فلسفهٔ علم، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
دوفصل‌نامهٔ علمی ـ پژوهشی، سال هشتم، شمارهٔ دوم، پاییز و زمستان ۱۳۹۷، ۱۲۹-۱۵۳

هم‌وردایی عام، دیدگاه‌های فریدمن و ارمن

سعید معصومی*

چکیده

مفهوم هم وردایی عام یکی از مفاهیم مهم در نظریه نسبیت عام است که در فهم چیستی آن مشکلات و ابهامات زیادی بروز کرده است. در این مقاله،ضمن توضیح در مورد چیستی مفهوم هم وردایی عام،دیدگاه اندرسون – فریدمن در مورد مفهوم شیء مطلق بیان می شود. شیء مطلق، در این دیدگاه، متمایز کننده نسبیت عام از نظریه های دیگر است. همچنین دو تعریف از مفهوم هم وردایی عام را، یعنی، هم وردایی عام صوری را وهم وردایی عام جوهری را که ارمن ارئه داده است بیان می کنیم. ارمن با بیان اینکه نسبیت عام نظریه ای است که هم وردایی عام جوهری را متحقق می سازد، آن را از دیگر نظریه های فضا –زمانی متمایز می کند. ما در این مقاله،دو دیدگاه فوق را بررسی می کنیم و تمایز آنها را مشخص می سازیم.

کلیدواژه‌ها: هم وردایی عام، نظریه های فضا- زمانی، شیء مطلق، تقارن پیمانه ای، دیدگاه فریدمن، دیدگاه ارمن.

۱. مقدمه

اینشتین به دنبال یکسان سازی معادلات فیزیکی، در تمام چارچوب های مرجع مجاز بود. (به مسامحه) می توان گفت که به لحاظ ریاضی، این مطلب معادل است با هموردایی عام معادلات فیزیکی. در واقع، این امر را می توان تعمیم آن چیزی دانست که در نسبیت خاص انجام شده بود؛ در نسبیت خاص معادلات فیزیکی هم وردای لورنتسی (Lorentz covariance)است.

* استادیار پژوهشکدهٔ مطالعات بنیادین علم و فناوری دانشگاه شهید بهشتی،s_masoumi@sbu.ac.ir
تاریخ دریافت:۱۳۹۷/۰۱/۲۷، تاریخ پذیرش۱۳۹۷/۰۴/۲۳

مقاله ۱۹۰۵ اینشتین، که در آن نظریه نسبیت خاص معرفی می شود، راهی است کـه در آن الکترومغناطیس ماکسول در تمام دستگا ه های لختمعادل می شود و هیچ دستگاه لخـت مرجحی بر اسـاس آن گـزینش نمـی شـود؛ ایـن امـر در فیزیـک کلاسـیک غیـر نسـبیتی برقرار نیست و الکترومغناطیس ماکسول دستگاه لخت مرجحی را معین می سازد کـه درآن سرعت نور c است (هرچند هر آزمایشی که برای معین کردن این چارچوب انجام شده بود با شکست مواجه شده بود).

بنابراین، با ارائه نظریه نسبیت خاص،همه دستگاه های لخت، نسبت به الکترو مغناطیس وضعیت مشابهی پیدا کرد و آزمایشی مبتنی بر الکترومغناطیس نمی توانست میان آنها تمایز و ارجحیت ایجاد کند. یعنی، دستگاه های لخت واجد تقارنیاستکه بر اساس آن، اگر از یک دستگاه لخت به دستگاه لخت دیگر برویم، با نظریه های فیزیکی نمی توان این دو وضعیت را متمایز ساخت.

این در خواست تقارن، در نسبیت عام توسعه می یابد. یعنـی، در نسـبیت عـام دسـتگاه لختی وجود ندارد؛ با این حال، در این نظریه، مسیر های لخت (ژئودزیک هـا) وجـود دارد که این مسیر ها میان حرکات لخت و غیر لخت (حرکات شـتاب دار و حرکـات دورانـی) تمایز ایجاد می کند؛ این دقیقاً همان ویژگـی ای اسـت کـه نظریـه هـای قبلـی نیـز واجـد آن اسـت(Friedman, 1983: 26-27). در ایـن نظریـه، «همچنـان زیـر رده مرجحـی از چارچوب ها داریم به نام چارچوب های لخت موضعی (local inertial frame) که نسبت به ژئودزیک های متریک نه شتاب داراست و نه دوران کننده»(ibid: 27).

امـا در ایـن میـان، آن مفهـومی کـه بـیش از مفـاهیم دیگـر موجـب اشـکال و ابهـام شده است،مفهوم هم وردایی عام (general covariance) است. بـه عنـوان مثـال، بـر اسـاس برداشتی از این مفهوم، ویژگی اصلی نسبیت عام داشتن ویژگی هم وردایی عام است، و این ویژگی موجب تقارن کامل دستگاه های مختصات شـده اسـت، و در واقـع توسـعه اصـل نسبیت است و متحقق کننده این اندیشه فلسفی واقع گرایانه است که وضعیت فیزیکی کـه بیان کننده ویژگی عینی جهان است، مستقل از ما و ذهن ما است، و بنابراین، باید مستقل از ناظر باشد، و چون هر دستگاه مختصات، معادل است با ناظری که در آن دسـتگاه در حـال سکون است، آنچه هویتی عینی و فیزیکی است، باید مستقل از دستگاه مختصات باشد.

در این مقاله، می کوشیم تا ضمن روشن ساختن مفهوم هـم وردایـی عـام، دو دیـدگاه مطرح شده را در مورد تمایز نسبیت عام با نظریه های فضا –زمانی دیگر بیان کنیم، و تمایز

این دو را مشخص سازیم. دیدگاه های مورد بحث، یکی دیدگاه اندرسون– فریدمن[۱] و دیگری دیدگاه ارمن است. در بخش دوم، برخی از ابزار های ریاضی لازم، توضیح داده شده است. در بخش سوم، به مفهوم هم وردایی عام و ایضاح آن پرداخته ایم. در بخش چهارم، دیدگاه های فریدمن و ارمن را بیان کرده و تمایز آنها عنوان شده است و نهایتاً در بخش پنجم، نتیجه گیری بحث بیان گردیده است.

اما پیش از ورود به بحث، لازم است تاکید کنیم که در این مقاله، هدف اصلی بیان تمایز میان دیدگاه ارمن و دیدگاه فریدمن در مورد نسبیت عام است. برای اینکه این تمایز روشن شود، باید مفهوم شیء مطلق، که دیدگاهی است که ابتدا اندرسون آن را ارائه کرده و بعد از او فریدمن آن را بسط داده، روشن شود. برای روشن کردن این تمایز، لازم است که از ابزار ریاضی استفاده شود و بیان فریدمن و ارمن به شکل دقیق ریاضی ارائه گردد تا تمایز آنها مشخص گردد. بنابراین، ما در بخش دوم ابزار ریاضی لازم را معرفی می کنیم، و در بخش سوم، بیان ریاضی دو دیدگاه را ارائه می دهیم. به این ترتیب، در بخش چهارم، می‌توانیم نکته اصلی مقاله را که بیان تمایزمفهومی این دو دیدگاه است روشن کنیم و این کار صرفا با بکارگیری ابزار ریاضی صورت پذیر است.

۲. برخی ابزارهای ریاضی لازم

در نظریه های فضا–زمانی، فضا–زمان را با یک خمینه چهاربعدی چون Mبازنمایی می کنیم.خمینه را با کارت های مختصات به طریق زیر تعریف می کنند.[۲]

تعریف کارت مختصات: فرض کنید که M یک فضای توپولوژیک باشد که در آن U مجموعه ای باز است. در این صورت، کارتی n–بعدی روی M زوج (U,ϕ)است که در آن $\phi: U \to R^n$همئومورفیسمی[۳] روی زیر مجموعه بازی از فضای اقلیدسی R^nاست که مجهز به توپولوژی متریک معمولی است.

هر گاه به ازای دو کارت مختصات چون (U_1,ϕ_1) و (U_2,ϕ_2)رابطه $U_1 \cap U_2 \neq \emptyset$برقرار باشد،آنگاه $\phi_2 \circ \phi_1^{-1}$تابعی از زیرمجموعه بازی چون $\phi_1(U_1 \cap U_2) \subset R^n$ به روی زیر مجموعه بازی چون $\phi_2(U_1 \cap U_2) \subset R^n$است.

اطلسی (atlas) با بعد m روی فضای توپولوژیک M، خانواده ای از کارت های مختصات به صورت $(U_i,\phi_i)_{i\in I}$است (که در آن،I یک مجموعه اندیس است) که دارای خواص زیر است:

۱- $M = \bigcup_{i\in I} U_i$

۲- هر تابع هم پوشانی $\phi_j \circ \phi_i^{-1}$ به ازای $i, j \in I$ نگاشتی C^∞ از $\phi_i(U_i \cap U_j) \subset R^n$ به $\phi_j(U_i \cap U_j) \subset R^n$باشد.

