

ارزشیابی یک آزمون درباره بدفهمی اعداد گویا با استفاده از مدل راش

محمد مهدی دری^۱، ابوالفضل رفیع پور^۲

تاریخ دریافت: ۹۷/۰۱/۱۰

تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۴/۲۳

چکیده

نوع خاصی از بدفهمی های اعداد گویا، ناشی از گرایش به اصول و قوانین اعداد طبیعی است. در ادبیات پژوهشی به سه جنبه اصلی «چگال بودن»، «اعمال حسابی» و «اندازه عددی» اشاره شده است که در آنها، دانش اعداد طبیعی باعث بروز بدفهمی در اعداد گویا می‌شود. هدف پژوهش حاضر بررسی ویژگی‌های روان‌سنجی سؤالات ابزار آزمون «گرایش اعداد طبیعی» است. نمونه‌ی سؤالات مورد مطالعه، شامل تعداد ۶۲ سؤال بود که از ادبیات پژوهشی حوزه‌ی بدفهمی اعداد گویا اخذ گردید. ۱۸۱ دانش‌آموز پایه هفتم و نهم از سطح شهر کرمان که به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای انتخاب شدند، نمونه‌ی آزمون‌دهندگان را تشکیل دادند. از نظریه سؤال-پاسخ به‌عنوان چارچوب نظری برای بررسی ویژگی‌های روان‌سنجی سؤالات آزمون، استفاده شد. روش پژوهش توصیفی بود و در مرحله‌ی اول، تک‌بعدی بودن سؤالات با استفاده از مدل دو ارزشی راش مورد بررسی قرار گرفت. سپس با استفاده از خصوصیات ویژه‌ی مدل‌های سؤال-پاسخ، دشواری سؤالات در سه جنبه از اعداد گویا، اندازه‌گیری و با هم مقایسه شد. برازش داده‌های مربوط به سؤالات ناهمخوان (۴۳ سؤال) ابزار آزمون با مدل دو ارزشی راش بررسی شد. نتایج آزمون نیکویی برازش نشان داد که پس از حذف ۷ سؤال، بقیه سؤالات تک‌بعدی هستند. بدفهمی اعداد گویا در هر سه جنبه شامل چگال بودن، اعمال حسابی و اندازه عددی وجود داشت. بیشترین سطح دشواری برای سؤالات جنبه‌ی «چگال بودن» و کمترین دشواری برای سؤالات جنبه‌ی «اندازه عددی» برآورد گردید. سؤالات جنبه‌ی «اعمال حسابی» در تمام مقیاس پراکنده بودند. نتایج تحلیل عملکرد دانش‌آموزان نشان داد که اکثر آزمون‌دهندگان در قسمت بالای مقیاس سؤالات آزمون قرار دارند. از تک‌بعدی بودن آزمون نتیجه می‌شود که توانایی مهار دانش اعداد طبیعی در مسائل اعداد گویا، عمدتاً تحت تاثیر یک عامل است. تحلیل راش، در مجموع نشان دهنده‌ی

۱. کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دبیر ریاضی شهرستان بیرجند، بیرجند، ایران.

۲. دانشیار بخش آموزش ریاضی، دانشکده ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید باهنر، کرمان، ایران (نویسنده مسئول)،

سادگی آزمون «گرایش اعداد طبیعی» برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول بود. نوع پراکندگی سؤالات روی مقیاس سؤال-پاسخ نیز نشان داد که این سؤالات برای دانش‌آموزان پایه‌ی هفتم نسبت به دانش‌آموزان پایه نهم، بیشتر مناسب است. با توجه به توانایی‌های برآورد شده‌ی آزمون‌دهندگان، می‌توان برای آن‌ها سؤالاتی متناسب با توانایی‌شان انتخاب کرد.

واژگان کلیدی: بدفهمی اعداد گویا، گرایش اعداد طبیعی، تک‌بعدی بودن، مدل راش.

مقدمه

درک درست اعداد گویا، قسمت مهمی از سواد ریاضی است. اعداد گویا نه تنها در مدرسه برای دانش‌آموزان مهم‌اند، بلکه کاربرد زیادی در زندگی روزمره آن‌ها نیز دارند. دانش‌آموزان گویا، می‌توانند موفقیت‌های بعدی دانش‌آموزان را در درس ریاضی پیش‌بینی کنند (سیگلر و همکاران^۱، ۲۰۱۲). با این حال، پژوهش‌ها نشان داده است که دانش‌آموزان در درک اعداد گویا دچار بدفهمی می‌شوند (برای مثال، نی و ژو^۲، ۲۰۰۵؛ بخشعلی زاده، غلام-آزاد و بروجردیان، ۱۳۹۲). نوع خاصی از بدفهمی‌های اعداد گویا در اثر گرایش به خصوصیات اعداد طبیعی اتفاق می‌افتد. کودکان در تجربیات روزانه‌ی خود قبل از شروع مدرسه، با اعداد طبیعی اغلب بیشتر از اعداد گویا مواجه می‌شوند؛ مثلاً با انگشتان دست می‌شمارند. آن‌ها دانش خود را در مورد این که اعداد چه هستند، به کمک این تجربیات می‌سازند. بعدها وقتی دانش‌آموزان در مدرسه با اعداد گویا آشنا می‌شوند، دیگر همیشه اصول و ویژگی‌های اعداد طبیعی قابل اجرا نیستند. این موضوع می‌تواند منجر به ایجاد نوعی بدفهمی در اعداد گویا شود که اصطلاحاً «گرایش اعداد طبیعی^۳» نام دارد.

اعداد گویا در سه جنبه اصلی با اعداد طبیعی تفاوت دارند. اولین جنبه، ساختار اعداد گویاست که اساساً متفاوت از اعداد طبیعی است. اعداد طبیعی گسسته هستند و می‌توان گفت بعد از هر عدد چه عددی می‌آید. اما اعداد گویا این‌طور نیستند (همیشه بینهایت عدد بین هر دو عدد گویا وجود دارد). جنبه‌ی دوم مربوط به بعضی از خاصیت‌های اعمال حسابی در اعداد طبیعی می‌شود که برای اعداد گویا کاربرد ندارند. مثلاً، کودکان یاد می‌گیرند که در اعداد طبیعی، انجام اعمال ضرب و جمع همیشه منجر به حاصل بزرگ‌تر می‌شود؛ اما در

-
1. Siegler et. al
 2. Ni & Zhou
 3. Natural Number Bias

مورد اعداد گویا همیشه این طور نیست و برخی مواقع عمل ضرب و جمع، حاصلی کوچکتر تولید می کند. سومین جنبه، بازنمایی اعداد گویا است که با بازنمایی اعداد طبیعی متفاوت است. این باعث می شود که بیشتر کودکان در مورد اعداد کسری به جای در نظر گرفتن کسر به عنوان یک عدد واحد، آن را به صورت دو عدد طبیعی (صحیح) مجزا ببینند. در ادبیات پژوهشی این جنبه های سه گانه، به ترتیب با نام های «چگال بودن»^۱، «اعمال حسابی»^۲ و «اندازه عددی»^۳ یاد می شوند.

هدف اصلی مطالعه حاضر، بررسی منشأ پدیده «گرایش اعداد طبیعی» در اعداد گویا، در دوره متوسطه اول بود. این کار با استفاده از خصوصیات ویژه مدل های نظریه سوال-پاسخ انجام گرفت. مشخصاً این پژوهش به دنبال پاسخ گویی به این پرسش است که آیا گرایش به اصول و ویژگی های اعداد طبیعی (یا همان عدم توانایی در مهار دانش اعداد طبیعی)، منشأ اصلی اشتباهات دانش آموزان در سؤالات اعداد گویا است یا نه؟ این می تواند ملاکی برای ارزش تشخیصی سؤالات آزمون باشد که به همین منظور طرح شده است. بنابراین، هدف بعدی این مطالعه، معرفی یک آزمون مناسب برای سنجش میزان این گرایش، بین دانش آموزان متوسطه می باشد. به طور مشخص دو سوال ذیل پژوهش حاضر را هدایت کردند.

