

کاربرد معیار ریسک ارزش در معرض ریسک شرطی در بهینه‌سازی پرتفوی با رویکرد شکست ساختاری در بازار بورس اوراق بهادار تهران

ابراهیم عباسی*، بابک تیمورپور**، عارفه مولائی***، زهرا اسماعیلی****

چکیده

هدف این پژوهش، استفاده از ارزش در معرض ریسک شرطی به‌عنوان معیار سنجش ریسک نامطلوب در تشکیل سبد سهام بهینه در بازار بورس اوراق بهادار تهران است. CVaR به‌عنوان میانگین وزنی زیان مورد انتظار فراتر از VaR تعریف می‌شود و دارای ویژگی تحدب و زیر جمع‌پذیری است. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، بازده ۱۵ روزه ۴۵ شرکت در دوره زمانی ۱۳۸۸/۰۷/۰۱ تا ۱۳۹۲/۰۵/۳۱ است. با استفاده از آزمون نقطه شکست چاو، تاریخ ۱۳۹۲/۰۷/۰۱ به‌عنوان نقطه شکست بازار انتخاب شد؛ بنابراین داده‌ها به دو دوره زمانی قبل و بعد از نقطه شکست تقسیم شدند. نتایج آزمون علامت زوج - نمونه‌ای نشان می‌دهد CVaR دوره دوم بزرگ‌تر از دوره اول است و متناسب با آن بازده مورد انتظار بالاتری در دوره دوم وجود دارد؛ سپس ۱۰ پرتفوی بهینه برای هر یک از دوره‌ها و مرز کارای مربوطه رسم شد. مرز کارا نیز نشان از رونق بازار بورس اوراق بهادار تهران در دوره دوم است.

کلیدواژه‌ها: سبد سهام بهینه؛ ارزش در معرض ریسک شرطی؛ مرز کارا؛ نقطه شکست بازار.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۱۸، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۲۱

* دکتری مالی، دانشیار دانشگاه الزهرا (نویسنده مسئول).

E-mail: abbasiebrahim2000@yahoo.com

** دکتری/مهندسی فناوری اطلاعات گرایش داده کاوی / تحلیل شبکه‌های اجتماعی، دانشگاه تربیت مدرس.

*** کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی گرایش مالی، دانشگاه الزهرا.

**** کارشناس ارشد مدیریت مالی، دانشگاه الزهرا.

۱. مقدمه

با گسترش و توسعه بازار سرمایه کشور، امروزه بخش قابل‌توجهی از دارایی‌های سرمایه‌گذاران در قالب سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس است. سرمایه‌گذاران عقلایی از ریسک‌گریزانند و خواهان بازده بیش‌تر هستند؛ بنابراین در پی سبدهای کارا می‌باشند. انتخاب سبد سهام بهینه به معنای انتخاب تعداد و نوع مناسب‌ترین سهام از میان انواع سهام موجود برای خریداری و نگهداری در مدت مشخص به‌گونه‌ای که درآمد حاصله سرمایه‌گذار حداکثر شود. در این انتخاب دو جنبه اساسی وجود دارد. اولین جنبه معیاری است که کارایی سبد سهام را اندازه می‌گیرد، کارایی با معیارهایی مثل میانگین، میانه یا مد سنجیده می‌شود. دومین جنبه معیاری است که ریسک را اندازه می‌گیرد، ریسک با معیارهایی مثل واریانس، دامنه تغییرات، میانگین انحراف خطی، نیم واریانس، ارزش در معرض ریسک، بتا و یا ارزش در معرض ریسک شرطی سنجیده می‌شود.

هدف این پژوهش، ارائه سیستمی برای اندازه‌گیری، پیش‌بینی و مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری برای بهبود کیفیت تصمیمات سرمایه‌گذاری است. معیارهای رایج محاسبه ریسک سرمایه‌گذاری که تاکنون در بازار مورد استفاده قرار گرفته‌اند، عمدتاً بازتابی از ریسک گذشته دارایی‌ها بوده و با تغییر ترکیب دارایی‌ها نمی‌توان نتایج آنها را برای پیش‌بینی ریسک آتی سرمایه‌گذاری مورد استفاده قرار داد. از سوی دیگر، ارزش در معرض ریسک ریسک آتی را براساس آخرین ترکیب دارایی‌های موجود در پرتفوی محاسبه و پیش‌بینی می‌نماید. هر چند در سال‌های اخیر ارزش در معرض ریسک به‌عنوان رایج‌ترین معیار سنجش ریسک بازار در بازار سرمایه کشورهای توسعه‌یافته بوده است؛ ولی استفاده از ارزش در معرض ریسک شرطی به‌عنوان معیاری منسجم و زیر جمع‌پذیر برای محاسبه، پیش‌بینی و مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری در بازار، از کارایی بالاتری برخوردار است.

تحقیق پیش‌رو به دنبال تعیین روند ارزش در معرض ریسک شرطی در بازار بورس تهران در دو دوره قبل و بعد از نقطه شکست بازار و استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی برای تعیین سبد سهام بهینه در بازار بورس اوراق بهادار تهران است.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

ریسک در بازارهای مالی مفهومی کلیدی است، از این‌رو باید آن را شناخت و اندازه‌گیری کرد و برای حذف ریسک‌های غیرضروری برنامه‌ریزی و ریسک‌های همراه با فرصت را مدیریت نمود. در گام نخست هر سرمایه‌گذار می‌داند که برای کسب بازدهی بیشتر، باید سطح

ریسک‌پذیری خود را افزایش دهد. ریسک از جنبه‌های مختلف بررسی شده و تعاریف مختلفی برای آن ارائه شده است. در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان دو دسته دیدگاه را در نظر گرفت: دیدگاه اول: ریسک به‌عنوان هرگونه نوسان احتمالی بازده مورد انتظار آینده. دیدگاه دوم: ریسک به‌عنوان نوسانات احتمالی منفی بازده مورد انتظار آینده [۳]. مارکوویتز اولین فردی است که استفاده از رابطه میان ریسک و بازده را در قالب تئوری سبد اوراق بهادار تبیین نمود و به واسطه مدل ارائه‌شده، ریسک برای اولین بار به معیار کمی تبدیل شد [۱۰].

در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار، ریسک به‌عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین تعریف و با استفاده از معیار واریانس محاسبه می‌شود.