اگر این اطلس کامل باشد، یعنی، اطلس دیگری (غیر از خودش) نباشد که حاوی آن باشد،آنگاه $(U_i, \phi_i)_{i\in I}$ را ساختار دیفرانسیلی روی M با بعد m می نامند، و فضای توپولوژیک M را خمینه دیفرانسیل پذیر یاm- خمینه می گویند.

فرض ما این است که خمینه M متریک پذیر است،و در نسبیت عام متریکی ای که روی آن تعریف شده است یک متریک لورنتسی چون g_{ab} است که در آن حروف ابتدایی الفبای لاتین،بیان کنندهنمادسازی اندیسیمجرد (abstract index notation)است (Malament, 2012: 22).به علاوه، بر روی این خمینه، اشیایی هندسی تعریف می کنیم که میدان هایی تانسوری از مراتب مختلف نیزدر زمره اشیای هندسیقرار می گیرد.از آنجایی که بخش مهمیازاشیای هندسی، میدان های تانسوری است، لازم است تا توضیحی اجمال در مورد آنها ارائه گردد. به طور کلی، می توان مرتبه یک میدان تانسوری نامشخص را (m, n) در نظر گرفت. برای تعریف میدان تانسوری، ابتدا یک رشته از تعاریف لازم است.

۱.۲ بردار مماس و فضای مماس در نقطه p

فرض کنید که M خمینه ای دیفرانسیل پذیرباشد در این صورت،بردار مماسی چون v، در نقطه $p \in M$ تابعی است بهصورت $v: C^\infty(M) \to \mathbb{R}$،که در آن،$C^\infty(M)$ مجموعه توابع هموار(smooth) از M به $\mathbb{R}$ است، به طوری که شرایط زیر را بر آورده سازد.

۱. به ازای هر f و g عضو $C^\infty(M)$

$v(f + g) = v(f) + v(g)$؛

۲. به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ و هر r عضو$\mathbb{R}$

$v(rf) = rv(f)$؛

۳. به ازای هر f و g عضو $C^\infty(M)$

$v(fg) = g(p)v(f) + f(p)v(g)$.

مجموعه تمام بردارهای مماس در نقطه p، که آن را با T_pM نشـان مـی دهـیم، تحـت اعمال جمع و ضرب زیر، یک فضای برداری تشکیل می دهد که به آن فضـای ممـاس در نقطه p می گوییم.

۱. به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ هر v_1 و v_2 عضو T_pM

$(v_1 + v_2)(f) = v_1(f) + v_2(f)$؛

۲. به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$، هر v عضو T_pM و هر r عضو $\mathbb{R}$

$(rv)(f) = rv(f)$.

در این صورت، مجموعه همه بردارها در M را کلاف مماس(tangent bundle) می گوییم و آن را با TM نشان می دهیم؛ به عبارت دیگر:

$TM = \cup_{p\in M} T_pM$.

به این ترتیب، میدان برداری X اسنادی هموار است که به هر نقطه از خمینه، بـرداری از فضای مماس در همان نقطه $X_p \in T_pM$ متناظر می شود، و هموار بودن ایـن اسـناد بـه ایـن معنی است که به ازای هر f عضو $C^\infty(M)$ تابع $Xf: M \to \mathbb{R}$ که به صورت زیر تعریف مـی شود هموار باشد.

$$M \to \mathbb{R}$$
$$p \mapsto (Xf)(p) \equiv X_p(f)$$

یعنی به طور نامتناهی مشتق پذیر باشد.

۲.۲ فضای دوگان(کتانژانت)

یک بردار دوگان(کتانژانت)، تابعی است خطی به صـورت $\omega_p: T_pM \to \mathbb{R}$، یعنـی، بـه هـر بردار در فضای مماس یک عدد حقیقی نسبت می دهد و داریم.

$$\omega_p(\alpha X_p + \beta Y_p) = \alpha\omega_p(X_p) + \beta\omega_p(Y_p)$$

مجموعه تمام توابع خطی به این شکل را فضای دوگان فضای T_pM می نامند و با T_p^*M نشان می دهند. مجموعه تمام بردار های دوگان در M را، که با TM^* نشان می دهند، کلاف دوگان یا کلاف کتانژانت(cotangent bundle) می گویند. در واقع،

$$TM^* = \bigcup_{p\in M} T_p^*M$$

۳.۲ کامل بودن

اگر نظریه ای فضا–زمانی دارای مدل هایی به شکل $\langle M\ ,\ O_1\ ,\ .\ .\ .\ .\ ,O_n\rangle$ باشد، به طوری که در معادلات میدان زیر صدق کند

$O_k = 0\ , O_{k+1} = 0, \ldots , O_n = 0$

آنگاه هر n+1 تایی به شکل فوق که این معادلات را برآورده می سازد،مدلی برای نظریه است(Earman, Norton, 1987).

ما در اینجا فرض می کنیم که نظریه های فضا –زمانی ما که فوقاً بـه آن اشـاره شـد، موضعی (local)است به این معنی که شروط زیر را برآورده می سازد.

۱. صورتی بندی معادلات میدان در همسایگی نقطه ای چون p انجام می شود.

۲. نظریه های فضا- زمانی واجد ویژگی کامل بودن باشد.

مزیت این روش این است که از پیش در مورد توپولوژی کلی فضا- زمان فرضی نمی کنیم؛ زیرا توپولوژی های مختلفی با ساختار موضعی سازگارند. به ایـن طریـق، مـا صـرفاً تحول جهان و چگونگی ساختار آن را در اطراف یک نقطه از فضا –زمان توصیف می کنیم و این با انواع ساختار های کلی (global)برای جهان سازگار خواهـد بـود :Friedman, 1983) (33-34. به عنوان مثال، نمی گوییم که جهان تخت است؛ جهان باز است یا بسـته اسـت؛ و جهان همبند (connected) است یا همبند نیست. به این ترتیب، نظریـه هـای مـا مـی توانـد مدلهای کیهان شناختی (cosmological models) مختلفی داشته باشد(ibid).

۴.۲ نگاشت‌های پیش برنده و پس برنده

نگاشت پیش برنده:فرض کنید کهMو N دو خمینهباشد و $h: M \to N$ تابعی هموار باشد، در این صورت، این تابع، نگاشتی چون h_* از T_pM به $T_{h(p)}M$ القا می کند، کـه آن را نگاشـت پیش برنده(push-forward) می نامیم و به صورت زیر تعریف می شود.

$h_*: T_pM \to T_{h(p)}M$

$X_p \mapsto h_*(X_p)$

که به ازای هر $f \in C^\infty(N)$ داریم:

$$h_*(X_p)(f) = X_p(f \circ h).$$

نکته ای که باید به آن توجه کنیم این است که این را نمی توان به میدان هـای بـرداری توسعه داد مگر اینکه تابع h تابعی دو سویی باشد که در این صورت، ایـن نگاشـت را مـی توان به میدان های برداری هم بسط داد. فرض کنید که X و Y بـه ترتیـب میـدان هـایی در خمینه های M و N باشد، در این صورت، X و Yرا h–مرتبط می نامیم و این را بـا $h_*X = Y$ نشان می دهیم که به صورت زیر تعریف می شود.

$$h_*(X_p) = Y_{h(p)}$$

نگاشت پس برنده: فرض کنید تابع f تابعی هموار باشد، و$f \in C^\infty(N)$، آنگاه نگاشـت h^* را نگاشت پس برنده (pullback) می نامیم که به صورت زیر تعریف می شود.

$$h^*f \equiv f \circ h$$

که در آن $f \circ h \in C^\infty(M)$.

