چشم‌انداز مدیریت مالی
شماره ۱۸ ـ تابستان ۱۳۹۶
ص‌ص ۱۴۵ـ۱۲۵

بررسی کارایی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از ماکزیمم نسبت شارپ پایدار در مقایسه با بهینه‌سازی مارکویتز

فریدون رهنمای رودپشتی*، هاشم نیکومرام، عباس طلوعی اشلقی***، فرهاد حسین‌زاده لطفی****، مرضیه بیات*****

چکیده

مفهوم بهینه‌سازی پرتفوی و تنوع‌بخشی اساس گسترش بازارهای مالی و تصمیم‌گیری مالی است. در این پژوهش عملکرد بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) پرتفوی و مدل شارپ پایدار بررسی شده است. این پژوهش یک مدل بهینه‌سازی پایدار پرتفوی بر اساس نسبت شارپ را ارائه کرده که نتایج بهینه‌سازی پرتفوی با فرمول‌بندی پایدار متناظر براساس مدل عاملی، با استفاده از داده‌های شاخص بازار و آزمون پایداری پارامترهای ورودی در مقایسه با نتایج فرمول‌بندی بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) نشان داده شده است. برای این منظور، ورودی‌ها در یک فاصله اطمینان داده شده براساس بدبینانه‌ترین سناریو، جهت ماکزیمم‌سازی نسبت شارپ انتخاب می‌شوند. بدین منظور پرتفوهای ماهانه در ۱۵ سال از شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده، سپس ریسک و بازدهی هر پرتفوی براساس دو مدل بهینه‌سازی شارپ و مارکویتز (مدرن) محاسبه شده و در مرحله بعد با استفاده از آزمون میانگین تفاوت، به‌بررسی وجود تفاوت معناداری بین ریسک و بازدهی واقعی دو مدل پرداخته شده است. نتایج حاکی از آن است که بازده واقعی در مدل شارپ با بازده واقعی در مدل مارکویتز (مدرن) تفاوت معناداری ندارد؛ ولی ریسک واقعی در مدل شارپ در مقایسه با ریسک واقعی در مدل مارکویتز (مدرن) تفاوت معناداری باهم دارند.

کلیدواژه‌ها: ریسک؛ بازده؛ مدل تک‌عاملی؛ بهینه‌سازی پایدار؛ نسبت شارپ.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۰۳

* استاد دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، مدیریت مالی و حسابداری.
** استاد دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، مدیریت بازرگانی.
*** استاد دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، مدیریت صنعتی.
**** استاد دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، ریاضی کاربردی- تحقیق در عملیات.
***** دانش آموخته دکتری دانشگاه آزاد واحد علوم و تحقیقات، مدیریت بازرگانی گرایش مدیریت مالی (نویسنده مسئول).
E-mail: m_bayat1358@yahoo.com

۱. مقدمه

مسئله انتخاب پرتفوی، عبارت است از چگونگی تخصیص سرمایه به تعدادی از دارایی‌های در دسترس به‌منظور دستیابی به حداکثر بازدهی همزمان با به حداقل رساندن ریسک. اگرچه مزایای متنوع‌سازی در کاهش ریسک در شروع بازارهای مالی مورد استقبال قرارگرفت؛ اما اولین مدل ریاضی انتخاب پرتفوی در سال ۱۹۵۲ توسط مارکویتز فرموله‌سازی شد. در مدل انتخاب پرتفوی مارکویتز، «بازدهی» یک پرتفوی، به‌صورت ارزش مورد انتظار متغیر تصادفی «بازدهی پرتفوی» اندازه‌گیری می‌شود و «ریسک» پرتفوی توسط واریانس بازدهی پرتفوی محاسبه می‌شود. مارکویتز نشان داد که با فرض اینکه سرمایه‌گذار سطح بالایی از ریسک را بپذیرد (به‌عبارتی دیگر سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر باشد) یا اینکه خواهان کران پایینی از بازدهی باشد (سرمایه‌گذار ریسک‌گریز باشد)، پرتفوی بهینه می‌تواند از حل مسئله برنامه‌ریزی درجه دوم محدب به‌دست آید. این مدل میانگین- واریانس تأثیری عمیق بر مدل اقتصادی بازارهای مالی و مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای (CAPM) توسعه‌یافته توسط شارپ، داشت [۴].

اهمیت و مسئله پژوهش. لغت پرتفوی در عبارت ساده به ترکیبی از دارایی‌ها گفته می‌شود که توسط یک سرمایه‌گذار برای سرمایه‌گذاری تشکیل می‌شود. این سرمایه‌گذار می‌تواند شخصیتی حقیقی یا یک شخصیت حقوقی داشته باشد. از نظر تکنیکی، یک پرتفوی دربرگیرنده مجموعه‌ای از دارایی‌های واقعی و مالی سرمایه‌گذاری‌شده یک سرمایه‌گذار است. با این حال در این پژوهش تاکید بر دارایی‌های مالی است. مطالعه تمام جنبه‌های پرتفوی، مدیریت پرتفوی نام دارد. این واژه جامع دربرگیرنده مفاهیم تئوری پرتفوی است. در سال ۱۹۵۲ هری مارکویتز مدل اساسی پرتفوی را ارائه کرد که مبنایی برای تئوری مدرن پرتفوی قرار گرفت. قبل از مارکویتز سرمایه‌گذاران با مفاهیم ریسک و بازده آشنا بودند. اگرچه آنها با مفهوم ریسک آشنا بودند، ولی معمولاً نمی‌توانستند آن را اندازه‌گیری نمایند. با این حال مارکویتز اولین کسی بود که مفهوم پرتفوی و ایجاد تنوع را به روش علمی بیان کرد. او به‌صورت کمی نشان داد که چرا و چگونه تنوع‌سازی پرتفوی می‌تواند باعث کاهش ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری یک سرمایه‌گذار شود. چرا ایجاد تنوع در سرمایه‌گذاری برای سرمایه‌گذاران مهم است؟ می‌توان گفت که قانون شماره یک مدیریت پرتفوی ایجاد تنوع است. از آنجاکه سرمایه گذاران نسبت به آینده نامطمئن هستند باید برای کاهش ریسک دست به ایجاد تنوع در سرمایه‌گذاری بزنند؛ به عبارت دیگر تشکیل یک پرتفوی متنوع، میزان ریسک را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. برای مثال در بحران اقتصادی سال ۱۹۸۷ آمریکا، فقط کمتر از ۵ درصد صندوق های مشترک سرمایه گذاری (که اقدام به تشکیل پرتفوی می‌کردند) با ضرر و زیان مواجه شدند.

مارکویتز درصدد برآمد تا روش‌ها و ایده های موجود را در قالب یک چارچوب رسمی سازماندهی کرده و به این سوال اساسی پاسخ دهد؛ آیا ریسک پرتفوی با مجموع ریسک اوراق بهادار منفرد که در مجموع پرتفوی را تشکیل می دهند برابر است؟ مارکویتز با ارائه روش اندازه‌گیری ریسک پرتفوی به محاسبه ریسک و بازده موردانتظار پرتفوی پرداخت. مدل او برمبنای بازده مورد انتظار و ویژگی های ریسک اوراق بهادار که چارچوب تئوریکی برای تجزیه‌وتحلیل گزینه‌های ریسک و بازده است، استوار شده است.