مدل مفهومی. نظریه ارزش در معرض ریسک شرطی توسط راکفلر و اوریاسف (۲۰۰۰) توسعه داده شد و تابعی برای تحلیل فراهم شد [۱۶]. اگر تابع $f(x, y)$ زیان متناسب با بردار تصمیم x باشد که x از یک زیرمجموعه اصلی $x \in R^n$ و بردار تصادفی $y \in R^n$ انتخاب می‌شود. بردار x را می‌توان به‌عنوان یک پرتفوی از مجموعه‌ای از پرتفوی‌های موجود x در نظر گرفت. بردار y نمادی از عدم اطمینان است. تابع زیان $f(x, y)$ که یک متغیر تصادفی است و دارای توزیع مجموعه اعداد حقیقی است، به ازای هر x ، y را می‌نگارد. فرض می‌شود که بردار تصادفی y یک تابع چگالی احتمال داشته باشد که با (y) نمایش داده شود. این فرض برای نظریه موردنظر، مهم نیست. راکفلر و اوریاسف در تحقیق خود برای ارزش در معرض ریسک شرطی توزیع عمومی در نظر گرفته‌اند. در اینجا برای سهولت، فرض می‌شود که توزیع چگالی دارد. احتمال اینکه تابع زیان $f(x, y)$ کوچک‌تر و مساوی ارزش در معرض ریسک باشد به‌صورت زیر فرموله می‌شود:

$$(x, \xi) = \int_{f(x,y) \leq \xi} \rho(y) dy \quad \text{رابطه (۱)}$$

به ازای تابع ξ برای x معین (x, ξ) تابع توزیع تجمعی برای زیان متناسب با x است. تابع مزبور به‌طور کامل رفتار این متغیر تصادفی را تعریف می‌کند و تعریف بنیادی از ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی ارائه می‌دهد. تابع (x, ξ) به ازای متغیر ξ صعودی است و جهت سهولت فرض می‌شود که پیوسته است. در حالت‌های مشابه پیوستگی موردنظر از خواص تابع زیان $f(x, y)$ و تابع چگالی $\rho(y)$ پیروی می‌کند. مقادیر $(\alpha - VaR)$ و

$(\alpha - \text{CVaR})$ برای متغیر تصادفی زیان متناسب با x و هر سطح اطمینان مشخص α در بازه $(0 و 1)$ و (x) و (x) نشان داده می‌شوند و به شکل زیر فرموله می‌شوند:

$$\xi(x) = \min\{\xi \in \mathbb{R} : (x, \xi) \geq \alpha\} \quad \text{رابطه (۲)}$$

$$\Phi_\alpha(x) = (1 - \alpha)^{-1} \int_{f(x,y) \leq \xi} f(x,y) \rho(y) dy \quad \text{رابطه (۳)}$$

در فرمول اول از آنجاکه فرض کردیم تابع (x, ξ) تابعی پیوسته و صعودی است، اولین نقطه $\xi_\alpha(x)$ از پیوستگی چپ بازه ناتهی که رابطه (x, ξ) را ارضا کند مقدار را تعیین می‌کند. در فرمول دوم: احتمال اینکه $f(x,y) \geq \xi_\alpha(x)$ باشد برابر با $(1 - \alpha)$ است؛ بنابراین Φ_α ، زیان مورد انتظار متناسب با x است به شرط اینکه زیان برابر یا فراتر از $\xi_\alpha(x)$ باشد؛ بنابراین $\Phi_\alpha(x)$ به عنوان زیان مورد انتظار شرطی متناسب با x که تابع زیان بزرگ‌تر - مساوی با $\xi_\alpha(x)$ را ارضا کند حاصل می‌شود. کلید رسیدن به تقریب، ویژگی $(\alpha - \text{VaR})$ و $(\alpha - \text{CVaR})$ در فرمول تابع F_α است:

$$F_\alpha(x, \xi) = \xi + (1 - \alpha)^{-1} \int_{y \in \mathbb{R}^n} [f(x,y) - \xi]^+ \rho(y) \quad \text{رابطه (۴)}$$

به طوری که $[t]^+$ ، به معنای ماکزیمم t و صفر است. ویژگی‌های حالات بحرانی F_α تحت فرضیه‌های ذکر شده در بالا، روش راکفلر و اوریاسف را دنبال می‌کند. اگر π_j احتمال سناریوی y_j باشد و اگر تابع زیان $f(x,y)$ ترکیب خطی از x باشد، تابع تقریبی $\tilde{E}_\alpha(x, \xi)$ تابع محدب و تکه‌ای خواهد بود. فرمول نهایی خطی‌سازی برای بهینه‌سازی پرتفوی بدین صورت است. با استفاده از متغیر کمکی z_j $j = 1, \dots, J$ تابع تقریبی $\tilde{E}_\alpha(x, \xi)$ می‌تواند تابع خطی و محدودیت‌های خطی زیر جایگزین شود:

$$\xi + (1 - \alpha)^{-1} \sum_{j=1}^J \pi_j z_j \quad \text{رابطه (۵)}$$

$$z_j \geq f(x, y_j) - \xi, \quad z_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, \quad \xi \in \mathbb{R}$$

فرض می‌کنیم که $\Phi_\alpha(x) \leq w$ است، با تقریب F ، می‌توان محدودیت‌های بالا را به مدلی با محدودیت زیر خلاصه کرد [۹]:

$$\xi + (1 - \alpha)^{-1} \sum_{j=1}^J \pi_j z_j \leq \omega \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$z_j \geq f(x, y_j) - \xi, \quad z_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, J, \quad \xi \in \mathbb{R}$$

$$w_i \geq 0, \quad \sum w_i = 1$$

با استفاده از مدل خطی فوق می‌توان سبد بهینه سرمایه‌گذاری را تعیین نمود.

پیشینه پژوهش. در سال‌های اخیر، پژوهشگران مدل‌های جدیدی برای سبد سهام بهینه مبتنی بر نظریه فرامردن پرتفوی (سنجه‌های ریسک نامطلوب) پیشنهاد کرده‌اند. از جمله پژوهش‌هایی که در زمینه ارزش در معرض ریسک شرطی به‌عنوان سنجه ریسک نامطلوب می‌توان به این موارد اشاره نمود:

طالب‌نیا و فتحی (۱۳۸۹) در پژوهشی از دو روش مارکوویتز و ارزش در معرض ریسک برای انتخاب بهینه پرتفوی سهام استفاده کردند و هدف از این تحقیق مقایسه انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از دو مدل ذکر شده است. دوره زمانی پژوهش ۱۳۸۷-۱۳۸۰ در نظر گرفته شده است. برای مقایسه پرتفوی بهینه سهام از طریق دو مدل مارکوویتز و ارزش در معرض ریسک از آزمون T-Test استفاده شده است. نتایج نشان‌دهنده آن است که انتخاب پرتفوی بهینه سهام در بازار سرمایه ایران از طریق مدل‌های مارکوویتز و ارزش در معرض خطر یکسان است؛ بنابراین این امکان را فراهم می‌سازد که سرمایه‌گذاران حرفه‌ای و غیرحرفه‌ای نیز بتوانند از این دو مدل استفاده کنند [۱۸].