۱- گرایش به اعداد طبیعی بین دانش آموزان متوسطه اول در سه جنبه «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی» از اعداد گویا چگونه است؟

۲- آیا گرایش به اعداد طبیعی منشأ اصلی مشکلات دانش آموزان متوسطه اول در سه جنبه «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی» از اعداد گویا است؟

سویگور^۴ (۲۰۰۸) بدفهمی را این طور تعریف می کند: «بدفهمی ها، خطاهای نظام مندی هستند که معمولاً ناشی از تعمیم نادرست ایده هایی هستند که در حالت های خاص یادگیری در ذهن یادگیرنده شکل گرفته اند». بدفهمی یکی از عواملی است که منجر به مشکلات جدی در یادگیری ریاضیات می شود. بدفهمی ها بر اثر یاددهی نامناسب، تفکر غیررسمی، یا یادآوری ضعیف گذشته شکل می گیرند. بدفهمی دانش آموزان ممکن است از تجربیات و

-
1. Density
 2. Arithmetic operations
 3. Size
 4. Soygür

دانسته‌های پیشین آن‌ها در زندگی روزمره نشأت بگیرد و به‌طور جدی حفظ شود و نتایج حاصل از یادگیری را به تأخیر اندازد. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آن‌ها، در حوزه‌های مفهومی و در سطوح مختلف تحصیلی، می‌تواند موجب ارتقای یادگیری گردد (ون‌دویل^۱، ۲۰۰۱؛ ترجمه چمن‌آرا، ۱۳۸۲). بنابراین، پژوهش در زمینه‌ی بدفهمی‌ها در حوزه‌های مختلف مفهومی و در سطوح مختلف تحصیلی، امری ضروری به نظر می‌رسد. این‌گونه پژوهش‌ها می‌تواند برای تعیین میزان تأثیرگذاری اجزای دانش محتوایی، دانش پداگوژیکی و دانش پداگوژیکی محتوا^۲ و همچنین برای شناساندن بدفهمی‌ها به معلمان کاربرد داشته باشد (ون‌هوف، ورشافل و ون‌دورین^۳، ۲۰۱۵).

برای شناخت بیشتر ماهیت بدفهمی، به‌جاست ابتدا به این بحث پرداخته شود که «مفهوم» چیست و چگونه در ذهن انسان شکل می‌گیرد. اسکمپ^۴ (به نقل از گویا و حسام، ۱۳۸۴) مفاهیم ریاضی را به دو دسته تقسیم می‌کند: مفاهیم اولیه و مفاهیم ثانویه. مفاهیم اولیه مستقیماً از تماس با اشیای فیزیکی و تجارب روزمره منتزع می‌شوند؛ مثل دایره، مثلث، عدد و... . مفاهیم ثانویه مفاهیمی هستند که از مفاهیم اولیه و مفاهیم ثانویه دیگر شکل می‌گیرند؛ مثل تابع، مساحت، اندازه اعداد، اعمال حسابی (جمع، ضرب و غیره). اسکمپ معتقد است، بدفهمی در مورد مفاهیم ثانویه بیشتر از مفاهیم اولیه رخ می‌دهد. زیرا مفاهیمی مثل تابع، مساحت، اندازه‌ی اعداد و نظایر آن‌ها، ایده‌هایی هستند که اغلب برای شکل‌گیری آن‌ها، دو یا چند مرحله تجرید ضروری است؛ طی این مراحل ممکن است بدفهمی‌های گسترده‌تری در مورد آن‌ها اتفاق افتد.

اعداد گویا مثالی از مفاهیم ثانویه است که در برخی موارد، به‌جای آموزش و یادگیری مفهومی، به‌صورت قواعدی صوری و حفظی آموزش داده و یاد گرفته می‌شوند. با اینکه مفهوم اعداد گویا اهمیت زیادی در آموزش ریاضی مدرسه‌ای دارد، مطالعات نشان داده است که کودکان و حتی بزرگسالان مشکلات زیادی در درک جنبه‌های مختلف اعداد گویا دارند. دسته‌ای از این مشکلات ناشی از تعمیم نابه‌جای خصوصیات اعداد طبیعی به اعداد گویا است. پژوهش‌ها نشان داده‌اند، دانش‌آموزان تمایل دارند در مواردی که دانش

-
1. Van De Walle
 2. CK, PK and PCK
 3. Van Hoof, Verschaffel & Van Dooren
 4. Skemp

اعداد طبیعی با دانش اعداد گویا همخوانی و همسویی دارد، بر اساس دانش اعداد طبیعی عمل کنند (وامواکاسی^۱، ون دورین و ورشافل، ۲۰۱۲؛ آبرستاینر^۲، ون دورین، ون هوف و ورشافل، ۲۰۱۳؛ ون هوف، ورشافل و ون دورین، ۲۰۱۵). اما قوانین و خصوصیات که دانش - آموزان برای استفاده از اعداد طبیعی می سازند، همیشه با قوانین و خصوصیات اعداد گویا همخوانی ندارند و این باعث بروز بدفهمی در اعداد گویا می شود.

وامواکاسی و همکاران (۲۰۱۲) با طراحی نوع خاصی از آزمون برای اعداد گویا توانستند بدفهمی «گرایش اعداد طبیعی» را به طور مناسبی شناسایی کنند. این آزمون دارای سؤالاتی با دو خصوصیت متفاوت بود. نوع اول، شامل دسته‌ای از سؤالات اعداد گویا بود که در آن‌ها استفاده از اصول و ویژگی‌های اعداد طبیعی منجر به انتخاب پاسخ درست می شد. در واقع، در این سؤالات دانش اعداد طبیعی با دانش اعداد گویا همخوانی داشت. اما در نوع دوم سؤالات، دانش اعداد طبیعی با دانش اعداد گویا همخوانی نداشت و تعمیم اصول و ویژگی‌های اعداد طبیعی به اعداد گویا، باعث می شد دانش آموزان پاسخ نادرست را انتخاب کنند. وامواکاسی و همکاران (۲۰۱۲) نوع اول سؤالات را «همخوان^۳» و نوع دوم سؤالات را «ناهمخوان^۴» نامیدند. یک مثال از سؤالات «ناهمخوان»، مقایسه‌ی اعداد $0/13$ و $0/7$ است. در این سؤال جواب درست این می شود که $0/7$ بزرگ‌تر از $0/13$ است و دانش - آموزان باید مانع از کاربرد دانش اعداد طبیعی خود شوند که می گوید 13 بزرگ‌تر از 7 است. همچنین مثالی برای سؤالات «همخوان»، مقایسه‌ی $0/25$ و $0/1$ است که جواب درست، یعنی $0/25$ ، هم‌راستا با دانش اعداد طبیعی دانش آموزان است که می گوید 25 بزرگ‌تر از 1 است. در واقع، یک سؤال «همخوان» اعداد گویا می تواند صرفاً با دانش قبلی اعداد طبیعی پاسخ داده شود، اما این موضوع برای سؤالات «ناهمخوان» صادق نیست. برای سؤالات «ناهمخوان»، ممکن است جوابی بر اساس دانش قبلی اعداد طبیعی به ذهن آید، اما برای پاسخ صحیح باید این استدلال مهار شود.

-
1. Vamvakoussi
 2. Obersteiner
 3. Congruent Item
 4. Inongruent Item

پژوهشگران زیادی با استفاده از سؤالات «همخوان» و «ناهمخوان» به شناسایی مشکلات دانش‌آموزان و بزرگسالان در اعداد گویا پرداخته‌اند (برای مثال ون‌هوف، لیجنن^۱، ورشافل، ون‌دورین، ۲۰۱۳؛ آبرستاینر و همکاران ۲۰۱۳؛ ون‌هوف ورشافل و ون‌دورین، ۲۰۱۵). روش کار آن‌ها به این صورت است که آزمونی متشکل از ۳۰ تا ۷۰ سؤال همخوان و ناهمخوان به شرکت‌کنندگان ارائه می‌شود و آن‌ها باید به این سؤالات پاسخ دهند. سپس پاسخ شرکت‌کنندگان به صورت دوازده‌گانه (درست/ نادرست) ارزش‌گذاری می‌شود. این که کدام سؤال همخوان و کدام ناهمخوان است، بر شرکت‌کننده پوشیده است. استدلال پژوهشگران مزبور این است که اگر فردی در سؤالات همخوان بهتر از سؤالات ناهمخوان عمل کند، این فرد به اعداد طبیعی گرایش دارد. در واقع، در این استدلال، میزان قدرت گرایش افراد به اعداد طبیعی بسته به این است که آن‌ها چه تعداد از سؤالات همخوان را بیشتر از سؤالات ناهمخوان، درست پاسخ می‌دهند.

در ادبیات پژوهشی به سه جنبه‌ی اصلی اشاره شده است که در آن‌ها خصوصیات اعداد طبیعی در مسائل اعداد گویا به‌طور نامناسب دخالت می‌کند: «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی». اسکندری و گویا (۱۳۹۴) در پژوهشی مروری به یافته‌های بعضی از تحقیقات انجام شده در رابطه با بدفهمی و تعبیرهای نادرست دانش‌آموزان در حوزه‌ی کسرها، اشاره کرده‌اند. آن‌ها بدفهمی‌های دانش‌آموزان در کار با کسرها را به ۱۹ دسته تقسیم‌بندی کردند که هفت مورد از مهم‌ترین آن‌ها عبارت‌اند از: ۱- در نظر گرفتن کسر به‌عنوان جزئی از جزء، به‌جای در نظر گرفتن آن به‌عنوان جزئی از کل. ۲- عدم درک کسر به‌عنوان یک عدد واحد. ۳- تصور اینکه همه‌ی کسرها کوچک‌تر از یک هستند. ۴- در نظر گرفتن علامت کسر با علامت اعشار. ۵- عدم درک درست از کسرهای مساوی. ۶- بدفهمی‌های مربوط به عملیات حسابی با کسرها. ۷- عدم درک درست از اندازه عددی کسرها. به نظر می‌رسد اسکندری و گویا توانسته‌اند جنبه‌هایی از بدفهمی «گرایش اعداد طبیعی» را، بدون نام بردن صریح از آن، از ادبیات پژوهشی استخراج کنند. برای مثال، مورد ۶ و ۷ اشاره به دو جنبه‌ی «اعمال حسابی» و «اندازه عددی» از بدفهمی «گرایش اعداد طبیعی» دارد. اما در این بین بدفهمی‌های مربوط به جنبه‌ی «چگال بودن» از نظر آن‌ها دور مانده است.