یک از مفروضات مدل مدرن پرتفوی، این است که سرمایه‌گذاران ریسک‌گریزند. منظور از سرمایه‌گذار ریسک‌گریز، سرمایه‌گذاری است که هنگامی که با مسئله انتخاب بین دو گزینه برای سرمایه‌گذاری مواجه می‌شود که هر دو گزینه از بازده مورد انتظار یکسانی برخوردارند؛ اما ریسک متفاوتی دارند، سرمایه‌گذار گزینه‌ای را انتخاب می‌کند که با ریسک کمتری مواجه است. در انتخاب پرتفوی، یک سرمایه‌گذار به دنبال بیشینه‌کردن بازده مورد انتظار با توجه به میزان ریسک‌پذیریش است. در مجموعه‌ای از پرتفوهای کارا، پرتفویی بهینه است که سرمایه‌گذار آن را نسبت به سایر پرتفوها ترجیح می‌دهد.

اصطلاح مدل فرامدرن پرتفوی را نخستین بار رام و فرگوسن[1](۱۹۹۳) به صورت رسمی در مبانی نظری مالی به‌کار بردند. این پژوهشگران مطرح کردند که نظریه پرتفوی مدرن در شرایط خاصی عملکرد رضایت‌بخشی ندارد و عملکرد نامناسب مدل مدرن پرتفوی را ناشی از نادرست‌بودن دو فرض این مدل می‌دانستند:

۱) واریانس بازده‌ها، معیار صحیحی برای اندازه‌گیری ریسک سرمایه‌گذاری است.

۲) توزیع بازده کلیه دارایی‌ها و اوراق بهادار، نرمال است.

در فرض اول، با محاسبه واریانس به‌عنوان معیار ریسک، هرگونه نوسان مثبت یا منفی احتمالی در آینده، ریسک محسوب می‌شود. انتقاد اصلی وارد بر این معیار متقارن‌بودن آن نسبت به بازده‌های بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار و بازده‌های کوچک‌تر از آن است. درواقع از دید سرمایه‌گذاران کسب بازده‌های بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار نه‌تنها نامطلوب شمرده نمی‌شود، بلکه سرمایه‌گذاران از آن استقبال نیز می‌کنند، خصوصاً در بازارهای پررونق[2]، سرمایه‌گذاران در جست‌وجوی کسب بازده‌های بالا هستند [۹].

بسیاری از مفاهیم و مدل‌های ارائه‌شده در طول ۶۰ سال اخیر، برفرض نرمال‌بودن توزیع بازده کلیه دارایی‌ها و اوراق بهادار استوار است؛ اما به جزء چند استثنا، کلیه مطالعات مالی صورت‌گرفته از ۱۹۶۰ تاکنون از این فرض پشتیبانی نمی‌کنند.

1. Rom&Ferguson
2. Bull market

فاما[1](۱۹۶۳) و منـدلبروت[2] (۱۹۶۳) از نخسـتین پژوهشـگرانی بودنـد کـه در تحقیقـاتی کـه به‌صورت جدا از هم، در مورد توزیع بازده‌هـای سـهام انجـام دادنـد، فـرض نرمـال‌بـودن توزیـع بازده‌های سهام را رد نمودند. بسیاری از پژوهش‌های تجربی صورت‌گرفته نشـان مـی‌دهنـد کـه سری زمانی بازده‌ها دارای دنباله‌های ضخیم[3] و چولگی[4] هستند.

دنباله‌های ضخیم، همان کشیدگی مازاد[5] است که در آن توزیـع بـازدهی دارایـی‌هـای مـالی نسبت به توزیع نرمال بلندتر است و اصطلاحاً دارای دنباله‌های ضخیم اسـت؛ یعنـی بـازده‌هـای بزرگ (منفی یا مثبت) که اصطلاحاً رویدادهای فرین[6] نامیده می‌شوند، اتفاق مـی‌افتنـد. مفـاهیم آماری نظیر توزیع نرمال غالباً بر مبنای قضیه حد مرکزی است و توزیع داده‌ها را تنها نزدیک بـه مرکز توزیع می‌تواند به‌خوبی برآورد کند و از مشاهده‌های موجود در دنباله‌هـای ضـخیم اسـتفاده چندانی نمی‌تواند بکند. بدیهی است که این امر استفاده از توزیع‌های آمـاری شـناخته‌شـده نظیـر توزیع نرمال را جهت تعیین رفتار دنباله‌ها، دچار مشکل می‌نماید [۹].

همچنین علاوه بر دو فرض مورد انتقاد رام و فرگوسن، بسیاری از فرضـیه‌هـای دیگـر مـدل مدرن پرتفوی و مدل‌های منتج از آن نظیر مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سـرمایه‌ای، نیـز کـاملاً درست نیست و مورد انتقاد است.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

تعاریف مفهومی موضوع پژوهش. انتخاب پرتفوی بهینه یکی از مسائلی اسـت کـه ذهـن بسیاری از فعالان بازار سرمایه را بـه خـود درگیـر کـرده اسـت. آنچـه کـه مـدل‌هـای مختلـف بهینه‌سـازی پرتفـوی را از یکـدیگر متمـایز مـی‌سـازد، معیـار محاسـبه ریسـک اسـت. ریسـک سرمایه‌گذاری یکی از مهم‌ترین مسائلی است کـه سـرمایه‌گـذار در بـورس بـا آن مواجـه اسـت؛ به‌طورکلی، سرمایه‌گذاران درپی کسب بیشترین بازدهی با حداقل ریسک هستند؛ بنابراین یکی از چالش‌های مهم در تشکیل پرتفوی، تعیین نسبت یا وزن بهینه‌ای از سهام موجود، در سبد سـهام برای کاهش ریسک است. از آنجاکه مدل‌های عاملی و مخصوصاً مـدل تـک‌عـاملی بـر مبنـای تعریف جدیدی از ریسک شکل گرفته‌اند، در پژوهش حاضر سعی شده اسـت محاسـبه ریسـک و بازده در قالب مدل تک‌عاملی جهت بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شود.

پرتال جامع علوم انسانی

1. Winter, Fama.
2. Mandelbrot
3. Fat tails
4. Skew
5. Leptokurtosis
6. Extreme event

علی‌رغم تأثیری که مدل پرتفوی مدرن بر توسعه دانش مالی برجای نهاد، بسیاری از مدیران نهادهای مالی چندان رغبتی به آن نشان ندادند؛ زیرا از دید نهادهای مالی مدل پرتفوی مدرن در عمل چندان قابل اطمینان نبود. دلیل این عدم اطمینان را می‌توان در عدم قطعیت متغیرهای مدل، یعنی بازده مورد انتظار و واریانس دانست.

پیشرفت در علوم ریاضی و فیزیک تأثیر غیرقابل‌انکاری بر دانش مالی داشته است. به‌خصوص شاخه‌های مختلف علم ریاضی از قبیل مدل احتمالات، آمار، اقتصادسنجی و پژوهش عملیاتی ابزارهای لازم برای توسعه اقتصاد مالی مدرن را به‌وجود آورده‌اند. یکی از پیشرفت‌های عمده در این زمینه را می‌توان توسعه نظریه برآورد پایدار[1] و بهینه‌سازی پایدار[2] در دهه ۱۹۹۰ دانست که بکارگیری آن تأثیر مهمی در بالابردن قابلیت اطمینان مدل‌های مدیریت پرتفوی در عمل داشته است.

مارکویتز درصدد برآمد تا روش‌ها و ایده‌های موجود در قالب یک چارچوب رسمی سازماندهی کرده و به این سوال اساسی پاسخ دهد؛ آیا ریسک پرتفوی با مجموع ریسک اوراق بهادار منفرد، که در مجموع پرتفوی را تشکیل می‌دهند برابر است؟ مارکویتز با ارائه روش اندازه‌گیری ریسک پرتفوی به محاسبه ریسک و بازده مورد انتظار پرتفوی پرداخت. مدل او بر مبنای بازده مورد انتظار و ویژگی‌های ریسک اوراق بهادار که چارچوب تئوریکی برای تجزیه‌وتحلیل گزینه‌های ریسک و بازده است، استوار شده است.