دمیرچی (۱۳۸۹) در پژوهشی با به‌کارگیری بازده‌های روزانه سهام چهار شرکت بورسی، پرتفوی بهینه سرمایه‌گذار در چارچوب مدل ارزش در معرض ریسک شرطی طی مقاطع زمانی مختلف (ماهانه) تعیین و سپس کارایی مدل با احتساب دو پارامتر ریسک و بازده با مدل مارکوویتز و پرتفوی بازار مقایسه شده است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که بین عملکرد پرتفوی‌های مدل CVaR و پرتفوی‌های مدل MV به لحاظ نسبت «بازده به CVaR پرتفوی» و «بازده به انحراف معیار پرتفوی» تفاوت معناداری وجود دارد؛ همچنین انتخاب مناسب‌ترین معیار اندازه‌گیری ریسک، به اهداف و نیازمندی‌های سرمایه‌گذاران در اداره و کنترل ریسک بستگی دارد [۶].

اوریاسف (۲۰۰۱) با معرفی یک الگوریتم جدید مبتنی بر مدل‌های برنامه‌ریزی خطی به بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخت. ایشان مطالعه‌های خود را بر روی پرتفوی از شاخص S&P 100 و با هدف حداکثر نمودن ارزش پرتفوی انجام دادند و معیار ارزش در معرض ریسک شرطی به‌عنوان یک محدودیت در مدل ظاهر شد [۱۹].

پی‌فلاگ و گایورونسکی (۲۰۰۱) یک روش محاسبه پرتفوی بهینه را ارائه نموده‌اند که کم‌ترین میزان ارزش در معرض ریسک را در بین پرتفوی‌ها نشان می‌دهد. آن‌ها ارزش در معرض ریسک شرطی و انحراف استاندارد را مقایسه کردند و نشان دادند مرزهای کارایی منتج کاملاً متفاوت هستند. در این تحقیق آن‌ها روی کاربردهای مفهوم VaR در قالب انتخاب پرتفوی بهینه تمرکز کردند. آن‌ها روشی ارائه نمودند که اجازه می‌داد تا پرتفوی‌های بهینه در مفهوم VaR به‌درستی و در دوره منطقی محاسبه شود. در مرکز رویکرد آن‌ها مقایسه مرزهای کارا برای سری داده‌های مختلف نشان داده شده است. آن‌ها ذکر می‌کنند که برای یک سرمایه‌گذاری که ترجیحات ریسک در قالب VaR بیان می‌شود مهم است که این معیار را به‌طور مستقیم در نظر بگیرد؛ زیرا دیگر معیارهای ریسک مانند انحراف استاندارد یا CVaR ممکن است جانشین ضعیفی باشند. آن‌ها از داده‌های تاریخی استفاده کردند و رویکردشان وابسته به شبیه‌سازی تاریخی است [۱۳].

اوریاسف، کرخمال و زراژوسکی (۲۰۰۶)، ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه شده به روش پارامتریک را در قالب دو مرحله شامل پیش‌بینی درون‌نمونه‌ای شامل تخمین مرز کارا و پرتفوی بهینه به ازای سطوح مختلف تحمل ریسک برای CVaR و پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای برای سنجش عملکرد واقعی مدل و مقایسه آن با دو پرتفوی شاخص S&P 500 و Best 20 انجام دادند. نتایج نشان می‌دهند که افزودن محدودیت CVaR به مدل موجب کاهش نرخ بازده مورد انتظار در بررسی درون‌نمونه‌ای و بهبود عملکرد پرتفوی بر حسب تبادل ریسک و بازده در بررسی برون‌نمونه‌ای شده است [۲۰].

پرسش‌های پژوهش

۱. آیا میانگین ارزش در معرض ریسک شرطی در دوره بعد و قبل از نقطه شکست بازار بورس اوراق بهادار تهران تغییر کرده است؟
۲. چگونه می‌توان از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی برای تعیین سبد سهام بهینه در بورس اوراق بهادار تهران استفاده کرد؟

۳. روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از نظر هدف، تحقیقی کاربردی و از نظر نوع تحلیل، تحلیل همبستگی سری‌های زمانی است. در تحقیقات همبستگی، هدف بررسی رابطه دو به دوی متغیرهای موجود در پژوهش است که متغیرهای این پژوهش ریسک و بازده است.

جامعه آماری مورد استفاده در این پژوهش، تمامی شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران در تاریخ ۱۳۹۲/۰۵/۳۱ است. جهت انتخاب نمونه از روش نمونه‌گیری غربال‌گری استفاده شده است. از جمله محدودیت‌هایی که منجر به حذف برخی از شرکت‌ها شد به شرح زیر است:

- شرکت‌هایی که بعد از تاریخ ۱۳۸۸/۰۷/۰۱ وارد بورس اوراق بهادار شده‌اند.
 - شرکت‌هایی که نماد معاملاتی آن‌ها در طول دوره تحقیق متوقف شده است و یا در طول سال نمادشان بیش از دو دوره ۱۵ روزه بسته بود، و معامله نشده است.
 - شرکت‌هایی که در فرابورس نیز پذیرفته شده‌اند و فعال هستند.
 - شرکت‌هایی که دارای شرکت‌های زیرمجموعه سرمایه‌گذاری هستند.
 - شرکت‌هایی که در طول دوره تحقیق از بورس خارج شده‌اند.
- در نهایت با اعمال این فیلتر، ۴۵ شرکت از میان شرکت‌های پذیرفته‌شده در شرکت بورس اوراق بهادار تهران برای انجام تحقیق انتخاب شدند.

داده‌های مورد استفاده در تحقیق حاضر از نوع داده‌های سری زمانی است. در این پژوهش، داده‌های مورد نیاز که بازده شرکت‌ها است به‌صورت ۱۵ روزه در دوره زمانی ۱۳۸۸/۰۷/۰۱ تا ۱۳۹۲/۰۵/۳۱ براساس اطلاعات ارائه‌شده در نرم‌افزار ره‌آورد نوین موجود در کتابخانه سازمان بورس اوراق بهادار گردآوری شده‌اند. یکی دیگر از داده‌های مورد نیاز، شاخص کل است که از اطلاعات موجود در آرشیو شاخص سایت اینترنتی www.irbourse.com استفاده شده است. داده‌های جمع‌آوری‌شده، ابتدا به‌صورت سری‌های زمانی منظم در نرم‌افزار اکسل دسته‌بندی شده است. برای انجام آزمون نرمال بودن سری زمانی، بررسی آزمون مانایی شاخص کل، وجود و یا عدم وجود شکست ساختاری در سری زمانی داده‌ها از نرم‌افزار Eviews استفاده شده است. برای محاسبه ماتریس واریانس - کواریانس و میانگین مورد انتظار و سپس شبیه‌سازی داده‌ها به روش مونت کارلو از نرم‌افزار MATLAB استفاده شده است. بررسی سوال اول پژوهش با استفاده از آزمون علامت زوج^۰ نمونه‌ای ویلکاکسون موجود در نرم‌افزار SPSS انجام شده است. با بهره‌گیری از نرم‌افزار MATLAB همچنین مدل ارزش در معرض ریسک شرطی حل شده و وزن‌های هر سهم در سبد بهینه به ازای سطح اطمینان‌های مختلف برای دو دوره زمانی قبل و بعد از نقطه شکست ساختاری بازار محاسبه و مرز کارا نیز رسم شده است.