این مفهوم را می توان به میدان های تانسوری هم وردای مرتبه بـالاتر هـم توسـعه داد. فرض کنید که ω یک تک فرمی در خمینه N باشد،در این صورت، نگاشت پـس برندهبـه صورت زیر تعریف می شود.

$$(h^*\omega)_p(X_p) = \omega_{h(p)}(h^*(X_p)).$$

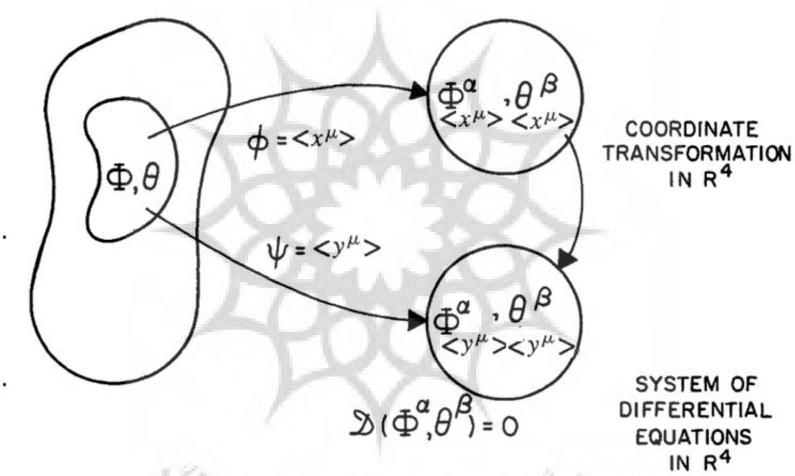
اگر تابع میان خمینه ها دو سویی باشد،هم برای میدان های تانسـوری هـم وردا و هـم برای میدان های تانسوری پاد وردا،می توان نگاشت های پس برنده و پیش برنده را تعریف کرد و می توان نشان داد که برای تانسوری از مرتبه (k, l) داریم:

$$(h^* T)^{\mu_1 \cdots \mu_k}{}_{\nu_1 \cdots \nu_l} = \frac{\partial y^{\mu_1}}{\partial x^{\alpha_1}} \cdots \frac{\partial y^{\mu_k}}{\partial x^{\alpha_k}} \frac{\partial x^{\beta_1}}{\partial y^{\nu_1}} \cdots \frac{\partial x^{\beta_l}}{\partial y^{\nu_l}} T^{\alpha_1 \cdots \alpha_k}{}_{\beta_1 \cdots \beta_l}$$

۵.۲ تبدیل‌های منفعل و فعال

فرض کنید که M خمینه ای دیفرانسیل پذیر n بعدی باشد، و فرض کنیـد کـه (U, ϕ) و (V, ψ) دو کـارت مختصـات باشـد. بنـابراین،ϕ و ψ را مـی تـوان بـه صـورت $\phi(p) = (x^1(p), \ldots, x^n(p))$ و $\psi(p) = (y^1(p), \ldots, y^n(p))$ نشـــان داد کـــه در آن $x^\mu \in C^\infty(M)$ و $y^\mu \in C^\infty(M)$است،و آنها را توابع مختصات می نامند. در واقع، با کارتهـای مختصـات، مـا

نقاط فضا–زمان (خمینه) را برچسب می زنیم و هر نقطه p را از فضا – زمانبا ایـن اعـداد نشان می دهیم. به عنوان مثال، می تـوان نقطـه p را بـا $x^1(p)$، ...، $x^n(p)$ نشـان داد یـا بـا $y^1(p)$، ...، $y^n(p)$ نشان داد. همچنین، میدان های تانسوری به معنی اعمرا(باید توجه داشت که توابع اسکالر، بردارها و بردارهای دوگان را هممی توان تانسورهای مرتبه (0,0) ، (1,0) و (0,1) در نظر گرفت) می توان در دستگاه های مختلف نشان داد. در واقع، وقتی ما اینهـا را در دستگاه های مختصات مختلف نشان می دهیم،یک شیء را بـه طـرق مختلـف نمـایش می دهیم.هنگامی که با یک تبدیل مختصات شیء هندسی Θ را که در مختصـات x^μ نشـان داده شده است در مختصات دیگری همچون y^μ نمایش دهیم، با تبدیلی منفعل مواجهیم.



۴

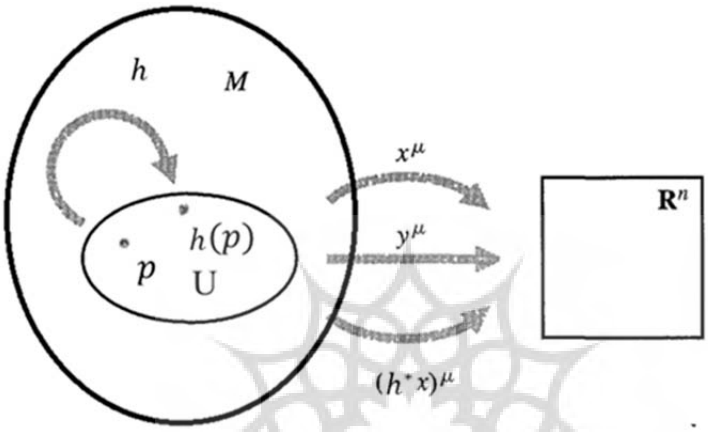
۶.۲ تبدیل یک میدان تانسوری تحت دیفئومورفیسم

فرض کنید که h یک دیفئومورفیسم از M به M باشد،و Θ یک میدان تانسوری باشد.در این صـورت، مقـدار تـابع $h^*\Theta$، کـه آن را جابجـایی(dragging along) مـی نـامیم و هـم می‌تواند نگاشت پس برنده باشد و هم نگاشت پـیش برنـده، در نقطـه h(p) در مختصـات $y^\mu = x^\mu \circ h$ برابر است با مقدار Θ در نقطه p در مختصـات x^μ(Friedman, 1983: 359). بـه عنوان مثال، اگر X یک میدان برداری باشد که تحت یک تبدیل دیفئومورفیسم (که در اینجا

خود ریختی (automorphism) نامیده می شـود، چـون تـابعی اسـت از M بـه M) بـه h^*X تبدیل شود، داریم:

$$(h^*X)_{h(p)}x^\mu = X_p(x^\mu \circ h).$$

۵



۳. هم‌وردایی عام

هم وردایی عام ویژگی ای است که معادلات نظریه نسبیت عـام واجـد آن اسـت. پرسـش مهمی که باید به آن پاسخ دهیم این است که آیا این ویژگی منحصر به فرد نظریـه نسـبیت عام است که از اصول اختصاصی این نظریه نشأت می گیرد یـا همـه نظریـه هـای فضـا – زمانی ما واجد این خصوصیت است؟ در مباحث فلسفی و بنیادی مربوط بـه نظریـه هـای فضا – زمانی و علی الخصوص نسبیت عام، در مورد اینکههم وردایـی عـام دقیقـاً بـه چـه معنا است اختلاف نظر زیاد است، با ایـن حـال، بـر سـر دو موضـوع توافـق گسـترده ای وجود دارد.

> ۱– هم وردایی عام نسبیت عام را از نظریه های پیشین متمایز نمی کنـد، بـه شـرط اینکـه نظریه های پیش از نسبیت عام به طریق مناسبی صورت بندی شده باشد، و ۲– هم وردایی عام، به خودی خود دارای هیچ محتوای فیزیکی ای نیست (Pooley, 2010: 197).

نکته جالبی که در مورد نظریه نسبیت عام وجود دارد این است که در مورد اینکه کـدام اصول، مبین ویژگی متمایز کننده است اختلاف نظر وجود دارد، و با اینکه در ابتدا توافق بـا اینشتین در مورد اصول بسیار زیاد بود، با گذشت زمان، اختلاف با اینشتین در مورد اصولی که خود، آنها را به عنوان اصول نظریهاشمی پنداشت در حال افزایش است. نکته اینجا است که این اختلاف ها صرفاً در انتخاب بهترین روش برای بازسازی اصول و قضایا یـا روشـن کردن برخی مواضع در صورت بندی اصول نیست «صداهای مخالف اعلام مـی کننـد کـه اینشتین در مورد اندیشه های بنیادی نظریه خود در اشتباه بود و اصول پایه ای که اینشـتین پیشنهاد کرد واقعاً با نظریه او ناسازگار است» (Norton, 1993: 794). آنچه وضعیت را پیچیده تر می کند،تغییر موضع خود اینشتین بوده است. اینشـتین در مواضـع مختلـف، اصـل هـم ارزی، اصل ماخ و اصل نسبیت را به عنوان اصـول سـه گانـه مبـانی نظریـه خـود معرفـی کرده است، و مساله این است که تاکید وی در مورد آنها تغییر کرده است(ibid).

البته اینشتین، بنابه اظهار نظر خود، همواره میان دو اصـل نسـبیت و اصـل مـاخ تمـایز روشنی قائل نبود، «همچنین او به طور کامل،اشتیاق خود را به اصل ماخ از دسـت داد و در دوران انتهاییعمر خود آن را کنار گذاشت»(ibid). با اینکه در مورد اصل هـم ارزی اخـتلاف زیاد است، به طوری که اندرسون(Anderson) و گاترو(Gatreau) اظهار می دارند کـه تقریبـاً به تعداد نویسنده هایی که در مـورد آن نوشـته انـد اصـل هـم ارزی داریـم (Anderson & Gatreau, 1969: 1656)، بزرگتـرین مشـاجره، در مـورد اصـل نسـبیت و تعبیـر آن بوده است(ibid).نکته مهمی که باید در اینجا به آن اشاره کنیم ایـن اسـت کـه هنگـامی کـه اینشتین در ۱۹۱۵ نظریه نسبیت عام خود را صورت بندی کرد، چنین می پنداشـت کـه بـه نقطه اوج جستجوی خود در ارائه یک نظریه هم وردای عام رسـیده اسـت، و بـه سـرعت برداشت غالب در مورد نظریه نسبیت عام این شد که این یگانه دستاورد آن است (Norton, 2003: 110)، در ۱۹۱۷ اریک کرشمان(Erich Kretschmann) اظهارداشت کـه هـیچ محتـوای فیزیکی ای در خواسته اینشتین در مورد هم وردایی عام وجود ندارد؛اکنون،این مخالفت بـه جریان غالب تبدیل شده است(ibid).