تنوع‌بخشی به قضیه حد مرکزی برمی‌گردد. بر اساس این قضیه، اگر $X_1, X_2, \dots, X_N$ متغیر تصادفی مستقل باشند و هر X_i دارای یک توزیع احتمال با میانگین غ و واریانس δ^2 آنگاه:

رابطه (۱)
$$\lim_{N\to\infty} p\left(\frac{1}{\delta\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}(X_i-\mu)\le y\right)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{y} e^{-1/2 s^2} ds$$

با درنظرگرفتن مطالب فوق، برای پرتفویی با N دارایی با بازده‌های $R_1, R_2, \dots, R_N$ درصورتی‌که وزن سرمایه‌گذاری در هریک مساوی باشد به‌صورت زیر است:

رابطه (۲)
$$\mathrm{R_p}=\frac{1}{\mathrm{N}}\sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{N}}\mathrm{R_i}$$

1. Robust Estimation
2. Robust Optimization

بر اساس قضیه حد مرکزی واریانس پرتفوی به‌صورت زیر خواهد بود:

رابطه (۳)
$$\mathrm{Var(R_p)} = \frac{1}{\mathrm{N^2}}\sum_{\mathrm{i=1}}^{\mathrm{N}} \mathrm{Var(R_i)} = \frac{1}{\mathrm{N^2}}.\mathrm{N}.\delta^2 = \frac{\delta^2}{\mathrm{N}_{\mathrm{N}\to\infty}} \to 0$$

سرمایه‌گذاری را درنظر می‌گیریم که می‌خواهد پرتفویی با N *دارایی* ریسکی تشکیل دهد $w = (\mathrm{w_1}, \mathrm{w_2}, \dots, \mathrm{w_N})$ نشان‌دهنده بردار وزن سرمایه‌گذاری در هر یک از دارایی‌هاست. فرض کنیم بردار بازده دارایی‌ها به‌صورت بردار $R = (R_1, R_2, \dots, R_N)$ باشد، در این صورت بردار بازده موردانتظار دارایی‌ها به‌صورت $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)$ است. غ ماتریس واریانس کوواریانس بازده دارایی‌هاست که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

رابطه (۴)
$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \dots & \delta_{1N} \\ \delta_{\mathrm{N1}} & \dots & \delta_{\mathrm{NN}} \end{bmatrix}$$

که در آن δ_{ij} نشان‌دهنده کوواریانس بین بازده دارایی i وj است که بر اساس رابطه $\delta_{ij} = \delta_i.\delta_{\mathrm{j}}.\rho_{\mathrm{ij}}$ به‌دست می‌آید که در آن ρ_{ij} ضریب همبستگی بین بازده دو دارایی i و j است. شایان ذکر است که $\delta_{\mathrm{ii}} = \delta_{\mathrm{i}}^2$. با توجه به فرضیه‌های بالا، مسئله بهینه‌سازی میانگین- واریانس به‌صورت زیر توسط مارکویتز ارائه شد:

رابطه (۵)
$$\mu_p = \mathrm{w}\mu$$
$$\delta_{\mathrm{p}}^2 = \mathrm{w}\text{غ}\,\mathrm{w}$$

بنابراین بهینه‌سازی پرتفوی در مدل مارکویتز به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

رابطه (۶)
$$\begin{aligned} &\min_w \quad \mathrm{w}\sum\mathrm{w} \\ &\mathrm{s.t:} \quad \mu_0 = \mathrm{w}\mu \\ &\mathrm{w}\tau = 1\ , \quad \tau = [1,1,\dots,1] \end{aligned}$$

که این یک مسئله بهینه‌سازی درجه دو است؛ بنابراین همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، تفاوت در روش‌های محاسبه ریسک و بازده، بهینه‌سازی پرتفوی را به‌شدت تحت‌تاثیر قرار خواهد داد؛ بنابراین شناخت ابزارهای متفاوت این دو متغیر، نقش بسیار مهمی در توسعه مبانی نظری پرتفوی خواهد داشت [۶].

مقوله پایداری ریشه در بسیاری از علوم کاربردی دارد. آمار پایدار در واقع تلاشی است در جهت ارائه مفاهیم و مدل‌های آماری که نسبت به داده‌های پرت[1] و اشتباهات در مفروضات مربوط به توزیع‌ها، حساس نباشند. اخیراً آمار پایدار در مباحث مالی و مدیریت پرتفوی مورد توجه بسیار قرار گرفته است، به‌خصوص که پژوهش‌های موفقیت‌آمیز بسیاری در زمینه ترکیب تکنیک‌های آمار پایدار با بهینه‌سازی پرتفوی صورت پذیرفته است.

یکی از روش‌های بهینه‌سازی است که در جست‌وجوی جوابی برای مسائل بهینه‌سازی است که مقابل عدم‌قطعیت‌ها و تغییرات در مقادیر پارامترهای مدل مقاوم باشد. معیارهای آماری نظیر میانگین و کوواریانس نقش بسیار کلیدی در تجزیه‌وتحلیل مسائل مالی، به‌ویژه مدیریت ریسک پرتفوی ایفا می‌کنند؛ اما یکی از مشکلات بکارگیری معیارها و برآوردگرهای آماری استانداردی نظیر میانگین و کواریانس، حساسیت بالا نسبت به داده‌های پرت است. اصولاً مشاهده‌ای که نسبت به سایر مشاهده‌ها در بین مجموعه داده‌ها بزرگ‌تر یا کوچک‌تر است، یک داده پرت یا داده دورافتاده نامیده می‌شود. داده‌های پرت اصولاً به یکی از دلایل زیر اتفاق می‌افتند:

ـ غیر صحیح بودن اندازه‌گیری‌های مشاهده‌شده، ثبت‌شده و یا واردشده در رایانه؛

ـ جمع‌آوری اندازه‌گیری‌ها از جوامع مختلف؛

ـ وقوع و اندازه‌گیری یک حادثه یا رویداد نادر؛

ـ چولگی بیشتر مجموعه داده‌ها در منحنی توزیع فراوانی نسبی [۲].

داده‌های پرت در تمام مراحل تحلیل و تفسیر اطلاعات، از اهمیت زیادی برخوردارند و به شدت می‌توانند بر تحلیل‌ها تأثیر بگذارند. در مباحث مالی، داده‌های پرت غالباً به دلیل وقوع و اندازه‌گیری یک حادثه یا رویداد نادر و خاص ایجاد می‌شوند.

امروزه با توسعه و پیشرفت نرم‌افزارها و الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌توان به سادگی بسیاری از مسائل پیچیده بهینه‌سازی را در مدت زمان کوتاهی حل نمود؛ اما معمولاً جواب‌هایی که به وسیله بسیاری از این روش‌های بهینه‌سازی به‌دست می‌آیند، نسبت به نوسانات کوچک در ورودی‌های مسئله بسیار حساس هستند؛ از آنجاکه در مسائل دنیای واقعی، به ندرت داده‌ها از قطعیت یا دقت کافی برخوردارند، بنابراین باید در جست‌وجوی روش‌هایی برای بهینه‌سازی بود که بتوان با مسئله عدم‌قطعیت در داده‌ها مواجه شد. تحلیل حساسیت[2] قدیمی‌ترین روش برای مواجه با عدم‌قطعیت پارامترهاست. یکی از روش‌های دیگری که به‌وسیله آن می‌توان برآورد خطاها و عدم قطعیت‌ها را در فرآیند انتخاب پرتفوی بهینه لحاظ نمود، استفاده از روش بازنمونه‌گیری پرتفوی است که نوعی شبیه‌سازی مونت‌کارلو محسوب می‌شود. در روش‌های دیگر بهینه‌سازی تحت عدم قطعیت، عدم‌قطعیت داده‌ها مستقیماً در محاسبه پاسخ بهینه مسئله