۴. تحلیل داده‌ها و آزمون فرضیه‌ها

گام اول: انجام آزمون مانایی فیلیپس - پرون به‌منظور تعیین مانایی شاخص کل ماهانه. فرضیه‌های آزمون مانایی به‌صورت زیر است:

H_0 : شاخص کل مانا نیست.

H_1 : شاخص کل مانا است.

جدول ۱. نتایج آزمون مانایی فیلیپس-پرون

متغیر	آماره آزمون	P-Value	نتیجه آزمون
شاخص	۵/۵۱۳۹	۰/۹۹۹۷	نامانایی متغیر
تفاضل مرتبه اول شاخص	-۵/۰۷۴۶	۰/۰۰۰۱	مانایی متغیر

با توجه به این که مقدار P° Value در مرحله اول انجام آزمون در سطح اطمینان ۹۹٪ بزرگ‌تر از ۰/۰۱ است؛ در نتیجه شاخص کل ریشه واحد دارد و مانا نیست؛ بنابراین فرض صفر رد نمی‌شود. آزمون فیلیپس - پرون بار دیگر با انتخاب تفاضل مرتبه اول متغیر تکرار می‌شود. تکرار آزمون نتیجه فوق را در برخواهد داشت و چون P° Value کوچک‌تر از ۰/۰۱ است، فرض صفر مبنی بر وجود ریشه واحد در شاخص کل با یک تفاضل در سطح معناداری ۱٪ را نمی‌توان قبول کرد و فرض صفر رد می‌شود؛ بنابراین شاخص کل ماهانه با یک تفاضل ماناست.

گام دوم: تعیین نقطه شکست بازار با استفاده از آزمون نقطه شکست چاو است.

ابتدا با استفاده از آزمون ثبات مبتنی بر برآورد عطفی شکست ساختاری نقاطی را که امکان وجود شکست در آنها است، مشخص می‌نماییم. خط پیوسته، پسماندهای بازگشتی (عطفی) و خط نقطه‌چین، فاصله‌های دو خطای معیار است. نقاط بیرون زده از خط نقطه‌چین نمایانگر وجود یا عدم وجود شکست است و در حقیقت نشان‌دهنده بی‌ثباتی شاخص کل است.

فرضیه‌های آزمون نقطه شکست چاو به صورت زیر است:

H_0 : شکست ساختاری وجود ندارد.

H_1 : شکست ساختاری وجود دارد.

جدول ۲، پس از انجام آزمون نقطه شکست چاو و بررسی هر نقطه بیرون زده به دست آمده است. وجود شکست و یا عدم شکست ساختاری هر نقطه براساس سه آماره صورت گرفته است. اولین آماره آزمون، شبیه آزمون F است که یک نسخه مقید و یک نسخه نامقید رگرسیون معین را محاسبه نموده و مجموع مربعات پسماندها را مقایسه می‌کند؛ درحالی که دومین و سومین آماره مبتنی بر قواعد کای دو است. با توجه به این که آزمون در سطح اطمینان ۹۹٪ است، در صورتی که آماره‌های آزمون بزرگ‌تر از ۰/۰۱ باشند فرضیه صفر مبنی بر عدم وجود شکست ساختاری متغیر را نمی‌توان رد کرد.

جدول ۲. نتایج آزمون نقطه شکست چاو

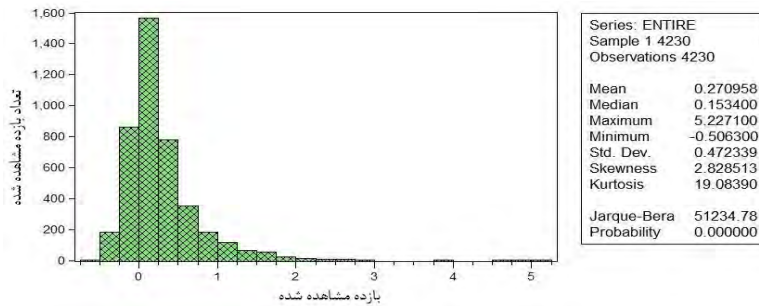
نتیجه آزمون	Wald Statistic (P-Value)	Log likelihood ratio (P-value)	F-statistic (P-Value)	پسماندهای بازگشتی	فاصله دو خطای معیار	تاریخ
عدم وجود شکست	۰/۶۱۰۹	۰/۶۰۷۱	۰/۶۱۲۲	-۲۶۹/۳۱	-۵۰/۰۴	۰۵/۸۵
عدم وجود شکست	۰/۲۱۶۲	۰/۲۱۱۳	۰/۲۱۹۶	۶۳۰/۳۹	۲۱۴/۴۳	۰۶/۸۶
عدم وجود شکست	۰/۱۸۸۲	۰/۱۸۵۳	۰/۱۹۱۷	۹۸۲/۰۳	۳۴۸/۰۱	۰۴/۸۷
عدم وجود شکست	۰/۰۹۶۳	۰/۰۹۵۲	۰/۱	-۱۰۵۶/۷۶	-۴۳۳/۹۸	۰۸/۸۷
عدم وجود شکست	۰/۰۶۲۲	۰/۰۶۱۸	۰/۰۶۵۶	-۱۰۲۴/۱۶	-۴۶۸/۲۸	۰۹/۸۷
عدم وجود شکست	۰/۰۳۹۱	۰/۰۳۹۲	۰/۰۴۲۱	۱۵۵۳/۷۲	۵۱۶/۹۸	۰۱/۸۹
عدم وجود شکست	۰/۰۵۹۵	۰/۰۵۹۲	۰/۰۶۲۹	۱۳۹۰/۸۸	۵۵۹/۴۸	۰۵/۸۹
عدم وجود شکست	۰/۰۵۹۲	۰/۰۵۸۹	۰/۰۶۲۶	۱۵۲۸/۵۱	۶۰۰/۹۸	۱۰/۸۹
عدم وجود شکست	۰/۱۷۷۵	۰/۱۷۴۸	۰/۱۸۱	۲۵۱۸/۱۴	۶۵۳/۱۵	۰۱/۹۰
عدم وجود شکست	۰/۲۳۸۲	۰/۲۳۴۷	۰/۲۴۱۴	-۱۶۶۸/۹۵	-۷۳۴/۴۲	۰۳/۹۰
وجود شکست	۰/۰۰۲۶	۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۳۴	-۴۰۸۹/۰۶	-۸۰۵/۷۳	۱۱/۹۰
وجود شکست	۰	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۳۶۲۰/۸۸	۹۳۹/۳۸	۰۱/۹۱
وجود شکست	۰	۰	۰	۳۲۸۸/۶۴	۱۰۵۰/۳	۰۷/۹۱
وجود شکست	۰	۰	۰	۳۹۶۷/۲۲	۱۱۰۲/۴۸	۰۹/۹۱
وجود شکست	۰	۰	۰	۴۷۶۰/۰۰۴	۱۱۸۹/۷۵	۰۳/۹۲
وجود شکست	۰/۰۰۰۸	۰/۰۰۱	۰/۰۰۱۲	۴۵۹۵/۸۲	۱۲۹۰/۵۱	۰۴/۹۲