سوالات مهمی در اینجا وجود دارد. آیا نظریه نسبیت عام توسعه اصل نسبیت به حرکت شتاب دار است؟ آیا این توسعه را «هم وردایی عام» قوانین آن فراهم می کند؟ یک ویژگـی شناخته شده نظریه نسبیت عام این است که چارچوب دستگاه مختصات مرجحی ندارد، با

توجه به این امر،آیا این ویژگی معادل است با «هم وردایی عام» یا «ناوردایی دیفئومورفیسم» (diffeomorphism invariant)؟ در این بخش می کوشیم به این پرسش اخیر پاسخ دهیم.

برای اینکه پاسخ پرسش فوق را بیابیم، ابتدا باید ببینیم معنای هم وردایی عـام چیسـت. در اینجا این امر ضمن بررسی دو دیدگاه در مورد چیستی تمایز نسبیت عام با نظریـه هـای پیشین صورت می گیرد. دیدگاه اول، دیدگاه اندرسون– فریدمن در مورد عدم وجود شـیء مطلق در نظریه نسبیت عام است، و دیدگاه دوم دیدگاه ارمن اسـت کـه بـر وجـود قیـدی تأکید دارد که نوعی تقارن پیمانه ای است کـه نظریـه هـای پـیش از نسـبیت عـام واجـد آن نیست. ابتدا،به بیان دیدگاه فریدمن — اندرسون می پردازیم (البتـه ارائـه مـا در اینجـا از کتاب فریدمن است).

۱.۳ دیدگاه اندرسون ـ فریدمن

برای معرفی دیدگاه اندرسون — فریدمن ابتدا لازم است که مفهوم شیء هندسی را در ایـن دیدگاه توضیح دهیم؛ زیرا بیان این دیدگاه مبتنی بر مفهوم شیء هندسی است.

۱.۱.۳ شیء هندسی

اندرسون معتقد اسـتکهتمام اشـیای هندسـی بایـد شـرطی محـوری را بـرآورده سـازد.این شرط،فرآهم کردن مبنای تحققـی(realization) از گـروه نگاشـت خمینـه ای (the manifold mapping group) است. تحت نگاشتی از این گروه، شئ ای هندسی چونΘ، دستخوش یک تبدیل قرار می گیرد، وبه شیء هندسی دیگری چون Θ' تبدیل می شود.

بــه طــور کلی،اگــر شــیء Θ شــیءای هندســی باشــد، بایــد شــرایط زیــر را برآورده کند(Anderson, 1967: 14):

۱. اگر نگاشتی که با توابع $x'^{\mu}(x)$ معین می شود Θ را به Θ' تبدیل کند و نگاشـتی کـه با توابع $x''^{\mu}(x)$ معین می شود Θ' را به Θ'' تبدیل کند، در این صورت، تحت نگاشتی کـه با توابع $x''^{\mu}(x')$ معین می شودΘ به Θ'' تبدیل می شود.

۲. Θ، تحت نگاشت این همانی، به خودش تبدیل می شود.

۳. اگر Θ تحت نگاشتی به Θ' تبدیل شود، تحت نگاشت معکوس این نگاشت، Θ' به Θتبدیل می شود[۶](ibid).

فریدمن هم وردایی عام را خصوصیت هر نظریه ای می داند که بتـوان آن را مسـتقل از مختصات صورت بندی کرد. «یک نظریه هم وردای عام خواهد بـود دقیقـاً در حـالتی کـه بتوان صـورت بنـدی ای ذاتـی(intrinsic) یـا مسـتقل از مختصـات از آن ارائـه کـرد. تنهـا نظریه های به طور عام هم وردا، به ما توصیفی ذاتی از فضا – زمان مـی دهـد» (Friedman, 1983: 54).

وی تصریح می کند که «اصل هم وردایی عام ابداً هیچ محتوایی ندارد؛ این اصـل هـیچ نظریه ای را معین نمی کند، بلکه صرفاً تعهد ما را به سبک معینی از صورت بندی نظریه ها بیان می کند. به همین دلیل، هم وردایی عام، به هیچ وجه، امری در مورد نسبیت حرکت را محقق نمی کند. فضا–زمان ساده $E^3 \times \mathbb{R}$ که در آن مفاهیم معناداری از حرکت مطلق به هر معنی ممکن (سکون، سرعت، شتاب و مانند آنها) وجود دارد، می تواند به شـکل توصـیفی مستقل از مختصات (و بنابراین، هم وردای عام)، دقیقاً به همان آسانی فضا– زمـان نسـبیت عام داده شود»(ibid: 54-55).

معمولاً، به هر نظریه فضا– زمانی گروهی از تبدیلات نسبت داده می شود که بـاور بـر این است که ایـن گـروه معـین کننـده ویژگـی نظریـه اسـت و نظریـه تحـت ایـن گـروه تبدیلات،ناوردا باقی می ماند. در اینجا،مفاهیم نـاوردا (invariant) و هـم وردا (covariance) موجب ابهام بسیار شده است. اغلـب، گـرو هـای تقـارنی را بیـان کننـده اصـول نسـبیت تلقی کرده اند؛ یعنی، گروه تقارنی گالیله ای و گروه تقارنی لورنتسی را مبین نسبیت حرکت لخت یا غیر شتابدار می دانند؛ «این واقعیت که حالات مختلف حرکـت لخـت، معـادل یـا غیرقابل تمایزاست(اصل خاص بـا گسـترش ایـن غیرقابـل تمـایز بـودن بـه پدیـده هـای الکترومغناطیسی،فراتر از اصل گالیله ای می رود)»(ibid: 46-47).

فریدمن به دو طریق هم وردایی عام را برای معادلات تعریـف مـی کنـد؛ فعـال(active) ومنفعل(passive). برای توضیح این مطلب ابتدا باید مدل های دینامیکی ممکـن را توضـیح دهیم که این کار را بر اساس(Friedman, 1983:48-53) انجام می دهیم.

هر نظریه فضا– زمـانی رده ای از مـدلهارا بـه صـورت $\langle M, O_1, \ldots, O_n \rangle$ توصـیف می کند، که اینها در واقع میدان های تانسوری است که به هر نقطـه از فضـا – زمـان یـک تانسور نسبت مـی دهـد.در اینجـا، اشـیای هندسـی دیگـریهم وجـود دارد، اما،مابیشـتر بـا میدان های تانسوری مواجهیم. بـرای سـادگی، فـرض کنیـد کـه مـدلهای فـوق بـه شـکل $\langle M, \Phi, \Theta \rangle$است.معادلات میدان نظریه های فضا– زمانی،معادلاتی است که در آنهـا مقـادیر

اشیای هندسی، که اعدادی حقیقی است، در یک بازه صفر است.این امر را می توان به صورت معادله زیر، که معادله ای مستقل از مختصات است، بیان کرد.

$$\mathcal{F}(\Phi, \Theta) = 0 \qquad (1)$$

فرض کنید که Φ تانسور مرتبه (k, l) و Θ تانسور مرتبه (m, n) باشد، در این صورت، در دستگاه مختصات$\langle x^\mu \rangle$، معادله فوق، به معادله زیر(که معادله ای وابسته به مختصات است) تبدیل می شود.

$$\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle x^\mu \rangle} = 0$$

که برای میدان های تانسوری در دستگاه مختصات$\langle x^\mu \rangle$، Φ به صورت ${\Phi^{\mu_1 \cdots \mu_k}}_{\nu_1 \ldots \nu_l}$ وΘ به صورت ${\Theta^{\mu_1 \cdots \mu_m}}_{\nu_1 \ldots \nu_n}$است، و رابطه فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle x^\mu \rangle}(({\Phi^{\mu_1 \cdots \mu_k}}_{\nu_1 \ldots \nu_l})_{\langle x^\mu \rangle}, ({\Theta^{\mu_1 \cdots \mu_m}}_{\nu_1 \ldots \nu_n})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

این معادله دیفرانسیلی است که مشخص کننده رده ای از مدلها است که نظریه آنها را انتخاب می کند، و اندیس$\langle x^\mu \rangle$نشان دهنده این است که مولفه های این اشیای هندسیدر مختصات $\langle x^\mu \rangle$بیان شده است. می توان (1) رادر دستگاه مختصات دیگری چون$\langle y^\mu \rangle$ هم نشان داد؛ در این صورت، معادله زیر را خواهیم داشت.

$$\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^\alpha)_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^\beta)_{\langle y^\mu \rangle} = 0$$

که برای میدان های تانسوری رابطه فوق به صورت زیر خواهد بود.

$$.\mathcal{D}^{\mathcal{F}}_{\langle y^\mu \rangle}(({\Phi^{\mu_1 \cdots \mu_k}}_{\nu_1 \ldots \nu_l})_{\langle y^\mu \rangle}, ({\Theta^{\mu_1 \cdots \mu_m}}_{\nu_1 \ldots \nu_n})_{\langle y^\mu \rangle}) = 0$$