1. Outliers
2. Sensitivity analysis

دخالت داده می‌شود مانند روش‌های برنامه‌ریزی تصادفی[1] و برنامه‌ریزی پویا. بهینه‌سازی پایدار رویکرد نوظهوری در بهینه‌سازی است که توسط سویتر[2](۱۹۷۳) معرفی شد. این روش بهینه‌سازی در شرایطی که عدم‌قطعیت وجود دارد بسیار کاراست و جایگزین مناسبی برای روش‌های برنامه‌ریزی تصادفی و پویا محسوب می‌شود. در این روش فرض می‌شود که پارامترها در داخل مجموعه‌ای پیوسته تغییر می‌کنند، با تعریف مناسب این مجموعه و در صورت لزوم تبدیل مسئله بهینه‌سازی پایدار به یک مسئله برنامه‌ریزی قطعی، می‌توان به سادگی مسئله بهینه‌سازی پایدار را حل نمود. بهینه‌سازی پایدار یکی از روش‌های توسعه‌یافته و نوین در زمینه بهینه‌سازی است که مشکلاتی مشابه مشکلات برنامه‌ریزی پویا را به همراه دارد؛ اما در بکارگیری آن می‌توان فرض‌هایی در مورد توزیع‌های پارامترهای غیرقطعی درنظرگرفت تا فرموله‌کردن مسئله ساده‌تر شده و حل مسئله از لحاظ محاسباتی و به لحاظ عملی انجام‌شدنی شود.

یکی از روش‌های ساده در مدل‌سازی عدم‌قطعیت، تولید سناریوهایی از مقادیر ممکن برای پارامترهای غیرقطعی مورد استفاده (برای مثال بازده دارایی‌ها) است. با مشخص‌کردن یک مجموعه غیرقطعی که شامل مجموعه‌ای از سناریوهای ممکن برای پارامترهای غیرقطعی است، می‌توان بهینه‌سازی سناریو را در چارچوب بهینه‌سازی پایدار وارد نمود. فرموله‌بندی پایدار مسئله اصلی بهینه‌سازی پرتفوی، شامل یک‌سری از محدودیت‌ها (برای هر سناریو در مجموعه غیرقطعی، یک محدودیت) خواهد بود و فرآیند بهینه‌سازی این اطمینان را فراهم می‌آورد که همه این محدودیت‌ها در بدترین حالت نیز رعایت خواهند شد. مجموعه‌های غیرقطعی به‌وسیله نظرات و ایده‌های مختلف در مورد آینده پارامترها و به‌وسیله تکنیک‌های مختلف آماری با استفاده از داده‌های تاریخی تعیین می‌شوند [۷].

فرض‌کنید که سرمایه‌گذار قبلاً درباره ترکیب سبد ریسکی تصمیم‌گیری کرده و اکنون در حال بررسی نسبت سرمایه‌گذاری (y) است که باید به سبد سرمایه‌گذاری ریسکی تخصیص داده شود. نسبت باقی‌مانده $(1-y)$ در دارایی بدون‌ریسک F سرمایه‌گذاری می‌شود. نرخ بازده سبد سرمایه‌گذاری ریسکی P را با r_p، نرخ بازده موردانتظار آن با $E(r_p)$ و انحراف معیار آن را با σ_p نشان داده می‌شود. نرخ بازده دارایی بدون ریسک با r_f نشان داده می‌شود؛ بنابراین صرف ریسک دارایی ریسکی $E(r_p)-r_f$ خواهد بود. با نسبت سرمایه‌گذاری y در دارایی ریسکی و 1-y در دارایی بدون ریسک، نرخ بازده سبد سرمایه‌گذاری کامل C، r_c است، به‌طوری‌که:

$$r_c = yr_p + (1-y)r_f \qquad \text{رابطه (۷)}$$

1. Stochastic programming
2. A.L. Soyster

با گرفتن امید ریاضی برای این نرخ بازده سبد سرمایه‌گذاری، خواهیم داشت:

رابطه (۸)
$$E(r_c) = yE(r_p) + (1 - y)r_f$$

نرخ بازده معیار برای هر سبد سرمایه‌گذاری، نرخ بدون ریسک است؛ علاوه‌براین از سبد سرمایه‌گذاری، صرف‌ریسکی انتظار می‌رود که میزان آن نخست به صرف ریسک سبد سرمایه‌گذاری ریسکی $(E(r_p) - r_f)$ و دوم موقعیت سرمایه‌گذار در آن دارایی ریسکی (y) بستگی دارد. زمانی‌که دارایی ریسکی با دارایی بدون ریسک ترکیب می‌شود، انحراف معیار سبد سرمایه‌گذاری کامل برابر با حاصل‌ضرب انحراف معیار سبد ریسکی در وزن سبد ریسکی است. با توجه به اینکه انحراف معیار سبد سرمایه‌گذاری ریسکی σ_p است خواهیم داشت:

رابطه (۹)
$$\sigma_c = y\sigma_p$$

در نتیجه، بازده موردانتظار سبد سرمایه‌گذاری کامل، به‌عنوان تابعی از انحراف معیار خود، خطی مستقیم با عرض از مبدأ r_f بوده و شیبی برابر با زیر دارد:

رابطه (۱۰)
$$S = \frac{[E(r_p) - r_f]}{\sigma_p}$$

رابطه (۱۰) معادله خط مستقیم است که از r_f آغاز شده و از نقطهٔ مشخص شده با P عبور می‌کند. این خط مستقیم، «خط تخصیص سرمایه (CAL)[1]» نامیده می‌شود. این خط تمامی ترکیبات ریسک و بازده در دسترس سرمایه‌گذاران را رسم می‌کند. شیب خط تخصیص سرمایه که با S نشان داده می‌شود، برابر با افزایش در بازده موردانتظار سبد سرمایه‌گذاری کامل به ازای هر واحد انحراف معیار اضافی است. به عبارت دیگر، بازده اضافی به ازای ریسک اضافی. به همین دلیل، این شیب «نسبت پاداش به نوسان‌پذیری[2]» نامیده می‌شود. به این شیب، «نسبت شارپ» گفته می‌شود که ابتدا ویلیام شارپ آن را ارائه کرد و بنابراین به نسبت شارپ معروف شد. اهمیت موازنه بین پاداش (صرف ریسک) و ریسک (که با انحراف معیار اندازه‌گیری می‌شود) پیشنهاد می‌کند که جذابیت یک سبد سرمایه‌گذاری را با نسبت صرف ریسک آن به انحراف معیار بازده‌های مازاد می‌توان اندازه‌گیری نمود [۵].

1. Capital allocation line
2. Reward-to-Volatility ratio

مروری بر پیشینه پژوهش و چارچوب نظری. از جمله پژوهش‌هایی که در سالیان اخیر بر بهینه‌سازی پایدار در مدیریت پرتفوی انجام گرفته‌اند، به‌شرح زیر می‌باشند:

هاگز[1] (۱۹۹۸) و زاکومولین[2] و کوکبکر[3] (۲۰۰۹) نسبت شارپ کلی (عمومی) را تعریف‌کردند. این نسبت چولگی (مؤلفه سوم) و کشیدگی (مؤلفه چهارم) مشاهده‌های توزیع بازدهی تاریخی را در محاسبه‌ها وارد می‌کند.

لو[4](۲۰۰۲) رفتار آماری نسبت شارپ مشاهده‌شده را تحت این فرض که توزیع بازدهی‌ها نرمال است، نتیجه گرفت. مرتنز[5](۲۰۰۲) نتیجه لو را با ضعیف نشان‌دادن فرض نرمال‌بودن توزیع بازدهی‌ها گسترش داد.