با توجه به جدول نتایج آزمون نقطه شکست چاو که به صورت نقطه‌ای بررسی شده و سپس در یک جدول گردآوری شده، در تاریخ‌های ۹۰/۱۱، ۹۱/۰۱، ۹۱/۰۷، ۹۱/۰۹، ۹۲/۰۳ و ۹۲/۰۴ به دلیل اینکه مقدار آماره‌ها کمتر از ۰/۰۱ است فرض صفر رد می‌شود پس در این تاریخ‌ها شکست ساختاری رخ داده است. براساس نتایج فوق، تاریخ ۹۱/۰۷ به عنوان نقطه شکست ساختاری در نظر گرفته می‌شود؛ زیرا با توجه به آماره‌ها، معنادارترین نقطه است و آغازگر تغییرات ساختاری شدید در بازار است، پس شروع این نوسانات عمده لحاظ می‌شود. بعد از انجام آزمون نقطه شکست چاو، داده‌ها به دو دوره زمانی قبل و بعد از نقطه شکست تقسیم می‌شوند. دوره اول که دوره قبل از نقطه شکست است و از تاریخ ۱۳۸۸/۰۷/۰۱ تا تاریخ ۱۳۹۱/۰۶/۳۱ است و دوره دوم که دوره بعد از نقطه شکست ساختاری بازار می‌باشد و از تاریخ ۱۳۹۱/۰۷/۰۱ تا تاریخ ۱۳۹۲/۰۵/۳۱ است.

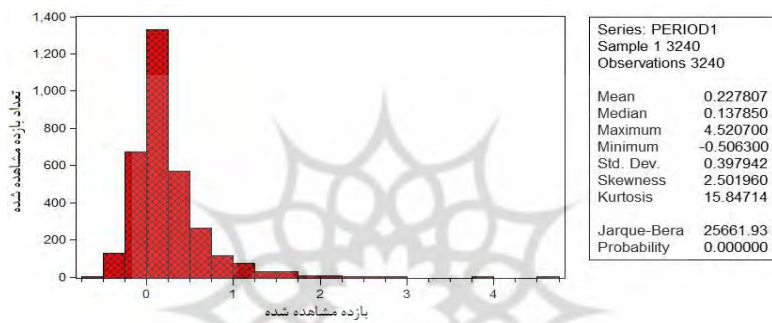
گام سوم: ترسیم نمودار هیستوگرام و انجام آزمون نرمال بودن جاک - برا برای دوره اول، دوره دوم و کل داده‌ها.

برای تعیین سبب سهام بهینه با استفاده از معیار ریسک ارزش در معرض ریسک شرطی نیازی به پیش فرض در مورد توزیع احتمالی داده‌ها وجود ندارد. برای تعیین توزیع احتمال داده‌ها می‌توان از آزمون نرمالیتی کولموگروف - اسمیرنوف استفاده نمود، ولی برای یافتن میزان

کشیدگی، چولگی توزیع و برای تعیین نوع توزیع احتمالی داده‌ها از آزمون نرمالیتی جبارک - برا استفاده می‌شود. این آزمون برای کل داده‌ها، دوره اول و دوره دوم انجام می‌شود. نتیجه به‌صورت زیر خواهد بود:



نمودار ۱. هیستوگرام و نتایج آزمون جبارک - برا برای کل داده‌ها



نمودار ۲. هیستوگرام و نتایج آزمون جبارک - برا برای دوره اول

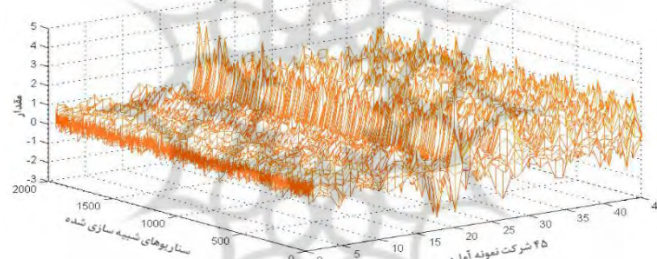


نمودار ۳. هیستوگرام و نتایج آزمون جبارک - برا برای دوره دوم

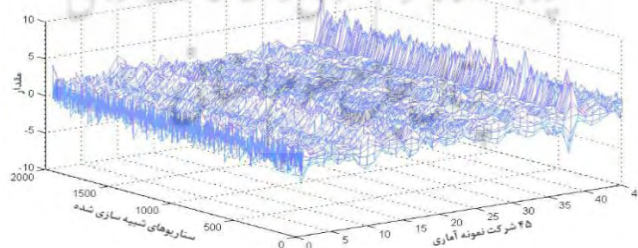
با توجه به نتایج این آزمون، کل داده‌ها، دوره اول و دوره دوم دارای کشیدگی و چولگی در تابع توزیع احتمالشان هستند؛ در نتیجه فرض صفر مبنی بر اینکه توزیع داده‌ها نرمال هستند، در هر سطح احتمالی رد می‌شود؛ بنابراین سری زمانی بازده‌ها توزیع نرمال ندارند.

گام چهارم: ایجاد ۲۰۰۰ سناریوی شبیه‌سازی شده برای دوره اول، دوره دوم و کل داده‌ها با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو است.

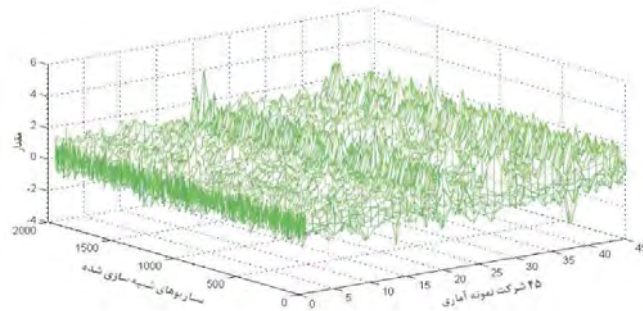
در این تحقیق برای اجرای کد شبیه‌سازی مونت کارلو در نرم‌افزار MATLAB از داده‌های تاریخی که بازده ۱۵ روزه ۴۵ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار، استفاده شده است و ۲۰۰۰ سناریوی شبیه‌سازی شده برای دوره اول، دوره دوم و کل داده‌ها به دست آمده است. وقتی توزیع احتمال بازده غیرنرمال است انحرافات تخمین CVaR نسبت به VaR بزرگ‌تر است و برای کاهش انحراف تخمین، اندازه نمونه افزایش می‌یابد. با استفاده از سناریوهای جدید که تعداد آن‌ها به مراتب نسبت به داده‌های ورودی بیش‌تر است، سعی شده است تا تخمین مطلوب‌تری از معیار ریسک داشته باشیم و به نتیجه دقیق‌تری دست یابیم. نمودارهای مربوط به ۲۰۰۰ سناریوی شبیه‌سازی شده مربوط به دوره اول، دوم و کل داده‌ها در زیر آورده شده است.