بر اساس بررسی‌های انجام شده در ادبیات پژوهشی داخلی، تا به حال مطالعه‌ای که هر سه جنبه‌ی بدفهمی «گرایش اعداد طبیعی» را پوشش دهد، انجام نشده است.

در سطح بین‌المللی از روش تحقیق‌های کیفی و کمی متنوعی برای بررسی پدیده‌ی «گرایش اعداد طبیعی» استفاده شده است. برخی از پژوهشگران حوزه‌ی «روش تحقیق» بر این باورند که پژوهش‌های کمی، جنبه‌های کیفی مهم یک پژوهش خوب را نادیده می‌گیرند (کلمنتس و الرتون^۱، ۱۹۹۶). اما چه می‌شد اگر یک روش کمی در پژوهش‌های حوزه‌ی آموزش ریاضی وارد شود که اصول اندازه‌گیری علمی را که ریاضیدانان به‌طور معمول از یک سیستم متریک اندازه‌گیری انتظار دارند، دارا باشد و در عین حال نسبت به جنبه‌های مهم کیفی یک پژوهش خوب حساس باشد؟

نظریه‌ی سؤال-پاسخ^۲، یک نظریه‌ی روان‌سنجی نسبتاً جدید است که در حال گذراندن مرحله‌ی بلوغ خود می‌باشد. سرآغاز نظریه‌ی سؤال-پاسخ به انتشار کتاب لرد و نایک^۳ در سال ۱۹۶۸، با عنوان نظریه‌های آماری نمره‌های آزمون‌های روانی^۴، بازمی‌گردد (امبرتسون و رایس^۵، ۲۰۰۰؛ ترجمه پاشاشریفی، حبیبی و ایزانلو، ۱۳۸۸). این نظریه در دهه‌های ۷۰ و ۸۰ میلادی توسط ریاضیدانانی چون راش^۶ و آندرسن^۷ پرورش یافت. در نظریه سؤال-پاسخ، نمره‌ی واقعی هر فرد به‌طور مستقیم از راه ارتباط دادن هر سؤال آزمون با توانایی فرد مورد مطالعه برآورد می‌شود (کیامنش، ۱۳۹۲). امروزه، مدل‌های سؤال-پاسخ برای بسیاری از اندازه‌گیری‌های صفات شخصیت، گرایش‌های رفتاری، ارزشیابی موقعیتی، نگرش‌ها و ویژگی‌های شناختی به کار می‌رود. برای مثال، در مجموعه آزمون‌های استعداد تحصیلی، مانند تیمز^۸ و پیزا^۹، آزمون‌های استعداد شغلی و آزمون‌های ورودی دوره تحصیلات تکمیلی در بسیاری از کشورها از مدل‌های این نظریه استفاده می‌شود (برای مثال نگاه کنید به وو و آدامز^{۱۰}، ۲۰۰۶). یکی از کاربردهای اصلی مدل‌های نظریه سؤال-پاسخ در پژوهش‌های

1. Clements & Ellerton
2. Item Response Theory (IRT)
3. Lord & Novick
4. Statistical Theories of Mental Test Scores
5. Embretson & Reise
6. Rasch
7. Anderson
8. TIMSS
9. PISA
10. Wu & Adams

حوزه‌ی روان‌سنجی، علوم تربیتی و روان‌شناسی، مقیاس‌سازی^۱ و مدرج‌سازی^۲ آزمون‌ها است. با وجود اینکه مدل‌های سؤال-پاسخ از لحاظ دقت برآورد پارامترهای مدل، مورد توجه محققان بسیاری طی سال‌های اخیر بوده است (مام‌شریفی، دلاور، بلوکی و شعبانی، ۱۳۹۱)، در رشته آموزش ریاضی تاکنون کمتر از این مدل‌ها برای اندازه‌گیری‌های روانی استفاده شده است.

مدل‌های منطقی (لوجستیک) ساده‌ی سؤال-پاسخ، که وظیفه‌ی به‌دست آوردن احتمال پاسخ صحیح شخص S را در سؤال I دارند، به چهار دسته‌ی مدل‌های یک پارامتری، دو پارامتری، سه پارامتری و چهار پارامتری تقسیم‌بندی می‌شوند. این مدل‌ها، معروف‌ترین مدل‌های سؤال-پاسخ برای داده‌های دوارزشی هستند. در مدل منطقی سؤال-پاسخ، پارامترهای سؤال و آزمون دهنده، به‌عنوان متغیرهای مستقل، در یک مدل ریاضی گرد هم می‌آیند و با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا بدین وسیله احتمال بروز پاسخ صحیح به‌عنوان متغیر وابسته، برای آن سؤال و شخص خاص، برآورد شود (راپ^۳، ۲۰۰۳). گنورگ راش اولین فردی بود که در سال ۱۹۶۰، مدل لوجستیک تک پارامتری را ارائه داد. مدل راش احتمال پاسخ درست به سؤال را بر اساس دو متغیر مستقل یعنی سطح صفت و سطح دشواری سؤال پیش‌بینی می‌کند (ایزانلو و حبیبی، ۱۳۸۶).

مدل تک‌بعدی راش (مانند سایر مدل‌های تک‌بعدی سؤال-پاسخ) بر ۳ مفروضه اصلی تک‌بعدی بودن^۴، تکنوا بودن^۵ و استقلال موضعی^۶ استوار است. تک‌بعدی بودن به این معنا است که تمام سؤال‌های آزمون، تنها یک صفت یا ویژگی مکنون را اندازه می‌گیرند؛ تکنوا بودن به این معنا است که احتمال پاسخ درست به سؤال با بالا رفتن توانایی افزایش یابد؛ در استقلال موضعی فرض بر این است که پاسخ‌های سؤال‌های مختلف یک آزمون، برای یک سطح خاص از توانایی (θ) مستقل از یکدیگرند. در صورت برقراری مفروضه‌ی تک‌بعدی بودن، مفروضه‌های استقلال موضعی و تکنوایی نیز برقرار خواهند بود (امبرتسون و رایس، ۲۰۰۰؛ ترجمه پاشا شریفی و همکاران، ۱۳۸۸). یعنی اگر تنها یک صفت تمام تفاوت‌های

-
1. Scaling
 2. Calibration
 3. Rupp
 4. Unidimensionality
 5. Monotonically
 6. Local Independence

عملکرد آزمون‌دهندگان در سؤالات آزمون توضیح دهد، آنگاه با بالا رفتن سطح صفت آزمون دهنده، احتمال پاسخ صحیح افزایش می‌یابد و پاسخ هر سؤال نیز مستقل از پاسخ به دیگر سؤالات آزمون است. بنابراین، مفروضه‌ی تک‌بعدی بودن بر دو مفروضه‌ی دیگر مقدم است.

در بین مدل‌های متنوع سؤال-پاسخ، مدل راش بیشترین کاربرد را در برآورد تک‌بعدی بودن سؤالات آزمون‌ها دارند. کالینگهام و بوند^۱، (۲۰۰۶) می‌گویند در اندازه‌گیری راش هیچ موضوعی داغ‌تر از بحث تک‌بعدی بودن نیست. برای مثال، ذوالفقار نسب (۱۳۸۲) برای تعیین تک‌بعدی بودن آزمون کنکور فیزیک فوق‌لیسانس سال ۷۹، از مدل راش بهره برد. نتایج این پژوهش نشان داد که سؤالات آزمون کنکور فیزیک شدیداً از تک‌بعدی بودن انحراف دارند و بهتر است ابتدا کل سؤالات به دو خرده آزمون شکسته شوند و سپس برای هر خرده آزمون، مفروضه‌ی تک‌بعدی بودن با یک ضریب معین بررسی شود.

مینایی و فلسفی‌نژاد (۱۳۸۹) ضمن مرور ادبیات مربوطه به مفروضه تک‌بعدی بودن در مدل‌های دو ارزشی سؤال-پاسخ و معرفی برخی از روش‌های سنجش تک‌بعدی بودن، دو روش NOHARM و DIMTEST را برای سنجش تک‌بعدی بودن سؤال‌ها روی یک مجموعه از داده‌های آزمون چندگزینه‌ای به کار بردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که این دو روش نتایج مشابهی به دست می‌دهند. نقض مفروضه تک‌بعدی بودن، می‌تواند برآورد پارامترهای سؤال و توانایی را به‌طور جدی سودار نماید. بنابراین مینایی و فلسفی‌نژاد پیشنهاد می‌کنند که پژوهشگران از کاربرد روش‌های نظریه کلاسیک آزمون^۲، مانند «درصد واریانس تبیین شده توسط عامل اول» یا «نسبت ارزش ویژه عامل اول به عامل دوم»، به‌عنوان شاخصی برای تک‌بعدی بودن اجتناب کرده و به استفاده از روش‌های جدید نظریه سؤال-پاسخ روی بیاورند.