به عنوان مثال، معادله ژئودزیک را در نظر بگیرید. شکل ذاتی یا مستقل از مختصات این معادله به صورت زیر است.

$$D_{T_\sigma} T_\sigma = 0 \qquad (2)$$

که اگر به شکل معادله (1) نوشته شود به معادله زیر تبدیل خواهد شد.

$$\mathcal{F}(D, T_\sigma) = 0$$

در این صورت، در یک مختصات دلخواه، بردار مماس بر منحنی $\sigma(t)$ به صورت $V^\mu = \frac{d(x^\mu \circ \sigma)}{dt}$است (که این را معمولاًبا $\frac{dx^\mu}{dt}$ نشان می دهند) و در همان مختصات، معادله (۲) به صورت زیر است.

$$\frac{d^2x^\mu}{dt^2}+\Gamma^\mu_{\rho\sigma}\frac{dx^\rho}{dt}\frac{dx^\sigma}{dt}=0 \qquad (3)$$

یا

$$\frac{dV^\mu}{dt}+\Gamma^\mu_{\rho\sigma}V^\rho V^\sigma=0 \qquad (3)'$$

اگر این فضا – زمان تخت باشد، در دستگاه مختصات لختی چون $\langle z^\mu\rangle$، در همسایگی نقطه ای چون p، $\Gamma'^\mu_{\rho\sigma}=0$استو بنابراین، در این دستگاه مختصات،معادله (2) بـا معـادلات زیر بیان می شود.

$$\frac{d^2z^\mu}{dt^2}+\Gamma'^\mu_{\rho\sigma}\frac{dz^\rho}{dt}\frac{dz^\sigma}{dt}=0\,,\qquad \Gamma'^\mu_{\rho\sigma}=0\quad\Rightarrow\frac{d^2z^\mu}{dt^2}=0 \qquad (4)$$

یا

$$\frac{dV'^\mu}{dt}+\Gamma'^\mu_{\rho\sigma}V'^\rho V'^\sigma=0\,,\qquad \Gamma'^\mu_{\rho\sigma}=0\quad\Rightarrow\frac{dV'^\mu}{dt}=0$$

که در آن $V'^\mu=\frac{dz^\mu}{dt}$. به این ترتیب، معادله (3) دقیقاً همـان رده ای از مـدلها را معـین می کندکه معادله (4) مشخص می کند. یعنی، هنگامی که یک معادله مستقل از مختصات به شکل (2) داریم (یعنی معادله ای که به شکل ذاتی(intrinsic) بیان شده است) در هر دستگاه مختصاتی که نمایش داده شود رده مدلهای یکسانی را معین می کند.[۷]

اما،اگر ما ابتدا از معادله (4) به شکل $\frac{d^2z^\mu}{dt^2}=0$ شروع کنیم و این تقاضا را داشته باشـیم که شکل معادلات در مختصات دیگری چون $\langle x^\mu\rangle$ هم به همین شکل باشـد، یعنـی، رابطـه زیر برقرار باشد

$$\frac{d^2x^\mu}{dt^2}=0 \qquad (5)$$

در این صورت، رده مدل هایی که معادله (4) معین می کند با رده مـدل هـایی کـه (5) معین می کند یکسان نخواهد بود. در اینجا، ما از معادلات در یک دستگاه مختصات شروع کردیم (معادله ای که به شکل عرضی (extrinsic) بیان شده است) ولی اگر بخـواهیم شـکل معادله یکسان باقی بماند، مدلهایی که ایـن شـکل هـای یکسـان معـین مـی کنـد یکسـان نخواهد بود.

با این توضیحات به تعریف هم وردایی معادلات می پردازیم.

فرض کنید که معادلات دیفرانسیلی چون $\mathcal{D}\left(\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l}, \Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n}\right) = 0$ در $\mathbb{R}^4$ داده شده است و نسبت به مختصات $\langle x^\mu \rangle$، این سیستم از معادلات رده ای چون $\langle M , \Phi , \Theta \rangle$ از مدل ها را معین می کند.این دستگاه معادلات را تحت تبدیلات مختصات، که در آن مختصات $\langle x^\mu \rangle$ به مختصات $\langle y^\mu \rangle$ تبدیل می شود هم وردا(covariant) می گویند هرگاه در دستگاه $\langle y^\mu \rangle$نیز معادله فوق همان رده از مدل ها را معین کند. یعنی، به ازای هر Φ و Θ عضو M:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle y^\mu \rangle}) = 0 \qquad (6)$$

که این را به طور مختصر می توان به صورت زیر بیان کرد که برای تمام اشیای هندسی (مورد بحث)برقرار است.

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\alpha})_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^{\beta})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu \rangle}((\Phi^{\alpha})_{\langle y^\mu \rangle}, (\Theta^{\beta})_{\langle y^\mu \rangle}) = 0 \quad (6)'$$

در این صورت، گروه هم وردایی (covariance group) برای یک نظریه، بزرگترین زیر گروه از گروه تبدیلات مختصات است که هر تبدیل عضو این زیر گروه، شرط فوق را برآورده کند.

اما، اکنون دستگاهی از معادلات را به شکل زیر در نظر بگیرید.

$$\mathcal{D}(\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l}, \Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n}) = 0$$

در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$، معادلات فوق به شکل زیر خواهد بود.

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu \rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^\mu \rangle}, (\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^\mu \rangle}) = 0$$

همان طور که اشاره کردیم، این دستگاه معادلات، رده ایاز مدلها را به شکل $\langle M , \Phi, \Theta \rangle$، نسبت به دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$، معین می کند. این معادلات،تحتتبدیل دیفئومورفیسمی^در خمینه چون h هم وردا است هرگاه $\langle M , h^*\Phi, h^*\Theta \rangle$ هم، در دستگاه مختصات $\langle x^\mu \rangle$، مدلی برای نظریه باشد.

اکنون،تبدیل مختصاتی چون $\langle y^\mu \rangle \rightarrow \langle x^\mu \rangle$ را در نظر بگیرید. این تبدیل، منجر به تبدیلی چون $M \rightarrow Mh$: در خمینه می شود (خود ریختی) که بر اساس آن، مقدار شیء هندسی ای چون Φبه $h^*\Phi$ تبدیل می شود ومقدار Φدر p در مختصات $\langle y^\mu \rangle$برابر خواهد با مقدار$h^*\Phi$ درh(p) در مختصات. $\langle x^\mu \rangle$ یعنی:

$$(h^*\Phi)_{\langle x^\mu \rangle}(\ \ (p)) = (\Phi)_{\langle y^\mu \rangle}(p)$$

اکنون، فرض کنید که $\mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^{\mu}\rangle},(\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^{\mu}\rangle})=0$ دستگاهی از معادلات دیفرانسیل است. که در واقع، معادلات دیفرانسیل حاصل از معادلات میدان یا معادلات حرکت نظریه است که در دستگاه مختصات $\langle x^{\mu}\rangle$ بیان شده است. این دستگاه معادلات را، که مدلی چون $\langle M,\Phi,\Theta\rangle$ را معین می کند، تحت تبدیل خمینه ، هم وردای عام گویند هرگاه $\langle M,h^*\Phi,h^*\Theta\rangle$ نیز، نسبت به $\langle x^{\mu}\rangle$ مدلی را معین کند. به عبارت دیگر، هرگاه رابطه زیر بر قرار باشد.

$$\mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^{\mu}\rangle},(\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^{\mu}\rangle})=0 \iff$$

$$\mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}(((h^*\Phi)^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^{\mu}\rangle},((h^*\Theta)^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^{\mu}\rangle})=0$$

اما از مطالب گفته شده می توان ملاحظه کردکه

$$\mathcal{D}_{\langle y^{\mu}\rangle}((\Phi^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle y^{\mu}\rangle},(\Theta^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle y^{\mu}\rangle})|_p$$

$$=\mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}(((h^*\Phi)^{\mu_1\cdots\mu_k}{}_{\nu_1\ldots\nu_l})_{\langle x^{\mu}\rangle},((h^*\Theta)^{\mu_1\cdots\mu_m}{}_{\nu_1\ldots\nu_n})_{\langle x^{\mu}\rangle})|_{h(p)}$$

که در آن $y^{\mu}=x^{\mu}\circ h$. بنابراین، هر دو بیان معادل است. زیرا، اگر از صورت مختصرتر رابطه (6) یعنی رابطه $'$(6) استفاده کنیم خواهیم داشت:

$$\mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}((\Phi^{\alpha})_{\langle x^{\mu}\rangle},(\Theta^{\beta})_{\langle x^{\mu}\rangle})|_p=0 \iff \mathcal{D}_{\langle y^{\mu}\rangle}((\Phi^{\alpha})_{\langle y^{\mu}\rangle},(\Theta^{\beta})_{\langle y^{\mu}\rangle})|_p=0$$
$$=\mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}((h^*\Phi^{\alpha})_{\langle x^{\mu}\rangle},(h^*\Theta^{\beta})_{\langle x^{\mu}\rangle})|_{h(p)}$$

بنابراین:

$$\mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}((\Phi^{\alpha})_{\langle x^{\mu}\rangle},(\Theta^{\beta})_{\langle x^{\mu}\rangle})|_p=0 \iff \mathcal{D}_{\langle x^{\mu}\rangle}((h^*\Phi^{\alpha})_{\langle x^{\mu}\rangle},\left(h^*\Theta^{\beta})_{\langle x^{\mu}\rangle}\right)|_{h(p)}=0$$

باید بر این نکته تأکید کنیمکه هم وردا بودن معادلات نظریه به چگونگی صورت بندی نظریه هابستگی دارد. به بیان دیگر، می توان گفت با اینکه معادلات صورت بندی های استاندارد مکانیک نیوتنی و نسبیت خاص هم وردای عام نیستند،ولی می توان با صورت بندی مناسب آنها، به معادلاتی رسید که به معنی ای که گفته شد هم وردای عام هستند. بنابراین «گروه هم وردایی» تمام این نظریه ها یکی است. این گروه، گروه تمام تبدیلات قابل قبول مختصات است.