نمودار ۴. سناریوهای شبیه‌سازی شده به روش مونت کارلو برای ۴۵ شرکت در دوره اول



نمودار ۵. سناریوهای شبیه‌سازی شده به روش مونت کارلو برای ۴۵ شرکت در دوره دوم



نمودار ۶. سناریوهای شبیه‌سازی شده به روش مونت کارلو برای ۴۵ شرکت و کل داده‌ها

گام پنجم: بررسی فرضیه‌های سوال اول پژوهش با استفاده از آزمون علامت زوج-نمونه‌ای ویلکاکسون.

در این گام به آزمون فرضیه‌های زیر پرداخته می‌شود:

بین ارزش در معرض ریسک شرطی دوره اول و ارزش در معرض ریسک شرطی دوره دوم اختلاف معناداری وجود دارد.

ارزش در معرض ریسک شرطی دوره دوم با توجه به روند شاخص کل ماهانه بزرگ‌تر از ارزش در معرض ریسک شرطی دوره اول است.

فرضیه‌های علامت زوج-نمونه‌ای ویلکاکسون به صورت زیر است:

$$H_0: \mu_d = 0$$

$$H_1: \mu_d \neq 0$$

d نشان دهنده تفاوت دو متغیر است. نتایج آزمون در جدول ۳ آورده شده است:

جدول ۳. نتایج آزمون علامت زوج-نمونه‌ای

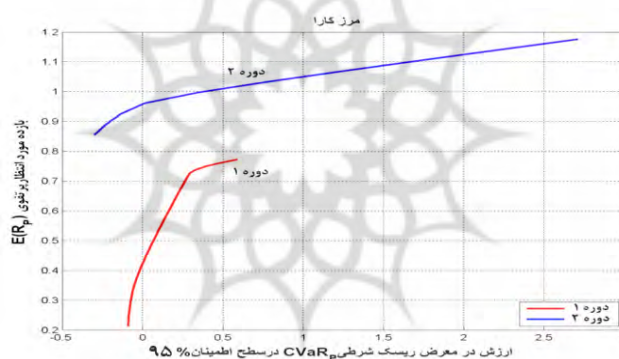
تفاوت CVaR دوره اول و CVaR دوره دوم	مقدار Z آماره	Sig. (2-tailed)	حدود بالایی و پایینی برای تفاوت دو متغیر		قبول یا رد H_0
			حد بالایی	حد پایینی	
در سطح اطمینان ۹۰٪	-۱/۰۷۰	۰/۰۲۹	۰/۶۲۱۱	۰/۱۵۷۹	رد
در سطح اطمینان ۹۵٪	-۱/۴۷۸	۰/۰۱۴	۱/۰۶۳۹	۰/۴۵۳۳	رد
در سطح اطمینان ۹۹٪	-۲/۳۹۵	۰/۰۰۲	۱/۷۴۱۸	۰/۲۵۹۴	رد

با توجه به جدول، از آنجا که sig محاسبه شده کمتر از ۰/۰۵ است پس در سطح اطمینان ۹۵٪ آزمون معنادار است و می توان فرض صفر را رد کرد. یعنی بین ارزش در معرض ریسک شرطی دوره اول و دوره دوم تفاوت معناداری وجود دارد و با توجه به حدود بالایی و پایینی تفاوت ارزش در معرض ریسک شرطی در دو دوره می توان نتیجه گرفت که ارزش در معرض ریسک شرطی با سطح اطمینان ۹۵٪ در دوره دوم نسبت به دوره اول افزایش یافته است.

گام ششم: بررسی سوال دوم پژوهش مبنی بر حل مدل برنامه ریزی خطی ارزش در

معرض ریسک شرطی و یافتن ۱۰ سبد بهینه سهام و رسم مرز کارا.

در ادامه، با فرموله کردن مدل بهینه سازی پرتفوی با استفاده از معیار ریسک ارزش در معرض ریسک شرطی در قالب کدهای نرم افزار MATLAB، مقادیر ارزش در معرض ریسک شرطی و بازده مورد انتظار ۱۰ پرتفوی بهینه به دست می آید؛ همچنین از ترکیب درصد وزنی سهم هر شرکت در هر یک از پرتفوی ها مطلع و سپس با استفاده از خروجی ها، مرز کارا برای هر دوره در سطوح اطمینان مختلف ۹۰٪، ۹۵٪ و ۹۹٪ رسم می شود و با بررسی نمودارها و ترکیب وزنی هر پرتفوی، نتایج مفید و موثر به دست می آید. نمودارهای مربوط به مرز کارا ۱۰ سبد بهینه سهام در سطح اطمینان ۹۵٪ در زیر آورده شده است.



نمودار ۷. مرز کارا براساس معیار ریسک ارزش در معرض ریسک شرطی در سطح اطمینان ۹۵٪ برای دوره اول و دوره دوم

همان طور که مشاهده می کنید در سطوح اطمینان مختلف مرز کارای دوره دوم بالاتر از دوره اول است؛ زیرا با توجه به نتایج آزمون علامت زوج - نمونه ای بین CVaR دوره اول و دوره دوم تفاوت معناداری وجود دارد و CVaR دوره دوم از CVaR دوره اول بزرگ تر است و متناسب با CVaR بزرگ تر در دوره دوم بازده مورد انتظار دوره دوم نیز افزایش می یابد و با توجه به مرز کارای مربوط به دو دوره، در ازای ریسک معین، بازده مورد انتظار دوره دوم بیشتر از بازده مورد

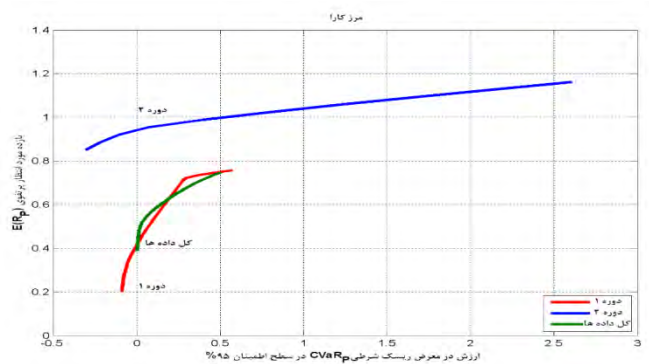
انتظار دوره اول است. این نتایج نشان‌دهنده این حقیقت است که بعد از نقطه شکست، بازار دوره رونق خود را سپری می‌کند؛ همچنین نمودار نمایان‌گر این مطلب است که با افزایش سطح اطمینان میزان ارزش در معرض ریسک شرطی نیز برای هر دو دوره افزایش می‌یابد و هر قدر که نمودار مرز کارا به سمت چپ و بالا نزدیک‌تر باشد، با پذیرش ریسک کم‌تر می‌توان بازدهی بالاتری را به دست آورد.

در پیوست ۱ جدول مربوط به ترکیب وزنی سهام هر شرکت در پرتفوی‌ها در هر دوره و در سطح اطمینان ۹۵٪ آمده است که ۱۰ سید بهینه سهام به ترتیب از کم‌ترین ارزش در معرض ریسک شرطی به بیش‌ترین مقدار مرتب شده‌اند. جدول مربوط به وزن‌ها نشان می‌دهد که چنانچه سرمایه‌گذار به دنبال کسب بازده بالاتری باشد، با افزایش میزان ارزش در معرض ریسک شرطی از تنوع سهام موجود در پرتفوی به منظور دستیابی به آن بازده موردنظر کاسته و به سمت سهامی که از بازده انتظاری بالاتری برخوردار است، گرایش پیدا می‌کند؛ ولی زمانی که سرمایه‌گذار محتاط و ریسک‌گریز باشد پرتفوی‌هایی که ارزش در معرض ریسک شرطی پایین‌تری دارند و سهام با ریسک بیش‌تر، درصد وزنی کم‌تری در پرتفوی دارد یا اصلاً در پرتفوی وجود ندارد را انتخاب می‌کند.

طبق رابطه دوره نگهداری و ارزش در معرض ریسک شرطی، CVaR با تغییر دوره نگهداری تغییر می‌کند و نحوه آن به طرز قابل‌ملاحظه‌ای به α بستگی دارد و برای $\alpha = 0$ ، CVaR با نرخ پایین‌تری افزایش می‌یابد. با انجام آزمون نرمالیتی چارک^۵ بر نتایج حاصل شد که یکی از این نتایج میانگین نمونه‌های موردنظر بود. براساس نتایج میانگین دوره اول ۰/۲۳، میانگین کل داده‌ها ۰/۲۷ و میانگین دوره دوم برابر ۰/۴۱ است. بدین معناست که در دوره اول با داشتن میانگین پایین‌تر، ارزش در معرض ریسک شرطی با نرخ بالاتری نسبت به دوره دوم که دارای میانگین به مراتب بیش‌تری است، افزایش می‌یابد. و کل داده‌ها نیز با میانگین بالاتر نسبت به دوره اول با نرخ رشد پایین‌تری نسبت به دوره اول و با نرخ رشد بالاتری نسبت به دوره دوم افزایش می‌یابد.

زمانی که ارزش در معرض ریسک شرطی در سطح اطمینان ۹۹٪ برابر با ۰/۵ است، بازده مورد انتظار پرتفوی‌های دوره دوم که دارای دوره نگهداری ۱۱ ماهه است و پرتفوی‌های دوره اول که دارای دوره نگهداری ۳ ساله است از بازده مورد انتظار پرتفوی‌های کل داده‌ها که دارای دوره نگهداری ۳ سال و ۱۱ ماه می‌باشد، بیش‌تر است. این بدین معناست که در ارزش در معرض ریسک‌های بالاتر، بازده مورد انتظار پرتفوی‌های حاصل از کل داده‌ها نسبت به پرتفوی‌های دوره اول و دوره دوم کم‌تر است. در حقیقت با تشخیص وجود شکست ساختاری در بازار در تاریخ ۹۱/۰۷/۰۱ در طی دوره نگهداری ۱۱ ماهه، بازده مورد انتظار بالاتری را نسبت به دوره اول و

کل داده‌ها به دست آمد. نمودار مربوط به مقایسه مرز کارای دوره اول و دوره دوم و کل داده‌ها در سطح اطمینان ۹۵٪ در زیر آورده شده است.



نمودار ۸. مرز کارا براساس ارزش در معرض ریسک شرطی در سطح اطمینان ۹۵٪ برای دوره اول، دوره دوم و کل داده‌ها

۵. بحث و نتیجه‌گیری

در مورد بررسی سوال اول، ابتدا آزمون مانایی فیلیپس - پرون را در مورد متغیر مورد نظر که شاخص کل به صورت ماهیانه است، انجام شد و دریافتیم که باید از تفاضل مرتبه اول شاخص کل ماهیانه در ادامه تحقیق استفاده شود؛ سپس با استفاده از آزمون ثبات مبتنی بر برآورد عطفی شکست ساختاری نقاطی را که احتمال وجود شکست دربارۀ آن‌ها وجود دارد مشخص شد. برای بررسی این که آیا در این نقاط شکست ساختاری تایید می‌شود از آزمون نقطه شکست چاو استفاده شد و نقطه شکست بازار در تاریخ ۱۳۹۱/۰۷/۰۱ به دست آمد. براساس نتیجه آزمون نقطه شکست چاو بازده‌های ۱۵ روزه ۴۵ شرکت نمونه آماری به دو دوره قبل از نقطه شکست و بعد از نقطه شکست تقسیم شد. دوره اول از تاریخ ۱۳۸۸/۰۷/۰۱ تا ۱۳۹۱/۰۶/۳۱ و دوره دوم از تاریخ ۱۳۹۱/۰۷/۰۱ تا ۱۳۹۲/۰۵/۳۱ مشخص شد.

سپس با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو برای این دو دوره و کل داده‌ها، ۲۰۰۰ سناریو شبیه‌سازی شد. در نهایت با انجام آزمون علامت زوج - نمونه‌ای ویلکاکسون این نتیجه به دست آمد که تفاوت معناداری بین CVaR دوره اول و CVaR دوره دوم وجود دارد و CVaR دوره دوم از CVaR دوره اول بزرگ‌تر است. براساس روند شاخص کل ماهانه در طول دوره پژوهش مشهود است که دوره دوم رونق بازار می‌باشد دوره‌ای که متناسب با افزایش ارزش در معرض ریسک شرطی، بازده مورد انتظار نیز افزایش یافته است و نتایج آزمون علامت زوج - نمونه‌ای دلیل بر این ادعا است.

در مورد بررسی سوال دوم، با فرموله کردن سنجه ریسک نامطلوب ارزش در معرض ریسک شرطی و کدنویسی آن در نرم‌افزار MATLAB، به بازده مورد انتظار و ارزش در معرض ریسک شرطی ده سبد بهینه سرمایه‌گذاری دست یافتیم. از آن‌جا که CVaR هیچ محدودیتی بر توزیع احتمال داده‌ها تحمیل نمی‌کند و برای برآورد CVaR از آخرین توزیع تجربی بازده و نه یک توزیع نظری استفاده می‌شود، نسبت به VaR یک سنجه ریسک منسجم و دارای خاصیت زیرجمع‌پذیری است و میانگین زیان‌های مورد انتظار فراتر از VaR را محاسبه می‌کند؛ بنابراین نسبت به ارزش در معرض ریسک معیاری کامل‌تر و قابل اطمینان‌تر است و بهترین روش برای مدیریت ریسک محسوب می‌شود. با مدل حاضر سرمایه‌گذاران با هر درجه ریسک‌گریزی و ریسک‌پذیری می‌توانند از بین پرتفوی‌های مرتب‌شده براساس میزان ارزش در معرض ریسک شرطی، پرتفوی مناسب خود را اختیار کرده و به بازدهی مورد انتظار مطلوب خود دست یابند. استفاده از این روش در محاسبه سنجه ریسک نامطلوب ارزش در معرض ریسک شرطی و یافتن پرتفوی‌های بهینه برای سرمایه‌گذاری ساده‌ترین راه ممکن است؛ زیرا فقط با داشتن داده‌های تاریخی می‌توان از وضعیت بازار و همچنین ترکیب درصد وزنی سهام متشکله هر پرتفوی بهینه آگاهی یافت. با توجه به اهمیت مدیریت ریسک در بهینه‌کردن تصمیمات سرمایه‌گذاری پیشنهاد می‌شود سازمان بورس اوراق بهادار تهران به‌عنوان متولی امر قانون‌گذاری و اطلاع‌رسانی بازار سرمایه کشور، زمینه‌های لازم برای توسعه مفهوم VaR و CVaR را فراهم آورد. ارائه بانک جامع اطلاعاتی مربوط به روند قیمت و سود تقسیمی شرکت‌ها و صنایع حاضر در بورس، همچنین تهیه سایر بسترهای لازم محاسباتی و نرم‌افزاری می‌تواند خدمات موثری در زمینه محاسبه آسان‌تر و دقیق‌تر ارزش در معرض ریسک فراهم آورد. اعلام روزانه مقادیر VaR و CVaR برای کل بورس و هر یک از صنایع و شرکت‌های آن به تفکیک، می‌تواند تصویر روشنی از میزان ریسک و زیان احتمالی سرمایه‌گذاری در بورس تهران را نشان دهد. به این ترتیب سرمایه‌گذاران می‌توانند براساس مقادیر کمی و ملموس به انتخاب سهام مورد نظر خود بپردازند. پیشنهاد می‌شود سرمایه‌گذاران به هنگام تصمیم‌گیری و انتخاب فرصت‌های سرمایه‌گذاری، همچنین به منظور تعیین نحوه ترکیب سهام‌های مختلف، به مقادیر کمی ریسک دارایی‌ها براساس مقادیر پیش‌بینی‌شده در قالب VaR و CVaR توجه نمایند و تصمیمات خود را بر این مبنا بهینه نمایند. این امر برای سرمایه‌گذاران نهادی شامل شرکت‌های سرمایه‌گذاری، بیمه، بانک‌ها و صندوق‌های بازنشستگی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. زیرا این نهادها باید بر مبنای مقادیر کمی ریسک، نسبت به بهینه‌کردن ترکیب دارایی‌ها و مدیریت پرتفوی خود اقدام نمایند تا در آینده در عمل به تعهدات و دستیابی به عملکرد قابل قبول با مشکل مواجه نشوند.

در پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود که از رویکردهای مختلف تئوری مقدارترین (ارزش فرین) مانند POT و GEV برای مدل‌سازی ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده شود. از دارایی‌های ابزار مشتقه مثل: قرارداد آتی و اختیار معامله و همچنین دارایی‌های بدون ریسک در ترکیب پرتفوی به منظور کاربرد CVaR در بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شود.



منابع

1. Alexander, Gordan. J., Baptista, Alexandre.M., & Yan, Shu. (2007). Mean Variance Portfolio Selection with at Risk Constraints and Discrete Distributions. *Banking & Finance*, 31, 61-81.
2. Alexander, Gordan.J. & Baptisa, Alexandre.M. (2002). Economic Implication of Using Mean-VaR Model for Portfolio Selection. *Economic Dynamics & Control*, 7, 159-193.
3. Alimi, Amir & Kordestani, GHolamreza. (2009). The use of Residual Income Valuation Model as a Benchmark for Portfolio Selection. *Financial Management perspective*, (1).
4. Artzner, P. Delbaen, F., Elber, J.M. & Heath, D. (1997). Thinking Coherently. *Risk*, 10, 68-71.
5. Brooks, Chris. (2008). Introductory Econometrics for Finance (Translated by Ahmad Badri). Tehran: NS.
6. Dakirchi, Fateme. (2008). Optimization Portfolio Uses Standard Conditional Value at Risk (CVaR) in Tehran Stock Exchange. (Master's thesis). Tehran: Alzahra University.
7. Fagerström, S. & Oddshammar, G. (2010). Portfolio Optimization -The Mean-Variance and CVaR Approach. Lund University, School of Economics and Management. Department of Economics.
8. Kramer, Bert. (2012). CVaR Optimization of Real Estate Portfolios in an ALM Context. Ortec Finance Research Center.
9. Krokmal, Pavlo & Palmquist, Jonas & Uryasev, Stanislav. (2000). Portfolio Optimization with Conditional Value-at-Risk Objective and Constraints. *Journal of Risk*, 2, 21-41.
10. Malaei, Masoud & SHEikhi, Mohammad Javad & KHodamoradi, Saeed. (2009). Optimization of Markowitz Risk Management Models, Value at Risk and Value at Risk Parametric Using local and Global Algorithms in Tehran Stock Exchange. *Financial Management Perspective*, (1), 67-97.
11. Mehrwarz, Ebrahim. (2009). Estimating VaR and CVaR Model under Stochastic Volatility. (Master's thesis). Tehran: Allameh Tabatabai University.
12. Mohajeri, Solmaz. (2009). Value at Risk and Conditional Value at Risk. (Master's thesis). Tehran: Allameh Tabatabai University.
13. Pflug, G. (2001). Some Remark on the Value at Risk and the Conditional Value at Risk, in Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Application. Kluwer Academic Publisher.
14. Radpour, Meysam & Abde Tabrizi, Hassan. (2007). Measure and Manage Market Risk: Value at Risk Approach. Tehran: Agah.
15. Radpour, Meysam & Rasoulzadeh, Ali & Rafie, Ehsan & Lohrasbi, Ali Asghar. (2007). Market Risk Management: Value at Risk Approach. Tehran: Atinegar.
16. Rockafellar, R.T. & Uryasev, S. (2002). Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 21-41.
17. Shang, S. & Masao Fukushima, Z. (2005). Worst Case Conditional Value at Risk with Application to Robust Portfolio Management. Working Paper.
18. Talebnia, GHodrat Allah & Fathi, Maryam. (2008). Evaluation of the Share Portfolio in Tehran Stock Exchange. *Journal of Financial Studies*, (6), 71-93.

19. Uryasev, S. & Rockafellar, R. (2001). Optimization of Conditional Value At Risk. *Risk* . 2, 21-42 .
20. Uryasev, S. & Krokmal, P. & Zrazhevsky, G. (2006). Numerical Comparison of CVaR and CDaR Approaches: Application to Hedge Funds. Risk Management and Financial Engineering Lab. FL 32611.