اکثر آزمون‌هایی که در ادبیات پژوهشی برای سنجش گرایش به اعداد طبیعی در اعداد گویا وجود دارند بر اساس نظریه کلاسیک آزمون ساخته شده‌اند. دی‌مارس^۳ (۲۰۱۰)، ترجمه بازرگان و یوسفی، (۱۳۹۳) یکی از کاربردهای نظریه سؤال-پاسخ را طرح مجدد یک آزمون متداول می‌داند. گرچه هدف اصلی پژوهش حاضر ساخت یک آزمون جدید برای

1. Callingham, & Bond
2. Classic Test Theory (CTT)
3. DeMars

سنجش «گرایش اعداد طبیعی» نبود، اما به چند دلیل استدلال شد که نظریه سؤال-پاسخ برای بررسی دقیق‌تر این گرایش مفیدتر خواهد بود. اول، نظریه سؤال-پاسخ این مزیت را دارد که چون سؤالات و اشخاص در یک مقیاس مشترک قرار دارند، سطوح توانایی به‌طور مستقیم می‌تواند با سؤالات آزمون مقایسه شود (دی‌مارس، ۲۰۱۰، ترجمه بازرگان و یوسفی، ۱۳۹۳). این ویژگی به ما امکان می‌دهد تا بتوانیم درک بهتری نسبت به چگونگی وقوع «گرایش اعداد طبیعی» پیدا کنیم.

دوم، مدل‌سازی سؤال-پاسخ می‌تواند از بروز خطا در مورد تک‌بعدی بودن توانایی مهار دانش اعداد طبیعی در سؤالات آزمون، جلوگیری کند. امروزه اکثر پژوهشگران برای بررسی تک‌بعدی بودن آزمون‌هایشان، استفاده از نظریه سؤال-پاسخ را بر نظریه کلاسیک آزمون ترجیح می‌دهند. لازم به ذکر است برای این پژوهش، تک‌بعدی بودن سؤالات آزمون می‌توانست با تحلیل عاملی هم بررسی شود. اما تحلیل عاملی، قسمتی از نظریه کلاسیک است که دارای مفروضات مشکل‌سازی می‌باشد.

اما مدل راش علاوه بر خصوصیتی که ذکر شد یک ویژگی دیگر هم دارد که باعث شد استفاده از آن در پژوهش حاضر، نسبت به سایر مدل‌ها ارجحیت داشته باشد. مدل راش نیازمند حجم نمونه و همچنین تعداد سؤالات کمتری نسبت به سایر مدل‌های سؤال-پاسخ است (امبرسون و رایس، ۲۰۰۰؛ ترجمه پاشاشریفی و همکاران، ۱۳۸۸)؛ بنابراین از لحاظ برآورد هزینه-فایده برای اهداف پژوهشی کوچک مناسب‌تر است.

روش پژوهش

پس از مرور گسترده‌ی ادبیات پژوهشی حوزه‌ی «گرایش اعداد طبیعی»، یک ابزار آزمون کتبی به‌قصد اجرا در پایه‌ی هفتم و نهم ساخته شد. سؤالات این آزمون، بر پایه‌ی سؤالات آزمون‌های مشابه برگرفته از پژوهش‌های ون‌هوف، لیجنز و همکاران (۲۰۱۳)؛ آبرستاینر و همکاران (۲۰۱۳)؛ ون‌هوف، ورشافل و همکاران (۲۰۱۵) بود؛ اما پژوهشگر برای استفاده از این آزمون در زمینه‌ی ایرانی، تغییرات مختصری در متن برخی سؤالات و پاسخ‌های آن‌ها اعمال کرد. به عنوان مثال سوال ذیل یکی از سؤالات این آزمون بود.

اگر ارتفاع دیوار حمام سه متر باشد، چه تعداد آجر با ارتفاع ۱۵/۱ متر برای بالا آوردن دیوار لازم است؟

ابزار آزمون شامل دو نوع سؤال «همخوان» و «ناهمخوان» بود که در دو شکل کسری و اعشاری طراحی شد و «گرایش اعداد طبیعی» را در سه جنبه‌ی اعداد گویا یعنی «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی» اندازه‌گیری می‌کرد. در واقع، هر یک از سؤالات آزمون دارای سه مشخصه بود. مشخصه اول، همخوانی یا ناهمخوانی سؤال با خصوصیات اعداد طبیعی را نشان می‌داد؛ مشخصه دوم، نشان دهنده‌ی کسری یا اعشاری بودن سؤال بود و مشخصه سوم، مربوط به جنبه‌ای از اعداد گویا بود که سؤال برای سنجش آن طرح شده است.

تعداد کل سؤالات آزمون ۶۲ سؤال بود که از این تعداد، ۱۹ سؤال «همخوان» و ۴۳ سؤال «ناهمخوان» در نظر گرفته شد. تعداد بیشتر سؤالات «ناهمخوان» به این دلیل بود که آزمون بتواند مشکلات بیشتری را در مورد اعداد گویا تشخیص دهد. از لحاظ نوع بازنمایی اعداد گویا، ۳۴ سؤال کسری، ۲۵ سؤال اعشاری و تعداد ۳ سؤال نیز به صورت ترکیبی از کسر و اعشار انتخاب شد. تعداد سؤالات مربوط به جنبه «چگال بودن» ۱۵ تا بود که از این تعداد ۳ سوال همخوان و ۱۲ عدد ناهمخوان بودند. تعداد سؤالات مربوط به جنبه «اندازه عددی» ۳۰ تا بود که از این تعداد ۱۲ سوال همخوان و ۱۸ عدد ناهمخوان بودند. همچنین، تعداد سؤالات مربوط به جنبه «اعمال حسابی» ۱۷ تا بود که از این تعداد ۴ سوال همخوان و ۱۳ عدد ناهمخوان بودند. سؤالات در انواع مختلف کوتاه پاسخ، کامل کردنی، چندگزینه‌ای و جور کردنی طرح شد. پاشا شریفی (۱۳۹۰) استفاده از انواع متنوع سؤال در آزمون را باعث دقیق‌تر شدن اندازه‌گیری صفت موردنظر می‌داند. مثال‌هایی از سؤالات آزمون در جدول ۱ آمده است.

شرکت‌کنندگان این پژوهش ۱۸۱ نفر از دانش‌آموزان پایه هفتم و نهم در شهر کرمان بودند^۱. در محتوای برنامه درسی این پایه‌ها مفهومی‌هایی مانند «بینهایت» و «غیرقابل شمارش» صریحا وجود ندارد و دانش‌آموزان پایه‌ی هفتم آشنایی مختصری با اصل چگال بودن اعداد گویا دارند. بنابراین، در بخش مربوط به جنبه‌ی «چگال بودن»، سؤالات به گونه‌ای انتخاب شد که این دانش‌آموزان هم بتوانند به آن پاسخ دهند. برای بررسی اشکالات احتمالی سؤالات نیاز بود که آزمون روی تعدادی از دانش‌آموزان جامعه هدف اجرا شود. از این رو،

۱. این پژوهش بخشی از یک پژوهش بزرگ‌تر است که در آن «گرایش اعداد طبیعی» در بین دانش‌آموزان ابتدایی و متوسطه اول و دوم بررسی می‌شود.

آزمون روی ۴۰ دانش آموز پسر پایه هفتم به صورت آزمایشی اجرا شد. در این مرحله تعداد ۱۲ سؤال به دلیل ابهام در متن پرسش یا پاسخ های آنها، تغییر داده شدند.

جدول ۱. مثال هایی از سؤالات «همخوان» و «ناهمخوان» آزمون

سؤالات همخوان	سؤالات ناهمخوان
چگال بودن	عددی بین دو عدد $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ بنویسید.
اندازه عددی	عددی بزرگ تر بین دو عدد: $\frac{2}{7}$ و $\frac{4}{9}$
اعمال حسابی	فکر می کنید حاصل $50 \times \frac{3}{2}$ بزرگ تر از ۵۰ است یا کوچک تر؟
	فکر می کنید حاصل $72 \times \frac{0}{99}$ بزرگ تر از ۷۲ است یا کوچک تر؟

نظریه سؤال-پاسخ روش های متنوعی برای اندازه گیری میزان روایی و پایایی آزمون دارد. آزمون هایی که بر اساس این نظریه ساخته می شوند، برای برآورد روایی و پایایی نیاز به روش های آماری نظریه ی کلاسیک، نظیر برآورد همبستگی سؤالات آزمون ندارند (همبلتون، سوامیناتان و راجرز، ۱۹۹۱؛ ترجمه فلسفی نژاد، ۱۳۸۹). از این رو، پس از طراحی فرم اولیه آزمون، برای ملاحظات مربوط به روایی محتوایی، ابتدا سؤالات مورد تأیید یک متخصص آموزش ریاضی قرار گرفت. همچنین برای اطمینان از مناسب بودن سؤالات برای دانش آموزان جامعه هدف، از یک معلم باتجربه دوره متوسطه ی اول کمک گرفته شد. برای سنجش میزان روایی آزمون، مفروضه ی تک بعدی بودن در مدل راش نیز کاربردی است. تأیید شدن فرض تک بعدی بودن داده های مربوط به سؤالات «ناهمخوان» آزمون، می تواند ملاکی برای ارزش تشخیصی آزمون در سنجش «گرایش اعداد طبیعی» باشد. اگر این فرض با مقدار p-value بیشتر از ۰/۰۵ رد نشود، نشان دهنده ی ارزش تشخیصی بالای آزمون (روایی بالا) برای سنجش «گرایش اعداد طبیعی» است.