به این ترتیب، روشن است که هم وردایی عام معادلات نظریه، معادل با اصل نسبیت عام حرکت نیست. یعنی گزاره های (1) و (2)، که به صورت زیر بیان شده اند، با هم معادل نیستند.

۱. معادلات نظریه هم وردای عام هستند.

۲. اصـل نسـبیت عـام(general principle of relativity):تمـام حـالات حرکـت؛ یعنـی، حرکت های شتابدار(اعم از حرکت دورانـی و غیـر دورانـی) و بـدون شـتاب، غیـر قابـل تمایز(indistinguishable)یا معادل (equivalent) هستند (اصل نسبیت عام).

بنابراین، روشن است که گروه هم وردایی، ابزار مناسبی برای بیان تمایز میان نظریه های نسبیت عام، نسبیت خاص، الکترومغناطیس و مکانیک نیوتنی نیست.اکنون به بیان پیشنهادی می پردازیم که جیمز.ال. اندرسون آن را ارائه داده است.

۳. تعریف اندرسون در مورد گروه تقارنی

پیشنهاد اندرسون برای بیان این تمایز مبتنی بر مفهوم گروه تقارنی (symmetry group) یا گروه ناوردایی(invariance group) است.

فرض کنید که Θ شیء ای هندسی باشد(میدانی تانسوری) در این صورت، همان طـور که گفته شد، مقدار تابع $h^*\Theta$، در نقطه$h(p)$ در مختصات $\langle x^\mu \circ h\rangle = \langle y^\mu\rangle$ برابر اسـت بـا مقـدار Θ در نقطـه p در مختصـات $\langle x^\mu\rangle$. اگـر تحـت دیفئومورفیسـمی(خودریختی ای) $h^*\Theta = \Theta$ باشـد، یعنـی، مقـدار تـابع Θ، در نقطـه $h(p)$ در مختصـات $\langle x^\mu \circ h\rangle = \langle y^\mu\rangle$ برابرباشد با مقدار Θ در نقطه p در مختصات$\langle x^\mu\rangle$، آنگاه می گویند که این تبـدیل «تقـارنی» برای Θ است یا Θ را «ناوردا» نگاه می دارد(Friedman, 1983: 359-360).

۲.۳ گروه تقارنی

گروه تقارنی یک نظریه، بزرگترین زیر گروه از گروه تمام تبدیلات قابـل قبـول (خـود ریختی ها یا دیفئومورفیسم ها) آن نظریه است که اشیای هندسی معینـی را، کـه متعلـق بـه نظریه است، ناوردا نگاه می دارد(اشیایی که به هر یک ازآنها شیء مطلق می گویند). به این ترتیب، می توان نشان دادکه گروه تقـارنی مکانیـک نیـوتنی گـروه گالیلـه ایاسـت،که زیـر مجموعه سره ای از گروه تمام تبدیلات قابل قبول $\mathcal{M}$ است، گروه تقارنی نسـبیت خـاص گروه لورنتساست،که این گروه نیـز، زیرمجموعـه سـره ای از گـروه تمـام تبـدیلات قابـل قبول $\mathcal{M}$ است، و گروه تقارنی نسبیت عام گروه تمام تبـدیلات قابـل قبـول اسـت؛ یعنـی، $\mathcal{M}$ است.

نکته اساسی در رویکرد اندرسون در تمایز میان شیء مطلـق و شـیء دینـامیکی اسـت (ibid: 56). اشیای مطلقیک نظریه(مثل متریک نسبیت خاص)،اشیایی است کـه تحـت تـاثیر

برهمکنش هایی که نظریه توصیف می کند، قرار نمی گیرد. اینها،در واقع،«چارچوب پس زمینه ای» (background framework)است که در آن برهمکنش ها صورت می پذیرد (ibid: 56-57). در مقابل، اشیای دینامیکی(مثل متریک نسبیت عام) اشیایی است که از برهمکنش اشیای دیگر متأثر می شود. مثلاً، در مورد متریک نسبیت عام، این شیء هندسی دینامیکی،از تانسور انرژی – اندازه حرکتمتأثر می شود (ibid: 57).فریدمن تلاش می کند تا تعریف دقیقی از شیء مطلق ارائه دهد. تعریف او را با ارائه تعریف دیگریاز هم وردایی عام (تعریف ارمن) یکنظریه بیان می کنیم.

۳.۳ هم‌وردایی عام، دیدگاه‌های فریدمن و ارمن

نظریه T هم وردای عام است هرگاه اگر $< M , O_1 , . . . , O_n >$ مدلی از نظریه باشد،درآن صورت، به ازای هر $p \in M$ ، و همسایگی ای چون A از نقطه p و تبدیلی[۹] چون $h: A \to B$ که در آن،B نیز همسایگی ای از نقطه p است، $\langle M , h^*O_1 , . . . , h^*O_n \rangle$ نیز مدل T در $A \cap B$ باشد (ibid: 58).

نکته مهم، در اینجا، این است که معکوس مطلب فوق همواره برقرار نیست؛ یعنی، اگر $\langle M , O_1 , . . . , O_n \rangle$ و $\langle M , \Theta_1 , . . . , \Theta_n \rangle$ دو مدل برای نظریه ای چون T باشد، آنگاه چنین نیست که همواره دیفئومورفیسمی(خودریختی ای) چون hوجود داشته باشد که رابطه $\Theta_i = h^*\Theta_i$ برقرار باشد. این وضعیت، هنگامی برقرار است که رابطه زیر تحقق یابد.
هم ارزی D:

هرگاه $\langle M , O_1 , . . . , O_n \rangle$ و $\langle M , \Theta_1 , . . . , \Theta_n \rangle$ دو مدل از نظریه ای چون T باشد، آنگاه به ازای هر نقطه ازM چونp، همسایگی هایی چون A و B از این نقطه و تبدیلی (دیفئومورفیسمی یا خودریختی ای) چون $h: A \to B$ وجود دارد به طوری که $\Theta_i = h^*O_i$ در $A \cap B$ برقرار باشد (ibid).

اگر رابطه فوق بین O_i و Θ_i برقرار باشد، این دو را D–هم ارز می نامیم. به این ترتیب، می توان شیء مطلق یک نظریه را به صورت زیر تعریف کرد.

O_i شیء مطلق نظریه فضا – زمانی T است، هرگاه اگر $\langle M, O_1, \ldots, O_n \rangle$ و $\langle M, \Theta_1, \ldots, \Theta_n \rangle$ دو مدل T باشد، آنگاه O_i و Θ_i، D–هم ارز باشد(ibid: 60).

به این ترتیب، می توان گفت که گروه تقارنی نظریه فضا –زمانی، زیر گروهی ازتبدیلات خمینه ای است که تحتتبدیلتبدیلات عضوآن،شیء مطلق نظریه ناوردا بماند.

با توضیحاتی که در مورد رویکرد اندرسون –فریدمن،در مورد هم وردایی عام و شیء مطلق، بیان کردیم، اکنون به بیان دیدگاه ارمن در مورد هم وردایی عام و تمایز نسبیت عام با سایر نظریه های فضا –زمانی می پردازیم.

ارمن میان دو نوع هم وردایی عام تمایز قائل می شود؛ یکی هم وردایی عام صوری (formal general covariance) دوم هم وردایی عام جوهری (substantive general covariance). هم وردایی عام صوری ویژگی ای است که نظریه های فضا –زمانی پیش از نسبیت عام نیز واجد آن است؛ یعنی، هم مکانیک نیوتنی و هم نسبیت خاص این ویژگی رادارد. بنابراین، هم وردایی عام صورینمی تواند متمایز کننده نسبیت عام از نظری های دیگر باشد. اما،هم وردایی عام جوهری، ویژگی ای است که،در میان این نظریه ها، صرفاً نسبیت عام واجد آن است؛بنابراین،این ویژگیمتمایز کننده نسبیت عام از نظریه های مذکور است.ارمن، هم وردایی عام جوهری را به صورت زیر بیان می کند.

