

فصلنامه پژوهشنامه اقتصادی (رویکرد اسلامی- ایرانی)  
سال دوازدهم، شماره ۴۶، پاییز ۱۳۹۱، صفحات ۱۸۲-۱۵۷

## بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ

شاپور محمدی\* و حامد طبسی\*\*

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۱/۲۳

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۲/۱۱

### چکیده

سقوط بازار سهام هم برای سرمایه‌گذاران و هم برای دانشگاهیان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از آنجا که مدل‌های کاتاستروف، قدرت بالایی در توضیح فرآیندهای ناپیوسته دارند، در این مقاله با استفاده از مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف، به بررسی سقوط شاخص بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازیم. با استفاده از متغیرهای رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات، به عنوان متغیرهای کنترل، مدل تصادفی کاسپ سقوط شاخص بورس اوراق بهادار تهران را در سال‌های ۱۳۸۳ و ۱۳۸۷، به طور قابل ملاحظه‌ای بسیار بهتر از مدل غیرخطی لوجستیک نشان می‌دهد. این نتایج حتی پس از روندزدایی شاخص نیز بهبود یافته است.

طبقه‌بندی JEL: G12, G14, C01, C53

کلیدواژه‌ها: سقوط بازار سهام، نظریه کاتاستروف، مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف، تغییرات ناگهانی، توزیع‌های دومدی.

\* استادیار دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

\*\* دانشجوی دکتری مدیریت مالی دانشگاه تهران، پست الکترونیکی: tabasi.hamed@gmail.com

## ۱- مقدمه

سقوط<sup>۱</sup> و تغییرات غیرمنتظره بازارهای مالی مسأله‌ای است که بارها مورد توجه فعالان بازار و اندیشمندان علوم مالی قرار گرفته است. تاکنون تعریف خاصی برای سقوط بازارهای مالی ارایه نشده، اما به‌طور کلی بازده منفی دورقمی شاخص در چندین روز و در یک دوره زمانی کوتاه را می‌توان به‌عنوان سقوط در نظر گرفت. به معنای ساده، سقوط در بازارهای مالی افت ناگهانی قیمت‌ها و به‌دنبال آن، شاخص سهام در مدت زمانی بسیار کوتاه است. اگرچه این امر در مدت زمان کوتاهی رخ می‌دهد و به وحشت عمومی در بین سرمایه‌گذاران منجر می‌شود، اما بسیاری از اندیشمندان علوم مالی بر این باورند که باید دلایل سقوط را در دوره‌های بسیار قبل تر جست‌وجو کرد.<sup>۲</sup> این پدیده می‌تواند در بازارهای رکودی رخ دهد یا برعکس سقوط بازار به‌دنبال یک دوره حباب قیمتی باشد که در این حالت حباب قیمتی، حباب عقلایی<sup>۳</sup> خوانده می‌شود. به‌طور کلی می‌توان گفت که سقوط قیمت‌ها در بازاری که در آن برای دوره‌ای طولانی مدت افزایش قیمت‌های سهام و خوش‌بینی بیش از حد اقتصادی وجود داشته و نسبت‌های قیمت به سود هر سهام متجاوز از میانگین‌های بلندمدت آن بوده و همچنین در بازاری که مشارکت کنندگان آن به‌طور گسترده‌ای از بدهی استفاده کرده باشند؛ محتمل‌تر است.

از معروف‌ترین سقوط بازارهای سهام می‌توان به سقوط وال استریت در ۲۹ اکتبر ۱۹۲۹ اشاره کرد. اگرچه سقوط بازار در سه‌شنبه سیاه<sup>۴</sup> به سرمایه‌گذاران بسیاری ضرر رساند، اما رکودی که پس از آن گریبان اقتصاد آمریکا را گرفت، بسیار شدیدتر بود. در آن دوره، شاخص داوجونز ۸۹ درصد از ارزش خود را نسبت به پایین‌ترین نقطه خود در جولای ۱۹۳۲ از دست داد و ۲۵ سال زمان لازم بود تا ارزش شاخص به روز ۳ سپتامبر ۱۹۲۹ برسد. سقوط بازار در ۱۹ اکتبر ۱۹۸۷ که دوشنبه سیاه<sup>۵</sup> نیز خوانده می‌شود در حالی رخ داد که نسبت قیمت به سود هر سهم برای بازار بیشتر از میانگین سال‌های پس از جنگ جهانی دوم بود. سقوط بازارهای جهانی در اکتبر ۲۰۰۸ نیز در حالی رخ داد که بسیاری از تحلیلگران دلایل آن را مقررات ضعیف سیستم مالی ایالات متحده آمریکا، پذیرش اوراق بهادار با ریسک بسیار بالا و جاری شدن حجم پول به سمت بازارهای مالی آمریکا می‌دانند.

1- Crash

2- Sorennette, 2003, PP.1-98.

3- Rational Bubble

4- Black Tuesday

5- Black Monday

## بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۵۹

در این مقاله با استفاده از نظریه کاتاستروف، به بررسی تغییرات ناهموار و افت ناگهانی قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازیم. بخش‌های بعدی این مقاله به این شرح است: در بخش دوم پیشینه تحقیق و برخی مدل‌های ریاضی را مورد بررسی قرار می‌دهیم. در بخش سوم به بیان مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف می‌پردازیم. بخش چهارم، داده‌ها و نتایج به‌دست آمده را بازگو می‌کند و در نهایت، در بخش پنجم نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

### ۲- پیشینه تحقیق

توزیع‌های مختلفی سقوط قیمت‌ها را در بازارهای مالی مورد بررسی قرار می‌دهند که از معروف‌ترین آنها می‌توان به: توزیع‌های چندمدی<sup>۱</sup>، توزیع هذلولی<sup>۲</sup>، توزیع گاما<sup>۳</sup>، توزیع مقادیر حدی<sup>۴</sup>، توزیع غیرنرمال لوی پایدار<sup>۵</sup> و توزیع‌های بی‌نهایت تقسیم‌پذیر<sup>۶</sup> اشاره کرد. در حقیقت، سقوط بازارهای مالی پدیده‌ای است که فرض نرمال بودن بازده‌ها را زیر سؤال می‌برد. منتگنا و استنلی<sup>۷</sup> (۱۹۹۵)، با مطالعه روی شاخص اس‌اند‌پی<sup>۸</sup> به این نتیجه رسیدند که بازده سهام نوسان بیشتری نسبت به توزیع نرمال و نوسانات کمتری نسبت به پرش لوی داراست. مطالعات تجربی شاخص‌های مهم دنیا نشان می‌دهد که در بازه زمانی کوتاه‌مدت تابع چگالی احتمال<sup>۹</sup> دارای کشیدگی<sup>۱۰</sup> بیشتری نسبت به تابع گاوسی است. در مواردی نیز به این نکته اشاره شده است که توزیع‌های دنباله-پهن<sup>۱۱</sup> و دنباله-سنگین<sup>۱۲</sup> چولگی منفی بازده‌های سهام را بهتر از یک توزیع نرمال توصیف می‌کنند. ماریانی و لیو<sup>۱۳</sup> نشان دادند که گام لوی بریده نرمال توزیع بازده‌های سهام را بهتر از توزیع نرمال توصیف می‌کند<sup>۱۴</sup>. آنها به این نتیجه رسیدند که سقوط شاخص سهام در بازارهای نوظهور و بازارهای کشورهای توسعه‌یافته را می‌توان با توزیع لوی مورد بررسی قرار داد. تابع

- 1- Multimodal Distribution
- 2- Hyperbolic Distribution
- 3- Gama Distribution
- 4- Extreme Value Distribution
- 5- Stable Paretian (Levy) Non-Gaussian Distribution
- 6- Infinitely Divisible (Non-Gaussian) Distributions
- 7- Mantegna and Stanley
- 8- S and P 500
- 9- Probability Distribution function
- 10- Kurtosis
- 11- Fat-Tail
- 12- Heavy-Tail
- 13- Mariani and Liu
- 14- Mariani and Liu, 2007, PP.590-598

توزیع چگالی متناظر با توابع کاتاستروف که در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرد، در دسته توزیع چگالی چندمدی نرمال طبقه‌بندی می‌شود و در حقیقت، سقوط بازار، جهش از یک مد به مد دیگر است.

