاس زنجیره تأمین با داده‌های قطعی و فازی ارائه نشده است. در این مقاله، نخست RTS هر مرحله و فرآیند تولید کل زنجیره تأمین با داده‌های قطعی، سپس کارایی و RTS هر مرحله و فرآیند تولید کل زنجیره تأمین با استفاده از تحلیل پوششی داده فازی اندازه‌گیری و تعیین شد. در حالت نخست، تعمیم مدل مجموع وزن‌دار را برای محاسبه کارایی و بازده به مقیاس زنجیره تأمین ۲۷ شرکت تولید رزین به کار برد که سالانه میلیون‌ها تن مواد شیمیایی را به هوا منتشر می‌کنند و RTS فرآیند تولید کل در دو حالت سنجیده شده است؛ نخست اینکه هر دومرحله دارای بازده به مقیاس یکسان باشند و یا اینکه بازده به مقیاس دو مراحل متفاوت باشد.

در این مقاله مدلی برای اندازه‌گیری کارایی و تعیین RTS مدیریت زنجیره تأمین ۲۷ شرکت تولید رزین با داده‌های فازی ارائه شد. چون در بسیاری از عوامل زیست‌محیطی با داده‌هایی روبه‌رو شده است که نادقیق و مبهم‌اند و یا دانش درباره فرآیند تولید آنها نادقیق است، مدل ارائه‌شده اطلاعات مفیدتری در اختیار سازمان‌ها و فعالیت‌های صنعتی قرار می‌دهد تا با اطلاعات دقیق‌تر سبب نابودی دارایی طبیعت نشوند. مدل‌های پیشنهادی به علت سهولت و زمان کوتاه در محاسبات می‌تواند در بانک‌ها، بیمه‌ها، بیمارستان‌ها و ... با ساختار شبکه‌ای استفاده شود. برای بررسی نتایج نظری مدل‌ها، کارایی و بازده به مقیاس ۲۷ شرکت تولید رزین به دست آمده است؛ این شرکت‌ها سالانه میلیون‌ها تن مواد شیمیایی را به هوا منتشر می‌کنند. کارایی سیستم هم‌زمان با کارایی بخش‌های آن محاسبه شده است و به مدیران این امکان داده می‌شود که برای بهبود کارایی شرکت، بخش‌های ناکار را بشناسند و

تصمیمات مناسب را برای بهبود بخشیدن به کارایی کل اتخاذ کنند. همچنین مدل‌های پیشنهادی می‌تواند شوراهای قانون‌گذاری در برنامه‌ریزی سیاست‌های سازگار را تشویق به استفاده کند. این مدل‌ها می‌تواند به وسیله نگهبان محیط‌زیست برای نظارت مستمر بر وضعیت زیست‌محیطی متأثر از فعالیت‌های صنعتی استفاده شود. بدون شک، ساخت پاک‌کن جهانی به معنای فرصت‌های سرمایه‌گذاری بزرگ است؛ بنابراین مدل ارائه‌شده ابزاری مناسب برای سرمایه‌گذار در تشخیص سرمایه‌گذاری سبز با تصمیمی عاقلانه است. در نهایت فعالیت‌های صنعتی اثرات منفی پایین‌تری بر محیط‌زیست خواهند داشت. در پژوهش‌های آتی، می‌توان بحث ورودی‌ها و خروجی‌های جهت‌دار را در تحلیل پوششی داده شبکه‌ای بررسی کرد. همچنین مفهوم ضایعات به مقیاس با داده‌های قطعی و فازی در DEA شبکه‌ای برای پژوهش‌های بعدی استفاده شود.