«فرض کنید که h یک دیفئومورفیسم باشد (یعنی،نگاشتی یک به یک و پوششی از M به روی خودش)،آنگاه نظریه ای فضا –زمانی هم وردایی عام جوهری را برآورده می کنددقیقاً در حالتی[۱۰] که (i) اگر $\langle M, O_1, \ldots, O_n \rangle$ قوانین نظریه را برآورده کند، آنگاه به ازای $h \in diff(M)$ ، $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n \rangle$ نیز قوانین نظریه را برآورده کند که در آن h^*O_i به معنیجابجایی O_i باh است و (ii) این ناوردایی دیفئومورفیسم یک تقارن پیمانه ای(gauge symmetry) نظریه باشد؛ یعنی، $\langle M, O_1, \ldots, O_n \rangle$ و $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n \rangle$ توصیفاتی از وضعیت فیزیکی یکسانی باشد. بنابراین، هم وردایی عام جوهری مستلزم وجود افزونگی توصیفی ثانویه است»(Earman, 2006: 4-5).

دلیل اینکه ارمن از افزونگی ثانویه سخن می گوید این است که افزونگی اولیه ای وجود دارد و آناوردایی دیفئومورفیسم است که شرط اول بیانگر آن است. نکته دیگری که باید به آن توجه داشت این است که تقارن پیمانه ای بودن ناوردایی دیفئومورفیسم، تنها در

مورد نسبیت عام برقرار است و نظریه های پیشین، اگرچه واجدویژگی ناوردایی دفئومورفیسم است، ولی این ناوردایی دیفئومورفیسم، در عین حال، تقارن پیمانه ای نیست.

۴. مقایسهٔ دو دیدگاه

پیش از بیان تمایز دو دیدگاه باید تاکید کنیم که با وجود اینکه شیء مطلق برنامه اندرسون – فریدمن را ابتدا اندرسون معرفی کرده است، دیدگاه فریدمن (Friedman, 1973; Friedman, 1983) با دیدگاه اندرسون تفاوت هایی دارد (Pitts, 2007). آنچه ما، در اینجا، به عنوان تعریف شیء مطلق معرفی کرده ایم مبتنی برتلقی فریدمن است.

با در نظر گرفتن دو دیدگاه فوق می توان تمایز این دو دیدگاه را با تعریف شیء هندسی ناوردا و تمایز آن با شیء مطلق روشن نمود. شیء هندسی ناوردا را با تعریف تبدیل تقارنی ای که تحت آن شِیْء هندسی ناوردا می ماند تعریف می کنیم.

۱.۴ تبدیل تقارنی[۱۱](symmetry transformation)

تبدیل دیفئومورفیسمhرا یک تبدیل تقارنی شیء هندسی Θ می نامیم هرگاه $h^*\Theta = \Theta$؛ یعنی، هرگاه h، Θ را ناوردا نگاه دارد.

۲.۴ شیء ناوردا

شیء هندسیΘ را ناوردا می نامیمهرگاه هر عضو ازگروه تبدیلات دیفئومورفیسم، یک تبدیل تقارنی برای Θ باشد؛ یعنی، اگر شیء هندسیΘ ناوردا باشد، آنگاه اگر $h \in diff(M)$، که در این صورت، $h^*\Theta = \Theta$.

آنچه باید، اینجا، مورد توجه قرار گیرد این است که مفهوم شیء مطلق در رویکرد فریدمن، به نظریه ای بستگی دارد که شیء مطلق در آن، با توجه به مدل های نظریه،تعریف می شود. اما، مفهوم شیء هندسی ناوردا به نظریه خاصی بستگی ندارد و با توجه به تبدیلات دیفئومورفیسم خمینه ای که در آن نظریه فضا– زمانی صورت بندی می شود، که در اینجا یک خمینه چهار بعدی دیفرانسیل پذیر با متریک لورنتسی است، تعریف می شود.

اگر ما موضع فریدمن را بپذیریم(البته باید توجه داشتکه در این موضع مناقشه شده است به عنوان مثال، به (Pitts, 2006) و(Maidens, 1998) مراجعه کنید)،تمایز نسبیت عام با نظریه های دیگر در عدم وجود شیء مطلق است.بنابراین،اگر $\langle M, O_1, \ldots, O_n\rangle$ مدلی از نظریه ای نسبیت عام باشد، چون هیچ کدام از O_1،...،O_n شیء مطلق نیست و همه آنها اشیای دینامیکی است،در معادلات نظریه ظاهر می شود، اما همانطور که نشان داده شده معادلات صورت بندی های مناسب نظریه های فضا – زمانی، اگر معادلات نظریه به شکل ذاتی(intrinsic) یا مستقل از مختصات صورت بندی شده باشد(که نسبیت عام به طریق اولی چنین است)، به مفهومی که گفته شد هم وردای عام است؛ بنابراین،به ازای هر $h \in \mathrm{diff}(M)$ داریم:

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle y^\mu\rangle}((O_1)_{\langle y^\mu\rangle}, \ldots, (O_n)_{\langle y^\mu\rangle})|_p = 0$$
$$= \mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((h^*O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (h^*O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_{h(p)}$$

که در آن $y^\mu = x^\mu \circ h$.

یا

$$\mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_p = 0 \Leftrightarrow \mathcal{D}_{\langle x^\mu\rangle}((h^*O_1)_{\langle x^\mu\rangle}, \ldots, (h^*O_n)_{\langle x^\mu\rangle})|_{h(p)} = 0$$

یعنی $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle$ نیز مدلی از نظریه است که همان وضعیت فیزیکی را توصیف می‌کند. به این ترتیب، $\langle M, O_1, \ldots, O_n\rangle$ و $\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle$ توصیف کننده یک وضعیت فیزیکی است؛ یعنی، این ناوردایی دیفئومورفیسم، تقارن پیمانه ای است. بنابراین، اگر شرط فریدمن را بپذیریم شرط ارمن مبنی بر تقارن پیمانه ای بودن ناوردایی دیفئومورفیسم برآورده می شود.

پس،اگر نظریه ای واجد شیء مطلق نباشد،هرگاه $\langle M, O_1, \ldots, O_n\rangle$ مدلی برای نظریه باشد، که در نقطه p و در مختصات $\langle x^\mu\rangle$ بیان می شود، صرفاً از ساختار ریاضیخمینه به این نتیجه می رسیم که$\langle M, h^*O_1, \ldots, h^*O_n\rangle$نیز مدلی برای نظریه است که در نقطه h(p) و در مختصات $\langle x^\mu\rangle$بیان می شود. این به معنی آن است که نمی توان بین دو مدل فوق تمایزی نهاد و نظریه نمی تواند تمایزی میان نقاط p و h(p) ایجاد کند؛ به این معنی که بر اثر تأثیر تابع h بر خمینه نقاط p و h(p) غیرقابل تمایز است.

اما اکنون فرض کنید که نظریه ما واجد شیء مطلقی چون Θ است که تحت زیر مجموعه سره ای(proper subgroup) چون H از diff(M) ناوردا است. در این صورت، اگر $\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n\rangle$ مدلی از نظریه باشد، صرفاً طبق ساختار خمینه

$\langle M, h^*\Theta, h^* O_1, \ldots, h^* O_n \rangle$ هم مدلی از خمینه خواهد بود و بنابراین، رابطه زیر در مختصات $\langle x^\mu \rangle$ برقرار است.

$$\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n \rangle | p = \langle M, h^*\Theta, h^* O_1, \ldots, h^* O_n \rangle | h(p) \qquad (7)$$

پس،از طرفی، اگر $\langle M, h^*\Theta, h^* O_1, \ldots, h^* O_n \rangle$ را به نظریه مورد بحث مربوط کنیم $h^* O_1, \ldots, h^* O_n$ دقیقا همان معادلاتی را در $h(p)$ نتیجه می دهد که $O_1, \ldots, O_n$ در p نتیجه می دهد. اما، نکته مهم این است که $h^*\Theta = \Theta$ به ازای دیفئومورفیسم هایی که عضو زیر مجموعه Hنیست برقرار نیست. از طرف دیگر، اگر Θ شیء مطلقی باشد، آنگاه باید رابطه زیر برقرار باشد.

$$\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n \rangle | p = \langle M, \Theta, h^* O_1, \ldots, h^* O_n \rangle | h(p) \qquad (8)$$

اما این رابطه به ازای $h \notin H$ برقرار نیست. یعنی، نظریه قیدی بر مدل ها وارد می کند که تنها زیر گروهی از تبدیلات دیفئومورفیسم قابل قبول است که $h^*\Theta = \Theta$؛ یعنی، رابطه بالا تنها به ازای $h \in H$ برقرار است که این بیان کننده گروه تقارنی نظریه است.