پایایی تک تک سؤالات آزمون در مدل راش، از روی نمودار آگاهی سؤال سنجیده می شود (مو، یانگ و هو، ۲۰۱۱). پس از اجرای آزمون، نمودارهای مربوط به ۶۲ سؤال

1. Hambleton, Swaminathan & Rogers
2. Mo, Yang and Hu

آزمون مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. نتایج تحلیل نمودار آگاهی سؤالات آزمون نشان داد که به جز سؤالات شماره ۲۶ و ۴۱ بقیه سؤالات برای دانش آموزان جامعه هدف، در مجموع، دارای پایایی مطلوب هستند. این دو سؤال برای اکثر شرکت کنندگان آگاهی پایینی به دست می دادند.

داده‌ها در بهار ۱۳۹۵ جمع آوری شدند. اجرای آزمون به صورت گروهی بود. هیچ محدودیت زمانی برای پاسخ‌گویی گذاشته نشد، اما دانش آموزان آزمون را در ۲۵ الی ۵۰ دقیقه پاسخ دادند. نوشتن نام روی برگه‌های آزمون الزامی نبود و ضمناً به دانش آموزان گفته شد که این آزمون برای انجام یک پژوهش اجرا می‌شود و عملکرد آن‌ها ربطی به نمره درس ریاضی‌شان نخواهد داشت. این مورد به صورت مکتوب - در نامه‌ای که همراه آزمون بود- نیز تأکید شد. نمره‌گذاری سؤالات به صورت دو ارزشی (صحیح/ غلط) انجام شد. در پاسخ به سؤال پژوهشی اول، تفاضل تعداد پاسخ‌های صحیح سؤالات «ناهمخوان» و تعداد پاسخ‌های صحیح سؤالات «همخوان» برای هر شرکت کننده، شاخصی برای «گرایش اعداد طبیعی» است. میزان قدرت گرایش، بستگی به میزان تفاوت این دو مقدار دارد (ون‌هوف، لیجن و همکاران، ۲۰۱۳؛ آبرستاینر و همکاران، ۲۰۱۳؛ ون‌هوف، ورشافل و همکاران، ۲۰۱۵). برای یافتن پاسخ سؤال پژوهشی دوم، تحلیل راش روی داده‌های مربوط به سؤالات «ناهمخوان» به صورت جداگانه اعمال شد. داده‌های مربوط به سؤالات «همخوان» در این تحلیل استفاده نشد، زیرا اشتباهات دانش آموزان در سؤالات «همخوان»، ربطی به مهار دانش اعداد طبیعی ندارد!

فرض صفر در مدل راش، تک‌بعدی بودن «گرایش اعداد طبیعی» است. اگر این فرض رد نشود، می‌توان گفت که تنها یک دلیل عملکرد دانش آموزان در سؤالات «ناهمخوان» آزمون را تحت تأثیر قرار می‌دهد. با استفاده از تابع GOF.Rasch در بسته‌ی ltm نسخه ۱,۱,۱ (ریزوپولوس^۱، ۲۰۰۶) تحت نرم افزار آر^۳ یک آزمون پارامتریک بوت استرپ^۲ برای سنجش نیکویی برازش مدل با داده‌ها انجام شد. آزمون فرض صفر با استفاده از آماره‌ی χ^2 شخص، برای داده‌های مربوط به سؤالات «ناهمخوان» صورت گرفت. بعد از این مرحله،

-
1. Rizopoulos
 2. R Statistical Software
 3. Parametric Bootstrap Goodness-of-fit test

موقعیت سؤالات و شرکت کنندگان آزمون روی مقیاس سؤال-پاسخ^۱ مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. برای برآورد پارامترهای سؤال و اشخاص، لنگر^۲ مقیاس روی دشواری سؤالات قرار داده شد. این یعنی میانگین دشواری سؤالات روی مقیاس، صفر قرار داده شده است.

نتایج پژوهش

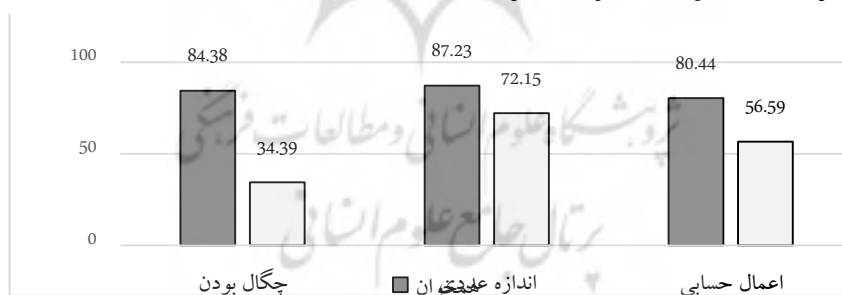
نرم‌افزار تحلیل داده‌ها در مجموع تعداد ۵ شرکت کننده و ۷ سؤال را برای برازش مدل با داده‌های جمع‌آوری شده حذف نمود. این حذفیات، به یک یا چند دلیل زیر بود:

- در تحلیل با استفاده از مدل دو ارزشی راش، امکان برآورد توانایی برای افرادی که به همه سؤالات پاسخ صحیح (یا غلط) می‌دهند، وجود ندارد (۵ نفر حذف شدند)؛
- برآورد پارامترهای سؤالاتی که همه به آن‌ها پاسخ صحیح (یا غلط) داده‌اند، ممکن نیست (۲ سؤال حذف شد)؛

- تعدادی از سؤالات، مفروضه‌ی تک‌بعدی بودن آزمون را مخدوش می‌کرد (۵ سؤال حذف شد)؛

شماره سؤالات حذف شده از این قرار بود: ۱۰، ۲۶، ۴۱، ۵۸، ۵۹، ۶۱، ۶۲.

از سؤالات باقی‌مانده، ۳۱ سؤال مربوط به کسرها، ۲۱ سؤال مربوط به اعداد اعشاری و ۳ سؤال ترکیبی از کسر و اعشار بود. همچنین در شکل نهایی آزمون، جمعا ۳۶ سؤال «ناهمخوان» و ۱۹ سؤال «همخوان» وجود داشت.



نمودار ۱. درصد پاسخ‌های صحیح دانش‌آموزان در سؤالات «همخوان» و «ناهمخوان» به تفکیک جنبه‌های «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی»

1. IRT Scale
2. Anchor

شرکت کنندگان در مجموع به ۸۵/۳۵ درصد از سؤالات «همخوان» پاسخ صحیح دادند که این میزان برای سؤالات «ناهمخوان»، ۵۸/۱۱ درصد بود. تفاوت این اعداد، تأیید کننده‌ی وجود گرایش کلی به اعداد طبیعی در سؤالات اعداد گویا، بین دانش آموزان پایه‌های هفتم و نهم است (پاسخ سؤال پژوهشی اول).

در نمودار ۱ تفاوت عملکرد دانش آموزان در سؤالات «همخوان» و «ناهمخوان»، به تفکیک جنبه‌های «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی» نمایش داده شده است. اعداد روی ستون‌های این نمودار، نشان دهنده‌ی درصد پاسخ‌های صحیح دانش آموزان در سؤالات «همخوان» و «ناهمخوان» هر یک از جنبه‌ها می‌باشد. میزان تفاوت دو ستون در هر یک از جنبه‌های سه‌گانه، قدرت گرایش را در آن جنبه نشان می‌دهد.

p-value برای رد فرض صفر (چندبعدی بودن سؤالات ناهمخوان)، برای تعداد ۱۷۶ نفر شرکت کننده و ۳۶ سؤال، مقدار ۰/۴۲ به دست آمد ($\chi^2_{156/22} \geq 12$ و $df=12$). این مقدار از ۰/۰۵ بیشتر است و لذا معنادار نبود. این یعنی، داده‌ها برازش قابل قبولی با مدل دوارزشی راش داشته‌اند و ادعای تک‌بعدی بودن سؤالات «ناهمخوان» تأیید می‌شود. در نتیجه، مهار دانش اعداد طبیعی در پایه هفتم و نهم می‌تواند یک سازه‌ی تک‌بعدی در نظر گرفته شود. بنابراین، «گرایش اعداد طبیعی» عمده‌ترین دلیل اشتباهات شرکت کنندگان در سؤالات ناهمخوان می‌باشد (پاسخ سؤال پژوهشی دوم).

جدول ۲، دشواری تک تک سؤالات آزمون را به همراه خطای استاندارد هر سؤال نشان می‌دهد. لازم به ذکر است در این جدول، سؤالات شماره ۱۰، ۲۶، ۴۱، ۵۸، ۵۹، ۶۱ و ۶۲ وجود ندارند (این سؤالات با مدل برازش نداشتند).

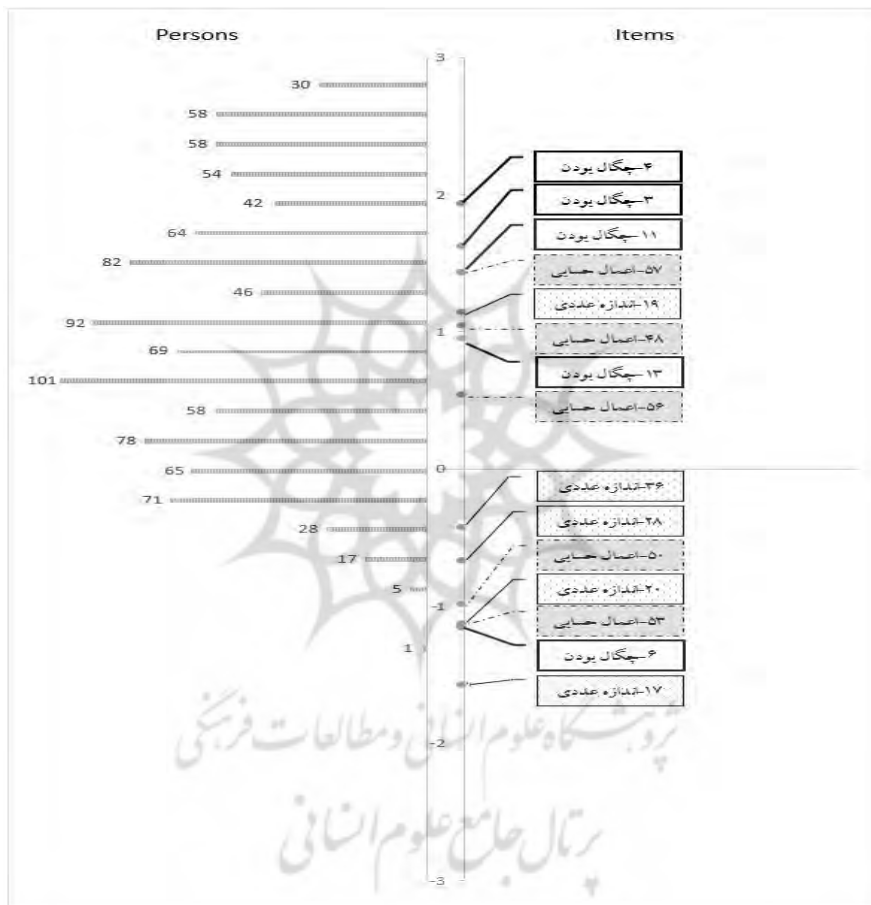
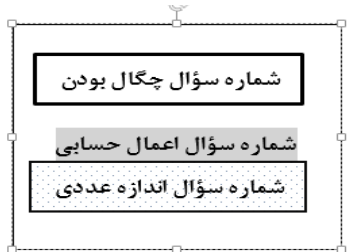
جدول ۲. سطح دشواری و خطای استاندارد سؤالات آزمون

سؤال	دشواری سؤال (خطای استاندارد)	دشواری سؤال (خطای استاندارد)	دشواری سؤال (خطای استاندارد)	دشواری سؤال (خطای استاندارد)			
۱	۱/۸۴(۰/۱۷)	۱۷	-۱/۶۳(۰/۴۳)	۳۳	-۱/۱(۰/۳)	۴۹	۱/۰۹(۰/۲۱)
۲	۱/۴(۰/۲۲)	۱۸	۱/۲(۰/۴۲)	۳۴	-۱/۱۲(۰/۱۴)	۵۰	-۱/۰۲(۰/۲۸)
۳	۱/۶۲(۰/۱۶)	۱۹	۱/۱۳(۰/۴)	۳۵	-۰/۳۲(۰/۱۶)	۵۱	-۰/۸۹(۰/۳)
۴	۱/۹۶(۰/۲)	۲۰	-۱/۰۸(۰/۲۱)	۳۶	-۰/۳۱(۰/۱۸)	۵۲	۱/۴۷(۰/۵)
۵	-۱/۱(۰/۲۵)	۲۱	-۱/۱(۰/۱۹)	۳۷	-۰/۷۱(۰/۱۴)	۵۳	-۱/۱۱(۰/۴۲)

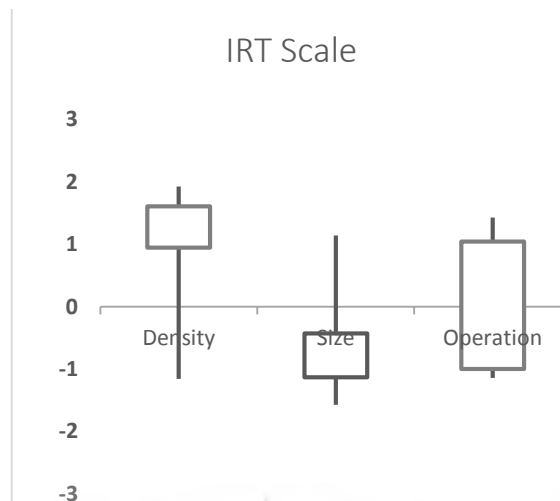
۶	-۱/۲۱(۰/۱۸)	۲۲	-۰/۶۹(۰/۱۳)	۳۸	-۱/۱(۰/۲۴)	۵۴	۰/۲۶(۰/۲۶)
۷	-۰/۶(۰/۲۳)	۲۳	-۰/۴۹(۰/۱۷)	۳۹	-۰/۵۲(۰/۲۲)	۵۵	۰/۸۸(۰/۳۶)
۸	۱/۴۵(۰/۳)	۲۴	-۰/۲(۰/۱۵)	۴۰	-۰/۵۳(۰/۲۵)	۵۶	۰/۵۸(۰/۳۴)
۹	۱/۶۱(۰/۴۲)	۲۵	-۰/۴۶(۰/۱۳)	۴۱	---	۵۷	۱/۴۸(۰/۴۲)
۱۰	---	۲۶	---	۴۲	-۰/۶۷(۰/۲۴)	۵۸	---
۱۱	۱/۵۲(۰/۳۷)	۲۷	-۰/۷۵(۰/۲۳)	۴۳	-۰/۸(۰/۱۶)	۵۹	---
۱۲	۱/۲(۰/۴۱)	۲۸	-۰/۷۳(۰/۱۹)	۴۴	-۰/۱۵(۰/۱۹)	۶۰	۰/۷۸(۰/۶۱)
۱۳	۰/۹۹(۰/۳۹)	۲۹	-۱/۲۴(۰/۱۹)	۴۵	-۰/۴۹(۰/۲۴)	۶۱	---
۱۴	۱/۸۲(۰/۳۶)	۳۰	-۰/۶(۰/۱۶)	۴۶	۰/۱۷(۰/۱۷)	۶۲	---
۱۵	۱/۵۳(۰/۳۶)	۳۱	-۱/۱(۰/۲)	۴۷	-۱/۱۱(۰/۲۸)		
۱۶	۱/۱۲(۰/۳۴)	۳۲	-۰/۶(۰/۳۶)	۴۸	۱/۰۲(۰/۲۶)		

نمودار ۲، پراکندگی ۳۶ سؤال «ناهمخوان» و ۱۷۶ شرکت کننده را بر اساس دشواری و سطح توانایی آن‌ها، روی مقیاس سؤال-پاسخ نشان می‌دهد. در این نمودار، لنگر مقیاس روی دشواری سؤالات قرار داده شده است. محور عمودی نمودار، دشواری سؤالات (و توانایی شرکت کنندگان) را نشان می‌دهد. سمت چپ نمودار ۲، توزیع شرکت کنندگان را در مقیاس سؤال-پاسخ نمایش می‌دهد. از این قسمت نمودار می‌توان استنباط کرد که در مجموع سؤالات آزمون برای اغلب شرکت کنندگان دشوار نبوده است.

سمت راست نمودار ۲ نشان می‌دهد که سؤالات مربوط به «چگال بودن» در سطح بالایی از مقیاس سؤال-پاسخ قرار گرفته‌اند؛ یعنی این سؤالات بالاترین سطح دشواری را داشته‌اند. بیشتر سؤالات «اندازه عددی» در پایین مقیاس قرار گرفتند؛ یعنی پایین‌ترین میزان دشواری را داشتند. سؤالات «اعمال حسابی» در تمام طول مقیاس توزیع شدند و دارای سطوح مختلف دشواری بودند. نمودار جعبه‌ای ۳ نیز پراکندگی ۳۶ سؤال «ناهمخوان» آزمون را روی مقیاس سؤال-پاسخ نشان می‌دهد. محور عمودی در این نمودار، سطح دشواری سؤالات است. بخش سمت راست نمودار، مربوط به سؤالات جنبه‌ی اعمال حسابی می‌باشد. بخش میانی و بخش سمت چپ نیز به ترتیب پراکندگی سؤالات جنبه‌های اندازه عددی و چگال بودن را نشان می‌دهد.