مسئله انتخاب پرتفوی با استفاده از VARSR (نسبت شارپ تعدیل‌شده با ارزش در معرض ریسک) به‌عنوان یک نمونه از مسئله بهینه‌سازی پرتفوی ارائه می‌شود. بهینه‌سازی پایدار پرتفوی این اطمینان را می‌دهد که توزیع بازدهی تحت بررسی در هر لحظه توسط بازدهی‌های تاریخی تخمین زده می‌شود. گلدفارب[6] وینگار[7] در سال ۲۰۰۳ مفهوم ساختارهای نامطمئن (یا ساختارهای عدم قطعیت) را برای تخمین واریانس و بازدهی موردانتظار تعریف کردند و چگونگی کارایی تخصیص پایدار پرتفوی در یک سطح اطمینان معین را نشان دادند. ماکزیمم‌سازی، بدبینانه‌ترین نسبت شارپ یکی از مدل‌های بهینه‌سازی پایدار پرتفوی است که توسط گلدفارب و اینگار در سال ۲۰۰۳ ارائه شد.

کوئینی[8] و تاچنکو[9] (۲۰۰۴) این روش را تعمیم داده و به حمایت از این برنامه «انتخاب پرتفوی محافظه‌کارانه که منجر به حداکثرشدن بازدهی پرتفوی در بدبینانه‌ترین سناریو می‌شود» پرداختند. این دو نویسنده به‌طور معمول مجموعه‌های عدم اطمینان از پارامترهای ورودی را برای توزیع بازدهی مدل‌سازی کرده و نیز با استفاده ازمجموعه‌های عدم اطمینان مجزا برای توزیع برآوردکننده‌های میانگین و واریانس استفاده می‌کردند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

1. Hodges
2. Zakamouline
3. Koekebakker
4. Lo
5. Mertens
6. Goldfarb
7. Iyengar
8. Koeni
9. Tutuncu

کریستی[۱] (۲۰۰۵) و اوپدیک[۲] (۲۰۰۷) فرض نرمال و مستقل (i.i.d)[۳] بودن بازدهی را به ایستا وارگودیک[۴] بودن بازدهی تغییر دادند. این دو پژوهشگر نشان دادند که نسبت شارپ برآوردکننده حتی زمانی‌که بازدهی‌های موردنظر به‌طور سری همبسته هستند و یا نوسان‌های شرطی متغیر با زمان دارند، دارای توزیع نرمال است. این نتایج به‌طور مستقیم ساختار VARSR را تشکیل می‌دهند.

در سال ۲۰۰۹ دی میگوئل[۵] و نوگلاس[۶] بجای استفاده از روش بدبینانه‌ترین سناریو، از برآوردکننده‌های پایدار، برآوردکننده M و برآوردکننده S استفاده کرده و ویژگی‌های خارج از نمونه آنها را نشان دادند. به منظور آشنایی بیشتر در این زمینه در پژوهش‌های اخیر، می‌توان به پژوهش عملیاتی انتخاب پرتفوی پایدار توسط فابوزی[۷] در سال ۲۰۱۰ نگاهی انداخت.

اخیراً زیملر[۸] (۲۰۱۱) یک تضمین بیمه‌ای پرتفوی به پرتفوی‌های بهینه با استفاده از اوراق مشتقه در ساختار استاندارد بهینه‌سازی پایدار پرتفوی به‌عنوان پوششی برای حوادث ناگوار بازار اضافه کرده است.

برتسیماس[۹] در سال ۲۰۱۱ یک مرور کلی بر مبانی نظری بهینه‌سازی پایدار ارائه کرد؛ درحالی‌که بن تال[۱۰] و نمیروسکی[۱۱] در سال ۲۰۰۷ به‌طور ویژه به مبحث بهینه‌سازی پایدار محدب در یک نگاه اجمالی پرداختند.

رضازاده (۱۳۸۵) ارزیابی عملکرد با استفاده از شاخص‌های شارپ، ترینر، جنسن، نسبت ارزیابی و M^2 را برای ۱۴ شرکت سرمایه‌گذاری در سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۳ محاسبه و تحلیل نموده است.

عباسی و همکاران (۱۳۸۸) ارزش در معرض ریسک را با استفاده از روش پارامتریک، برای ۱۰۰ شرکت فعال در بورس اوراق بهادار تهران محاسبه نموده و به‌عنوان یک محدودیت به مدل سهام مارکویتز اضافه نمودند و با تغییر پارامترهای ارزش در معرض ریسک مورد قبول سرمایه‌گذار و درصد اطمینان مورد قبول او، پرتفوهای بهینه مختلفی تشکیل دادند. نتایج این پژوهش نشان داد که افزودن محدودیت ارزش در معرض ریسک به مدل مارکویتز، ممکن است

1. Christie
2. Opdyke

۳. بازدهی‌های دارایی تحت بررسی مستقل بوده و عیناً دارای توزیع متغیرهای تصادفی نرمال هستند.

۴. نظریه ارگودیک مربوط به شاخه‌ای از علم ریاضیات است که سیستم‌های پویا با یک معیار ثابت و مسائل مربوط به آنها را بررسی می‌کند.

5. DeMiguel
6. Nogales
7. Fabozzi
8. Zymler
9. Bertsimas
10. Ben-Tal
11. Nemirovski

مرز کارا را محدود کرده، آن را به یک نقطه تبدیل کند و یا از بین ببرد [۱].

قدیری مقدم و رفیعی دارانی (۱۳۸۹) با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک به تعیین و بررسی پرتفوی بهینه درخصوص سهام شرکت‌های فعال صنایع غذایی بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. پژوهشگران برای انجام‌دادن این پژوهش از آمار هفتگی سهام شرکت‌های فعال صنایع غذایی بورس اوراق بهادار از بهمن‌ماه ۱۳۸۷ تاتیرماه ۱۳۸۹ استفاده نمودند. برای بهینه‌سازی پرتفوی در این پژوهش از روش برنامه‌ریزی صحیح استفاده نمودند. از جمله نتایج قابل‌توجه این مطالعه وجود ارتباط مستقیم بین ارزش در معرض ریسک و بازده مورد انتظار سرمایه‌گذاران بود؛ همچنین ارتباط مستقیمی بین ارزش در معرض ریسک و تنوع پرتفوی وجود نداشت [۱].

فرید و همکاران (۱۳۸۹) در پژوهشی با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک و با بهره‌گیری از روش شبیه‌سازی مونت کارلو به ارائه الگویی برای انتخاب پرتفوی بهینه پرداختند. در این پژوهش ابتدا با استفاده از تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو، میزان ارزش در معرض ریسک چند سهم محاسبه شد و در پایان با بکارگیری مدل ترکیبی وزن بهینه سرمایه‌گذاری در سهم تعیین شد [۸].

بیات و همکاران بیات (۱۳۹۳) به ارائه الگوی انتخاب پرتفوی در چارچوب بهینه‌سازی پایدار با استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر برای دوره فروردین ۱۳۷۸ لغایت اسفند ۱۳۸۸ پرداخته است [۳].

۳. روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش از نظر هدف در زمره پژوهش‌های کاربردی و از نظر روش در زمره پژوهش‌های همبستگی قرار دارد. در این پژوهش پس از ارائه مدل بهینه‌سازی بااستفاده از نسبت شارپ پایدار، با استفاده از اطلاعات مربوط به شرکت‌ها به تشکیل پرتفوی در چارچوب بهینه‌سازی شارپ اقدام شد و در مرحله بعدی به مقایسه آنها با الگوی کلاسیک پرداخته شد. توضیح آنکه محاسبه‌های بهینه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار Lingo انجام گرفته و آزمون مقایسه میانگین‌ها با استفاده از نرم‌افزار spss انجام شده است.