به‌طور کلی پدیده سقوط بازارهای مالی رفتار سرمایه‌گذاران را به‌شدت تحت تأثیر قرار می‌دهد و ساختار بازار را دگرگون می‌کند. کارپلاس<sup>۱</sup> به این مورد اشاره می‌کند که چنین رویدادهای بزرگی بسیاری از مدل‌های استاندارد را برای توضیح سیستم‌ها زیر سؤال می‌برد<sup>۲</sup>. در واقع، سقوط قیمت‌ها این فرض را که رفتار بازده در بازارهای مالی از یک توزیع نرمال پیروی می‌کند، مورد انتقاد قرار داده است. به عبارت دیگر، حرکت‌های بزرگ در قیمت‌های سهام نسبت به آنچه در توزیع نرمال بتوان آن را پیش‌بینی کرد، شایع‌تر است. یوهانسن و سورنت<sup>۳</sup> (۱۹۹۸) اشاره می‌کنند که توزیع بازده‌ها در حباب و سقوط قیمت‌ها متفاوت است<sup>۴</sup>. این بدان معنا نیست که توزیع بازده‌ها بازده‌ها در زمان سقوط یا حباب دچار شکستگی می‌شود، بلکه توزیع بازده‌ها به کلی تغییر ساختار پیدا می‌کند. لواو<sup>۵</sup> و همکاران نیز به این نتیجه رسیدند که توزیع بازده‌ها از دو قسمت تشکیل می‌شود، یکی، توزیع مربوط به بخش نرمال و دیگری، مربوط به بازده‌های غیرعادی<sup>۶</sup>. لیلو و منتگنا<sup>۷</sup> نیز نتایج به‌دست آمده توسط یوهانسن و سورنت را تأیید کردند. آنها عنوان کردند که توزیع بازده‌ها در زمان وقوع رویدادهای غیرمنتظره، نه تنها در دنباله<sup>۸</sup> متفاوت از توزیع عادی بازده‌ها در زمان‌های عادی بوده، بلکه حتی در مرکز توزیع نیز دچار تغییرات است. برخلاف محتوای اطلاعاتی ناچیز سری زمانی قیمت‌ها در حد فاصل روزهای عادی بازار، در روزهای غیرعادی که از آن به‌عنوان سقوط و حباب بازار یاد می‌کنیم سری زمانی قیمت‌ها حاوی اطلاعات مهمی است<sup>۹</sup>. است. ارایجو و لوکا<sup>۱۰</sup> بیان می‌کنند که در هنگام سقوط، ساختار بازار به‌طور کلی دچار تغییر می‌شود که این دگرگونی بلافاصله به حالت ماقبل خود بازمی‌گردد.

1 Karplus

2- Sornette, Ibid.

3- Johansen and Sornette

4- Johansen and Sornette, 1998, PP.141-143.

5- Lvov

6- Sornette, Ibid.

7- Lillo and Mantegna

8- Tail

9- Sornette, Ibid.

10- Araújo and Louçã

## بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۶۱

در ادبیات سقوط بازارهای مالی ویژگی نامتقارن<sup>۱</sup> توزیع بازده‌های سهام به‌طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته است. به‌طور ساده می‌توان گفت که بازده‌های سهام بیشتر به کاهش تمایل دارند تا به افزایش. چن<sup>۲</sup> و همکاران نشان دادند که چولگی منفی برای سهام‌های فردی و همچنین شاخص بازار، رابطه مثبت و معناداری با حجم معاملات روندزدایی شده<sup>۳</sup> در شش ماه گذشته دارد.<sup>۴</sup> آنها نشان دادند که افزایش بازده سهام در ۳۶ ماهه گذشته، چولگی منفی در شش ماه بعدی را افزایش خواهد داشت. به عبارت دیگر، بازده‌های بالای سهام در گذشته یا ارزش دفتری به ارزش بازاری<sup>۵</sup> پایین برای سهام که موجبات حباب قیمتی را در یک دوره زمانی طولانی مدت به وجود آورده است، با یک سقوط به حالت تعادل بازمی‌گردد. مطالعات دیگری نیز رابطه چولگی منفی شاخص یا تک‌تک سهام با بازده بالای گذشته سهام، یعنی همان مدل حباب عقلایی بلانچارد و واتسون (۱۹۸۲) را مورد تأیید قرار دادند.<sup>۶</sup>

سورنت (۲۰۰۲)، نشان می‌دهد که سقوط‌های بازارهای مالی نوعی ناهنجاری<sup>۷</sup> هستند که در این صورت به مدل‌های خاص نیاز دارند. وی بیان می‌کند، سقوط پدیده‌ای است که نتیجه فرآیند بازخور مثبت مانند رفتار توده‌واری<sup>۸</sup> و تقلیدی<sup>۹</sup> در بین سرمایه‌گذاران است. دو دیدگاه در این زمینه وجود دارد؛ نخست اینکه ترس از سقوط، قیمت‌ها را کنترل می‌کند که در این دیدگاه، سقوط بازار به سبب رفتار تجمعی معامله‌گران نوین<sup>۱۰</sup> رخ می‌دهد. دیدگاه دوم، می‌گوید، قیمت‌ها هستند که موجبات سقوط بازار را فراهم می‌کنند. در این دیدگاه، سقوط بازار بر اثر رفتار تقلیدی و توده‌واری در بین سرمایه‌گذاران رخ می‌دهد. مفهوم بازخور مثبت، بدین معنا است که اگر مشاهده شود بازار حرکتی صعودی (رکودی) را داراست، احتمال اینکه بازار به حرکت خود در مسیر قبلی ادامه دهد، بسیار بیشتر است تا در جهت معکوس. مفهوم بازخور مثبت با بازخور منفی<sup>۱۱</sup> کاملاً در تضاد است، بدین معنا که بازخورهای منفی در جهت رسیدن به نقطه تعادل حرکت می‌کنند، اما بازخورهای مثبت از نقطه تعادل فاصله می‌گیرند.

- 
- 1- Asymmetry
  - 2- Chen
  - 3- De-Trended Turnover
  - 4- Chen et al, 2001, PP. 345-381.
  - 5- Book to market value
  - 6- Sornette, Ibid.
  - 7- Outlier
  - 8- Herd Behavior
  - 9- Imitative Behavior
  - 10- Noise Traders
  - 11- Negative Feedback

وجود رفتار توده‌واری در بازارهای مالی پدیده‌ای است که در تحقیقات مختلفی به آن اشاره شده است. در حقیقت، وجود رفتار توده‌واری در بازارهای مالی نوعی همگنی<sup>۱</sup> را در بازار به وجود می‌آورد که هر قدر همگنی در بین سرمایه‌گذاران بیشتر باشد، احتمال تشکیل حباب قیمتی یا سقوط در بازار بیشتر است. اقتصاددان معروف کینز<sup>۲</sup> (۱۹۳۶)، بیان می‌کند، تنها ارزش ذاتی سهام نیست که قیمت‌های سهام را تعیین می‌کند، بلکه انتظار سرمایه‌گذاران در مورد سهام نیز بسیار بااهمیت است. از دیدگاه وی سرمایه‌گذاران حرفه‌ای به جای برآورد ارزش ذاتی سهم باید چگونگی رفتار توده سرمایه‌گذاران را در آینده مد نظر قرار دهند.<sup>۳</sup>

تحقیقات دیگری به همگونی آستانه‌ها<sup>۴</sup> در تصمیم‌گیری در سقوط بازارهای مالی اشاره می‌کنند. وجود نوسانات دوره‌ای لگاریتمی<sup>۵</sup> قیمت‌های سهام نیز قبل از سقوط بازار، در مطالعات زیادی اشاره شده است. باتمر و میستر<sup>۶</sup> با مطالعه روی شاخص صنعتی داو جونز و با استفاده از تعریف نرخ مخاطره<sup>۷</sup> به این نتیجه رسیدند که مدل نرخ مخاطره یوهانسون (۲۰۰۰)، دارای قدرت مناسبی برای توضیح رفتار حباب در بازار و در نتیجه سقوط احتمالی است.<sup>۸</sup>

زیمن<sup>۹</sup> (۱۹۷۴)، سقوط بازارهای مالی را تحت مدل کاسپ کاتاستروف ناشی از تأثیر تقاضای چارتیست‌ها<sup>۱۰</sup> و بنیادگراها<sup>۱۱</sup> به عنوان متغیرهای کنترل بیان می‌کند.<sup>۱۲</sup> در حقیقت، رفتار چارتیست‌ها و به‌طور کلی تحلیلگران تکنیکی که نشان‌دهنده رفتارهای سفته‌بازی در بازار هستند، به عنوان متغیر انشعاب<sup>۱۳</sup> و رفتار تحلیلگران بنیادی به عنوان متغیر نرمال<sup>۱۴</sup> فرض می‌شود. مدل زیمن، از نوع توصیفی بوده و آزمون تجربی در آن صورت نگرفته است. پس از وی، جمرنگ، راسر، کنت و بالاسکو<sup>۱۵</sup> نیز به این مطلب اشاره کردند. اخیراً بارونیک و وسورد<sup>۱۶</sup>، سقوط بازارهای مالی

- 
- 1- Homogeneity
  - 2- Keynes
  - 3- Sornette, Ibid.
  - 4- Threshold
  - 5- Log-periodic Oscillations
  - 6- Bothmer and Meister
  - 7- Hazard Rate
  - 8- Sornette, Ibid.
  - 9- Zeeman
  - 10- Chartists
  - 11- Fundamentalists
  - 12- Zeeman, 1974, PP.39-49.
  - 13- Bifurcation Variable
  - 14- Normal (asymmetry) Variable
  - 15- Jammerneg, Rosser, Kenneth, Balasko
  - 16- Barunik and Vosvrda

### بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۶۳

را با استفاده از مدل تصادفی کاسپ به صورت تجربی مورد ارزیابی قرار دادند و به بررسی سقوط وال استریت در ۱۹ اکتبر ۱۹۸۷ پرداختند. نتایج حاصل از این مطالعه که در آن نسبت حجم معاملات اختیار فروش به حجم معاملات اختیار خرید<sup>۱</sup> به عنوان رفتار سفته‌بازی (متغیر انشعاب) و حجم عددی معاملات به عنوان متغیر نرمال در نظر گرفته شده بود، نشان داد که مدل کاسپ سقوط وال استریت را در دوشنبه سیاه بسیار بهتر از مدل‌های جایگزین توضیح می‌دهد.<sup>۲</sup>

فرناندس<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) نیز با استفاده از مدل تصادفی کاسپ، به بررسی بحران ارزی سوئد<sup>۴</sup> در اوایل دهه نود پرداخت. وی نشان داد که بحران یادشده با استفاده از توزیع دومدی و شاخص جداکننده کاردن قابل توصیف است.<sup>۵</sup> هو و ساندرز<sup>۶</sup> نیز ورشکستگی بانکی را با نظریه کاتاستروف مدل کردند.

### ۳- مدل

نظریه کاتاستروف و اصول ریاضی آن بیشتر به مباحث سیستم‌های دینامیکی، توپولوژی و توپولوژی ديفرانسیل و مفاهیم نگاشت‌های هموار و ترانسورسالیته<sup>۷</sup>، بازمی‌گردد. در سال‌های اخیر کاربرد این نظریه در علوم انسانی و به‌ویژه اقتصاد پس از ارایه مدل‌های تصادفی کاتاستروف<sup>۸</sup> کاتاستروف<sup>۹</sup> توسط لورن کاب<sup>۹</sup>، گسترش یافت. این نظریه که به بررسی ویژگی‌های کیفی سیستم می‌پردازد، ابزاری مناسب در توضیح تغییرات ناپیوسته به‌شمار می‌آید. در این مقاله، تغییرات ناهموار بورس اوراق بهادار تهران را با استفاده از این نظریه مورد بررسی قرار می‌دهیم. به-عبارت دیگر، با تعریف مناسب متغیرهای کنترل<sup>۱۰</sup> که تعیین‌کننده رفتار متغیر حالت سیستم<sup>۱۱</sup> (شاخص قیمت بازار سهام) هستند، سعی بر تبیین مدلی غیرخطی برای سقوط قیمت‌ها در بورس

1- Put/Call Option Open Interest Ratio

2- Barunik and Vosvrda, 2009.

3- Fernandes

4- Swedish Currency Crises

5- Fernandes, 2006, PP.111-141.

6- Ho and Saunders

7- Transversality

8- Stochastic Catastrophe Theory

9- Loren Cobb

10- Control Variables

11- State Variable

اوراق بهادار تهران داریم. انتخاب صحیح متغیرهای کنترل مهم‌ترین مرحله در استفاده از نظریه کاتاستروف است.<sup>۱</sup>

نظریه کاتاستروف که از مطالعه روی سیستم‌های دینامیکی مطرح شد، به بررسی تغییر نقاط تعادلی سیستم دینامیکی  $F(x_t, c_\alpha)$  در صورت تغییر پارامترهای سیستم، یعنی  $c_\alpha$  می‌پردازد. رویه تعادلی یک سیستم دینامیکی را می‌توان به صورت معادله دیفرانسیل زیر نوشت:

$$\frac{\partial F(x_t, c_\alpha)}{\partial x_t} = 0 \quad (1)$$

که در آن،  $x_t$  متغیر حالت و  $c_\alpha$  متغیر کنترل سیستم هستند. نظریه کاتاستروف مقدماتی<sup>۲</sup> با تعیین تعداد نقاط مورس<sup>۳</sup> تابع  $F(x; c)$ ، یعنی مجموعه نقاطی که در آن  $\frac{\partial F}{\partial x} = 0$ ،  $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \neq 0$  است، ویژگی‌های کیفی تابع را طبقه‌بندی می‌کند. از نظر ریاضی، ویژگی‌های یک تابع به تعداد دسته‌های نقاط مورس بستگی دارد. رنه تام، ریاضی‌دان فرانسوی، ۱۱ فرم استاندارد توابع کاتاستروف مقدماتی را در فضای هفت بعدی بر مبنای تعداد متغیرهای حالت (حداکثر دو متغیر حالت) و تعداد متغیرهای کنترل (حداکثر پنج متغیر کنترل) مشخص کرد، برای مثال، ویژگی‌های تمام توابع فولد کاتاستروف<sup>۴</sup>، یعنی  $F(x; a) = x^3 + ax$ ، برای  $a > 0$  کاملاً یکسان است (هیچ نقطه بحرانی وجود ندارد و در تمام نقاط مشتق مرتبه اول تابع مثبت است) و برای  $a < 0$  نیز ویژگی‌های تمام توابع یکسان است (وجود دو اکسترمم). در حقیقت، ویژگی‌های این تابع در مرز  $\frac{d^2 F}{dx^2} = 0$  تغییر می‌یابد و دچار دگرگونی می‌شود. مجموعه نقاطی را که دستگاه معادلات زیر در آن صدق می‌یابد، مجموعه انشعاب<sup>۵</sup> یا جداکننده<sup>۶</sup> می‌نامند.<sup>۷</sup>

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

معادله شماره ۳، فرم قطعی و استاندارد تابع کاسپ را نشان می‌دهد که در آن،  $x$  متغیر حالت سیستم و  $a, b$  متغیرهای کنترل سیستم هستند. همان‌طور که اشاره شد، مرز انشعاب در تابع کاسپ از معادله شماره ۲، به دست می‌آید، پس برای تابع کاسپ داریم:

$$A_3: F(x; a, b) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 + bx \quad (3)$$

1- Arnold, 1992.  
2- Elementary Catastrophe Theory  
3- Morse Point  
4- Fold Catastrophe  
5- Bifurcation Set  
6- Separatrix  
7- Gilmor, 1981.



بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۶۵

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 0 \rightarrow x^3 + ax + b = 0 \quad (۴)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \rightarrow 3x^2 + a = 0 \quad (۵)$$

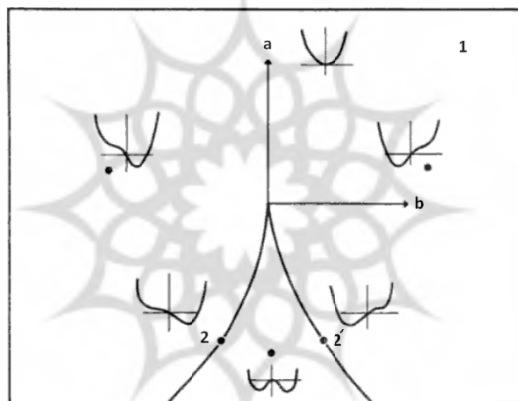
با حل دستگاه معادلات ۴ و ۵ به‌طور هم‌زمان داریم:

$$\left(-\frac{a}{3}\right)^{1/2} = x = \left(\frac{b}{2}\right)^{1/3} \rightarrow \left(-\frac{a}{3}\right)^{1/2} = \left(\frac{b}{2}\right)^{1/3} \rightarrow \delta_C = \left(-\frac{a}{3}\right)^{1/2} + \left(\frac{b}{2}\right)^{1/3} = 0 \quad (۶)$$

معادله شماره ۶، همان مرز انشعاب است و با تغییر متغیرهای  $a$  و  $b$ ، مقادیر جواب معادله ۴، تغییر می‌یابد، یعنی با تغییر تعداد پاسخ‌ها معادله ۴، ویژگی‌های تابع نیز تغییر می‌کند. شکل شماره ۱، ویژگی‌های کیفی تابع پتانسیل کاسپ را به‌ازای تغییر پارامترهای کنترل نشان می‌دهد.

شکل ۱- ویژگی‌های تابع پتانسیل کاسپ کاتاستروف به‌ازای تغییر پارامترها در صفحه کنترل؛  $b$

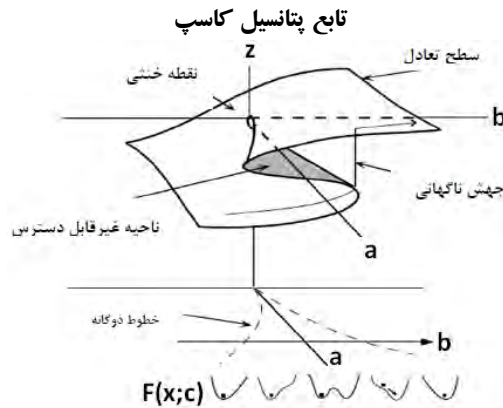
متغیر نرمال و  $a$  متغیر انشعاب



Reference: Gilmore, 1981, P.61.

مرز انشعاب (کاسپ شکل) فضای کنترل  $R^2$  را به دو بخش تقسیم می‌کند؛ بخشی که تنها تابع پتانسیل دارای یک نقطه بحرانی (بخش پایدار) است و بخشی که حاوی سه نقطه بحرانی (بخش غیرپایدار) است. در حقیقت، مرز انشعاب فضا را به دو دسته تابع مورس تقسیم کرده است. شکل شماره ۲، مینفولد<sup>۱</sup> تابع پتانسیل کاسپ را نشان می‌دهد (منظور از مینفولد، رویه تعادلی تابع پتانسیل که در اینجا معادله شماره ۴ و منظور از تابع پتانسیل کاسپ تابع شماره ۳ است).

شکل ۲- منیفولد تابع کاسپ کاتاستروف،  $Z$  متغیر حالت،  $b$  متغیر نرمال و  $a$  متغیر انشعاب و  $F(x; c)$



مأخذ: قربانی، ۱۳۸۵.

اگرچه کاتاستروف ناشی از مطالعه کیفی معادلات دیفرانسیل یک سیستم است، اما گاهی اوقات سیستم نشانه‌هایی را از خود بروز می‌دهد که حتی بدون دانستن معادلات سیستم می‌توانیم به مطالعه کیفی آن پردازیم. تابع کاسپ پر استفاده‌ترین نوع کاتاستروف برای توضیح فرآیندهای غیرپیوسته است. از جمله ویژگی‌های این تابع می‌توان به دومدی<sup>۱</sup> بودن، عدم دستیابی<sup>۲</sup>، پرش ناگهانی<sup>۳</sup>، واگرایی<sup>۴</sup>، واریانس غیرعادی<sup>۵</sup> و چسبندگی (پسماند)<sup>۶</sup> اشاره کرد. پسماند بدین معناست که فرآیند بازگشت به تعادل ماقبل به سرعت انجام‌پذیر نیست. در حقیقت، جهش از یک مینیمم به نقطه مینیمم دیگر در یک مختصات مشخص پارامترهای کنترل اتفاق نمی‌افتد. پدیده چسبندگی که در برخی فرآیندهای فیزیکی و اقتصادی قابل مشاهده بوده، نشان‌دهنده این است که جهش ناگهانی در مرز تأخیر<sup>۷</sup> رخ می‌دهد.<sup>۸</sup>

- 1- Multimodal
- 2- Inaccessibility
- 3- Sudden Jump
- 4- Divergence
- 5- Anomalous Variance
- 6- Hysteresis
- 7- Delay Convention
- 8- Gilmore, Ibid.

### ۳-۱- تابع تصادفی کاسپ

توزیع‌های چندمدی از جمله توابع توزیعی هستند که با استفاده از آنها می‌توان سقوط بازارهای مالی و به‌طور کلی هرگونه رفتار ناپیوسته‌ای را مدل کرد. سقوط بازار هنگامی رخ می‌دهد که به دلیل عوامل بیرونی یا عوامل درونی بازار، تعادل بازار از یک مد به مد دیگر منتقل می‌شود. لورن کاب<sup>۱</sup>، توزیع‌های مطابق با توابع کاتاستروف را از جمله توزیع‌های چندمدی نمایی می‌داند. در حقیقت، توزیع متناظر مدل در این مقاله، یعنی مدل کاسپ کاتاستروف تصادفی<sup>۲</sup>، یک توزیع دومدی نمایی از نوع نرمال است.

مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف که در حقیقت یک فرآیند پراکنش<sup>۳</sup> است، به‌صورت معادله ۷، بیان می‌شود.

$$dx_t = \mu(x_t, z_t; \theta)dt + \sigma(x_t, z_t; \theta)dW_t \quad (7)$$

که در آن،  $\mu$  تابع رانش<sup>۴</sup>،  $\sigma$  تابع نوسان<sup>۵</sup> و  $W_t$  یک حرکت براونی استاندارد (فرآیند وینر<sup>۶</sup>) است. در حقیقت، تابع دریافت، همان تابع قطعی از توابع کاتاستروف بوده که در معادله شماره (۴) تعریف شده است.  $\mu$  تابعی است از متغیرهای کنترل، یعنی  $z_t$ ، متغیر وضعیت، یعنی  $x_t$  و پارامترهای تنظیم (پارامتر موضع و پارامتر مقیاس) که با  $\theta$  نمایش داده شده است. فرآیندهای پراکنش که از دو جزء قطعی ( $\mu$ ) و تصادفی ( $\sigma$ ) تشکیل شده‌اند، با استفاده از لم ایتو<sup>۷</sup> و لم استراتنویچ<sup>۸</sup> به تابع چگالی متناظر تبدیل می‌شوند. لورن کاب بیان می‌کند تابع چگالی کاسپ کاتاستروف، در آن دسته توزیع‌های دومدی نرمالی قرار دارد که در آن تابع نوسان برابر یک است، یعنی  $\sigma(x) = 1$ . پارامترهای مربوط با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زده می‌شوند که توزیع مجانبی تخمین‌زننده‌های حاصل نرمال است<sup>۹</sup>. لورن کاب به‌منظور تخمین پارامترهای کاسپ کاتاستروف تصادفی (مدل تحقیق)، تابع رانش یادشده را به‌صورت معادله ۸، تعریف کرد.

$$\mu(x_t, z_t; \theta) = \alpha(z_t) + \beta(z_t)(x_t - \lambda) - \gamma(x_t - \lambda)^3 \quad (8)$$

1- Loren Cobb  
 2- Stochastic Cusp Catastrophe  
 3- Diffusion Process  
 4- Drift Function  
 5- Volatility Function  
 6- Wiener Process  
 7- Ito Lemma  
 8- Stratonovich Lemma  
 9- Gilmore, 1981 and Mantegna and Stanley, 1995

در صورتی که تابع نوسان برابر با مقدار ثابتی فرض شود، یعنی  $\sigma(x_t, z_t; \theta) = \zeta$  که برای توابع نمایی از نوع نرمال  $\zeta = 1$  است، تابع چگالی متناظر با فرآیند پراکنش تابع رانش کاسپ، با استفاده از لم ایتو به صورت معادله (۹)، است.

$$f_N(x|z; \theta) = \exp \left[ \phi_1(z) \left( \frac{x-\lambda}{v} \right) + \frac{\phi_2(z)}{2} \left( \frac{x-\lambda}{v} \right)^2 - \frac{1}{4} \left( \frac{x-\lambda}{v} \right)^4 - \eta \right] \quad (9)$$

که در آن،  $\lambda$  پارامتر موضع،  $v$  پارامتر مقیاس و  $\eta$  ثابت نرمال کننده است، به طوری که:

$\frac{\phi_1(z)}{\zeta^2} = 2\alpha(z)v/\zeta^2$  و  $v = [\zeta^2/2\gamma]^{1/4}$ . در صورتی که پارامتر مقیاس،  $v$ ، نیز ثابت نباشد، باز هم تابع چگالی مورد نظر، در زمره توزیع های نمایی خواهد بود، با این تفاوت که پارامتر یاد شده خود تابعی از عوامل بنیادی بازار، یعنی متغیرهای کنترل ( $z$ )، است.

تابع چگالی نرمال نمایی معادله ۹، دارای مقدار ثابتی است که دومدی بودن تابع را مشخص می کند. این مقدار ثابت که به جداکننده کاردن<sup>۱</sup> معروف است به صورت معادله ۱۰ بیان می شود،

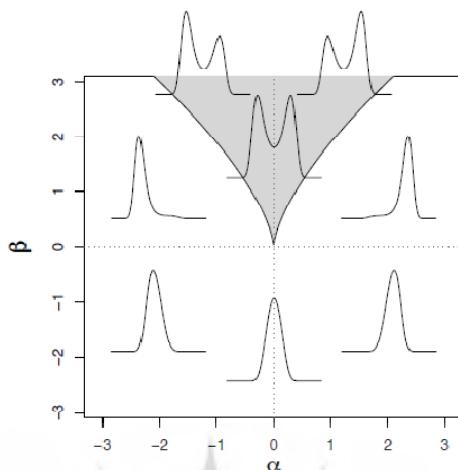
$$\delta_c(z; \theta) \equiv \frac{\phi_1^2(z)}{4} - \frac{\phi_2^3(z)}{27} = \frac{1}{\zeta^3 \sqrt{2\gamma}} \left[ \alpha^2(z) - \frac{4\beta^3(z)}{27\gamma} \right] \quad (10)$$

شرط کافی و لازم برای تکمندی بودن تابع چگالی مثبت بودن جداکننده کاردن،  $\delta_c(z; \theta) \geq 0$  و شرط  $\delta_c(z; \theta) < 0$ ،  $\left( \alpha^2(z) < \frac{4}{27} \beta^3(z)/\gamma \right)$ ، شرط لازم و کافی برای دومدی بودن توزیع است که در آن  $\phi_1$ ، و  $\phi_2$  به ترتیب نسبت ارتفاع و میزان جدایی دو مد از یکدیگر را نشان می دهند. در حقیقت، مدها و آنتی مدها در توزیع به ترتیب بیان کننده تعادل های پایدار و ناپایدار در سیستم هستند. معادله شماره ۱۰، شکل تصادفی ثابت کاردن بوده و فرم قطعی آن در معادله شماره ۶ آورده شده است.

معادله  $\delta_c(z; \theta) = 0$  همان مرز انشعاب<sup>۲</sup> است که در آن تغییر بسیار کوچک در متغیرهای بنیادی بازار (متغیرهای کنترل) می تواند به سقوط بازار منجر شود. شکل شماره ۳، تابع چگالی کاسپ را در نواحی مختلف صفحه کنترل نشان می دهد. همان طوری که ملاحظه می شود، تابع توزیع در مرز انشعاب، رفتاری دومدی پیدا می کند.

1- Carden's Discriminant  
2- Bifurcation Set

شکل ۳- تابع چگالی کاسپ در نواحی مختلف صفحه کنترل



Reference: Grasman, 2008.

برای تخمین پارامترهای مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف از برنامه‌های کاسپ‌فیت<sup>۱</sup> و جم‌کت‌تو<sup>۲</sup> و بسته کاسپ<sup>۳</sup> نرم‌افزار آر<sup>۴</sup> می‌توان بهره جست، اما از آنجا که تنها برنامه‌های کاسپ‌فیت و آر از روش حداکثر درست‌نمایی برای تخمین پارامترها استفاده می‌کنند، از این دو برنامه برای تخمین مدل و کارایی آن استفاده کرده‌ایم. برنامه‌های کاسپ‌فیت و بسته کاسپ نرم‌افزار آر، پارامترهای معادله شماره ۹ را با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین می‌زنند که در آن، پارامترهای  $\alpha(z)$  و  $\beta(z)$  به صورت زیر وارد مدل می‌شوند:

$$\alpha = a_0 + a_1 z_1 + a_2 z_2 + \dots + a_n z_n \quad (11)$$

$$\beta = b_0 + b_1 z_1 + b_2 z_2 + \dots + b_n z_n \quad (12)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، پارامترهای کنترل ( $\alpha$  و  $\beta$ ) ترکیب خطی متغیرهای کنترل هستند که تعداد آنها در مدل کاسپ برابر دو است. در این مقاله، به منظور مقایسه قدرت تخمین مدل،

1- Cusffit  
2- GEMCAT II  
3- Cusp-package  
4- R Program

نتایج حاصل از مدل کاسپ را با نتایج حاصل از مدل غیرخطی لوجستیک<sup>۱</sup> مورد بررسی قرار می‌دهیم. مدل لوجستیک به صورت معادله شماره ۱۳، بیان می‌شود.

$$y = v + \frac{\lambda}{1+e^\alpha} \quad (13)$$

که در آن:

$$\alpha = a_0 + a_1z_1 + a_2z_2 + \dots + a_nz_n \quad (14)$$

$$y = \frac{x-\lambda}{v} \quad (15)$$

که در آنها، تعداد متغیرهای مستقل برابر دو است ( $n = 2$ ). برای مقایسه مدل کاسپ با مدل لوجستیک می‌توان از معیار آکاییک یا شوارتز استفاده کرد. در حقیقت، مدلی مناسب‌تر است که معیار آکاییک یا شوارتز آن معیار کمتری را اختیار کند.  $R^2$  مدل کاسپ، یعنی شبه  $R^2$  به صورت معادله ۱۶، بیان می‌شود:

$$Pseudo - R^2 = 1 - \frac{\text{واریانس خطا}}{\text{واریانس } (y)} \quad (16)$$

#### ۴- داده‌ها و نتایج

##### ۴-۱- انتخاب متغیرهای کنترل و جامعه آماری

متغیرهای کنترل در نظریه کاتاستروف، متغیرهایی هستند که تغییر آنها موجب تغییر رفتار سیستم دینامیکی می‌شود. اگرچه در همسایگی نقاط غیرمورس تغییر در پارامترها باعث تغییر ناگهانی در متغیر حالت می‌شود، اما به طور معمول تغییر کوچک در متغیرهای کنترل، موجب تغییر اندکی در متغیر حالت می‌شود. متغیرهای کنترل و تعداد آنها در مدل‌های مختلف کاتاستروف، متفاوت است.

بر اساس مدل کاسپ برای تبیین فرآیندهای غیرهموار شاخص، متغیرهای کنترل به دو دسته تقسیم می‌شوند؛ متغیرهای مربوط به دسته اول، آنهایی هستند که به نوعی تعیین کننده رفتار توده‌واری در بازار هستند یا باعث انحراف قابل ملاحظه قیمت‌ها از ارزش ذاتی آنها می‌شوند. متغیرهای دسته دوم آنهایی هستند که در روزهای عادی بازار نیز شاخص بورس اوراق بهادار را کنترل می‌کنند.

## بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۷۱

با توجه به محدودیت روزانه تغییر قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران، مانند سایر بورس‌های دنیا، سقوط قیمت‌ها به‌طور مثال، کاهش ۱۰ درصدی شاخص بازار را در یک روز مشاهده نخواهیم کرد. از آنجا که در این مقاله به بررسی تغییرات ناگهانی و سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازیم، بنابراین، تنها دوره‌های زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرد که حداکثر در طول دو ماه متوالی شاهد افت بیش از ۱۰ درصد از ارزش شاخص قیمت به‌عنوان متغیر حالت باشیم. براساس این، شاخص بورس اوراق بهادار تهران به دو دوره تقسیم‌بندی می‌شود؛ دوره اول فاصله زمانی تیر ۱۳۸۲ تا اسفند ۱۳۸۶ است که در این دوره شاهد سقوط ناگهانی شاخص در اواسط سال ۱۳۸۳ هستیم. دوره دوم در فاصله زمانی فروردین ۱۳۸۵ تا اسفند ۱۳۸۷ در نظر گرفته شده، زیرا در اواسط سال ۱۳۸۷ شاهد افت ناگهانی قیمت‌ها هستیم. داده‌های مورد استفاده در این مقاله به‌صورت ماهانه است.

با توجه به اینکه انتخاب متغیر کنترل مناسب مهم‌ترین مرحله برای تبیین مدل کاتاستروف است، متغیرهای مختلفی برای تخمین پارامترها مورد بررسی قرار گرفته که تنها بهترین‌ها گزارش شده است. به‌عنوان متغیرهای درونی بازار می‌توان به: حجم عددی معاملات و حجم ریالی معاملات، نسبت حجم عددی معاملات به تعداد خریداران، نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران، تعداد دفعه‌های معاملات، نسبت حجم عددی معاملات به تعداد دفعه‌های معاملات، نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد دفعه‌های معاملات، نسبت تعداد دفعات معاملات به تعداد خریداران و انحراف معیار شش‌ماهه شاخص قیمت که همه به‌صورت ماهانه هستند، اشاره کرد. متغیرهای رشد میانگین سالیانه نقدینگی و رشد میانگین شش‌ماهه نقدینگی نیز به‌عنوان متغیرهای اقتصاد کلان در نظر گرفته شده‌اند.

### ۴-۲- دیدگاه تئوری (نظریه) انتخاب متغیرهای کنترل

مطابق نظر زمین (۱۹۷۴)، هنگامی که چارتریست‌ها یا به‌طور کلی تحلیلگران تکنیکی به‌شکل قابل ملاحظه‌ای وارد چرخه معاملات اوراق بهادار می‌شوند، شاهد انحراف قیمت‌ها از ارزش ذاتی و افزایش فعالیت‌های سفته‌بازی<sup>۱</sup> هستیم. به‌عبارت دیگر، مشارکت قابل توجه تکنیکی‌ها در بازار را می‌توان به‌عنوان متغیر انشعاب (b) و تأثیر مشارکت تحلیلگران بنیادی را به‌عنوان متغیر نرمال (a)

در نظر گرفت. به طور کلی می‌توان گفت، که هر زمان که رفتار توده‌واری در بازار افزایش پیدا می‌کند، فعالیت‌های سفته‌بازی نیز افزایش می‌یابد که در نهایت، موجب انشعاب در رویه بازار می‌شود. با نزدیک شدن سیستم به مرز انشعاب، تغییر بسیار کوچک در متغیرهای کنترل، تغییر بنیادی را در متغیر وابسته رقم خواهد زد. در مدل کاسپ کاتاستروف، متغیر انشعاب همان رفتار سفته‌بازی در بازار و متغیر نرمال، رفتار فاندامنالیست‌ها است که در روزهای عادی بازار وجود دارد.

بسیاری از اندیشمندان بر این باورند که افزایش ریسک سیستمی<sup>۱</sup> موجبات سقوط بازارهای مالی را فراهم می‌آورد. ریسک سیستمی احتمال سقوط قیمت‌های سهام سایر شرکت‌های بورس در صورت سقوط یا ورشکستگی یک یا چندین شرکت است. در حقیقت، سیاست *Too big to fail* در بازارهای مالی که پس از سقوط بزرگ‌ترین شرکت بیمه آمریکا، ای‌آی‌جی<sup>۲</sup>، به شکست انجامید و سقوط بازارهای مالی سراسر دنیا که در مورد آن تفکر *Too interconnect to fail* نیز وجود داشت، نشان‌دهنده افزایش ریسک سیستمی در بازارهای مالی دنیا بود.

افزایش ریسک سیستمی را می‌توان در رفتار سرمایه‌گذاران در بازار و قوانین بازار سرمایه بررسی کرد. می‌توان گفت، افزایش سفته‌بازی در بورس و ورود قابل ملاحظه چارتریست‌ها به بازار، افزایش ریسک سیستمی را به همراه خواهد داشت. علت این امر را باید در مقررات ضعیف در پذیرش اوراق بهادار ریسکی که بستر مناسبی را برای فعالیت‌های سفته‌بازی فراهم می‌آورد، دانست. به طور کلی وجود رفتار توده‌واری در بین سرمایه‌گذاران، سقوط قیمت‌ها را در بازار سهام محتمل‌تر خواهد کرد. با افزایش رفتار توده‌واری در بین مشارکت‌کنندگان بازار، قیمت‌های سهام، انحراف بیشتری از ارزش ذاتی می‌یابند که با افزایش نااطمینانی همراه خواهد بود.

از آنجا که تعریفی مشخص برای اندازه‌گیری ریسک سیستمی و رفتار توده‌واری، وجود ندارد، بنابراین، ناگزیریم از متغیرهایی استفاده کنیم که رفتار سفته‌بازی را بهتر نشان دهند یا اینکه مسبب تشکیل رفتار توده‌واری در بین سرمایه‌گذاران باشند. نوسانات بازار سهام که نشان‌دهنده ریسک بازار است، وجود نااطمینانی در بین سرمایه‌گذاران را نشان می‌دهد. در واقع، نوسانات زیاد قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار، افزایش نااطمینانی از آینده سهام را تعبیر می‌کند. افزایش بیشتر نوسانات، افزایش بیشتر نااطمینانی است که در نهایت، به سقوط قیمت‌ها منجر می‌شود. پدیده افزایش نوسانات قیمت هنگام سقوط بازارهای مالی

1- Systemic Risk

2- AIG



## بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۷۳

بارها در تحقیقات مختلف گزارش شده است که نشان از فضای نااطمینانی در بین سرمایه‌گذاران دارد. در این مقاله، از نوسانات شاخص بورس اوراق بهادار تهران، به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری نااطمینانی و به‌عنوان متغیر انشعاب در مدل کاسپ استفاده شده است. متغیر نرمال در این حالت به بررسی تأثیر بنیادگرها می‌پردازد. می‌توان نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران یا حجم عددی معاملات را متغیر مناسبی برای تقاضای بنیادگرها دانست. دو متغیر یادشده به‌عنوان متغیر نرمال ( $a$ ) در مدل کاسپ وارد می‌شوند.

رشد نقدینگی، توجیه مناسبی برای فعالیت‌های سفته‌بازی در جامعه و همچنین بازار اوراق بهادار دارد. با افزایش نقدینگی در جامعه، بستر فعالیت‌های سفته‌بازی در بخش‌های مختلف اقتصاد از جمله بازار بورس اوراق بهادار فراهم می‌شود و سرمایه‌گذاران که با افزایش نقدینگی مواجه هستند، به فعالیت‌های سفته‌بازی روی می‌آورند. اگرچه ممکن است افزایش نقدینگی فعالیت‌های سفته‌بازی در بازارهای جایگزین مانند بازار مسکن منجر شود، اما این امر روی قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار نیز چندانی تأثیر نیست. برای اندازه‌گیری عرضه پول، ابتدا تعریف گسترده‌تر نقدینگی یا همان پول گسترده<sup>۱</sup> ( $M3$ ) مد نظر بود که متأسفانه داده‌های مربوط به پول گسترده در ایران اندازه‌گیری نمی‌شود. بسیاری از اندیشمندان علوم اقتصادی از جمله الیور بلانچارد<sup>۲</sup>، کارشناس ارشد صندوق بین‌المللی پول، سقوط وال‌استریت در سال ۲۰۰۸ را به‌سبب افزایش نامناسب پول گسترده می‌دانند. بنابراین، ناگزیر در این پژوهش، از نقدینگی ( $M2$ ) به‌نماینده‌گی از پول گسترده استفاده کردیم. فدرال رزرو<sup>۳</sup> پول گسترده را نقدینگی ( $M2$ ) به‌علاوه سایر سپرده‌ها شامل سپرده‌های بلندمدت بالای ۱۰۰ هزار دلار و موجودی صندوق‌های فعال در بازار پول، قراردادهای قابل بازخرید و سپرده‌هایی که به‌صورت سایر ارزها نگهداری می‌شوند، می‌داند. بسیاری از کارشناسان بر این باورند که پول گسترده، عملکرد بانک مرکزی را در عرضه پول بهتر از نقدینگی نشان می‌دهد.

به‌منظور حذف تأثیر زمان در شاخص بورس اوراق بهادار تهران که ممکن است نتایج کاذبی به همراه داشته باشد، شاخص را روندزدایی<sup>۴</sup> و این‌بار شاخص روندزدایی شده را به‌عنوان متغیر حالت ارزیابی می‌کنیم. متغیرهایی که از دیدگاه تئوری (نظری) توجیه‌پذیر هستند و بهترین نتایج را

---

1- Broad Money

2- Olivier Blanchard

3- Federal Reserve

4- De-trend

به دست داده‌اند، به عنوان متغیر کنترل وارد مدل می‌کنیم. در پایان، نتایج هر دو گروه، یعنی شاخص در حالت عادی و شاخص روندزدایی شده، مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

#### ۳-۴- توزیع دومدی

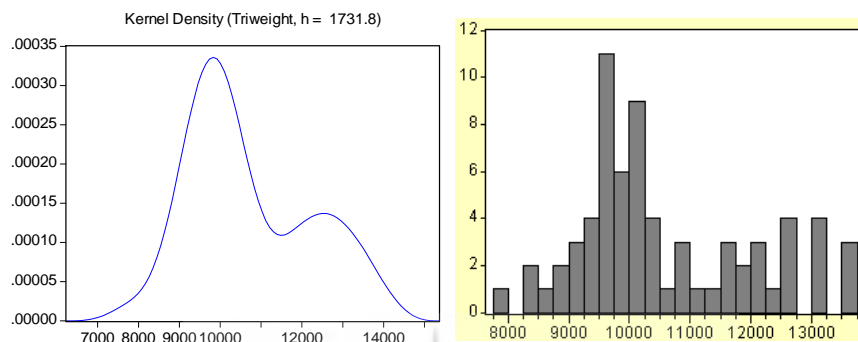
از آنجا که فرض بر این است که تابع چگالی شاخص قیمت دومدی است و در حقیقت، تغییرات ناگهانی شاخص و سقوط بازار جهش از یک مد به مد دیگر است، با استفاده از نرم‌افزار *EViews* تابع توزیع شاخص قیمت در بازه زمانی ۱۳۸۷-۱۳۸۲ با استفاده از روش تخمین توزیع چگالی کرنل<sup>۱</sup> که از جمله روش‌های غیرپارامتری تخمین توزیع چگالی بوده، بررسی شده است. شکل‌های ۴ و ۵ نمودار، هیستوگرام و تابع چگالی تخمینی شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران را نمایش می‌دهد. با توجه به دومدی بودن تابع، بررسی افت ناگهانی قیمت‌ها نیازمند مدلی متفاوت است و فرض توزیع چگالی نرمال چندان معتبر نیست. در حقیقت، دومدی بودن توزیع متغیر وابسته، استفاده از مدل کاسپ را مورد تأیید قرار می‌دهد.

شکل ۴- نمودار شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۸۲-۱۳۸۷



بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۷۵

شکل ۵- نمودار هیستوگرام (سمت راست) و تابع چگالی تخمینی (شکل سمت چپ) شاخص بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۸۲-۱۳۸۷



#### ۴-۴- نتایج تجربی

انتخاب صحیح متغیرهای کنترل مهم‌ترین مرحله در استفاده از نظریه کاتاستروف است. در جدول شماره ۱، نتایج تجربی به صورت مقایسه‌ای، برای سه دسته از متغیرهای کنترل نشان داده شده است. مطابق نظر زمین، متغیرهای دسته اول، یعنی متغیر نسبت ارزش معاملات سرمایه‌گذاران حقوقی به کل ارزش معاملات بازار، به عنوان متغیر انشعاب و حجم عددی معاملات نیز به عنوان متغیر نرمال، وارد مدل شدند که انتظار می‌رفت از لحاظ تئوریک (نظری) نتایج قابل قبولی را به دست دهد، اما پس از آزمون، با توجه به معیارهای آکاییک و شوارتز مدل لوجستیک ارجحیت دارد. ضمن اینکه  $R^2$  مدل کاسپ نیز تفاوت قابل ملاحظه‌ای با  $R^2$  مدل لوجستیک در این دسته ندارد. همان‌طور که اشاره شد، از متغیرهای دیگری نیز در مدل استفاده شده، منتها تنها متغیرهایی که بهترین نتایج را به همراه داشته، در این مقاله گزارش شده است.

نتایج ناشی از ترکیب متغیرهای رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات، به ترتیب به عنوان متغیر انشعاب و متغیر نرمال و انحراف استاندارد شش ماهه شاخص قیمت به عنوان متغیر انشعاب و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران به عنوان متغیر نرمال، تفاوت قابل ملاحظه‌ای را در مدل کاسپ نسبت به مدل جایگزین نشان می‌دهند. با عنایت به معیارهای بیشترین  $R^2$ ، کمترین آکاییک و شوارتز، متغیرهای کنترل یادشده، مدل کاسپ را به عنوان مدل برتر نسبت به مدل لوجستیک پیشنهاد می‌دهند.

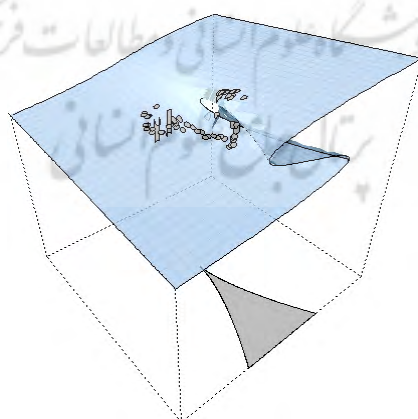
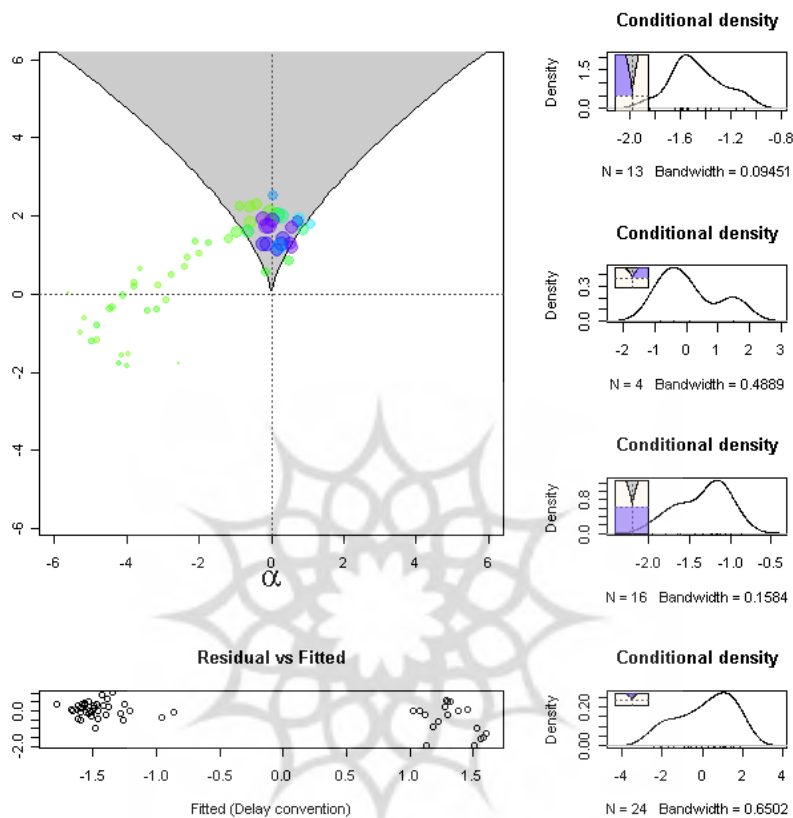
جدول ۱- نتایج تجربی مقایسه‌ای برای مدل کاسپ و مدل لوجستیک. متغیر حالت، شاخص بورس اوراق بهادار تهران به دو دوره زمانی تقسیم شده است. نتایج حاصل برای متغیرهای ردیف دوم و سوم، مدل کاسپ را در توضیح تغییرات ناگهانی بورس اوراق بهادار تهران برتر از مدل لوجستیک نشان می‌دهند.

شوار تذ	آکاییک	R2		دوره	متغیرهای کنترل	ردیف
		مدل لوجستیک	مدل کاسپ			
-	-	-	-	اول	نسبت ارزش معاملات سرمایه‌گذاران حقیقی به کل ارزش معاملات بازار و حجم عددی معاملات	۱
۸۲	۷۲	۰/۳۷۹۶	۰/۳۶۳۰	دوم		
۱۱۷	۱۰۱	۰/۵۶۹۱	۰/۷۱۷۵	اول	رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات	۲
۸۵	۷۲	۰/۳۵۶۷	۰/۶۶۶۳	دوم		
۱۵۳	۱۳۷	۰/۲۰۰۹	۰/۸۰۰۷	اول	انحراف استاندارد شش‌ماهه شاخص قیمت بورس و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران	۳
۱۰۰	۸۸	۰/۱۶۹۳	۰/۶۱۳۷	دوم		

با توجه به اینکه برخی شاخص‌های مورد نظر به‌عنوان متغیر انشعاب در ایران وجود نداشت؛ برای مثال، نسبت حجم معاملات اختیار فروش به حجم معاملات اختیار خرید یا پول گسترده ( $M3$ )، به‌ناچار از سایر متغیرها بهره گرفته‌ایم. در صورت در دسترس بودن و استفاده از متغیرهای مورد نظر، به‌عنوان متغیرهای کنترل، به احتمال نتایج تجربی بهتری را شاهد بودیم. رویه تعادلی کاسپ برای متغیرهای ردیف دوم در جدول ۱، یعنی رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات به‌عنوان متغیر کنترل و شاخص بورس اوراق بهادار تهران در دوره اول (بین سال‌های ۱۳۸۶-۱۳۸۲) به صورت شکل شماره ۶، است. وضعیت متغیرهای کنترل روی صفحه کنترل و تابع چگالی کاسپ در نواحی مختلف صفحه کنترل نیز آورده شده است. شکل شماره ۶، نشان می‌دهد تراکم متغیر وابسته در صفحه پایین رویه کاسپ بیشتر از صفحه بالاست. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در صفحه بالا، متغیر وابسته به مرز انشعاب رسیده و در نهایت، به صفحه پایین جهش می‌کند. این همان زمانی است که بازار بورس در مدت زمان بسیار کوتاهی با افت شدید قیمت‌ها مواجه می‌شود. هر میزان که متغیر انشعاب ( $\beta$ ) عدد بزرگ‌تری را اختیار کند، با نزدیک شدن به مرز کاسپ، احتمال سقوط با شدت بیشتر، افزایش می‌یابد. تابع چگالی در چهار حالت

بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۷۷

شکل ۶- صفحه کنترل، تابع چگالی کاسپ و رویه تعادلی کاسپ با استفاده از متغیرهای رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات به‌عنوان متغیر کنترل و شاخص بورس اوراق بهادار تهران بین سال‌های ۱۳۸۶-۱۳۸۲، به‌عنوان متغیر حالت



متغیرهای نرمال و انشعاب نشان داده شده است که تغییر مد (از سمت چپ به راست) در زمانی که متغیر انشعاب مثبت بوده، کاملاً واضح است.

از آنجا که مدل کاسپ R2 بالایی را به دست داده و ممکن است این امر به سبب تأثیر زمان و روند در شاخص بورس اوراق بهادار باشد، شاخص را روندزدایی می‌کنیم و دوباره افت ناگهانی قیمت‌ها را در دو دوره مورد بررسی قرار می‌دهیم.

با استفاده از رگرسیون خطی که در آن زمان به عنوان متغیر مستقل و شاخص به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته شده است، شاخص بورس اوراق بهادار تهران را روندزدایی می‌کنیم. در حقیقت، اجزای اخلاص این رگرسیون، همان متغیر روندزدایی شده بوده که تأثیر زمان از آن زدوده شده است. به صورت ریاضی می‌توان نوشت:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta} * T + \varepsilon \quad (17)$$

که در آن،  $y$  شاخص بورس اوراق بهادار تهران،  $T$  زمان و  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$  ضرایب رگرسیون و  $\varepsilon$  شاخص روندزدایی شده، هستند.

زمانی که شاخص روندزدایی شده را به عنوان متغیر حالت در نظر می‌گیریم، به جای انحراف استاندارد شش ماهه شاخص قیمت به عنوان متغیر انشعاب از انحراف استاندارد شش ماهه شاخص روندزدایی شده استفاده می‌کنیم. سایر متغیرهای کنترل بدون تغییر می‌مانند. نتایج حاصل از آزمون مجدد مدل با شاخص روندزدایی شده، به عنوان متغیر حالت به شرح جدول شماره ۲، است.

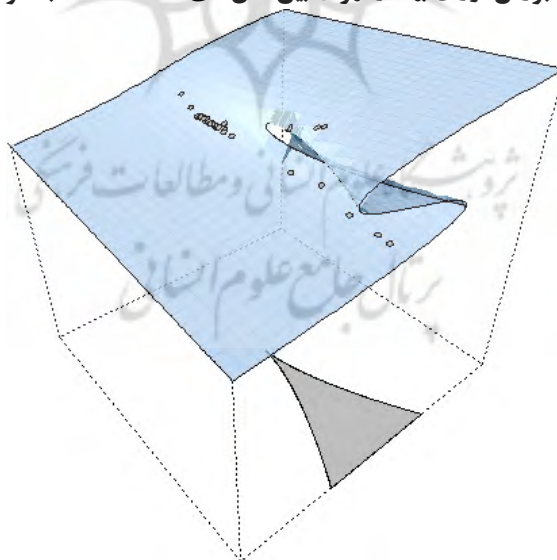
**جدول ۲- نتایج تجربی مقایسه‌ای برای مدل کاسپ و مدل لوجستیک. متغیر حالت، شاخص روندزدایی شده بورس اوراق بهادار تهران به دو دوره زمانی تقسیم شده است. نتایج حاصل بر تری مدل کاسپ را در توضیح تغییرات ناگهانی بورس اوراق بهادار تهران بر تر از مدل‌های جایگزین نشان می‌دهند.**

متغیرهای کنترل	دوره	R2		آکاییک		شوارتز	
		کاسپ	لوجستیک	کاسپ	لوجستیک	کاسپ	لوجستیک
رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات	اول	۰/۷۹۳۰	۰/۶۲۲۶	۹۳	۹۳۲	۱۰۶	۹۴۴
	دوم	۰/۶۹۰۷	۰/۳۶۷۶	۷۴	۵۵۰	۸۱	۵۵۷
انحراف استاندارد شش ماهه شاخص روندزدایی شده قیمت بورس و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران	اول	۰/۸۰۵۳	۰/۲۲۵۷	۱۳۱	۹۷۱	۱۴۵	۹۸۳
	دوم	۰/۳۰۷۰	۰/۱۸۷۵	۹۱	۵۷۰	۹۸	۵۷۷

## بررسی سقوط قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل کاسپ ۱۷۹

جدول شماره ۲، نشان می‌دهد که نتایج به‌دست آمده در حالت دوم، یعنی زمانی که شاخص را روندزدایی می‌کنیم، تغییر چندانی نداشته است. نتایج برای متغیرهای رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات، به‌عنوان متغیرهای کنترل در هر دو دوره بهبود یافته است. در این حالت آکاییک و شوارتز مدل کاهش و در عین حال،  $R^2$  مدل نیز افزایش می‌یابد که این مطلب استحکام مدل کاسپ و قدرت آن را در توضیح فرآیندهای غیرخطی شاخص با استفاده از متغیرهای بیان شده، بازگو می‌کند. در مورد متغیرهای انحراف استاندارد شش‌ماهه شاخص روندزدایی شده و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران به‌عنوان متغیر کنترل، می‌توان بیان کرد که نتایج، تغییر قابل ملاحظه‌ای در دوره اول نداشته است و آکاییک و شوارتز مدل تا حدودی بهبود یافته است. دوره دوم، یعنی بازه زمانی ۱۳۸۷-۱۳۸۵، با وجود کاهش آکاییک و شوارتز،  $R^2$  مدل تا حدودی کاهش داشته است، اما به‌طور قابل ملاحظه‌ای مدل کاسپ از مدل لوجستیک نتایج بهتری را نشان داده است. شکل ۷، نشان می‌دهد که در صفحه بالا، متغیر وابسته به مرز کاسپ می‌رسد و در نهایت، به صفحه پایین جهش می‌کند. این همان زمانی است که بازار بورس در مدت زمان بسیار کوتاهی با افت شدید قیمت‌ها مواجه می‌شود.

شکل ۷- رویه تعادلی کاسپ با استفاده از متغیرهای انحراف استاندارد شش‌ماهه شاخص روندزدایی شده قیمت و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران به‌عنوان متغیر کنترل و شاخص روندزدایی شده بورس اوراق بهادار تهران بین سال‌های ۱۳۸۷-۱۳۸۵ به‌عنوان متغیر حالت.



در نهایت، به بررسی تغییرات غیرخطی شاخص در کل دوره می‌پردازیم. در حقیقت، دوره‌های اول و دوم را به‌عنوان یک دوره در نظر می‌گیریم و نتایج حاصل را در حالت شاخص قیمت و شاخص روندزدایی شده قیمت به‌عنوان متغیر وابسته ارزیابی می‌کنیم. جدول شماره ۳، نتایج حاصل از آزمون مدل را در کل دوره مورد بررسی ارائه می‌دهد.

جدول ۳- نتایج تجربی مقایسه‌ای برای مدل کاسپ و مدل لوجستیک در بازه زمانی ۱۳۸۷-۱۳۸۲. آزمون به‌طور جداگانه برای هر دو متغیر حالت، یعنی شاخص قیمت و شاخص روندزدایی شده قیمت مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل بر تری مدل کاسپ را در توضیح تغییرات ناگهانی بورس اوراق بهادار تهران نسبت به مدل‌های جایگزین نشان می‌دهند.

متغیرهای کنترل	متغیر وابسته	R2		آکاییک		شوارتز
		کاسپ	لوجستیک	کاسپ	لوجستیک	
رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات روندزوده	شاخص	۰/۷۳۶۶	۰/۲۹۳۰	۱۷۶	۱۱۲۸	۱۱۴۲
	شاخص روندزوده	۰/۷۴۵۶	۰/۲۸۷۲	۱۷۵	۱۱۳۲	۱۱۴۵
انحراف استاندارد شش- ماهه شاخص (شاخص روندزوده) و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران	شاخص	۰/۴۸۰۶	۰/۱۳۶۱	۱۸۴	۱۱۷۴	۱۱۸۸
	شاخص روندزوده	۰/۴۶۳۲	۰/۱۴۳۱	۱۸۸	۱۱۸۰	۱۱۹۳

پارامترهای مربوط به مدل کاسپ با استفاده از هر دو دسته متغیر کنترل در دوره زمانی ۱۳۸۷-۱۳۸۲ مورد بررسی قرار گرفته است. برای آزمون پایداری مدل و عدم وابستگی شاخص قیمت به روند، متغیر وابسته در حالت روندزوده نیز بررسی شده است. نتایج حاصل از متغیرهای رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات به‌عنوان متغیرهای کنترل در هر دو حالت پایدار بوده و R2 مدل کاسپ اختلاف قابل ملاحظه‌ای را با R2 مدل لوجستیک نشان می‌دهد. نتایج متغیرهای ردیف دوم نیز در هر دو حالت مدل کاسپ را برتر از مدل جایگزین می‌داند.



## ۵- نتیجه‌گیری

سقوط بازار سهام، موضوعی است که هم برای سرمایه‌گذاران و هم برای دانشگاهیان بسیار مورد توجه بوده و در این خصوص، تحقیقات بسیاری برای توضیح سقوط ناگهانی قیمت‌ها صورت گرفته است. در این مقاله، با استفاده از مدل تصادفی کاسپ کاتاستروف که از قدرت بالایی در تبیین فرآیندهای ناپیوسته برخوردار است، به بررسی افت ناگهانی قیمت‌ها در بورس اوراق بهادار تهران پرداختیم.

در این پژوهش، پس از آزمون متغیرهای مختلف، به‌عنوان متغیرهای کنترل، دریافتیم که در چهارچوب مدل کاسپ متغیرهای رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات، سقوط شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران را در سال‌های ۱۳۸۳ و ۱۳۸۷، بسیار بهتر از مدل غیرخطی لوجستیک نشان می‌دهند. از متغیرهای انحراف استاندارد شش‌ماهه شاخص قیمت بورس و نسبت حجم ریالی معاملات به تعداد خریداران نیز می‌توان به‌عنوان متغیرهای درونی برای توضیح سقوط ناگهانی بازار سهام استفاده کرد. پس از مشخص شدن متغیرهای کنترل، برای استحکام بیشتر نتایج آزمون، شاخص، روندزدایی شد و سپس، شاخص روندزدایی شده به‌عنوان متغیر وابسته مورد ارزیابی مجدد قرار گرفت. نتایج حاصل از این آزمون، پایدار بوده و حتی برای متغیرهای رشد سالیانه نقدینگی و حجم عددی معاملات به‌عنوان متغیرهای کنترل نیز بهبود یافته است. به‌طور کلی می‌توان از متغیر رشد سالیانه نقدینگی، به‌عنوان متغیر جهشی که افزایش فعالیت‌های سفته‌بازی را نشان می‌دهد و از متغیر حجم معاملات، به‌عنوان متغیر نرمال در مدل کاسپ، برای توضیح تغییرات ناهموار شاخص بورس اوراق بهادار تهران بهره گرفت. به‌رغم نتایج قابل توجه این پژوهش، هنوز این پرسش که آیا می‌توان متغیرهایی کنترلی را تعیین کرد که توضیح مناسبی را برای تمام سقوط‌های بازار سهام در سراسر دنیا فراهم آورند، بدون پاسخ باقی می‌ماند.

## منابع

### الف - فارسی

محمدی، شاپور (۱۳۸۲)، بررسی ویژگی‌های غیرخطی و ناپیوستگی تغییرات ساختاری، رساله دکترا، دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران.

ب- لاتین

- Arnold, V.I (1992) Catastrophe Theory, third ed. Springer, Berlin.
- Barunik, J., Vosvrda, M (2009) Can a Stochastic Cusp Catastrophe Model Explain Stock Market Crashes?, *Journal of Economics Dynamics & Control*, Article in press.
- Chen, J., Hong, H., Stein, J.C (2001) Forecasting Crashes: Trading Volume, Past Returns, and Conditional Skewness in Stock Prices, *Journal of Financial Economics* 61.
- Cobb, L., Koppstein, P., Chen, N.H (1983), Estimation and Moment Recursion Relations for Multimodal Distributions of the Exponential Family, *J. Am. Stat. Assoc.* 78.
- Fernandes, Marcelo (2006), Financial Crashes as Endogenous Jumps: Estimation, Testing and Forecasting. *Journal of Economic Dynamics & Control* 30.
- Gilmore, R (1981) Catastrophe Theory for Scientists and Engineers, Dover, New York.
- Johansen, A., Sornette, D (1998), Stock Market Crashes are Outliers, *European Phys. J. B* 1.
- Levy, Moshe (2008), Stock Market Crashes as Social Phase Transitions. *Journal of Economic Dynamics & Control* 32.
- Mantegna, R.N., Stanley, E (1995), Scaling Behavior in the Dynamics of an Economic Index. *Nature* 376.
- Mariani, M.C., Liu, Y (2007) Normalized Truncated Levy Walks Applied to the Study of Financial Indices. *Physica A* 377.
- Oliva, T.A., Desarbo, W.S., Day, D.L., Jedidi, K (1987), GEMCAT: a General Multivariate Methodology for Estimating Catastrophe Models, *Behavioral Science* 32.
- Poston, T., Stewart, I (1978), Catastrophe Theory and Its Application. Dover, New York.
- Rosser Jr, J.B (2007), The Rise and Fall of Catastrophe Theory Applications in Economics: Was the Baby Thrown out with the Bathwater? *Journal of Economic Dynamics and Control*, Volume 31, Issue 10.
- Sornette, D (2003), Critical Market Crashes, *Physics Reports* 378.
- Thom, R (1975), Structural Stability and Morphogenesis, Benjamin-Addison Wesley, New York.
- Grasman, R.P.P.P., Van Der Maas, L.J., Wagenmakers, E.J (2008), Fitting the Cusp Catastrophe in R: A Cusp-Package Primer, Working Paper.
- Zeeman, E.C (1974), On the Unstable Behavior of Stock Exchanges. *Journal of Mathematical Economics*.