



# سنجش از دور & GIS ایران



سنجش از دور و GIS ایران / سال هفتم، شماره یکم، بهار ۱۳۹۴  
Iranian Remote Sensing & GIS / Vol.7, No. 1, Spring 2015

۸۱-۹۴

## تلفیق نتایج چند طبقه‌بندی کننده فازی با استفاده از قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی

حمیدرضا اورعی<sup>۱\*</sup>، مهدی مختارزاده<sup>۲</sup>، حمید عبادی<sup>۳</sup>

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد سنجش از دور، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۲. استادیار دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، پژوهشکده سنجش از دور، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
۳. دانشیار گروه فتوگرامتری، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری، پژوهشکده سنجش از دور، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۳/۲۰

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۹/۱۹

### چکیده

طبقه‌بندی، تکنیکی در تحلیل تصاویر سنجش از دور است که به‌طور وسیع در کاربردهای مختلف استفاده می‌شود. در روش‌های طبقه‌بندی نظارت‌شده سنتی، اطلاعات آموزشی و نتایج طبقه‌بندی مبتنی بر اصل «هر پیکسل-یک کلاس» نمایش داده می‌شوند. در مواردی که عدم اطمینان و پیکسل‌های مختلط در سنجش از دور وجود دارد، استفاده از روش‌های فازی توصیه می‌شود. مطالعات اخیر نشان می‌دهند که استفاده از اطلاعات مجاورت به‌همراه اطلاعات طبقی می‌تواند به صحت بالاتری در طبقه‌بندی بینجامد. استفاده از اطلاعات مجاورت در پس‌پردازش نتایج طبقه‌بندی به‌دلیل وابستگی‌نداشتن به طبقه‌بندی‌کننده اولیه از دلایل استفاده از آن در پژوهش حاضر است. قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی یکی از روش‌های استفاده از اطلاعات مجاورت در بخش پس‌پردازش است. در صورتی که از بیش از دو طبقه‌بندی‌کننده استفاده شود، می‌توان امکان تلفیق نتایج را بررسی کرد. در این پژوهش برای تلفیق مکانی نتایج با استفاده از قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی، دو راهکار پیشنهاد شده است. در راهکار نخست، یکی از دو طبقه‌بندی‌کننده مبنای تلفیق قرار می‌گیرد و در راهکار دوم فقط پیکسل‌هایی که در هر دو روش طبقه‌بندی، به‌صورت یکسان طبقه‌بندی شده‌اند و هم‌زمان پیکسل محدودده نیستند، در تصویر نهایی برچسب خود را حفظ می‌کنند. نتایج نشان می‌دهند که راهکار نخست درمقایسه با راهکار دوم دقت بهتری را به‌دست می‌دهد. بیشترین مقادیر صحت کلی و کاپای کلی به‌دست‌آمده مربوط به زمانی است که روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت در راهکار نخست تلفیق مکانی مبنای قرار می‌گیرد و به‌ترتیب ۸۹/۰۱ و ۸۸/۹۸ هستند. به‌طور کلی، تلفیق مکانی نتایج درمقایسه با وضعیتی که فقط از یک طبقه‌بندی‌کننده استفاده شود، دقت را بهبود می‌دهد.

**کلیدواژه‌ها:** طبقه‌بندی فازی، فضای توپولوژی فازی، تلفیق، قوانین اتصال.

\* نویسنده مکاتبه‌کننده: تهران، خیابان ولی‌عصر، تقاطع میرداماد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، دانشکده مهندسی نقشه‌برداری. تلفن: ۰۹۱۳۵۴۳۷۱۷۶

## ۱- مقدمه

مجموعه‌های فازی در نظر گرفته شد و عملکردهای نظریه مجموعه برای تعدیل درجات عضویت پیکسل‌های کلاس‌ها به کار گرفته شد. وانگ، الگوریتم بیشترین شباهت فازی را با استفاده از بردار میانگین و ماتریس کوواریانس فازی ارائه کرد. در این روش از ماتریسی پارتیشن‌شده برای مشخص کردن درجات عضویت هر پیکسل به کلاس مورد نظر استفاده شد (Wang, 1990).

به زبان ریاضی، توپولوژی فازی با معرفی مفهوم مقدار تابع تعلق در یک مجموعه فازی از توپولوژی معمولی تعمیم یافته است. نظریه توپولوژی فازی براساس مفهوم مجموعه فازی شکل گرفته است و ابزاری مقدماتی را برای توسعه طبقه‌بندی فازی به دست می‌دهد (Liu et al., 2011).

براساس تحقیقات لیو و همکاران (۱۹۹۷)، هر عملگر داخلی یا بستار<sup>۳</sup> می‌تواند یک توپولوژی فازی را جداگانه تعریف کند و توپولوژی فازی نیز به وسیله سطح برش مناسب تعریف می‌شود. ساختار فضای توپولوژی فازی با دو مقدار حدآستانه  $1-\alpha$  و  $\alpha$  تولید می‌شود. این دو مقدار حدآستانه را می‌توان به ترتیب از عملگرهای داخلی و بستار به دست آورد (Liu et al., 2011).

تلفیق نتایج چند روش طبقه‌بندی در بخش پس‌پردازش به دو صورت طیفی و مکانی امکان‌پذیر است. در تلفیق نتایج به صورت طیفی فقط از اطلاعات طیفی پیکسل‌ها در باندهای تصویر استفاده می‌شود، در صورتی که در تلفیق مکانی نتایج روابط بین پیکسل‌ها به همراه اطلاعات طیفی می‌تواند در بهبود دقت طبقه‌بندی تأثیرگذار باشد. وانگ و وان تلفیق نتایج روش‌های طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی<sup>۴</sup> و بیشترین شباهت فازی را با استفاده از یک تابع تلفیق، انجام

بهبود صحت طبقه‌بندی پوشش‌های زمینی یکی از موضوعات مهم تحقیقات در زمینه سنجش از دور است. کیفیت صحت غالباً از فهم درست سیستم کلاس‌های زمینی به دست می‌آید. به طور کلی دو نوع روش طبقه‌بندی وجود دارد: نظارت‌شده<sup>۱</sup> و نظارت‌نشده<sup>۲</sup>. در روش طبقه‌بندی نظارت‌شده برای اینکه هر کلاس تعریف شود، به پیکسل‌های آموزشی نیاز است. در طبقه‌بندی نظارت‌نشده به داده‌های خارجی نیاز نیست، زیرا کلاس‌ها کاملاً با استفاده از تفاوت در مقادیر طیفی تعیین می‌شوند (Liu et al., 2011). روش‌های زیادی برای بهبود صحت طبقه‌بندی به وجود آمده‌اند، اما بهبود بیشتر آن هنوز مطلوب و ضروری به نظر می‌رسد (Rajesh et al., 2015).