ضمائم

اثبات قضیه ۱:

(a). اگر $(\eta^*, u'^*, V^*, w_0^{1*})$ جواب‌های بهینه مدل برنامه‌ریزی خطی مرحله ۱ باشند، $(x_0, z_0^{\text{in}}, z_0^{\text{out}}) \in \partial T$ ، در این صورت: $\eta^* z_0^{\text{in}} + u'^* z_0^{\text{out}} - v^* x_0 + w_0^{1*} = 0$ و در ارزیابی $((1 + \delta)x_0, (1 + \delta)z_0^{\text{in}}, (1 + \delta)z_0^{\text{out}})$ وجود دارد:

$$\eta^*(1 + \delta)z_0^{\text{in}} + u'^*(1 + \delta)z_0^{\text{out}} - v^*(1 + \delta)x_0 + w_0^{1*} < 0 ,$$

از طرفی:

$$\eta^*(1 + \delta)z_0^{\text{in}} + u'^*(1 + \delta)z_0^{\text{out}} - v^*(1 + \delta)x_0 + w_0^{1*} + \delta w_0^{1*} - \delta w_0^{1*} < 0 ,$$

$$(1 + \delta)(\eta^* z_0^{\text{in}} + u'^* z_0^{\text{out}} - v^* x_0 + w_0^{1*}) - \delta w_0^{1*} < 0 ,$$

بنابراین

در نتیجه، $w_0^{1*} > 0$ ، که باتوجه به تعریف بازده به مقیاس در همسایگی، بازده به مقیاس افزایشی را نشان می‌دهد.

(b). اگر $(\eta^*, U'^*, V^*, w_0^{1*})$ جواب‌های بهینه مدل برنامه‌ریزی خطی مرحله ۱ باشند، $(x_0, z_0^{\text{in}}, z_0^{\text{out}}) \in \partial T$ ،

در این صورت:

$$\eta^* z_0^{\text{in}} + u'^* z_0^{\text{out}} - v^* x_0 + w_0^{1*} = 0 \text{ حال در ارزیابی } ((1 + \delta)x_0, (1 + \delta)z_0^{\text{in}}, (1 + \delta)z_0^{\text{out}}) \text{ رابطه زیر}$$

برقرار است:

$$\eta^*(1 + \delta)z_0^{\text{in}} + u'^*(1 + \delta)z_0^{\text{out}} - v^*(1 + \delta)x_0 + w_0^{1*} = 0 ,$$

از طرفی:

$$\eta^*(1 + \delta)z_0^{\text{in}} + u'^*(1 + \delta)z_0^{\text{out}} - v^*(1 + \delta)x_0 + w_0^{1*} + \delta w_0^{1*} - \delta w_0^{1*} = 0 ,$$

$$(1 + \delta)(\eta^* z_0^{\text{in}} + u'^* z_0^{\text{out}} - v^* x_0 + w_0^{1*}) - \delta w_0^{1*} = 0$$

بنابراین:

در نتیجه، $w_0^{1*} = 0$ است که باتوجه به تعریف بازده به مقیاس در همسایگی، بازده به مقیاس ثابت را نشان می‌دهد.

(c). اگر $(\eta^*, u'^*, V^*, w_0^{1*})$ جواب‌های بهینه مدل برنامه‌ریزی خطی مرحله ۱ باشند، $(x_0, z_0^{\text{in}}, z_0^{\text{out}}) \in \partial T$ ،

در این صورت:

$$\eta^* z_0^{\text{in}} + u'^* z_0^{\text{out}} - v^* x_0 + w_0^{1*} = 0 \text{ پس در ارزیابی } ((1 - \delta)x_0, (1 - \delta)z_0^{\text{in}}, (1 - \delta)z_0^{\text{out}}) \text{ رابطه زیر}$$

برقرار است:

$$\eta^*(1 - \delta)z_0^{\text{in}} + u^*(1 - \delta)z_0^{\text{out}} - v^*(1 - \delta)x_0 + w_0^{1*} < 0 ,$$

از طرفی :

$$\eta^*(1 - \delta)z_0^{\text{in}} + u^*(1 - \delta)z_0^{\text{out}} - v^*(1 - \delta)x_0 + w_0^{1*} - \delta w_0^{1*} + \delta w_0^{1*} < 0 ,$$

$$.(1 - \delta)(\eta^*z_0^{\text{in}} + u^*z_0^{\text{out}} - v^*x_0 + w_0^{1*}) + \delta w_0^{1*} < 0$$

در نتیجه، $w_0^{1*} < 0$ است که باتوجه به تعریف بازده به مقیاس در همسایگی، بازده به مقیاس کاهش را نشان

می دهد.