اکنون فرض کنید که نظریه ای (مثلاً نسبیت عام) واجد شیء مطلقی باشد که در عین حال این شیء مطلق، شیء هندسی ناوردا است. همچنین فرض کنید که $\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n \rangle$ مدلی از نظریه است که در آن Θ شیء هندسی مطلق و ناوردا است. در این صورت، چون معادلات نظریه(با فرض صورت بندی مناسب) هم وردای عام است$\langle M, \Theta, O_1, \ldots, O_n \rangle$ دقیقاً همان معادلاتی را برآورده می کند که $M, h^*\Theta, h^* O_1, \ldots, h^* O_n$ در آنها صدق می کند؛ یعنی،رابطه (7) برقرار است. اما دراینجانیزدر مورد شیء مطلق ناوردای Θ رابطه (8) صدق می کند، بنابراین، به ازای زیر گروهی که از $diff(M)$ که $h^*\Theta = \Theta$ رابطه زیر برقرار خواهد بود.

$$< M, \Theta, O_1, \ldots, O_n > | p =< M, \Theta, h^* O_1, \ldots, h^* O_n > | h(p)$$

اما، در این حالت، زیر گروه مورد نظر با $diff(M)$ مساوی است، چون فرض بر این است که Θ شیء هندسی ناوردا است.به این ترتیب، در این حالت، با اینکه نظریه شیء مطلق دارد، ناوردایی دیفئومورفیسم دقیقاً تقارن پیمانه ای است. پس حالتی داریم که شرط فریدمن برآورده نمی شود ولی شرط ارمن محقق می شود.

۵. نتیجه‌گیری

با توجه به مطالب گفته شد مشخص می شود که با اینکهنسبیت عام تمایز ناپذیری دستگاه های مختصات را گسترش داده است، دستگاه های مختصاتی وجود دارد که واجدنوعی ارجحیت است؛ یعنی، چارچوب های لخت موضعی به نوعی در نسبیت عام متمایز است.اما، آیا داشتن ارجحیت چارچوب های لخت به این معنی است که نسبیت عام نمی تواند این اندیشه فلسفی را که «واقعیت عینی باید مستقل از ناظر باشد» محقق کند. به نظر می رسد که با وجود چارچوب های لخت موضعی، باز هم می توان تقاضای فلسفی فوق را در نسبیت محقق دانست به این معنی که معادلات این نظریه ناوردای دیفئومورفیسم است، و در عین حال، این ناوردایی دیفئومورفیسم تقارن پیمانه ای است؛ یعنی، توصیف ها در تمام دستگاه های مختصات توصیف یک وضعیت فیزیکی است.

همچنین از بحث فوق مشخص شد که رویکرد فریدمن و ارمن تمایز مفهومی دارد. با اینکه با فرض شرط فریدمن شرط ارمن محقق خواهد شد، با فرض شرط ارمن ممکن است شرط فریدمن محقق نشود. به عبارت دیگر، به لحاظ مفهومی، می توان تقارن پیمانه ای را، که مدنظر ارمن است، حتی با داشتن اشیای مطلق هم برآورده ساخت؛ یعنی، با نقض معیار فریدمن در مورد نسبیت عاممی توان تقارن پیمانه ای داشت. ولی، اگر معیار فریدمن در مورد نسبیت عام را بپذیریم، تقارن پیمانه ای هم خواهیم داشت و این یعنی معیار ارمن برآورده خواهد شد.

پی‌نوشت‌ها

۱. البته در اینجا به طور اخص دیدگاه فریدمن را بررسی خواهیم کرد.

۲. مطالب این بخش عمدتاً از(Isham, 1999)است؛ علی الخصوص فصول ۲ و ۳.

۳. تابع $f: X \to Y$ که از فضای توپولوژیک X به فضای توپولوژیک Y است، همئومورفیسم است هرگاه f دو سویی و پیوسته باشد و f^{-1} نیز پیوسته باشد. همچنین تابع $f: X \to Y$ پیوسته است هرگاه به ازای هر زیر مجموعه باز از Y چون V، $f^{-1}(V)$ هم در X باز باشد.

۴. شکل از کتاب(Friedman, 1983: 51) اقتباس شده است.

۵. شکل از کتاب (Carroll, 2004: 430)اقتباس شده است.

۶. برای ملاحظه صورتی دیگر از تعریف شیء هندسی در (Trautman, 1965: 84, 85) مراجعه کنید.

۷. باید توجه داشت که در نظریه هایی که شیء مطلق دارند به طور کلی، شیء مطلق نـاوردا بـاقی نمی ماند و به این معنا نمی توان همه مدل ها را توصیف کننده وضعیت فیزکی یکسانی دانست، ولی اشیای هندسی ای که مطلق نیستند که در واقع در صورت بندی استاندارد نظریـه ایـن اشـیا هستند که در معادلات باقی می مانند(شیء مطلق در صورت بندی استاندارد حـذف مـی شـود. مثلاً در صورتبندی چهار بعدی مکانیک نیوتنی که رابطه $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} + \Gamma'^{\mu}_{\rho\sigma}\frac{dz^\rho}{dt}\frac{dz^\sigma}{dt} = 0$ بـرای حرکـت بدون شتاب بر قرار است صـورتبندی اسـتاندارد بـه شـکل $\frac{d^2z^\mu}{dt^2} = 0$ خواهـد بـود؛ یعنی،چـون $\Gamma'^{\mu}_{\rho\sigma} = 0$ است از معادله حذف می شود) دقیقاً مدل هایی یکسـانی را در تبـدیل دیفئومورفیسـم معین می سازند.

۸. در واقع، تبدیلات دیفئومورفیسم در اینجا همان خود ریختی ها هستند.

۹. در واقع این تبدیل همان دیفئومورفیسم است که در اینجا به خودریختی تقلیل می یابد.

۱۰. ارمن از حرف d برای دیفئومورفیسم استفاده کرده که ما در اینجا برای هماهنگی با بیـان هـای پیشین از حرف h استفاده کرده ایم.

۱۱. برای مشاهده تعریف تقارن به ضمیمه کتاب فریدمن (۱۹۸۳) مراجعه کنید.

کتاب‌نامه

Anderson, J. L. (1967). Principles of Relativity Physics. New York: Academic Press. Anderson and Gaumeau R 1969 Phys. Rev. 185 165.5461

Earman, J. (2006). The implications of general covariance for the ontology and ideology ofspacetime. See Dieks (2006), pp. 3–24.

Earman, J. and J. D. Norton (1987). What price spacetime substantivalism? thehole story. The British Journal for the Philosophy of Science 38, 515–525.

Friedman, M. (1973). Relativity principles, absolute objects and symmetry groups.

In Suppes, P., editor, Space, Time, and Geometry, pages 296–320. D. Reidel,

Dordrecht.

Friedman, M .(1983). Foundations of Space-Time Theories: Relativistic Physics and Philosophy of Science. Princeton University Press.

Isham, C. J.(1999). Modern diferential geometry for physicists, World Scientific,Singapore.

Kretschmann, E. (1917). Über den physikalischen Sinn der Relativitätspostulate. Annalen der Physik 53, 575–614.

Maidens, A. (1998). Symmetry groups, absolute objects and action principles in general relativity. Studies in the History and Philosophy of Modern Physics, 29, 245.

Malament, D.B. (2012). Topics in the Foundations of General Relativity and Newtonian Gravitation Theory. Chicago, IL: University of Chicago Press.

Norton, J. D. (1993). General covariance and the foundations of general relativity: Eight decades ofdispute. Reports on Progress in Physics 56(7), 791–858.

Norton, J. D. (2003). General covariance, gauge theories, and theKretschmann objection, inBrading, K., & Brown, H. (2003). Symmetries and Noether's theorems. In K. Brading, &E.Castellani (Eds), Symmetries in physics: Philosophical reflections (pp. 89–109). Cambridge:Cambridge University Press.

Pitts, J. B. (2005). The Relevance of Irrelevance: Absolute Objects and the Jones-Geroch Dust Velocity Counterexample, with a Note on Spinors

Pitts, J. B. (2006). Absolute objects and counterexamples: Jones-Geroch dust, Torretticonstant curvature, tetrad-spinor, and scalar density. Studies in History andPhilosophy of Modern Physics, 37:347. gr-qc/0506102v4.

Pooley, O. (2010). Substantive general covariance: Another decade of dispute. In M. Suárez, M. Dorato, and M. Rédei (Eds.), EPSA Philosophical Issues in the Sciences: Launch of the European Philosophy of Science Association, Volume 2, pp. 197–209. Dordrecht: Springer.

Pooley, O. (2007). Absolute Objects, Counterexamples and General Covariance,http://philsci-archive.pitt.edu/3284.

Trautman, A. (1965). Foundations and current problems of General Relativity. InDeser, S. and Ford, K. W., editors, Lectures on General Relativity, pages 1–248. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. Brandeis Summer Institutein Theoretical Physics.