روش‌های سنتی طبقه‌بندی تصویر عموماً به طبقه‌بندی «سخت» می‌انجامند که هر پیکسل را در یک کلاس مطمئن طبقه‌بندی می‌کنند (Melgani et al., 2000). به دلیل پیچیدگی‌های کلاس‌های زمینی و وجود پیکسل‌های مختلط، مرزهای منطقی بین کلاس‌های مختلف از یکدیگر جدا نیستند، از این رو روش‌های طبقه‌بندی سخت نمی‌توانند پیکسل‌های مختلط را به خوبی طبقه‌بندی کنند و منجر به طبقه‌بندی اشتباه می‌شوند. پس از آنکه زاده منطق فازی را مطرح کرد، بحث طبقه‌بندی تصاویر سنجش از دور با عدم اطمینان طرح شد (Wang & Wan, 2009; Gin et al., 2014).

بزدک و همکاران، الگوریتم خوشه‌بندی C-means فازی را شرح و بسط دادند (Bezdek et al., 1984). کانن و همکارانش در زمینه طبقه‌بندی نظارت‌نشده تصویر سنجش از دوری لندست TM کار کردند (Cannon et al., 1986). در الگوریتم آنها، مجموعه‌های فازی عمدتاً برای نمایش نتایج میانی استفاده می‌شد. زنزو و همکارانش الگوریتم تخفیف فازی را برای طبقه‌بندی زمینه مطرح کردند (Zeno et al., 1987). در مطالعه آنها کلاس‌های پوششی به عنوان

1. Supervised
2. Unsupervised
3. Closure
4. Fuzzy Mahalanobis Classifier

حاصل از این دو طبقه‌بندی‌کننده فازی معرفی می‌گردد. در قسمت بعد، توپولوژی فازی و چگونگی استفاده از این مفهوم در طبقه‌بندی تصاویر ارائه می‌شود.

## ۲-۱- طبقه‌بندی‌کننده‌های فازی

### ۲-۱-۱- روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت با

#### احتمال اولیه

رابطه (۱)

$$P(k/x) = \frac{P(k)P(x/k)}{\sum_{i=1}^m P(i)P(x/i)}$$

که در آن،  $P(k)$  احتمال کلاس  $k$  و  $P(x/k)$  احتمال شرطی مشاهده  $x$  از کلاس  $k$  است. زمانی که از توزیع نرمال چندمتغیره استفاده شود، تابع شباهت به صورت رابطه (۲) بیان می‌شود:

رابطه (۲)

$$P_k(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} |V_k|^{(1/2)}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \mu_k)^T V_k^{-1} (x - \mu_k)\right)$$

که در آن،  $n$  تعداد باند ها،  $V_k$  ماتریس کوواریانس، و  $\mu_k$  بردار میانگین کلاس  $k$  است.

### ۲-۱-۲- فاصله ماهالانویس

رابطه (۳)

$$d_k^2(x) = (x - \mu_k)^T V_k^{-1} (x - \mu_k)$$

که در آن،  $d_k^2(x)$  مربع فاصله ماهالانویس بین پیکسل  $x$  و میانگین،  $V_k$  ماتریس کوواریانس، و  $\mu_k$  بردار میانگین کلاس  $k$  است. این طبقه‌بندی‌کننده پیکسل  $x$  را در کلاسی که  $d_k^2(x)$  مینیمم شود، طبقه‌بندی می‌کند.

دادند. در این روش صرفاً از اطلاعات طیفی پیکسل‌ها استفاده شد (Wang & Wan, 2009). لیو و همکارانش از توپولوژی فازی برای بهبود صحت طبقه‌بندی‌کننده بیشترین شباهت فازی استفاده کردند (Liu et al., 2011). در این روش ابتدا طبقه‌بندی‌کننده بیشترین شباهت، فازی می‌شود سپس هر کلاس تصویر با استفاده از یک حدآستانه به سه قسمت فضای داخلی، فضای خارجی و محدوده تقسیم می‌شود. با استفاده از قوانین اتصال در توپولوژی فازی، کلاس پیکسل مورد نظر مشخص می‌گردد (Shi et al., 2010). مسئله‌ای که لیو و همکاران به آن نپرداختند، تأثیر تلفیق مکانی نتایج حاصل از حداقل دو طبقه‌بندی‌کننده فازی در مرحله اعمال قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی است. در مطالعه آنها فقط از یک طبقه‌بندی‌کننده استفاده شد و از اطلاعات مکانی بین پیکسل‌ها صرفاً در بهبود دقت یک طبقه‌بندی‌کننده استفاده گردید.

در پژوهش حاضر برای تلفیق مکانی نتایج حداقل دو طبقه‌بندی‌کننده دو راهکار پیشنهاد شده و تأثیر آنها بررسی شده است.

بخش دوم این مقاله به معرفی طبقه‌بندی‌کننده‌های ماهالانویس و بیشترین شباهت و چگونگی فازی‌سازی آنها می‌پردازد، سپس توپولوژی فازی و نحوه تعیین حدآستانه معرفی می‌شود. در بخش سوم، نحوه استفاده از قوانین اتصال در توپولوژی فازی و راهکارهای پیشنهادی برای تلفیق مکانی نتایج معرفی می‌شود. در بخش چهارم، پیاده‌سازی روش پیشنهادی به همراه ارزیابی صحت برای نتایج حاصل از الگوریتم تلفیقی پیشنهادی با نتایج سایر الگوریتم‌ها مقایسه می‌شود. در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی مطرح می‌شود.

## ۲- مبانی نظری تحقیق

در این بخش ابتدا روش‌های طبقه‌بندی بیشترین شباهت و ماهالانویس معرفی و نحوه فازی‌سازی آنها بیان می‌شود. سپس تابعی برای تلفیق طیفی نتایج

## ۲-۱-۳- فازی سازی

با فرض آنکه تمام پیکسل‌های تصویر دست‌کم در یک کلاس طبقه‌بندی شوند (پیکسل بدون کلاس وجود ندارد)، طبقه‌بندی فازی می‌تواند درجات عضویت هر پیکسل را در تمام کلاس‌ها محاسبه می‌کند، که باید در شرایط رابطه (۴) صدق کند.

رابطه (۴)

$$\begin{cases} 0 \leq f_i(x) \leq 1 \\ \sum_{i=1}^m f_i(x) = 1 \end{cases}$$

که در آن،  $m$  تعداد کلاس‌ها،  $f$  درجات عضویت، و  $x$  پیکسل انتخابی است.

مراحل تکراری برای طبقه‌بندی فازی تصویر در ادامه شرح داده می‌شود.

۱. با استفاده از بردار میانگین و ماتریس کوواریانس حاصل از داده‌های آموزشی و همچنین رابطه (۱) و رابطه (۲)، ماتریس پارتیشن‌شده رابطه (۵) به دست می‌آید.

رابطه (۵)

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1) & \cdots & f_1(x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_m(x_1) & \cdots & f_m(x_n) \end{bmatrix}$$

که در آن،  $n$  تعداد پیکسل‌های تصویر،  $x_i$  بردار

ویژگی پیکسل  $\mu_k$  و  $f_k(x_i)$  درجه عضویت پیکسل  $x_i$  در کلاس  $k$ ام است. شکل ۱ نمایی بصری از ماتریس ۵ را برای زمانی که تصویر شامل ۴ کلاس است، نشان می‌دهد.