نمودار ۲. پراکنندگی سؤالات آزمون و شرکت‌کنندگان روی مقیاس سؤال-پاسخ



نمودار ۳. پراکنندگی سؤالات جنبه‌های «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی» بر اساس سطح دشواری

بحث و نتیجه‌گیری

درک خوب از اعداد گویا قسمت مهمی از سواد ریاضی است. با این حال، مطالعات زیادی نشان داده‌اند که بچه‌ها و حتی بزرگسالان بدفهمی‌های زیادی در رابطه با جنبه‌های مختلف اعداد گویا دارند (برای مثال نگاه کنید به بخش‌علی‌زاده و همکاران، ۱۳۹۲؛ وام‌واکاسی، ون-دورین و همکاران، ۲۰۱۲؛ آبرستاینر و همکاران، ۲۰۱۳؛ ون‌هوف، ورشافل و همکاران، ۲۰۱۵). نوع خاصی از این بدفهمی‌ها، در اثر تداخل دانش اعداد طبیعی و دانش اعداد گویا اتفاق می‌افتد که از این پدیده، اغلب با عنوان «گرایش اعداد طبیعی» یاد می‌شود (نی و ژو، ۲۰۰۵).

با استفاده از ابزار آزمونی که در این پژوهش روی دانش‌آموزان پایه‌های هفتم و نهم اجرا شد، اولین یافته این بود که در مجموع، «گرایش اعداد طبیعی» بین دانش‌آموزان متوسطه اول وجود دارد. این یافته در راستای یافته‌های پژوهش وام‌واکاسی و وسنیادو^۱ (۲۰۰۴) روی دانش‌آموزان پایه نهم یونانی و پژوهش ون‌هوف، ورشافل و همکاران (۲۰۱۵) روی دانش‌آموزان پایه هشتم بلژیکی بود.

نتایج این مطالعه در دو مسیر، پژوهش‌های قبلی حوزه‌ی «گرایش اعداد طبیعی» را گسترش داد. اول، با اینکه پژوهش‌های زیادی در خارج از کشور روی سه جنبه‌ی «چگال بودن»، «اندازه عددی» و «اعمال حسابی» انجام شده، اما تا کنون پژوهشی این موضوع را در داخل کشور بررسی نکرده بود. در این پژوهش سعی شد، با استفاده از یک آزمون کتبی که شامل سؤالات «همخوان» و «ناهمخوان» بود، «گرایش اعداد طبیعی» در انواع سؤالات کسری و اعشاری، در پایه‌های هفتم و نهم ایرانی، توصیف شود. تحلیل داده‌های آزمون تأیید کرد که دانش‌آموزان متوسطه در سه جنبه‌ی اعداد گویا، به‌طور کلی مشکل گرایش به اعداد طبیعی را داشتند. این تفاوت در هر سه جنبه به دست آمد، اما نه به یک میزان. دانش‌آموزان بیشترین گرایش را در سؤالات «چگال بودن» داشتند؛ بعد از آن یک گرایش ضعیف‌تر، اما هنوز قابل توجه، در سؤالات «اعمال حسابی» و «اندازه عددی» دیده شد. این بخش از یافته‌ها با نتایج پژوهش ون‌هوف، جانسن^۱، ورشافل و ون‌دورین (۲۰۱۵) روی دانش‌آموزان پایه چهارم بلژیکی در یک راستا بود.

دوم، با اینکه پژوهشگران شواهدی زیادی در مورد «گرایش اعداد طبیعی» در سه جنبه‌ی مذکور به‌طور جداگانه داشته‌اند، هنوز مشخص نبود که آیا تمام این اشتباهات یک منشأ دارند یا نه؛ یعنی آیا بدفهمی دانش‌آموزان به اصول اعداد طبیعی برمی‌گردد یا دلایل دیگری هم برای اشتباهات دانش‌آموزان وجود دارد. تحلیل راش با استفاده از داده‌های مربوط به سؤالات «ناهمخوان» آزمون نشان داد که ساخت یک ابزار اندازه‌گیری برای یک مهارت زیربنایی اعداد گویا، یعنی توانایی دانش‌آموزان برای مهار دانش اعداد طبیعی، که جنبه‌های مختلف گزارش شده در ادبیات پژوهشی را پوشش دهد، موفق‌آمیز بوده است. در واقع، مدل راش با داده‌های جمع‌آوری شده برازش یافت که نشان می‌دهد گرایش به اعداد طبیعی در اعداد گویا می‌تواند یک سازه‌ی تک‌بعدی در نظر گرفته شود.

تاکنون چندین مطالعه به مشکلات دانش‌آموزان در حل انواع مختلف مسائل اعداد گویا پرداخته‌اند (برای مثال، وام‌واکاسی، ون‌دورین و همکاران، ۲۰۱۲؛ آبرستاینر و همکاران، ۲۰۱۳؛ ون‌هوف، ورشافل و همکاران، ۲۰۱۵). همه‌ی این مطالعات، مشکلات دانش‌آموزان را با تداخل دانش اعداد طبیعی در مسائل اعداد گویا توضیح می‌دهند. مطالعه حاضر تأیید کرد که یک تک‌عامل، پشت عملکرد یادگیرندگان در سؤالات «ناهمخوان» اعداد گویا

است. در نتیجه، تفاوت‌های فردی در این عامل، تمام تفاوت‌های فردی بین عملکرد دانش‌آموزان در سؤالات مختلف را توضیح می‌دهد. ون‌هوف، جانسن و همکاران (۲۰۱۵) نیز بیان می‌کنند که این سازه زیربنایی همان توانایی مهار دانش‌آموزان اعداد طبیعی است. بنابراین، می‌توان گفت در مقطع متوسطه اول، نوع خاصی از بدفهمی در اعداد کسری و اعشاری به وجود می‌آید که ناشی از تعمیم خصوصیات و قوانین حاکم بر اعداد طبیعی به اعداد گویا است و دانش‌آموزان را دچار اشتباه می‌کند.

چندبعدی بودن «گرایش اعداد طبیعی» می‌توانست به این معنا باشد که دانش‌آموزان در یکی از یک جنبه، مستقل از درک جنبه‌های دیگر، داشته باشند. نتایج این مطالعه نشان داد که چنین نیست. در واقع، نتایج نشان داد که سؤالات «چگال بودن» در قسمت بالای مقیاس سؤال-پاسخ قرار می‌گیرند و بالاترین سطح دشواری را دارند؛ در حالی که بیشتر سؤالات «اندازه عددی» در قسمت پایین مقیاس قرار گرفتند و پایین‌ترین سطح دشواری را داشتند. سؤالات «اعمال حسابی» هم در سرتاسر مقیاس مشاهده شدند، یعنی دارای سطوح مختلفی از دشواری را هستند. این یعنی یک درک خوب از اندازه عددی اعداد گویا پیش‌نیاز درک چگال بودن در اعداد گویاست (و احتمالاً پیش‌نیاز برای اعمال حسابی؛ که البته برای تأیید آن پژوهش بیشتر لازم است). بنابراین، در تدریس اعداد گویا ابتدا باید برای بالا بردن درک دانش‌آموزان در جنبه‌ی اندازه‌ی اعداد گویا تلاش کرد. این یک یافته جالب بود که البته نیاز به مطالعه‌ی بیشتر دارد. علاوه بر این به نظر می‌رسد تلاش آموزشی مستمری برای مهار «گرایش اعداد طبیعی» لازم است. یعنی برای دانش‌آموزان در دوره‌ی متوسطه‌ی اول، باید به‌طور مداوم به تفاوت بین اعداد گویا و اعداد طبیعی اشاره شود.

همچنین تحلیل راس نشان داد آزمون «گرایش اعداد طبیعی» برای دانش‌آموزان دوره متوسطه اول در مجموع ساده است. امبرسون و رایس (۲۰۰۰؛ ترجمه پاشاشریفی و همکاران، ۱۳۸۸) بر این باورند که بیشترین آگاهی دهندگی در مورد توانایی آزمون دهنده، در حالتی رخ می‌دهد که دشواری سؤال در سطح توانایی او قرار بگیرد. پراکندگی سؤالات روی مقیاس سؤال-پاسخ نشان داد که اکثر دانش‌آموزان پایه نهم در قسمت بالای مقیاس قرار گرفتند (سؤالات برای آن‌ها آسان بوده است). بنابراین، این سؤالات برای دانش‌آموزان پایه‌ی هفتم نسبت به دانش‌آموزان پایه نهم مناسب‌تری دارد. در عین حال، با توجه به

توانایی‌های برآورد شده، می‌توان برای آزمون‌دهندگان سؤالاتی متناسب با توانایی‌شان را انتخاب کرد.