هدف پژوهش. هدف این پژوهش بررسی بازدهی و ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) و بهینه‌سازی شارپ پایدار (فرامدرن) است.

مدل پژوهش. مدل‌های پژوهش عبارت‌اند از :

ـ مدل بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن)

رابطه (۱۱)

$$min_{\mathrm{w}}\ w^{/}\sum w$$

$$s.t: \quad \mu_0 = w^{/}\mu$$

با این فرض که

رابطه (۱۲)

$$w^{/}\tau = 1 \ , \ \tau = [1,1,\dots,1]$$

این مسئله، یک مساله بهینه‌سازی درجه دو[1] است.

رابطه (۱۳)

$$\mathrm{w} = \mathrm{g} + \mathrm{h}\mu_0$$

μ_0 نرخ بازدهی پرتفوی موردانتظار هدف است.

رابطه (۱۴)

$$g = \frac{1}{ac-b^2}\sum^{-1}[c\tau - b\mu]$$
$$h = \frac{1}{ac-b^2}\sum^{-1}[a\mu - b\tau]$$

رابطه (۱۵)

$$a = \tau^{/}\sum^{-1}\tau$$
$$b = \tau^{/}\sum^{-1}\mu$$
$$c = \mu^{/}\sum^{-1}\mu$$

ـ مدل بهینه‌سازی شارپ پایدار (فرامدرن)

رابطه (۱۶)

$$max_{\{\ \emptyset : A\emptyset \geq b, 1^T\emptyset = 1\}}\ min_{\{\ \mu \epsilon\ S_m\ V \epsilon\ S_v\ , D \epsilon S_d\}}\{\frac{\mu^T\emptyset - \mathrm{r_f}}{\sqrt{Var[\emptyset]}}\}$$

که این مسئله با مسئله می‌نیمم واریانس پایدار زیر برابر است:

رابطه (۱۷)

$$\begin{aligned} &minimize \quad max_{\{\ V \epsilon\ S_v\}} \emptyset^T V^T F V \emptyset + \emptyset^T D \emptyset \\ &\text{Subject to} \quad (\mu_0 - \gamma - r_{\mathrm{f}}1)^{\ T}\emptyset \geq 1 \\ &\qquad\qquad A\emptyset \geq \xi b \\ &\qquad\qquad 1^T\emptyset = \xi\ , \\ &\xi \text{ع} 0 \end{aligned}$$

که ξ یک متغیرکمکی است که برای همگن‌کردن قیود $\mathrm{A}\emptyset \geq \mathrm{b}$ و $1^T\emptyset = 1$ معرفی می‌شود.

1. Quadratic Optimization

پرسش‌ها و فرضیه‌های پژوهش

پرسش‌های پژوهش:

ـ آیا بازدهی واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی شارپ پایدار با بازدهی واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) بالاتر است؟

ـ آیا ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی شارپ پایدار با ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) بالاتر است؟

فرضیه‌های پژوهش:

ـ بازدهی واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی شارپ پایدار از بازدهی واقعی پرتفوی بر اساس بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) بالاتر است.

ـ ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی شارپ پایدار از ریسک واقعی پرتفوی بر اساس بهینه‌سازی مارکویتز (مدرن) بالاتر است.

روش و ابزار گردآوری داده‌ها. جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز و همچنین مبانی نظری این پژوهش، از روش کتابخانه‌ای و مبتنی بر اطلاعات کلیه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است؛ همچنین به منظور سنجش کارایی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از نسبت شارپ پایدار در مقایسه با بهینه‌سازی پرتفوی مارکویتز (مدرن) اطلاعات مربوط به شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران در یک نمونه استخراج و بهینه‌سازی در دو قالب مذکور انجام می‌شود. برای گردآوری اطلاعات شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران از نرم‌افزار ره‌آورد نوین استفاده می‌شود. جهت محاسبه ریسک و بازده پرتفوی بهینه از دو روش مارکویتز (مدرن) و شارپ پایدار، ابتدا باید بازده و ریسک و جدول واریانس کوواریانس کلیه شرکت‌های موجود در پرتفوی به‌صورت ماهانه استخراج، سپس براساس این اطلاعات و با استفاده از نرم‌افزار لینگو داده‌های زوجی مربوط به ریسک و بازده پرتفوی‌ها در هر دو مدل به‌دست می‌آید آنگاه به آزمون فرضیه تفاوت ریسک و بازده دو مدل پرداخته می‌شود.

روایی و پایایی ابزار. همان‌گونه که ذکر شد برای استخراج داده‌های پژوهش از داده‌های شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است که مشخصا دارای روایی و پایایی است.

جامعه و نمونه آماری. به‌منظور ارائه الگوی انتخاب پرتفوی سرمایه‌گذاری مبتنی بر بهینه‌سازی با استفاده از نسبت شارپ پایدار باید از داده‌های مربوط به شرکت‌ها استفاده شود. بدین ترتیب

جامعه آماری پژوهش داده‌های کلیه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران است و به‌منظور ارزیابی مدل نمونه پژوهش، داده‌های مذکور برای دوره ۱۵ سال از خرداد ۱۳۷۸ تا خرداد ۱۳۹۳ مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ سپس به ترتیب نقدینگی شرکت‌هایی که حداقل شرط نقدشوندگی مناسب را دارا بودند، به‌عنوان شرکت‌های حاضر در پرتفوی در بازه یک ماهه انتخاب شدند. شایان ذکر است که یکی از متغیرهای ورودی (پارامتر در محاسبه ریسک عاملی) روش شارپ پایدار در فاصله اطمینان ۹۹٪ (یعنی سطح خطا ۱٪) درنظر گرفته شده است.

روش نمونه‌گیری. روش نمونه‌گیری این پژوهش از روش غیرتصادفی است. بدین صورت که شرکت‌هایی که شرط نقدشوندگی مناسب (۹۰ درصد روزهای کاری معامله شده بودند) را داشتند، شانس حضور در نمونه را پیدا می‌کردند.

فنون تحلیل و توصیف داده‌ها و آزمون فرضیه‌ها. به‌طورکلی هدف هر آزمون فرض آماری، تعیین این موضوع است که با توجه به اطلاعات به‌دست‌آمده آیا حدسی که درباره خصوصیت جامعه زده شده به‌طور قوی تایید می‌شود. این حدس بنابر هدف پژوهش نوعاً شامل ادعایی درباره مقدار یک پارامتر جامعه است. درواقع هر حکمی درباره جامعه را یک فرض آماری می‌نامند که قابل‌قبول‌بودن آن باید بر مبنای اطلاعات حاصل از نمونه‌گیری از جامعه بررسی شود تکنیک‌های آماری که در هر پژوهش مورد استفاده قرار می‌گیرد بنا به ضرورت پژوهش و در جهت اثبات یا رد فرضیه‌های پژوهش است. از آنجاکه متغیرهای پژوهش به شکل دو به دو (مانند بازدهی بهینه‌سازی شارپ پایدار و بازدهی بهینه‌سازی کلاسیک) دارای توزیع نرمال نیستند؛ لذا برای آزمون فرضیه‌های پژوهش از ویلکاکسون استفاده می‌شود. این آزمون از آزمون‌های آماری ناپارامتری است که برای ارزیابی همانندی دو نمونه وابسته با مقیاس رتبه‌ای به‌کار می‌رود.