۲. بردار میانگین فازی و ماتریس کوواریانس

فازی به صورت رابطه (۶) و رابطه (۷) محاسبه

می‌شوند.

رابطه (۶)

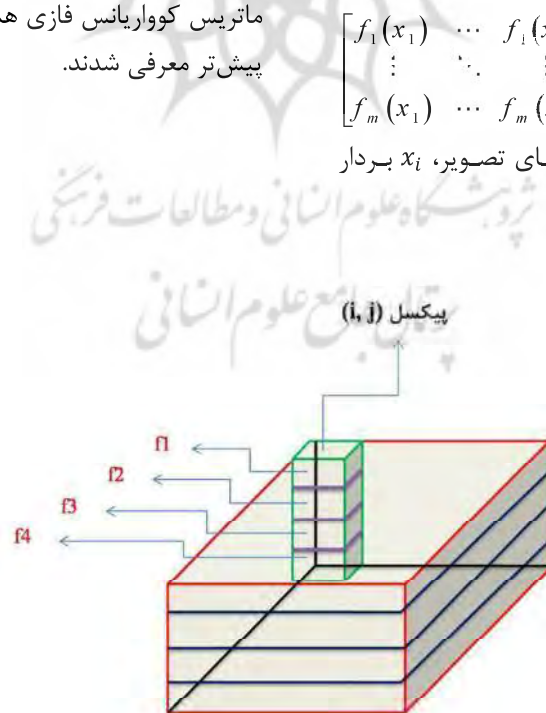
$$\mu_k^* = \frac{\sum_{i=1}^n f_k(x_i) x_i}{\sum_{i=1}^n f_k(x_i)}$$

رابطه (۷)

$$V_k^* = \frac{\sum_{i=1}^n f_k(x_i) (x - \mu_k^*) (x - \mu_k^*)^T}{\sum_{i=1}^n f_k(x_i)}$$

که در آنها،  $\mu_k^*$  و  $V_k^*$  به ترتیب بردار میانگین فازی و

ماتریس کوواریانس فازی هستند و سایر علامت‌ها نیز پیش‌تر معرفی شدند.



شکل ۱. دید بصری از ماتریس پارتیشن‌شده فازی

کلاسیک است. اگر  $X$  مجموعه مرجع کلاسیک باشد، عضویت در زیرمجموعه‌ای کلاسیک مانند  $A$ ، از طریق تابع خصوصیت از  $X$  به  $\{1,0\}$  تعیین می‌شود (Zadeh, 1978).  $\{1,0\}$  مجموعه ارزیابی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود. اگر این مجموعه بتواند مقادیر بازه  $[1,0]$  را به خود بگیرد،  $A$  یک مجموعه فازی خواهد بود.  $\mu_A(X)$  مقدار عضویت یا درجه عضویت  $X$  در  $A$  است و  $A$  زیرمجموعه‌ای از  $X$  قلمداد می‌شود که مرز روشنی ندارد. مجموعه فازی  $A$  را می‌توان با مجموعه و زوج مرتب‌هایی به این ترتیب نشان داد:  $A = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\}$ . مقدار عضویت، عددی در بازه  $[1,0]$  است که جایگزین مقدار خصوصیت در حالت غیرفازی یا کریسپ شده است (Zadeh, 1988).

نظریه توپولوژی فازی براساس مفهوم (زیر)مجموعه‌های فازی ایجاد شده است. به زبان ریاضی، توپولوژی فازی از توپولوژی معمولی با معرفی مفهوم مقدار تابع تعلق در مجموعه فازی تعمیم یافته است. چندین تعریف برای توپولوژی فازی وجود دارد و تعریفی که در مطالعه حاضر به کار گرفته شده، تعریفی است که چانگ<sup>۲</sup> در سال ۱۹۶۸ ارائه کرده است (Liu et al., 2011).

چنانچه  $A$  زیرمجموعه‌ای فازی از مجموعه کریسپ و عادی  $X$  باشد و  $P(x)$  مجموعه توانی فازی مجموعه  $X$  باشد، اگر به ازای هر  $\delta \subseteq P(x)$  چنین باشد:

- $0,1 \in \delta$
- if  $A, B \in \delta$ , then  $A \cap B \in \delta$
- if  $\{A_i : i \in J\} \subset \delta$ , where  $J$  is an index set, then  $\bigcap_{i \in J} A_i \in \delta$

در آن صورت  $\delta$  را توپولوژی فازی روی  $X$  می‌نامند.  $(X, \delta)$  را فضای توپولوژی فازی<sup>۳</sup> یا به اختصار fts می‌گویند. فضای توپولوژی کریسپ<sup>۴</sup> را با cts نمایش

۳. با جای گذاری بردار میانگین فازی و ماتریس کوواریانس فازی به جای میانگین و ماتریس کوواریانس سنتی در معادلاتی که در پی می‌آیند، ماتریس‌های پارتیشن شده جدید محاسبه می‌شوند. درجات عضویت براساس فاصله ماهالانویس به صورت رابطه (۸) و رابطه (۹) بیان می‌شود.

$$f_k'(x_i) = \frac{\left(\frac{1}{d_k^{*2}(x_i)}\right)^t}{\sum_{k=1}^m \left(\frac{1}{d_k^{*2}(x_i)}\right)^t} \quad \text{رابطه (۹)}$$

که در آنها،  $f_k'(x_i)$  درجه عضویت پیکسل  $x_i$  در کلاس  $k$ ام و  $t$  پارامتر کنترل درجه فازی است. درجات عضویت براساس بیشترین شباهت به صورت رابطه (۱۰) و رابطه (۱۱) بیان می‌شود.

$$f_k''(x_i) = \frac{P_k^*(x_i)}{\sum_{k=1}^m P_k^*(x_i)} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

که در آنها،  $f_k''(x_i)$  درجه عضویت پیکسل  $x_i$  در کلاس  $k$ ام است.

این مراحل تا جایی ادامه می‌یابند که امکان چشم‌پوشی از تفاضل بین دو ماتریس پارتیشن شده متوالی برای هر کدام از طبقه‌بندی‌کننده‌ها وجود داشته باشد (Wang & Wan, 2009).

## ۲-۲- توپولوژی فازی و کاربرد آن در طبقه‌بندی

نظریه مجموعه فازی گسترشی از نظریه مجموعه‌های

1. Valuation
2. Chang
3. Fuzzy Topological Space (FTS)
4. Crisp Topological Space (CTS)

ساختار فضای توپولوژی فازی را می‌توان با دو مقدار حدآستانه  $1-\alpha$  و  $\alpha$  تولید کرد. این دو مقدار حدآستانه به ترتیب از عملگرهای داخلی و بستار به دست می‌آیند. با اعمال این حدآستانه هر کلاس به سه قسمت فضای داخلی، خارجی و محدوده تجزیه می‌شود (Liu et al., 2011).

حال اگر  $m$  کلاس  $C_1, C_2, \dots, C_m$  با تابع شباهت  $L_{C_1}, L_{C_2}, \dots, L_{C_m}$  وجود داشته باشد، برای هر کلاس  $C_i$  یک تابع عضویت از  $C_i$  است. تابع عضویت درونی کلاس  $C_i$ ،  $(L_{C_i})_\alpha$  است و تابع عضویت محدوده کلاس  $C_i$  به صورت رابطه (۱۲) است.

رابطه (۱۲)

$$\partial L_{C_i} = (L_{C_i})^{1-\alpha} \cap (L_{C_i})_\alpha^c$$

رابطه (۱۲) بدین معناست که هر کلاس در تصویر می‌تواند به عنوان یک مجموعه فازی در فضای توپولوژی فازی مورد بررسی قرار گیرد. اگر  $m$  کلاس وجود داشته باشد، هر کلاس فضای داخلی و محدوده خود را خواهد داشت. فضای داخلی و محدوده کلاس‌ها را  $C_i$  و  $C_j$  نشان می‌دهند. رابطه بین کلاس‌ها می‌تواند عدم اتصال، هم‌پوشانی، شامل شدن، لمس کردن و مانند اینها باشد (Liu et al., 2011).

تکنیک‌های زیادی برای تعیین همبستگی بین دو یا چند توزیع مطرح شده است. ضریب همبستگی داخلی، شاخصی است که بزرگی و جهت رابطه بین دو توزیع را اندازه‌گیری می‌کند، که به صورت رابطه (۱۳) بیان می‌شود.

رابطه (۱۳)

$$r_{ij} = \frac{\sum_k (x_k - \mu_x)^T (y_k - \mu_y)}{\sqrt{\sum_k |(x_k - \mu_x)|^2 \sum_k |(y_k - \mu_y)|^2}}$$

## 1. Interior

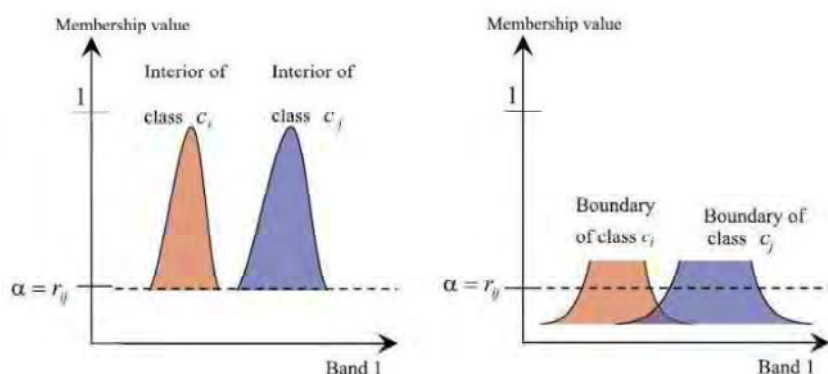
می‌دهند. هر عضو  $\delta$  را یک مجموعه باز فازی در  $(X, \delta)$  می‌نامند. مجموعه  $A$  را مجموعه بسته فازی می‌گویند، اگر مکمل آن باز باشد. اجتماع تمام مجموعه‌های فازی را که داخل  $A$  باشد، درونی  $A$  می‌گویند و با  $A^0$  نمایش می‌دهند و  $A^0$  بزرگ‌ترین مجموعه باز داخل  $A$  است. اشتراک تمام مجموعه‌های بسته شامل  $A$  را بستار می‌نامند و  $A^-$  کوچک‌ترین مجموعه بسته شامل  $A$  است (Chen Liu et al., 2011; et al., 2001). تعریف کلی fts و cts مشابه یکدیگر است، تفاوت اصلی‌شان در این است که fts زیرمجموعه‌های فازی را دربرمی‌گیرد اما cts فقط شامل زیرمجموعه‌های عادی یا کریسپ است. تفاوت دیگر بین fts و cts به علت متفاوت بودن خصوصیات مجموعه‌های فازی و مجموعه‌های کریسپ است (Liu et al., 2011; Tang, 2004).

در فضای توپولوژی کریسپ، مرز  $\partial A$  زیرمجموعه‌ای مانند  $A$  و اشتراک بستار مجموعه  $A$  با بستار مکمل  $A$ ، دارای خصوصیات زیر است:

- ۱) مرز زیرمجموعه بسته است.
- ۲) برابر با اختلاف بین بستار و درونی مجموعه است.
- ۳) برابر با اشتراک بستار و بستار مکمل مجموعه است.

تعریف مذکور برای مرز فازی معادل تعریف مرز زیرمجموعه کریسپ است اگر همه توابع عضویت مجموعه‌های فازی، تابع خصوصیت باشند. در فضای توپولوژیک فازی برخی از سه خصوصیتی که در اینجا اشاره شد باقی نخواهند ماند. مثلاً ممکن است  $A \cap A^c \neq \emptyset$  درست نباشد زیرا در نظریه مجموعه‌های فازی چنین است:  $(A^- \cap A^{c-}) = A^- - A^0$  (Tang et al., 2003).

بر اساس تحقیقات لیو و همکارانش در سال ۱۹۹۷، هر عملگر درونی یا بستار می‌تواند یک توپولوژی فازی را به طور جداگانه تعریف کند. بر این مبنا، توپولوژی فازی به وسیله سطح برش مناسب تعریف می‌شود.



شکل ۲. فضای داخلی و محدوده کلاس‌های  $C_i$  و  $C_j$

موضوع می‌پردازد که آیا یک شیء مکانی با شیء دیگر فقط در فضای زمینه<sup>۴</sup> متصل است. این تعریف با مفهوم همسایگی بیشتر از مفهوم تراز مرتبط است. بنابراین، مفهوم اتصال برای اشیای مکانی فقط براساس توپولوژی زمینه تعریف می‌شود (Shi et al., 2010).  
پشتیبان مجزا<sup>۵</sup>: در صورتی که  $(X, \delta)$  یک fts و  $(X, \beta)$  فضای توپولوژی زمینه‌شان و  $A, B \in \delta$  باشد؛  
A و B پشتیبان مجزا نامیده می‌شوند اگر:

$$\overline{Supp(A)} \cap Supp(B) = \emptyset$$

$$Supp(A) \cap \overline{Supp(B)} = \emptyset$$

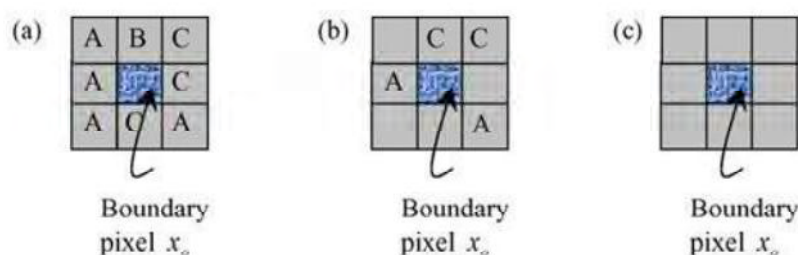
اتصال پشتیبان<sup>۶</sup> مجموعه فازی A را اتصال پشتیبان در  $(X, \delta, \beta)$  می‌نامند اگر هیچ پشتیبان مجزای  $C, D \in X, \neq \emptyset$  وجود نداشته باشد، به طوری که:

$$A = C \cup D, Supp(A) = Supp(C) \cup Supp(D)$$

1. Connectivity
2. Neighbourhood
3. Levelling
4. Background
5. Supported separated
6. Supported separated

که در آن، کلاس  $C_i$  با مجموعه آموزشی  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  و میانگین  $\mu_x$  تعریف شده و کلاس  $C_j$  با مجموعه آموزشی  $\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  و میانگین  $\mu_y$  تعریف شده است. این ضریب برای محدوده  $[0, 1]$  طراحی شده است و به منظور اندازه‌گیری همبستگی داخلی بین دو یا چند توزیع به کار می‌رود. زمانی که مقدار ضریب بین دو متغیر نزدیک به یک باشد، متغیرها خیلی وابسته‌اند و زمانی که همبستگی داخلی بین متغیرها پایین باشد نزدیک به صفر است. برای  $m$  کلاس کلی، حد آستانه به صورت  $\alpha = \max(r_{ij})$  تعریف می‌شود (Shi et al., 2010).

اتصال<sup>۱</sup> یکی از عوارض فضای توپولوژی فازی است. تعریف متداول اتصال زیرمجموعه فازی A در توپولوژی فازی این است که A نمی‌تواند به وسیله دو مجموعه فازی باز یا بسته غیر تهی - که به ترتیب اتصال باز یا بسته نامیده می‌شود - جدا شود (Shi et al., 2010). براساس مشخصات توپولوژی فازی، این نوع از اتصال شامل دو نوع ساختار همسایگی<sup>۲</sup> و تراز<sup>۳</sup> می‌شود. اتصال اشیای مکانی بیشتر از ساختار تراز به ساختار همسایگی شیء مکانی مربوط است، بنابراین تعریف معمولی اتصال توپولوژی فازی برای این کاربرد مناسب نیست. در نتیجه لازم است تعریف جدیدی برای اتصال اشیای مکانی ارائه شود. مفهوم جدید اتصال برای اشیای مکانی به این



شکل ۳. حالت‌های گوناگون برای طبقه‌بندی دوباره پیکسل محدوده

### ۳- معرفی روش پیشنهادی

نمای شماتیک روش پیشنهادی در پژوهش حاضر در شکل ۴ نشان داده شده است.

مرحله ۱) تعریف کلاس‌ها: ابتدا کلاس‌های موجود در تصویر برای طبقه‌بندی تعریف می‌شوند. برای هر کلاس تعریف شده  $C_i$ ، میانگین  $\mu_i$  و ماتریس کوواریانس  $\sum C_i$  محاسبه می‌شود که در آن،  $i$  تعداد کلاس‌هاست.

مرحله ۲) محاسبه ضریب همبستگی داخلی: اگر ضریب محاسبه‌شده براساس رابطه (۱۳) باشد، مقدار حدآستانه تعیین شده برابر با  $\alpha = \max r_{ij}$  خواهد بود.

مرحله ۳) محاسبه درجه عضویت هر پیکسل در کلاس‌ها: برای تمام پیکسل‌های تصویر درجه عضویت در کلاس‌های مختلف با استفاده از روش فازی‌سازی که در بخش ۲ توضیح داده شد، محاسبه می‌شود. به بیان دیگر برای هر کدام از طبقه‌بندی‌کننده‌ها ماتریس ۵ به دست می‌آید.

مرحله ۴) تعیین فضای داخلی از کلاس برای هر پیکسل: اگر برای هر پیکسل  $x_0$  و کلاس‌های  $C_1, \dots, C_k$  درجه عضویت پیکسل  $x_0$  در کلاس  $k$  باشد، فرض می‌شود:

$$L_{k0}(x_0) = \max_k (L_k(x_0))$$

به عبارت دیگر، از تمامی درجات تعلق پیکسل  $x_0$  در کلاس‌های مختلف، ماکزیمم گرفته و برابر با  $L_{k0}(x_0)$  فرض می‌شود. حال اگر:

$$L_{k0}(x_0) > \alpha$$

پیکسل  $x_0$  متعلق به فضای داخلی است.

$$L_{k0}(x_0) \leq \alpha$$

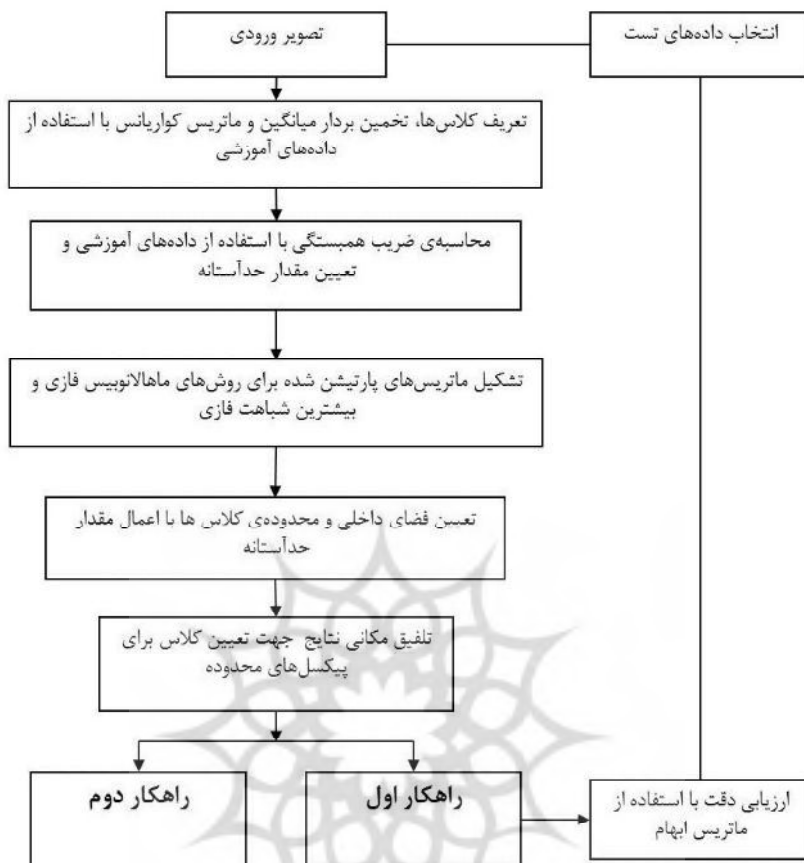
پیکسل  $x_0$  متعلق به محدوده یک

درواقع اتصال پشتیبان به معنی فضای توپولوژی فازی  $(X, \delta, \beta)$  وابسته به فضای توپولوژی  $(X, \delta)$  نیست، بلکه فقط وابسته به فضای توپولوژی زمینه  $(X, \beta)$  است. بنابراین زمانی که رابطه توپولوژی مدل می‌شود، مفهوم اتصال پشتیبان باعث سروکار یافتن با فضای توپولوژی فازی ساده‌تری می‌گردد. مفهوم اتصال همچنین می‌تواند برای پشتیبانی تحلیل‌های مکانی مربوط به محدوده کلاس و برای طبقه‌بندی پیکسل‌های مرز در مرحله پس‌پردازش نتایج طبقه‌بندی به کار رود (Shi et al., 2010).

در ادامه، قوانین اتصال به منظور تشخیص کلاس صحیح برای پیکسل‌های محدوده زمانی‌ای که فقط از یک طبقه‌بندی‌کننده استفاده می‌کنند، آمده است:

- اگر بیشترین تعداد پیکسل از یک کلاس درون این ۸ پیکسل وجود داشته باشد، پیکسل مرز به‌عنوان آن کلاس اکثریت طبقه‌بندی می‌شود (شکل ۳-a).
  - اگر تعداد پیکسل‌های کلاس A مساوی تعداد پیکسل‌های کلاس C باشد، پیکسل مرز می‌تواند به‌عنوان کلاس A یا C طبقه‌بندی شود. در این مرحله تأثیر تلفیق نتایج بیشتر مشخص می‌شود (شکل ۳-b).
  - اگر هیچ کلاسی در این ۸ پیکسل وجود نداشته باشد، پیکسل مرز به‌عنوان یک کلاس Null یا خالی طبقه‌بندی می‌شود (شکل ۳-c).
- این کار تا زمانی که تمام پیکسل‌های محدوده دوباره طبقه‌بندی گردند، انجام می‌شود.





شکل ۴. نمای شماتیک روش پیشنهادی

ماتریس دوم را ماتریس طبقه‌بندی فرعی می‌نامند. پنجره متحرکی که روی ماتریس طبقه‌بندی مبنا حرکت می‌کند، پنجره متحرک اصلی و پنجره متحرکی که روی ماتریس طبقه‌بندی فرعی حرکت می‌کند، پنجره متحرک فرعی نامیده می‌شود. سپس مرکز پنجره متحرک اصلی فقط روی پیکسل‌های ماتریس طبقه‌بندی مبنا که مقادیر صفر دارند، قرار می‌گیرد. مرکز پنجره متحرک فرعی روی پیکسل متناظر با مقدار صفر در ماتریس (تصویر) مبنا قرار می‌گیرد. در این حالت پیکسل متناظر با پیکسل صفر موجود در ماتریس (تصویر) طبقه‌بندی مبنا، لزوماً برچسب صفر ندارد. سپس با استفاده از قوانین مذکور در نظریه

مرحله ۵) تلفیق نتایج به‌منظور تعیین کلاس برای پیکسل محدوده: در این مرحله دو ماتریس (تصویر) حاصل از اعمال مقدار حدآستانه به‌دست می‌آید که در آنها پیکسل‌های محدوده برچسب، صفر و پیکسل‌های دیگر که شرط تعلق به فضای داخلی کلاس را رعایت کرده‌اند، برچسب کلاس مربوط به خود را دارند. برای تلفیق مکانی نتایج حاصل از این مرحله با استفاده از قوانین اتصال، دو راهکار بررسی می‌شود. در راهکار نخست فرض بر این است که یکی از روش‌های طبقه‌بندی اهمیت بیشتری دارد؛ بنابراین ماتریس (تصویر) حاصل از آن روش مبنای کار قرار می‌گیرد. این ماتریس را ماتریس طبقه‌بندی مبنا و

پیکسل مورد نظر به کلاسی تعلق می‌یابد که بیشترین تعداد از پیکسل‌های متصل به آن، متعلق به فضای داخلی آن کلاس مطمئن باشند.

#### ۴- پیاده‌سازی روش پیشنهادی و ارزیابی دقت

##### ۴-۱- پیاده‌سازی روش پیشنهادی

به منظور ارزیابی روش پیشنهادی، از داده‌های سنجنده چندطیفی لندست در منطقه نور استان مازندران و دارای ابعاد  $400 \times 200$  پیکسل مطابق شکل ۵ استفاده شد. این تصویر مربوط به سال ۲۰۰۹ است و در پژوهش حاضر از ۴ بانده ۱ و ۳ و ۵ و ۷ استفاده شد. تعداد ۴ کلاس دریا با ۹۲۷ پیکسل آموزشی و ۱۱۵۰ پیکسل تست، جنگل با ۸۰۰ پیکسل آموزشی و ۱۲۳۰ پیکسل تست، مزرعه با ۸۰۳ پیکسل آموزشی و ۱۴۵۳ پیکسل تست و منطقه مسکونی با ۵۴۵ پیکسل آموزشی و ۱۱۴۵ پیکسل تست در نظر گرفته شد. سپس ضریب همبستگی بین کلاس‌ها با استفاده از رابطه (۱۳) محاسبه و بیشترین مقدار بین آنها به عنوان حدآستانه در نظر گرفته شد. ماتریس‌های پارتیشن‌شده فازی برای هر کدام از روش‌های طبقه‌بندی مطابق با رابطه (۱۳) و با استفاده از مفاهیم نظری شرح داده شده در قسمت ۲-۱-۳ (فازی‌سازی) به دست می‌آیند.

اتصال در توپولوژی فازی، برچسب پیکسل مورد نظر مشخص می‌شود. باید توجه کرد که برچسب سایر پیکسل‌ها در تصویر نهایی در این حالت، همان برچسب موجود در ماتریس (تصویر) طبقه‌بندی مبناست؛ و دیگر اینکه برچسب پیکسل مورد بررسی که در ابتدا صفر بود، با استفاده از تمام همسایه‌های موجود در هر دو پنجره متحرک اصلی و فرعی، به کمک قوانین مذکور در نظریه اتصال که در بخش‌های قبل مطرح شد، مشخص می‌گردد. به عبارت دیگر مثلاً اگر پنجره مورد استفاده  $3 \times 3$  باشد، تعداد ۱۶ پیکسل در مشخص کردن برچسب نهایی پیکسل مورد نظر شرکت خواهند کرد. این کار برای تمام پیکسل‌های محدوده در ماتریس طبقه‌بندی مبنا انجام می‌شود و راهکار مذکور برای زمانی که بیش از دو روش طبقه‌بندی به کار برده شود نیز امکان استفاده دارد.

در راهکار دوم، تمام پیکسل‌هایی که در دو روش به طور یکسان برچسب‌دهی نشده‌اند، به همراه تمام پیکسل‌های محدوده دوباره طبقه‌بندی می‌شوند. برای هر پیکسل از محدوده و پیکسل‌های متناظر با برچسب متفاوت، در هر تصویر ۸ پیکسل متصل به زمانی که پنجره مورد استفاده  $3 \times 3$  باشد، جست‌وجو می‌شود. بنابراین برای هر پیکسل، ۱۶ همسایگی وجود دارد.