References

- Agarval, sh. (2014). "Efficiency Measure by Fuzzy Data Envelopment Analysis Model". *Fuzzy Inf. Eng.* 6, 59-70.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). "Some models for the estimation of technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis". *Management Science*, 30(9), 1078° 1092.
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). "Programming with linear fractional functional". *Naval Research Logistics Quarterly*, 9(3/4), 181° 185.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). "Measuring the efficiency of decision making units". *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429° 444.
- Chen, Y., Chen, W. D., Cook x, N., & Zhu, J. (2009). "Additive efficiency decomposition in two-stage DEA". *European Journal of Operational Research*, 196(3), 1170° 1176.
- Cook, W.D., Zhu, J., Bi, G., & Yang, F. (2010). "Network DEA: additive efficiency decomposition". *European Journal of Operational Research*, 207(2), 1122° 1129.
- Cooper, W.W., L.M. Seiford & Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Dezfoolian, H., Samouei, P. (2015). Performance Measure in Stopwatch timing by Fuzzy Logic . *Journal of Production and Operations Management*, 6(2), 165-176.
- Färe, R., & Grosskopf, S. (1994). Estimation of returns to scale using data envelopment analysis: A comment. *Journal of Operational Research*, 79, 379° 382.
- Fare, R., & Grosskopf, S. (2000). "Network DEA". *Socio-Economie Panning Sciences*, 34, 35- 49.
- Farrell M.J. (1957). "The Measurement of Productive Efficiency". *Journal of Royal Statistical Society*, A, 120, pp.253-281.
- Kao, C., & Hwang, S. N. (2008). "Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan". *European Journal of Operational Research*, 185(1), 418° 429.
- Khodabakhshi, M., Gholami, Y., & Kheirollahi, H. (2010). "An additive model approach for estimating returns to scale in imprecise data envelopment analysis". *Applied Mathematical Modelling*, 34, 1247° 1257.
- Khodakarami, M., Shabani, A., Farzipoor Saen, R., & Azadi, M. (2015). "Developing distinctive two-stage data envelopment analysis models: an application in evaluating the sustainability of supply chain management". *Measurement*, 70, 62° 74.
- Seiford, L.M., & Zhu, J. (1999). "Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks". *Management Sciences*, 45, 1270-1288.

- Tajmir riyahi, H., Esmaeili, S., Habibi, M. (2018). Evaluating the Efficiency of Mutual Funds Based on DEA Models. *Journal of Production and Operations Management*, 7(1), 83-102.
- Tavana, M., Kalili_Damghani, K., Arteaga, F., Mahmoudi, R., & Kafezal Kotob, A. (2018). "Efficiency Decomposition and Measurement in Two-Stage Fuzzy DEA Models Using a Bargaining Game Approach". *Computers & Industrial Engineering*, 1-36.
- Zadeh, L.A. (1978). "Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility". *Fuzzy Sets and Systes* 1, 3 ° 28.
- Zhang, Q., & Yang, Z. (2015). "Returns to scale of two-stage production process". *Computers & Industrial Engineering*. 90, 259° 268.
- Zhou, X., Zhang, Zh., Pedrycz, W., & Kuang, Y. (2016). "Type-2 Fuzzy Multi-Objective DEA Model: An Application to Sustainable Supplier Evaluation". *Applied Soft Computing*, 1-27.
- Zhu, J. (2000). "Multi-factor performance measure model with an application to Fortune 500 companies". *European Journal of Operational Research*, 123, 105-124.

¹- Farrell

²- Charnes, Cooper & Rhodes

³- Cooper et al

⁴- Chen et al

⁵- Färe & Grosskopf

⁶- Kao & Hwang

⁷- Zhu et al.

⁸- Färe et al.

⁹- Zhu & Seiford

¹⁰- Zhang & Yang

¹¹- Banker et al.

¹²- Agarval

¹³- Supply Chain Management