نتایج مطالعه‌ی حاضر مسیری نیز برای پژوهش بیشتر در حوزه‌ی اعداد گویا فراهم کرده است. در این مطالعه ابزاری معرفی شد که توانایی دانش‌آموزان پایه‌های مختلف تحصیلی را برای مهارت‌های اعداد طبیعی‌شان در اعداد گویا می‌سنجد. استفاده از مدل راش نشان داد که با حذف چند سؤال می‌توان آزمونی ساخت که ارزش تشخیصی خوبی دارد. با توجه به اینکه بررسی بدفهمی‌های مربوط به «گرایش اعداد طبیعی» یک حوزه‌ی جدید پژوهشی در ادبیات پژوهشی داخل کشور است، این ابزار می‌تواند کاربردهای زیادی برای تحقیقات بعدی داشته باشد. برای مثال، این آزمون می‌تواند برای میزان اثربخشی مداخلات خاص، برای بهبود دانش اعداد گویای دانش‌آموزان پایه‌های مختلف تحصیلی استفاده شود؛ یا مثلاً برای انجام پژوهش‌های تطبیقی بین‌المللی، یا مطالعه در مورد نمرات این آزمون و جنبه‌های دیگر مفهوم عدد. همچنین، این ابزار می‌تواند برای بررسی بیشتر ارتباط بین مفهوم اعداد طبیعی و گویا استفاده شود. پژوهش‌های اندکی این ارتباط را بررسی کرده‌اند. برای مثال، بایلی، سیگلر و گیری^۱ (۲۰۱۴) با انجام یک طرح مطالعه‌ی طولی دریافتند که در سنین متوسطه میزان دانش اعداد صحیح در پایه اول، پس از کنترل مهارت حساب با اعداد صحیح، توانایی‌های عمومی شناختی، درآمد و سطح سواد خانواده، نژاد، جنسیت، می‌تواند میزان دانش کسرها را پیش‌بینی کند. با این حال، آزمون معرفی شده در این پژوهش می‌تواند نتیجه‌گیری‌های دقیق‌تری در این زمینه فراهم کند.

یکی از محدودیت مطالعه‌ی حاضر، این است که آزمون معرفی شده تنها بدفهمی‌های مربوط به سه جنبه از «گرایش اعداد طبیعی» اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین، نمی‌توان در مورد بدفهمی‌های دیگر اعداد گویا اظهار نظر کرد. محدودیت دیگر این پژوهش، تکیه صرف بر نظریه‌ی سؤال-پاسخ برای بررسی ویژگی‌های روان‌سنجی آزمون «گرایش اعداد طبیعی» است. همان‌طور که حبیبی، مرادی و ایزانلو، (۱۳۹۰) اشاره کرده‌اند قضاوت صرف بر اساس نظریه‌ی سؤال-پاسخ می‌تواند گمراه‌کننده باشد.

سپاسگزاری

نویسندگان این مقاله بر خود لازم می‌دانند از خانم اعظم مقدم که از نظرات ایشان در طول فرآیند پژوهش استفاده شد، تشکر و قدردانی کنند.

منابع

- اسکندری، ناصر. و گویا، زهرا. (۱۳۹۴). کسر متعارفی، تفکر نسیتی و بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان در رابطه با کسرها. *مجله رشد آموزش ریاضی*. ۳۲، (۱۱۹) ۴۷-۴۰.
- امبرتسون، سوزان ای.، و رایس، استیون پی. (۱۳۸۸). *نظریه‌های جدید روان‌سنجی برای روان‌شناسان*. مترجمان: حسن پاشاشریفی، ولی‌الله فرزاد، مجتبی حبیبی عسگرآباد، بلال ایزانلو. چاپ اول، تهران: انتشارات رشد.
- ایزانلو، بلال.، و حبیبی، مجتبی. (۱۳۸۶). مقدمه‌ای بر رویکردهای جدید اندازه‌گیری در حوزه روان‌شناسی و علوم تربیتی. *فصلنامه روان‌شناسی و علوم تربیتی*، ۲، (۸)، ۱۶۴-۱۳۵.
- بخشعلی زاده، شهرناز، غلام‌آزاد، سهیلا، و بروجردیان، ناصر. (۱۳۹۲). *شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه‌ی محتوایی ریاضی*. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- حبیبی، مجتبی.، مرادی، فاطمه.، و ایزانلو، بلال. (۱۳۹۰). تغییرناپذیری پارامترها در نظریه سؤال پاسخ و تحلیل عاملی تأییدی: توصیف و مقایسه دو رویکرد بر اساس داده‌های تجربی. *فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی*. ۲ (۶)، ۷۰-۴۷.
- دی‌مارس، کریستین. (۱۳۹۳). کاربرد نظریه سؤال پاسخ در سنجش آموزش. ترجمه عباس بازرگان و مجید یوسفی افراشته. چاپ اول، تهران: انتشارات سازمان سنجش کشور.
- ذوالفقارنسب، سلیمان. (۱۳۸۲). *آزمونی ناپارامتریک برای تک‌بعدی بودن صفات مکنون بر اساس مدل‌های جدید اندازه‌گیری*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علامه طباطبائی.
- پاشا شریفی، حسن. (۱۳۹۰). *اصول روان‌سنجی و روان‌آزمایی*. چاپ پانزدهم، تهران: انتشارات رشد.
- کیامنش، علیرضا. (۱۳۹۲). *روش‌های ارزشیابی آموزشی*. چاپ پنجم، تهران: انتشارات دانشگاه پیام نور.

- گویا، زهرا، و حسام، عبدالله. (۱۳۸۴). نقش طرحواره‌ها در شکل‌گیری بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان. *مجله رشد آموزش ریاضی*، ۲۳ (۸۲) ۱۶-۴.
- مام‌شریفی، اسماعیل، دلاور، علی، بلوکی، آزاده، و شعبانی، سمیه. (۱۳۹۱). ارزش‌یابی آزمون نظری آزمون گواهینامه رانندگی بر اساس نظریه سؤال-پاسخ و مقایسه آن با نظریه کلاسیک. *فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی*، ۲ (۷) ۳۳-۱.
- مینایی، اصغر. فلسفی‌نژاد، محمدرضا. (۱۳۸۹). روش‌های سنجش تک‌بعدی بودن سؤالات در مدل‌های دوارزشی سؤال-پاسخ. *فصلنامه اندازه‌گیری تربیتی*، ۱ (۳) ۹۹-۷۱.
- ون دوپل، جان ا. (۱۳۸۲). توسعه فهم و درک. ترجمه: سپیده چمن‌آرا. *مجله رشد آموزش ریاضی*، ۲۰ (۷۳) ۱۴-۴.
- همبلتون، رونالد ک. سوامیناتان، اچ. راجرز، اچ جین. (۱۳۸۹). *مبانی نظریه سؤال-پاسخ*. ترجمه: محمدرضا فلسفی‌نژاد. چاپ اول، تهران: انتشارات دانشگاه علامه طباطبائی.
- Bailey, D. H., Siegler, R. S., & Geary, D. C. (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. *Developmental science*, 17 (5), 775 – 785.
- Callingham, R., & Bond, T. (2006). Research in mathematics education and Rasch measurement. *Mathematics Education Research Journal*, 18(2), 1–10.
- Clements, M.A. & Ellerton, N.F, (1996) *Mathematics education research: past, present and future*. Bangkok. UNESCO.
- Mo, L., Yang, F., & Hu, X. (2011). An empirical examination of IRT information for school climate surveys. *Educational Research and Evaluation*, 7(1), 33–45.
- Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27–52.
- Obersteiner, A., Van Dooren, W., Van Hoof, J., & Verschaffel, L. (2013). The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. *Learning and Instruction*, 28, 64–72.
- Rizopoulos, D. (2006). Irtm: An R package for latent variable modeling and item response theory analyses. *Journal of statistical software*, 17(5), 1–25.
- Rupp, A. A. (2003). Item response modeling with BILOG-MG and MULTILOG for Windows. *International Journal of Testing*, 3(4), 365–384.
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I, & Chen, M. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. *Psychological science*, 23(7), 691–697.

- Soygür, M. (2008). *Misconceptions of Students in Algebra Lessons: An Investigation of the Issue in the Middle Schools of the TRNC* (Doctoral dissertation, Eastern Mediterranean University).
- Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(3), 344–355.
- Vamvakoussi, X., Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: A conceptual change approach. *Learning and Instruction*, 14(5), 453–467.
- Van Hoof, J., Lijnen, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2013). Are secondary school students still hampered by the natural number bias: A reaction time study on fraction comparison tasks? *Research in Mathematics Education*, 15(2), 154–164.
- Van Hoof, J., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2015). Inappropriately applying natural number properties in rational number tasks: characterizing the development of the natural number bias through primary and secondary education. *Educational Studies in Mathematics*, 90(1), 39–56.
- Van Hoof, J., Janssen, R., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2015). Inhibiting natural knowledge in fourth graders: towards a comprehensive test instrument. *ZDM*, 47 (5), 849–857.
- Wu, M., & Adam, R. (2006). Modelling Mathematics problem solving item responses using a multidimensional IRT model. *Mathematics Education Research Journal*, 18(2), 93-113.