٤. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

پس از استخراج اطلاعات ۵ ساله شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران از نرم‌افزار ره‌آورد نوین که شامل ۱۷۸ مشاهده در بازه زمانی سال ۱۳۷۸ تا سال ۱۳۹۳ بود با استفاده از برنامه Excel به تفکیک هر سال به انتخاب شرکت ها براساس نسبتی از میانگین ارزش روز معاملات آنها از کل ارزش روز معاملات بازار (شرط نقدشوندگی) پرداخته شد؛ سپس میانگین بازدهی شرکت‌های منتخب و بازدهی بازار به‌عنوان ورودی‌های رگرسیون خطی در نرم‌افزار Eviews وارد و در یک سطح اطمینان معین کران بالای بتا به جهت ارائه بدبینانه‌ترین

سناریو درنظر گرفته شد؛ سپس با استفاده ازخروجی‌های این نرم‌افزار شامل کران بالای بتا و واریانس پسماند به همراه میانگین بازدهی و ریسک شرکت‌ها، نرم‌افزار lingo جهت بهینه‌سازی پرتفوی به دو روش ۱) به روش بهینه سازی «ماکزیمم نسبت شارپ» و ۲) به روش مدرن «میانگین – واریانس مارکویتز» به‌کار گرفته شد. خروجی این دو روش بهینه‌سازی به ترتیب محاسبه وزن هریک از دارایی ها در ترکیب پرتفوی و ریسک و بازده پیش بینی پرتفوی است. در ادامه، ریسک و بازده واقعی هریک از پرتفوی ها بر اساس عملکرد واقعی بازدهی شرکت ها در یک سال بعد در دو روش بهینه‌سازی مزبور، مبنای امر تصمیم‌گیری این پژوهش قرار گرفت. به این ترتیب که حاصل‌ضرب بازدهی واقعی شرکت‌ها در یک سال بعد در اوزان به‌دست‌آمده از دو روش بهینه‌سازی ذکرشده در فوق، بازدهی واقعی پرتفوی در دو روش مارکویتز (مدرن) و شارپ پایدار و تفاوت این بازدهی واقعی از بازدهی پیش‌بینی‌شده محاسبه شده در دو روش بهینه‌سازی فوق، ریسک واقعی پرتفوی در دو روش مذکور را به‌دست می‌دهد. در پایان مقایسه و تعیین تفاوت معناداری این دو روش بهینه سازی، جهت تصمیم گیری درخصوص کارایی روش پیشنهادی در پژوهش حاضر، توسط نرم افزار تحلیل آماری Spss، به بحث و تجزیه‌وتحلیل گذاشته شد؛ همچنین متغیرهای موردبررسی شامل متغیرهای مستقل و وابسته به شرح زیر است:

متغیرهای مستقل این مدل عبارت‌اند از:

ـ بردار بازدهی میانگین؛

ـ بردار بازدهی عوامل: بازدهی تک تک دارایی‌های موجود در پرتفوی R_i و وزن هریک از دارایی‌ها در پرتفوی w_i؛

ـ تغییرات موردانتظار در بازدهی دارایی‌ها به ازای تغییر در بازدهی عوامل (محاسبه ضریب حساسیت).

متغیرهای مستقل ریسک پرتفوی در مدل شارپ شامل: ۱) ضریب حساسیت بازدهی هر یک از دارایی‌ها به بازدهی بازار (β_i) ۲) واریانس بازدهی بازار (σ_m^2) ۳) واریانس پسماند $\sigma^2(e_i)$.

ضریب حساسیت (β_i): ضریب(β_i)، بتای ورقهٔ بهادار است، بتا حساسیت ورقهٔ بهادار به شاخص است: «میزانی که بازده ورقهٔ بهادار با درصد افزایش یا کاهش در شاخص بازار، افزایش یا کاهش می‌یابد».

این نسبت خود دارای متغیرهای مستقل شامل:

بازدهی هریک از دارایی‌ها R_i

بازدهی بازار R_M: بازده لگاریتمی نسبت عدد روز شاخص به عدد روز قبل شاخص

واریانس بازدهی بازار σ_m^2

واریانس پسماند$\sigma^2(e_i)$: e_i، مازاد مختص شرکتی با میانگین صفر در زمان t است که آن را پسماند[1] نیز می‌نامند.

که $\hat{R}_i$ بازدهی رگرس‌شده هر دارایی نسبت به بازدهی بازار است که عبارت است از:

$$\hat{R}_i = \bar{R}_i + \beta_i R_m + e_i$$

۱. ماتریس کوواریانس بازدهی دارایی‌ها

جدول ۱. ماتریس واریانس کوواریانس مدل تک‌عاملی

دارایی	دارایی		دارایی اول	دارایی دوم	دارایی سوم
	بتا		β_1	β_2	β_3
	بتا	وزن	w_1	w_2	w_3
دارایی اول	β_1	w_1	$w_1^2\beta_1^2\sigma_m^2 + \sigma^2(e_1)w_1^2$	$w_1w_2\beta_1\beta_2\sigma_m^2$	$w_1w_3\beta_1\beta_3\sigma_m^2$
دارایی دوم	β_2	w_2	$w_2w_1\beta_2\beta_1\sigma_m^2$	$w_2^2\beta_2^2\sigma_m^2 + \sigma^2(e_2)w_2^2$	$w_2w_3\beta_2\beta_3\sigma_m^2$
دارایی سوم	β_3	w_3	$w_3w_1\beta_3\beta_1\sigma_m^2$	$w_2w_3\beta_2\beta_3\sigma_m^2$	$w_3^2\beta_3^2\sigma_m^2 + \sigma^2(e_3)w_3^2$

۲. بردار بازدهی جزء اخلال

۳. ماتریس کوواریانس جزء اخلال

۴. بردار بازدهی بدون ریسک

متغیرهای وابسته عبارت‌اند از:

۱. بازدهی براساس فرمول عاملی: بازده پرتفوی عبارت است از میانگین موزون تک تک دارایی‌های موجود

$$R_p = \sum w_i R_i \qquad \text{رابطه (۱۸)}$$

۲. برآورد نرخ بازده مازاد موردانتظار پرتفوی بر بازده بدون ریسک: به این دلیل که مدل تک‌عاملی خطی است، می‌توان ضریب حساسیت (یا بتای) هر ورقهٔ بهادار را با استفاده از رگرسیون خطی تک‌متغیره برآورد کرد. بازدهٔ مازاد ورقهٔ بهادار $R_i = r_i - r_f$ را بر بازدهٔ مازاد شاخص $r_M - r_f$ رگرس می‌کنند. برای برآورد رگرسیون، باید نمونه‌ای تاریخی از زوج مشاهدات $R_i(t)$ و $R_m(t)$ را جمع‌آوری نمود، به‌طوری‌که t بیانگر تاریخ هریک از مشاهدات است (یعنی، بازده مازاد سهم و بازده مازاد شاخص در هر ماه). معادلهٔ رگرسیون به‌صورت زیر خواهد بود:

1. Residual

رابطه (۱۹)
$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_m(t) + e_i(t)$$

۳. برآورد واریانس بازدهی (ریسک) سهام:

رابطه (۲۰)
$$\sigma_p^2 = (\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \beta_i \beta_j)\sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma^2(e_i)$$

۴. محاسبه نسبت شارپ SRp: نسبت شارپ معیاری است برای سنجش عملکرد پرتفوی که توسط شارپ (۱۹۶۶) ابداع شد و در آن مبنا همان خط بازار سرمایه است. برای محاسبه این نسبت صرف ریسک پرتفوی را بر انحراف معیار تقسیم می‌کنند. درواقع با استفاده از نسبت شارپ به دنبال محاسبه مقدار صرفی هستیم که یک سرمایه‌گذار به ازای تحمل ریسک کل دریافت می‌کند. نسبت شارپ با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود.

رابطه (۲۱)
$$SR_p = \frac{\hat{\mu}_p - \hat{r}_f}{\hat{\sigma}_p}$$

یافته‌های پژوهش. نتیجه آزمون فرضیه فرعی اول: بازده واقعی پرتفوی براساس روش بهینه‌سازی ماکزیمم شارپ پایدار تفاوت معناداری با میانگین بازده واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی کلاسیک ندارد.