#### ۴-۲- بررسی دقت و ارزیابی نتایج

در پژوهش حاضر از روش ماتریس ابهام<sup>۱</sup> به منظور ارزیابی نتایج استفاده شد. ماتریس ابهام، به وسیله مقایسه موقعیت و کلاس هر داده تست با موقعیت متناظر و کلاس تصویر طبقه‌بندی شده محاسبه می‌شود. هر ستون این ماتریس، یک کلاس پوشش زمینی را نمایش می‌دهد و مقادیر ستون، متناظر با برچسب پیکسل حقایق زمینی در تصویر طبقه‌بندی است. پارامترهای آماری صحت کلی<sup>۲</sup> و کاپای کلی<sup>۳</sup> برای هر کدام از روش‌ها از ماتریس ابهام با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شوند.

رابطه (۱۴)

$$\text{Overall accuracy} = \frac{\sum_{i=1}^r X_{ii}}{N}$$

رابطه (۱۵)

$$\text{Kappa} = \frac{N \sum_{i=1}^r X_{ii} - \sum_{i=1}^r (X_{i+} \times X_{+i})}{N^2 - \sum_{i=1}^r (X_{i+} \times X_{+i})}$$

که در آنها،  $N$  جمع کل مشاهده‌ها،  $r$  تعداد سطرهای ماتریس که برابر با تعداد ستون‌هاست،  $X_{ii}$  تعداد مشاهده در سطر و ستون  $i$ ،  $X_{i+}$  جمع حاشیه‌ای سطر  $i$  و  $X_{+i}$  جمع حاشیه‌ای ستون  $i$  است. از آنجاکه این پارامترها فقط برای ارزیابی نتایج طبقه‌بندی‌کننده‌های سخت هستند، به منظور ارزیابی نتایج طبقه‌بندی‌کننده‌های نرم ابتدا نتایج آنها با آستانه‌گذاری به طبقه‌بندی سخت تبدیل می‌شود و سپس پارامترها محاسبه می‌گردند. جدول مقادیر صحت کلی و کاپای کلی را برای روش‌های سنتی و فازی و اعمال قوانین اتصال بر روش‌های فازی نشان می‌دهد.

در قسمت دوم پیاده‌سازی، با اعمال حدآستانه روی هر یک از ستون‌های ماتریس‌های پارتیشن‌شده فازی، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد: پیکسل شرط حد آستانه را رعایت کند، که برچسب کلاس مرتبط را می‌گیرد یا اینکه شرط را رعایت نکند و برچسب صفر بگیرد که به عنوان پیکسل محدوده شناسایی می‌شود. در اینجا می‌توان با اعمال قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی روی هر کدام از ماتریس‌های پارتیشن‌شده مذکور، پیکسل‌های محدوده را دوباره طبقه‌بندی کرد.

به منظور تلفیق مکانی نتایج حاصل از دو طبقه‌بندی‌کننده فازی بعد از اعمال حدآستانه، دو راهکار پیشنهاد شد. در راهکار نخست، نتایج حاصل از یکی از روش‌ها مبنا قرار می‌گیرد و در راهکار دوم، تمام پیکسل‌هایی که دو روش آنها را به‌طور یکسان برچسب‌دهی نکرده است، به همراه تمام پیکسل‌های محدوده دوباره طبقه‌بندی می‌شوند.

در ادامه، روش طبقه‌بندی سنتی بیشترین شباهت را با MLC، روش طبقه‌بندی سنتی ماهالانوبیس را با MAH، روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی را با FMLC، روش طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی را با FMAH، اعمال قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی روی نتایج روش‌های طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی را با FTMLC و اعمال آنها بر ماهالانوبیس فازی را با FTMAH نشان می‌دهیم. تلفیق مکانی با راهکار اول روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی و روش طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی زمانی که FMLC مبنا باشد، با SI1(FMLC\_bace-FMAH) و زمانی که FMAH مبنا باشد با SI1(FMAH\_bace-FMLC) و زمانی که بررسی می‌شود. تلفیق مکانی با راهکار دوم روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت فازی و روش طبقه‌بندی ماهالانوبیس فازی را نیز با SI2(FMLC-FMAH) نشان می‌دهیم.

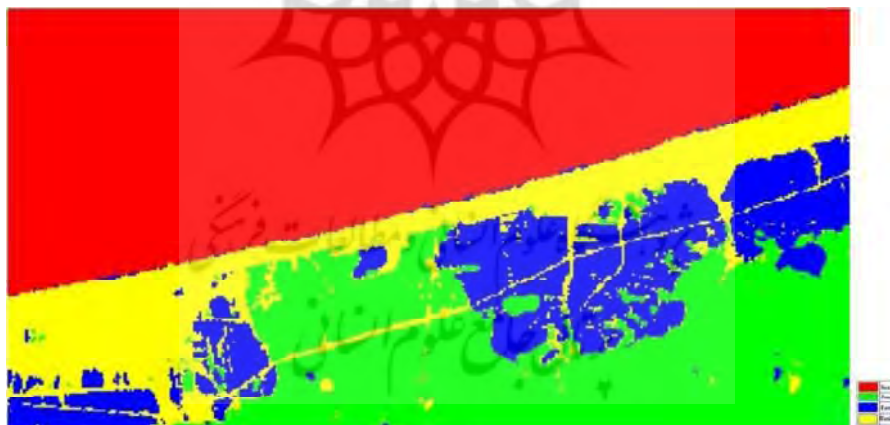
1. Confusion Matrix
2. Overall Accuracy
3. Overall Kappa

جدول ۱. مقادیر صحت کلی و کاپای کلی برای روش‌های سنتی و فازی و اعمال قوانین اتصال بر روش‌های فازی

روش طبقه‌بندی	صحت کلی	کاپای کلی
MAH	۷۹/۰۰۷۶	۷۸/۹۱۱۳
FMAH	۸۸/۱۸۸۰	۸۸/۱۵۵۶
FTMAH	۸۸/۲۴۸۳	۸۸/۲۱۹۰
MLC	۷۹/۳۷۷۳	۷۹/۴۶۹۷
FMLC	۸۷/۱۰۳۳	۸۷/۰۶۰۷
FTMLC	۸۷/۳۴۴۳	۸۷/۳۰۳۴

جدول ۲. مقادیر صحت کلی و کاپای کلی برای تلفیق مکانی با راهکار اول و دوم

روش طبقه‌بندی	صحت کلی	کاپای کلی
SI1(FMLC_bace-FMAH)	۸۹/۰۱۱۷	۸۸/۹۸۱۳
SI1(FMAH_bace-FMLC)	۸۸/۹۷۱۵	۸۸/۹۴۰۳
SI2(FMLC-FMAH)	۸۸/۷۳۰۴	۸۸/۶۹۴۳



شکل ۶. تصویر نتایج طبقه‌بندی در بهترین حالت، در چهار کلاس دریا (قرمز)، جنگل (سبز)، مزارع (آبی) و مناطق مسکونی (زرد)

قوانین اتصال در فضای توپولوژی فازی بر نتایج روش‌های طبقه‌بندی FMLC و FMAH نیز دقت را بهبود می‌بخشد ولی تأثیر آن در مقایسه با فازی‌سازی خیلی کمتر است. در جدول ۲ مقادیر صحت کلی و کاپای کلی برای تلفیق مکانی با راهکار اول و دوم ارائه شده است.

نتایج نشان می‌دهند که فازی‌سازی طبقه‌بندی‌کننده‌ها تأثیر زیادی در بهبود دقت دارد، به طوری که در روش MLC موجب افزایش مقادیر صحت کلی و کاپای کلی به میزان ۷/۷۳ و ۷/۶ می‌شود و در روش MAH موجب افزایش مقادیر صحت کلی و کاپای کلی به میزان ۹/۱۸ و ۹/۲۴ می‌گردد. اعمال

شوند.

#### ۶- منابع

- Bezdek, J.C., Ehrlich, R. & Full, W., 1984, **FCM: The Fuzzy C-means Clustering Algorithm**, *Comp. Geosci.*, Vol. 10, PP. 191-203.
- Cannon, R.L., Dave, J.V., Bezdek, J.C. & Trivedi, M.M., 1986, **Segmentation of a Thematic Mapper Image Using the Fuzzy C-means Clustering Algorithm**, *Trans. Geosci. Remote Sensing*, Vol. GE-24, PP. 400-408.
- Chen J., Zhao R.L. & Li Z.L., 2001, **A Voronoi-based 9-intersection Model for Spatial Relations**, *International Journal of Geographical Information Science*, 15(3), PP. 201-220.
- Gin D.W. & Zhen W.Zh., 2014, **An Enhanced Discrim in ability Recurrent Fuzzy Neural Network for Temporal Classification Problems**, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 237, PP. 47-62.
- Haralick, R.M., Shanmugan, K. & Dinstein, I., 1973, **Texture Feature for Image Classification**, *IEEE Transaction on System, Man and Cybernetics*, Vol. 3, No. 6, PP. 610-621.
- Kast, J.L., Swain, P.H., Davis, B.J. & Spencer, P.W., 1977, **ECHO User's GUIDE**, Laboratory for Applications of Remote Sensing.
- Liu, K., Shi, W. & Zhang, H., 2011, **A Fuzzy Topology-based Maximum Likelihood Classification**, *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 66, PP. 103-114.
- Liu, K. & Shi, W., 2009, **Quantitative Fuzzy Topological Relations of Spatial Objects by Induced Fuzzy Topology**, *International Journal of Applied Earth Observation and*

بیشترین دقت مربوط به زمانی است که روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت در راهکار اول تلفیق مکانی مبنا قرار می‌گیرد. بیشترین مقدار صحت کلی و کاپای کلی به‌دست‌آمده به ترتیب ۸۹/۱ و ۸۸/۹۸ است. نتایج نشان می‌دهند که فازی‌سازی طبقه‌بندی‌کننده‌ها تأثیر زیادی در افزایش دقت نهایی دارند و نیز نشان می‌دهند که تلفیق مکانی با راهکار دوم درمقایسه با راهکار اول دقت پایین‌تری را به‌دست می‌دهد.

#### ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در مطالعه حاضر، معرفی نظریه اتصال در فضای توپولوژی فازی و چگونگی استفاده از آن در طبقه‌بندی تصویر ارائه شد. همچنین دو راهکار به‌منظور تلفیق نتایج مکانی در فضای توپولوژی فازی با استفاده از قوانین اتصال مطرح شد. روش‌های بیشترین شباهت و ماهالانوبیس با استفاده از بردار میانگین و ماتریس کوواریانس فازی شده و سپس برای هر پیکسل درجات عضویت محاسبه می‌شوند. با اعمال حدآستانه می‌توان پیکسل‌های محدوده را شناسایی کرد. قوانین اتصال، پیکسل‌های محدوده را دوباره طبقه‌بندی می‌کنند. دو راهکار برای تلفیق مکانی نتایج دو طبقه‌بندی‌کننده پیشنهاد شده است. در راهکار نخست، یکی از دو طبقه‌بندی‌کننده مبنای تلفیق قرار می‌گیرد و در راهکار دوم، فقط پیکسل‌هایی که در هر دو روش به‌صورت یکسان طبقه‌بندی شده‌اند و هم‌زمان پیکسل محدوده نیستند، در تصویر نهایی برچسب خود را حفظ می‌کنند. بیشترین مقدار صحت کلی و کاپای کلی به‌دست‌آمده مربوط به زمانی است که روش طبقه‌بندی بیشترین شباهت در راهکار نخست تلفیق مکانی مبنا قرار می‌گیرد و به ترتیب ۸۹/۰۱ و ۸۸/۹۸ هستند. نتایج نشان می‌دهند که تلفیق مکانی با راهکار دوم درمقایسه با تلفیق مکانی با راهکار نخست، دقت پایین‌تری را به‌دست می‌دهد. پیشنهاد می‌شود که در مطالعات آتی از روش‌های طبقه‌بندی غیرپارامتریک نیز استفاده شود و این الگوریتم‌ها روی تصاویر فراطیفی پیاده‌سازی

- Geoinformation, 11, PP. 38–45.
- Mather, P.M., 2004, **Computer Processing of Remotely-Sensed Images an Introduction**, Third Edition, Chapter 8.
- Melgani, F., Al Hashemy, B., Taha, S., 2000, **An Explicit Fuzzy Supervised Classification Method for Multispectral Remote Sensing Images**, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, January, Vol. 38, No. 1.
- Rajesh K.A. & Narendra G.B., 2015, **Multiobjective PSO based Adaption of Neural Network Topology for Pixel Classification in Satellite Imagery**, Applied Soft Computing, Vol. 28, PP. 217-225.
- Richards, J.A. & Jia, X., 2006, **Remote Sensing Digital Image Analysis; an Introduction**, 4th Edition, Chapter 8, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Shi, W. & Liu, K., 2007, **A Fuzzy Topology for Computing the Interior, Boundary, and Exterior of Spatial Objects Quantitatively in GIS**, Computers & Geosciences, 33, PP. 898–915.
- Shi, W., Liu, K. & Zhang, H., 2010, **A Study of Supervised Classification Accuracy in Fuzzy Topological Methods**, International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation.
- Tang, X.M., 2004, **Spatial Object Modeling in Fuzzy Topological Space with Applications to Land Cover Change**, Jan-china- printed by ITC printing department.
- Tang, X.M., Fang, Y. & Kainz, W., 2003, **A Topological Relations between Fuzzy Regions in a Special Fuzzy Topological Space**, Geography and Geo-information science (in Chinese), 19(2), PP. 1-10.
- Tso, B., Mather & P.M., 2001, **Classification Methods for Remotely Sensed Data**, Taylor & Francis.
- Wang, F., 1990, **Fuzzy Supervised Classification of Remote Sensing Image**, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, March, Vol. 28, No. 2.
- Wang, K. & Wan, Y., 2009, **Classification of Remote Sensing Image Using Fuzzy Multi-classifiers**, IEEE.
- Zadeh L.A., 1978, **Fuzzy Sets as a basis for a Theory of Possibility**, Fuzzy Sets and Systems, 1, PP. 3-28.
- Zadeh L.A., 1988, **Fuzzy Logic**, IEEE Computer, 21, PP. 83-93.