فرضیه فرعی دوم: ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی ماکزیمم شارپ پایدار تفاوت معناداری با میانگین ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی کلاسیک دارد.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

همان‌طور که پیشتر گفته شد یکی از دلایل استفاده از روش‌های کمی در مدیریت سرمایه‌گذاری، توسعه اقتصاد مالی است. توسعه اقتصاد مالی با مفهوم بهینه‌سازی پرتفوی، گسترش بیشتری یافته است. اولین مدل ریاضی انتخاب پرتفوی در سال ۱۹۵۲ توسط مارکویتز فرموله‌سازی شد که به مدل میانگین واریانس مارکویتز (یا مدل کلاسیک) معروف است. از مهمترین نکات موردتوجه در مدل مارکویتز، توجه به ریسک سرمایه‌گذاری، بر اساس ریسک مجموعه سرمایه‌گذاری است. مارکویتز معتقد بود که یک سرمایه‌گذار منطقی به دنبال انتخاب پرتفویی است که دارای کمترین واریانس از میان کلیه پرتفوی‌های موجود در دسترس است.

پرتفوی‌های با کمترین واریانس با توجه به سطح معینی از بازده موردانتظار را پرتفوی‌های «میانگین– واریانس کارا» یا پرتفوی بهینه گویند و «مرز کارا» مجموعه تمامی پرتفوی‌های میانگین – واریانس کارا، برای تمامی سطوح معین بازده موردانتظار، نامیده می‌شود.

در این پژوهش عملکرد بهینه‌سازی کلاسیک پرتفوی (مدل میانگین– واریانس مارکویتز) در صورت استفاده از نسبت شارپ به‌عنوان تابع هدف بررسی شده است. این پژوهش یک مدل بهینه‌سازی پایدار پرتفوی را ارائه کرده است که نتایج بهینه‌سازی پرتفوی، با فرمول‌بندی پایدار متناظر براساس مدل عاملی با استفاده از داده‌های شاخص بازار و آزمون پایداری پارامترهای ورودی نشان داده شده است. از آنجاکه هدف انتخاب وزن بهینه پرتفوی ریسکی براساس دو مدل کلاسیک و شارپ پایدار است، در دوره زمانی موردنظر شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران به ترتیب نقدشوندگی مرتب شدند؛ سپس شرکت‌هایی که حداقل شرط نقدشوندگی مناسب را دارا بودند، به‌عنوان شرکت‌های حاضر در پرتفوی در بازه یک ماهه انتخاب شدند؛ بنابراین ۱۷۸ پرتفوی ماهانه در طول ۱۵ سال به‌دست آمد و ورودی‌ها در یک فاصله اطمینان داده شده براساس بدبینانه‌ترین سناریو، جهت ماکزیمم‌سازی نسبت شارپ انتخاب شدند و ریسک و بازدهی هر پرتفوی براساس دو مدل بهینه‌سازی شارپ و کلاسیک تخمین زده شد. در مرحله بعد با استفاده از آزمون میانگین تفاوت، به‌بررسی وجود تفاوت معناداری بین ریسک و بازده واقعی دو مدل پرداخته شد. مراحل انجام کار به‌طور خلاصه به شرح زیر است:

ـ بازده، ریسک و ماتریس واریانس کوواریانس برای هر یک از پرتفوها به‌صورت یک ماهه به‌دست آمد.

ـ سپس پرتفوی تعیین‌شده در مقاطع زمانی مختلف به‌عنوان ورودی دو روش کلاسیک و شارپ پایدار وارد مدل شد.

ـ خروجی هریک از روش‌های فوق وزن هریک از دارایی‌ها در پرتفوی بهینه، بازده موردانتظار و ریسک موردانتظار خواهد بود.

ـ با استفاده از جواب بهینه و بازده مورد انتظار هریک از پرتفوهای بهینه، ریسک مورد انتظار محاسبه می‌شود.

ـ ریسک و بازده واقعی هریک از پرتفوی‌ها (همان‌طور که در بند تجزیه‌وتحلیل اطلاعات ذکر شد) به‌دست آمد.

ـ در مرحله آخر سعی شد میزان تفاوت معناداری ریسک و بازده واقعی در هریک از روش‌های کلاسیک و شارپ پایدار در فاصله اطمینان ۹۵٪ (سطح خطا ۵٪) مورد آزمون قرار گیرد.

خلاصه فرضیه‌ها در جدول ۲ آمده است.

جدول ۲. فرضیه‌های پژوهش

فرضیه تحقیق	نتیجه
فرضیه اول	بازده واقعی پرتفوی براساس روش بهینه‌سازی ماکزیمم شارپ پایدار تفاوت معناداری با میانگین بازده واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی کلاسیک ندارد.
فرضیه دوم	ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی ماکزیمم شارپ پایدار به‌طور معناداری کمتر از میانگین ریسک واقعی پرتفوی براساس بهینه‌سازی کلاسیک است.

پژوهش‌های آتی پیشنهادی. در نهایت به پژوهشگران پیشنهاد می‌شود:

ـ به مقایسه بازده تخمینی با بازده واقعی و ریسک تخمینی با ریسک واقعی در مدل بهینه‌سازی شارپ پایدار پرداخته شود.

ـ بااستفاده از بهینه‌سازی شارپ پایدار ریسک و بازده پرتفوی با سایر مدل‌های تشکیل پرتفوی مانند الگوریتم ژنتیک، تئوری آشوب و شبکه عصبی مورد مقایسه قرار گیرید.

ـ از سایر معیارهای ریسک مانند؛ ارزش در معرض خطر و ریسک نامطلوب به تشکیل پرتفوی شارپ پایدار پرداخته شود.

محدودیت‌های پژوهش. عدم دسترسی به نرم‌افزار اصلی لینگو باعث محـدودیت در ورود اطلاعـات شد؛ به‌گونه‌ای که حداکثر ۲۵ شرکت در هر پرتفوی قرار بگیرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

1. Abbasi, Ebrahim, (2008). Using Value at Risk in Optimum Portfolio Selection in Tehran Stock Exchange, *Journal Economic Research, 87.*
2. Babae, Gholamreza, (2007). Detection of Outliers Methods in Medical Studies, *Tehran University Medical Journal; 65(7).*
3. Bayat, Marzieh and Rahnamay Roodposhti, Fereydoon, (2014). Explanation Efficiency of Robust Portfolio Optimization Value-At-Risk, *Journal of financial engineering and securities management, 22.*
4. Bodie, Z and Kane and Marcus, A. (2001). Investments management,Translators: Shariatpanahi,M and Farhadi, R and Imanifar, 261-265.
5. Chen a Wei and et al, (2011). Worst-case VaR and robust portfolio optimization with interval random uncertainty set, *Expert Systems with Applications, 38,* 64˚70.
6. Evans John L. and Archer, Stephen H., (1968). Diversification and the Reduction of Dispersion*:* AnEmpirical Analysis, *Journal of Finance, 23(5),* 761˚767.
7. Fabbozi, Frank J and et al, (2007). Robust Portfolio Optimization and Management, Wiley.
8. Farid, Darush, (2009). Using Value at risk and Selection an Optimal Portfolio by Monte Carlo Simulation Technique (MCS) In Tehran Stock Exchange, *Knowledge and Development, 31.*
9. Frank J. Fabozzi, Francis Gupta, and Harry M. Markowitz (2002). The Legacy of Modern Portfolio Theory, *Journal of Investing, 11(3).* 8.
10. Ghadiri moghadam, abolfazl, (2013). Selection of optimal portolio in nutritious industry in Tehran echange stock" Journal of Agricultural Economics and Development, 24(3): 304-309

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی