

## مساعدت الگوهای اقتصادسنجی فصلی در پیش‌بینی CPI شهر تهران

سید صفدر حسینی\* و علی اسکندری پور\*\*

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۱/۱/۲۳

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۱۲/۱۰

### چکیده

این تحقیق برای پیش‌بینی شاخص CPI با استفاده از داده‌های سری زمانی صورت گرفته است. الگوی به کار رفته در پیش‌بینی الگوی میانگین متحرک هم‌انباشته خودتوضیحی فصلی (SARIMA) و بسط الگوی میانگین متحرک هم‌انباشته خودتوضیحی (ARIMA) است. داده‌های سری زمانی در فاصله سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۸ مربوط به شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران از بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران اخذ شده است. این داده‌ها ابتدا از جنبه‌های مختلف برای سازگاری با مدل مانند ریشه واحد فصلی مورد آزمون قرار گرفت. پس از برازش، مدل از نظر آماری برای تمام ضرایب رگرسیون خودتوضیحی معمولی و میانگین متحرک معمولی در سطح ۱ درصد معنادار شد و پس از تعیین الگوی برتر با استفاده از آن، پیش‌بینی مقادیر کوتاه‌مدت ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران و مقایسه آن با مقادیر واقعی صورت گرفت. شاخص (MAPE) نشان داد، خطای متوسط ۱/۶۸ درصد بوده که بیان‌کننده قدرت پیش‌بینی بالای الگوی برازش شده است و نشان می‌دهد که نتایج این الگو می‌تواند نقش مهمی را در بهینه‌سازی برنامه‌های کنترل تورم و کارایی سیاست‌های پولی و مالی داشته باشد.

طبقه‌بندی JEL: C22, C32, C53

کلیدواژه‌ها: الگوهای فصلی، ریشه واحد ماهیانه، الگوی SARIMA، شاخص قیمت، تهران.

## ۱- مقدمه

همان‌طور که می‌دانیم تورم یکی از چالش‌های مهم اقتصادی در بیشتر کشورهای جهان، به‌خصوص کشورهای در حال توسعه است. تورم یکی از اساسی‌ترین مراکز توجه در سیاست‌های اقتصادی جهان به شمار می‌آید. تورم سبب نگرانی‌های جهانی می‌شود، زیرا الگوها و روش‌های اقتصادی را تحریف می‌کند و می‌تواند باعث گسترش و پراکندگی دوباره ثروت شود. تورم، افزایش پایدار در سطح قیمت‌های مصرف‌کننده یا کاهش پایدار در قدرت خرید پول است. به‌طور معمول میزان تورم (رشد نسبی شاخص قیمت مصرفی (CPI) به‌طور ماهانه یا هر سه ماه یک بار یا سالانه محاسبه می‌شود. تورم می‌تواند به دلیل زیاد بودن پول در گردش باشد. تورم، رشد اقتصادی را کاهش می‌دهد، زیرا اقتصاد به یک سطح مطمئن از پس‌انداز احتیاج دارد، برای اینکه سرمایه‌گذاری‌های مالی رشد اقتصادی را بالا ببرند، تورم از سرمایه‌گذاری در داخل کشور جلوگیری می‌کند، زیرا باعث کاهش اعتماد سرمایه‌گذار نسبت به سرمایه‌گذاری می‌شود. سرمایه‌گذار انتظار دارد بتواند برآورد درستی از تصمیمات اقتصادی داشته باشد، اما تورم در زمینه اشتغال و تجارت این مشکل را ایجاد می‌کند که بتوانند برای آینده برنامه‌ریزی کنند، زیرا امکان پیش‌بینی تقاضا در شرایطی که قیمت‌ها در حال افزایش است، امکان‌پذیر نیست. در خصوص مصرف‌کننده که می‌خواهد برای مخارج خود برنامه‌ریزی کند، شرایط تورمی باعث بلا تکلیفی، شک و تردید در مورد قیمت‌های آتی می‌شود.

در این مطالعه، هدف اصلی الگوسازی و پیش‌بینی شاخص CPI شهر تهران است. پیش‌بینی برون‌نمونه‌ای برای سیاست‌گذاران اقتصادی مهم است تا جلوتر از زمان بتوانند آینده را پیش‌بینی و سیاست‌های اقتصادی و سیاست‌های پولی مؤثری را برنامه‌ریزی کنند. پیش‌بینی‌ها نقشی اساسی در برنامه‌ریزی تجاری و صنعت دارد و برای دولت بسیار حایز اهمیت است. بسیاری از تصمیمات مهم اقتصادی به الگوسازی و پیش‌بینی نرخ تورم بستگی دارد. در راستای تحقق اهداف این پژوهش از آمار سری زمانی ماهیانه شاخص قیمت کالاهای مصرفی و خدمات در شهر تهران مربوط به سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۹ استفاده شد. باکس و جنکینز<sup>۱</sup> یک دسته کلی از مدل‌ها را پیشنهاد کرده که با عنوان Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA) نامیده می‌شوند. آنها یک روش عملی را برای انتخاب مدل ARIMA در خارج از گروه مدل‌های

---

1- Box and Jenkins

ARIMA گسترش دادند، اما باید توجه کرد که انتخاب یک مدل ARIMA مناسب کار ساده‌ای نیست و احتیاج به تجربه و اطلاعات زیادی دارد. مدل‌های ARIMA برای پیش‌بینی کوتاه‌مدت به کار می‌روند، زیرا در این مدل‌ها تأکید بر گذشته نزدیک قرار داده شده و این، بدان معناست که پیش‌بینی بلندمدت مدل‌های ARIMA نسبت به پیش‌بینی کوتاه‌مدت کمتر معتبر است.

مدل SARIMA از توسعه مدل ARIMA معمولی به دست آمده که برای تجزیه و تحلیل اطلاعات سری زمانی که شامل رفتارهای فصلی یا غیر فصلی است، به کار می‌رود. این مدل خصوصیت فصلی را در داده‌های سری زمانی محاسبه می‌کند. همچنین برای پیش‌بینی تورم مربوط به داده‌های فصلی به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد. مزایای پیش‌بینی این مدل در مقایسه با دیگر مدل‌های سری زمانی با یک سری مطالعات بررسی شده است، برای مثال، آیدانتال<sup>۱</sup> (۱۹۹۵)، از مدل SARIMA برای پیش‌بینی تورم در ایرلند استفاده کرد. جوتیلا<sup>۲</sup> (۲۰۰۱)، مدل را برای پیش‌بینی آخرین تورم در یک سری زمانی به کار برد. کونوواک و پوفنیک<sup>۳</sup> (۲۰۰۶)، مدل SARIMA را برای پیش‌بینی تورم کوتاه‌مدت در کشور کرواسی به کار بردند. در همه این تحقیقات، این مدل در مقایسه با سایر مدل‌ها برای داده‌های سری زمانی در مورد پیش‌بینی بهتر عمل کرده است. پرینز و اکولز<sup>۴</sup> (۲۰۰۹) مدل SARIMA و روش هال-ویتزر<sup>۵</sup> را برای پیش‌بینی کانتینر حمل کالا در آلمان به کار بردند و نتایج نشان داد، مدل SARIMA نتایج بهتری را در مقایسه با روش Exponential Smoothing ایجاد می‌کند. ورشونا و جوسی<sup>۶</sup> (۲۰۰۱)، از این مدل برای پیش‌بینی تقاضای کوتاه‌مدت برای آب استفاده کردند. مانیاتیس<sup>۷</sup> (۲۰۰۹)، از مدل برای پیش‌بینی میزان مسافر در فرودگاه بروکسل استفاده کرد. اریک و لی<sup>۸</sup> (۲۰۱۰) از این روش برای پیش‌بینی تورم در یک دوره کوتاه-مدت هفت‌ماهه خارج از دوره سری زمانی در کشور غنا استفاده کردند.

در قسمت دوم تحقیق، اطلاعات مربوط به پیش‌بینی CPI و مدل مورد استفاده SARIMA که در این تحقیق به کار رفته است، معرفی می‌شود. قسمت سوم، یافته‌ها و نتایج پژوهش را ارائه می‌دهد. در پایان پیشنهادهای مناسبی در راستای اهداف پژوهش ارائه می‌شود.

1- Aidanetal

2- Jutila

3- Kunovac and Pufnik

4- Prinz and Schulze

5- Halt-Winter

6- Varshnov and U.C.Joshi

7- Maniatis.P

8- Adoo Eric and Dao L

## ۲- مواد و روش‌ها

داده‌های سری زمانی شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران اطلاعات ارزشمندی را برای برآورد مقادیر مصرف آتی فراهم می‌آورد و پارامترهای اصلی در تعیین مقادیر مصرف آتی مانند روند، آثار فصلی و شوک‌ها را در اختیار برنامه‌ریزان و محققان قرار می‌دهد. الگوی میانگین متحرک هم‌انباشته خودتوضیحی فصلی<sup>۱</sup> (SARIMA) بسط الگوی میانگین متحرک هم‌انباشته خودتوضیحی (ARIMA) است. الگوی ARIMA ترکیبی از دو نوع الگوی سری زمانی تک‌متغیره شامل الگوی خودتوضیحی (AR) و الگوی میانگین متحرک (MA) است.<sup>۲</sup> این الگو مقادیر گذشته سری زمانی را برای پیش‌بینی مقادیر آتی سری زمانی مورد استفاده قرار داد. الگوی ARIMA را به همراه درجه‌های  $p$ ،  $d$  و  $q$  به صورت  $ARIMA(p,d,q)$  نشان می‌دهد که در آن  $p$  تعداد وقفه‌های خودتوضیحی،  $d$  درجه انباشتگی به منظور ایستا کردن داده و  $q$  تعداد وقفه‌های میانگین متحرک الگو است.<sup>۳</sup>

سری زمانی شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران  $PT_t$  را  $ARIMA(p,d,q)$  نامیده می‌شود، اگر  $\Delta^d PT_t = (1-L)^d PT_t$  به صورت  $ARMA(p,q)$  باشد. به‌طور کلی، رابطه بالا را می‌توان به صورت زیر نوشت<sup>۴</sup>:

$$\phi(L)(1-L)^d PT_t = \theta(L)\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \approx WN(0, \sigma^2) \quad (1)$$

در رابطه یاد شده،  $\varepsilon_t$  ویژگی فرآیند نوفه سفید<sup>۵</sup> (WN) را داراست. عملگر وقفه<sup>۶</sup> را می‌توان به صورت  $L^k PT_t = PT_{t-k}$  تعریف کرد، از سوی دیگر، دو عملگر خودتوضیحی<sup>۷</sup> و میانگین متحرک<sup>۸</sup> به صورت زیر بیان می‌شود (پیاف، ۲۰۰۸):

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p \quad (2)$$

$$\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q \quad (3)$$

1- Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average

2- Pfaff, 2008.

3- Kirchgassner and Wolters 2007, Kleiber and Zeileis, 2008.

4- Enders, 1995

5- White Noise

6- Lag Operator

7- Autoregressive Operator

8- Moving Average Operator

در فرآیند بالا،  $\phi(L) \neq 0$  بوده و  $|\phi| < 1$  است. بسط الگوی ARIMA به SARIMA زمانی ضرورت دارد که سری زمانی دارای هر دو رفتار فصلی<sup>۱</sup> و غیرفصلی<sup>۲</sup> باشد. وجود چنین رفتاری الگوی ARIMA را ناکارا می‌کند، زیرا در این حالت الگو تنها قادر به سنجش رفتار حول بخش فصلی سری زمانی است و به انتخاب درجه نادرست برای جزء غیرفصلی منجر می‌شود<sup>۳</sup>. اغلب الگوی SARIMA را میانگین متحرک هم‌انباشته خودتوضیحی فصلی فزاینده<sup>۴</sup> می‌نامند و با  $PT (P,D,Q)_S$  ARIMA (p,d,q) نشان می‌دهند. فرم کلی الگوی SARIMA برای سری زمانی ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران (PT) به صورت زیر است<sup>۵</sup>:

$$\begin{aligned} \phi(L)\Phi(L^S)(1-L)^d(1-L^S)^D PT_t &= \theta(L)\Theta(L^S)\varepsilon_t \\ \phi(L) &= 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p \\ \Phi(L^S) &= 1 - \Phi_1 L^S - \Phi_2 L^{2S} - \dots - \Phi_p L^{pS} \\ \theta(L) &= 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q \\ \Theta(L^S) &= 1 - \Theta_1 L^S - \Theta_2 L^{2S} - \dots - \Theta_o L^{oS} \end{aligned} \quad (۴)$$

در الگوی بالا، p، d و q به ترتیب درجه خودتوضیحی، تفاضل‌گیری و میانگین متحرک غیرفصلی بوده و P، D و Q به ترتیب درجه خودتوضیحی، تفاضل‌گیری و میانگین متحرک فصلی است. جزء  $\varepsilon_t$  جمله خطای دارای شرایط نوفه سفید (شوک تصادفی) و S درجه فصلی (برای داده‌های ماهیانه برابر با ۱۲) را نشان می‌دهد. به منظور برآورد الگو، در گام نخست باید ایستایی<sup>۶</sup> سری زمانی را مورد بررسی قرار داد. ایستایی به مفهوم ثابت بودن مقادیر میانگین، واریانس و خودهمبستگی سری زمانی در طول زمان است. در صورتی که سری زمانی ایستا باشد میانگین هر زیرمجموعه سری زمانی نباید به‌طور معناداری آماری از میانگین زیرمجموعه دیگر متفاوت باشد. از سوی دیگر، واریانس هر زیرمجموعه سری زمانی تنها به صورت تصادفی از واریانس زیرمجموعه دیگر متفاوت خواهد بود (پانکراتز<sup>۷</sup>، ۱۹۸۳)، برقراری شرایط ایستایی، پایداری<sup>۸</sup>

1- Seasonal

2- Non-seasonal

3- Eric, 2010.

4- Multiplicative Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average

5- Bisoño and Halim, 2008.

6- Stationary

7- Pankratz

8- Stability

ضرایب رگرسیون خودتوضیحی را در طول بازه مشخصی به همراه دارد، همچنین وارون‌پذیری<sup>۱</sup> ضرایب رگرسیون میانگین متحرک را تضمین خواهد کرد (همیلتن<sup>۲</sup>، ۱۹۹۴). با برقراری شرایط بالا، امکان پیش‌بینی با بهره‌گیری از الگوی برازش شده فراهم خواهد شد. به‌منظور آزمون ایستایی سری زمانی، وجود یا نبود ریشه واحد<sup>۳</sup> بررسی می‌شود. آزمون ریشه واحد در پی تعیین روند تصادفی یا قطعی<sup>۴</sup> در سری زمانی است. در صورت قرار داشتن ریشه‌های واحد در خارج از دایره واحد<sup>۵</sup>، سری زمانی ایستا خواهد بود. به بیان دیگر، در صورتی که ضرایب الگوی برازش شده برحسب مقادیر مطلق کمتر از واحد باشد، سری زمانی ایستا است. به‌منظور انجام آزمون ایستایی برای سری زمانی دارای رفتار فصلی و غیرفصلی، آزمون مورد استفاده باید دربردارنده اجزای فصلی و غیرفصلی باشد. در این راستا می‌توان از آزمون‌های آماری مانند، BM، CH، HEGY، FH و Tayler استفاده کرد (هیلبرگ و همکاران<sup>۶</sup> (۱۹۹۰) کاونوا و هانسن<sup>۷</sup> (۱۹۹۵)، بیولیو و میرون<sup>۸</sup> (۱۹۹۳)، فرانسس و هویجن<sup>۹</sup> (۱۹۹۷)، تیلور<sup>۱۰</sup> (۱۹۹۷)).

در هیافت HEGY برای آزمون ریشه واحد سری زمانی ماهیانه، الگویی خودتوضیحی ایجاد می‌شود، به‌نحوی که ریشه‌های واحد فصلی و بلندمدت توسط ضرایب رگرسیون این الگو معرفی شود. الگوی خودتوضیحی یادشده دارای فرم کلی  $A(L)y_t = \varepsilon_t$  بوده که در آن،  $\varepsilon_t$  نوفه سفید و  $A(L)$  عملگر وقفه از درجه دوازده است. فرآیند بالا در صورتی ایستاست که تمام ریشه‌های چندجمله‌ای  $A(L)$  خارج از دایره واحد قرار گیرند. برای آزمون ریشه واحد الگوی یادشده، بسط چندجمله‌ای  $A(L) = 1-L^{12}$  مورد استفاده قرار خواهد گرفت. تجزیه سری زمانی ماهیانه برای تعیین ریشه‌های واحد با استفاده از رابطه زیر صورت می‌گیرد (فرانسس، ۱۹۹۱):

$$\Delta_2 = (1-L)(1+L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2) \quad (5)$$

- 
- 1- Invertible
  - 2- Hamilton
  - 3- Unit root
  - 4- Stochastic or Deterministic Trend
  - 5- Unit Circle
  - 6- Hylleberg
  - 7- Canova and Hansen
  - 8- Beaulieu and Miron
  - 9- Franses and Hobijn
  - 10- Taylor

## مساعدت الگوهای اقتصادسنجی فصلی در پیش‌بینی CPI شهر تهران ۹۱

براساس این، ریشه‌های واحد غیرفصلی و فصلی ماهیانه به ترتیب از چپ به راست به قرار زیر است:

$$\pm 1, \pm i, -\frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm i), \frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm i), -\frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{3}), \frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{3}) \quad (۶)$$

ریشه‌های بالا به ترتیب مربوط به چرخه‌های  $\infty, ۶, ۳, ۹, ۸, ۴, ۲, ۱۰, ۷, ۵, ۱$  و  $۱۱$  در هر سال بوده و فراوانی آنها به ترتیب عبارت از:  $۰, \pi, \pm \pi/2, \pm 2\pi/3, \pm \pi/3, \pm 5\pi/6, m$  است (میرون و بیولیو، ۱۹۹۳). به منظور انجام آزمون ریشه واحد داده‌های ماهیانه، تشکیل آزمون فرضیه باید بر مبنای بررسی وجود هر یک از ریشه‌های واحد بدون توجه به وجود یا نبود سایر ریشه‌ها، صورت گیرد. در این راستا، با استفاده از تقریب تیلور<sup>۱</sup> تبدیل‌های خطی از سری زمانی ماهیانه مورد بررسی ایجاد می‌شود که امکان آزمون وجود هر ریشه واحد را بدون توجه به وجود یا نبود سایر ریشه‌ها فراهم می‌آورد (فرانسس، ۱۹۹۱). در این راستا، با استفاده از رهیافت فرانسیس و هوئیجن (۱۹۹۷) شکل کلی این آزمون برای داده‌های ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران (PT) به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \Delta_{12}PT_t = & \alpha + \beta T + \sum_{s=1}^{11} \delta_s D_{s,t} + \pi_1 y_{1,t-1} + \pi_2 y_{2,t-1} + \pi_3 y_{3,t-1} + \pi_4 y_{3,t-2} \\ & \pi_5 y_{4,t-1} + \pi_6 y_{4,t-2} + \pi_7 y_{5,t-1} + \pi_8 y_{5,t-2} + \pi_9 y_{6,t-1} + \pi_{10} y_{6,t-2} \quad (۷) \\ & \pi_{11} y_{7,t-1} + \pi_{12} y_{7,t-2} + \sum_{i=1}^p \lambda_i \Delta_{12}PT_{t-i} + \varepsilon_t \quad (۸) \end{aligned}$$

در رابطه بالا، اجزای قطعی شامل عرض از مبدأ ( $\alpha$ )، متغیرهای موهومی ماهیانه (D) و روند (T) است. معادله تبدیل‌های خطی را می‌توان به این صورت نشان داد:

1- Taylor Approximation

$$\begin{aligned}
 y_{1,t} &= (1+L)(1+L^2)(1+L^4+L^8)PT_t \\
 &= (1+L+L^2+L^3+L^4+L^5+L^6+L^7+L^8+L^9+L^{10}+L^{11})PT_t \\
 y_{2,t} &= -(1-L)(1+L^2)(1+L^4+L^8)PT_t \\
 &= (-1+L-L^2+L^3-L^4+L^5-L^6+L^7-L^8+L^9-L^{10}+L^{11})PT_t \\
 y_{3,t} &= -(1-L^2)(1+L^4+L^8)PT_t \\
 &= (-1+L^2-L^4+L^6-L^8+L^{10})PT_t \\
 y_{4,t} &= -(1-L^4)(1-\sqrt{3}L+L^2)(1+L^2+L^4)PT_t \\
 &= (-1+\sqrt{3}L-2L^2+\sqrt{3}L^3-L^4+L^6-\sqrt{3}L^7+2L^8-\sqrt{3}L^9+L^{10})F \quad \wedge \\
 &\quad ( \\
 y_{5,t} &= -(1-L^4)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1+L^2+L^4)PT_t \\
 &= (-1-\sqrt{3}L-2L^2-\sqrt{3}L^3-L^4+L^6+\sqrt{3}L^7+2L^8+\sqrt{3}L^9+L^{10})F \\
 y_{6,t} &= -(1-L^4)(1-L^2+L^4)(1-L+L^2)PT_t \\
 &= (-1+L-L^3+L^4-L^6+L^7-L^9+L^{10})PT_t \\
 y_{6,t} &= -(1-L^4)(1-L^2+L^4)(1+L+L^2)PT_t \\
 &= (-1-L+L^3+L^4-L^6-L^7+L^9+L^{10})PT_t
 \end{aligned}$$

در رابطه (۷) وارد کردن وقفه‌های متغیر وابسته باید تا جایی صورت گیرد که خصوصیت نوفه سفید جزء اخلاص برقرار شود. پس از تشکیل روابط یادشده و به دست آوردن ضرایب رگرسیون، به منظور تعیین وجود هر یک از ریشه‌های غیرفصلی و فصلی آزمون فرضیه‌های زیر مدنظر قرار گرفت:

- 1)  $H_0: \pi_1 = 0, H_1: \pi_1 < 0$
- 2)  $H_0: \pi_2 = 0, H_1: \pi_2 < 0$
- 3)  $H_0: \pi_3 = \pi_4 = 0, H_1: \pi_3 \neq 0, \pi_4 \neq 0$
- 4)  $H_0: \pi_5 = \pi_6 = 0, H_1: \pi_5 \neq 0, \pi_6 \neq 0$  (۹)
- 5)  $H_0: \pi_7 = \pi_8 = 0, H_1: \pi_7 \neq 0, \pi_8 \neq 0$
- 6)  $H_0: \pi_9 = \pi_{10} = 0, H_1: \pi_9 \neq 0, \pi_{10} \neq 0$
- 7)  $H_0: \pi_{11} = \pi_{12} = 0, H_1: \pi_{11} \neq 0, \pi_{12} \neq 0$



آماره  $t$  برای آزمون آماری وجود ریشه‌های ۱ و ۲ و آزمون  $F$  برای تعیین وجود ریشه‌های ۳ و ۴، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ مورد استفاده قرار گرفت. نتایج آماره‌های محاسباتی یادشده با مقادیر بحرانی ارایه شده توسط فرانسیس و هوییچن (۱۹۹۷) در سطح پنج درصد مقایسه شد، کوچک‌تر بودن مقادیر آماره‌های محاسباتی از مقادیر بحرانی بیان‌کننده وجود ریشه واحد در آن فراوانی است. هنگامی که سری زمانی ایستا باشد، تعیین درجه خودتوضیحی غیرفصلی (AR)، درجه میانگین متحرک غیرفصلی (MA)، درجه خودتوضیحی فصلی (SAR) و درجه میانگین متحرک فصلی (SMA) میسر خواهد شد. در این راستا، بهره‌گیری از توابع خودهمبستگی<sup>۱</sup> (ACF) و خودهمبستگی جزئی<sup>۲</sup> (PACF) نمونه مد نظر قرار گرفت. تعداد خیزهای<sup>۳</sup> معنادار آماری ACF و PACF درجات الگو را تعیین می‌کند (شاموی و استوفر<sup>۴</sup>، ۲۰۰۶). ضروری است تا الگوی SARIMA اولیه را با استفاده از درجات پیشنهادی فوق تشکیل داد، اما در نهایت، الگوی برتر با توجه به مقادیر شاخص‌های اطلاعات<sup>۵</sup> مانند AIC و SC، الگوهای SARIMA با درجات مختلف حاصل از اعمال تغییر در الگوی اولیه انتخاب خواهد شد. پس از تشخیص الگوی SARIMA، در مرحله بعد، برازش الگو با استفاده از رهیافت برآورد حداکثر راست‌نمایی<sup>۶</sup> (MLE) مد نظر قرار گرفت. برقراری شرایط نوفه سفید برای اجزای اخلاص، شرط حیاتی در مرحله برازش الگو است. در گام سوم، تشخیص نیکویی برازش مد نظر بوده، فرض اساسی الگوهای ARIMA این است که اجزای اخلاص تصادفی، یک سری مستقل و دارای توزیع همسان با میانگین و واریانس محدود باشد (اریک، ۲۰۱۰). اگر  $\epsilon_t$  دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  باشد، سری را نوفه سفید Gaussian می‌نامند (کیهورو<sup>۷</sup> و همکاران، ۲۰۰۴). در سری‌های نوفه سفید مقادیر خودهمبستگی به لحاظ آماری برابر با صفر خواهد بود. در مرحله تشخیص نیکویی برازش بررسی وجود خودهمبستگی، ناهمسانی واریانس و نرمال بودن اجزای اخلاص مدنظر است، که در این راستا به ترتیب استفاده از آزمون‌های Q (Box-Pierce) یا آماره Q\* (Ljung-Box)، آزمون ARCH-LM و Shapiro توصیه می‌شود (اندرس، ۱۹۹۵). گام چهارم در استفاده از الگوی SARIMA پیش‌بینی است. اگر الگوی مناسب توضیح‌دهنده فرآیند

1- AutoCorrelation Function  
 2- Partial AutoCorrelation Function  
 3- Spikes  
 4- Shumway and Stoffer  
 5- Information Criterion  
 6- Maximum Likelihood Estimation  
 7- Kihoro

تولید داده<sup>۱</sup> (DGP) شناسایی شد، می‌توان آن را به‌منظور پیش‌بینی مقادیر آتی مورد استفاده قرار داد. برای انتخاب الگوی برتر به لحاظ صحت پیش‌بینی استفاده از آماره‌های دقت پیش‌بینی مانند میانگین خطای مطلق<sup>۲</sup> (MAE) و میانگین درصد خطای مطلق<sup>۳</sup> (MAPE) مد نظر قرار گرفت. الگوی برخوردار از مقادیر کمینه شاخص‌های فوق، به‌عنوان برترین الگو انتخاب می‌شود. داده‌مورد استفاده، یعنی سری زمانی ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران در فاصله سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۹ از بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران اخذ شد.

### ۳- نتایج و بحث

به‌منظور تبیین الگوی رفتاری و پیش‌بینی داده‌های ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران با بهره‌گیری از داده‌های سری زمانی ماهیانه سال‌های ۱۳۸۱ تا ۱۳۸۸، آزمون ریشه واحد فصلی و برازش الگوی SARIMA مدنظر قرار گرفت. در گام نخست، با استفاده از آزمون Taylor و FH وجود ریشه واحد در فراوانی‌های غیرفصلی و فصلی بررسی شد. به‌منظور انتخاب وقفه‌های مناسب متغیر وابسته در آزمون FH از تیپ F آماره LM استفاده شد. در این راستا، معیار پذیرش وقفه‌های بهینه نبود خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس شرطی است. بر مبنای این دستورالعمل با انتخاب وقفه‌های مختلف و بررسی آماره‌های آزمون LM شرایط برقراری نوفه سفید جزء اخلاص مورد بررسی قرار گرفت. با انتخاب طول وقفه اولیه ۴۸ ماه، وقفه‌های بهینه مورد استفاده در آزمون ریشه واحد فصلی عبارت از وقفه ۱ است. با انتخاب وقفه فوق، مقادیر آماره‌های LM(1) و LM(12) به ترتیب برابر با ۰/۶۲ و ۰/۵۵ بوده که در مقادیر سطح احتمالاتی ۰/۸۷ و ۰/۸۲ دال بر پذیرش فرض صفر یا نبود خودهمبستگی در الگو است. از سوی دیگر، مقادیر آماره‌های ARCH(1) و ARCH(12) به ترتیب برابر با ۰/۰۱ و ۴/۵۸ بوده که در مقادیر p-value، ۰/۹۱ و ۰/۹۷ ارایه شده، گویای نبود ناهمسانی واریانس شرطی از درجه ۱ و ۱۲ است.

---

1- Data Generation Process  
 2- Mean Absolute Error  
 3- Mean Absolute Percentage Error

جدول ۱- نتایج حاصل از آزمون ریشه واحد FH برای شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران

مقدار بحرانی (در سطح احتمالاتی پنج درصد)	مقدار محاسباتی (الگوی دارای عرض از مبدأ و روند)	فراوانی فصلی	نوع آزمون
-۳/۴۴	-۲/۹۸	۰	آزمون $\pi_1 = 0$
-۲/۶۵	-۳/۷۳	$\pi$	آزمون $\pi_2 = 0$
۵/۷۷	۸/۸۹	$\pi / 2$	آزمون $\pi_3 = \pi_4 = 0$
۵/۷۷	۹/۶	$2\pi / 3$	آزمون $\pi_5 = \pi_6 = 0$
۵/۷۷	۵/۵۷	$\pi / 3$	آزمون $\pi_7 = \pi_8 = 0$
۵/۸۴	۶/۳۵	$5\pi / 6$	آزمون $\pi_9 = \pi_{10} = 0$
۵/۸۴	۴/۰۱	$\pi / 6$	آزمون $\pi_{11} = \pi_{12} = 0$

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

براساس نتایج جدول شماره ۱، کوچک‌تر بودن قدر مطلق مقادیر محاسباتی از مقادیر مطلق بحرانی در سطح احتمالاتی پنج درصد برای آزمون‌های  $\pi_1 = 0$ ،  $\pi_7 = \pi_8 = 0$  و  $\pi_{11} = \pi_{12} = 0$  گویای وجود ریشه واحد غیرفصلی یا بلندمدت و چهار ریشه واحد فصلی شامل  $\frac{1}{2}(\sqrt{3} \pm i)$  و  $\frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{3})$  است. بر مبنای نتایج آزمون FH، در راستای ایستا کردن سری زمانی ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران باید از ترکیب سه فیلتر  $(1-L)$ ،  $(1-L+L^2)$  و  $(1-\sqrt{3}L+L^2)$  بهره برد. پس از تعیین نوع فیلتر مورد استفاده برای ایستا کردن سری زمانی ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران (ایجاد داده فیلتر شده TPT)، توابع ACF و PACF برای سری زمانی ماهیانه ایستا شده تشکیل و درجات خودتوضیحی معمولی و فصلی و همچنین میانگین متحرک معمولی و فصلی الگوی اولیه SARIMA تعیین شد. براساس این، مقادیر  $p=1$ ،  $q=5$  و  $P=0$  و  $Q=0$  برای الگوی اولیه مد نظر قرار گرفت. علاوه بر الگوی اولیه، درجات مختلف دیگری نیز برای برازش الگوهای SARIMA لحاظ شد. با توجه به مقادیر آماره Q برای وقفه‌های مختلف، تنها الگوی اولیه SARIMA(1,5)TPT(0,0) فاقد مشکل خودهمبستگی تشخیص داده شد. در خصوص آماره Q باید گفت فرض صفر نبود خودهمبستگی

و فرض مقابل وجود خودهمبستگی است. در سطح پنج درصد آماری بزرگ تر بودن سطح احتمالاتی از ۰/۰۵ بیان کننده پذیرش فرض صفر و نبود خودهمبستگی است.

جدول ۲- خلاصه آماره‌های تشخیصی و نیکویی برازش الگوی SARIMA

آماره	مقدار	آماره	مقدار
Q (beg.)	۱/۱۶ (۰/۲۸)	$R^2$	۰/۹۶
Q (12)	۱/۶ (۰/۹۵)	$\bar{R}^2$	۰/۹۶
Q (24)	۲/۳۱ (۰/۹۹)	Final SSE	۳/۶۹
AIC	-۳/۱۱	Cross-Corre.	۰/۱۴
SC	-۲/۹۵	SE SIGMA	۰/۱۹

\* اعداد داخل پرانتز مقادیر p-value برای آزمون فرضیه آماره Q را نشان می‌دهد. مأخذ: یافته‌های پژوهش.

نتایج حاصل از برازش الگوی یادشده در جدول شماره ۳، ارایه شده است. نتایج فوق معناداری آماری تمام ضرایب رگرسیون خود توضیحی معمولی و میانگین متحرک معمولی، در سطح یک درصد است.

جدول ۳- نتایج برازش الگوی SARIMA

متغیر	ضریب رگرسیون	انحراف معیار	فاصله اعتماد ۹۵ درصد	حد بالا	حد پایین
AR(1)	-۰/۹۴۲	۰/۰۳۱	-۰/۹۷۳	-۰/۹۱۲	
MA(1)	۱/۸۹۹	۰/۰۲۵	۱/۸۷۴	۱/۹۲۴	
MA(2)	-۱/۲۳۸	۰/۰۳۹	-۱/۲۷۷	-۱/۱۹۹	
MA(3)	-۰/۷۱۸	۰/۰۳۷	-۰/۷۵۵	-۰/۶۸۱	
MA(4)	۱/۵۵۳	۰/۰۲۸	۱/۵۲۵	۱/۵۸۱	
MA(5)	-۰/۸۵۲	۰/۰۲۲	-۰/۸۷۴	-۰/۸۳۰	

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

۹۷ مساعادت الگوهای اقتصادسنجی فصلی در پیش‌بینی CPI شهر تهران

پس از برازش و تعیین الگوی برتر با استفاده از آن پیش‌بینی مقادیر کوتاه‌مدت ماهیانه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران و مقایسه آن با مقادیر واقعی مد نظر قرار گرفت. برای این منظور مقادیر شش‌ماهه نخست سال ۱۳۸۹ شاخص یادشده با استفاده از الگوی SARIMA(1,5)TPT(0,0) پیش‌بینی شد. پس از تعیین مقادیر پیش‌بینی، فیلترزدایی روی داده‌های پیش‌بینی شده به صورت زیر اعمال می‌شود و مقادیر شاخص به دست می‌آید.

$$PT_t = TPT_t + (2 + \sqrt{3})PT_{t-1} - (3 + 2\sqrt{2})PT_{t-2} + (3 + 2\sqrt{2})PT_{t-3} - (2 + \sqrt{3})PT_{t-4} + PT_{t-5}$$

جدول زیر نتایج و شاخص‌های دقت پیش‌بینی این الگو را برای فروردین تا شهریور ۱۳۸۹ ارائه می‌دهد.

جدول ۴- بررسی دقت پیش‌بینی الگوی SARIMA

دوره زمانی	مقدار واقعی	مقدار پیش‌بینی شده	MAE	MAPE
۱۳۸۹/۱	۲۱۲/۵	۲۱۰/۳۵	۲/۱۵	۱/۰۱
۱۳۸۹/۲	۲۱۳/۴	۲۰۷/۵۷	۵/۸۲	۲/۷۳
۱۳۸۹/۳	۲۱۵/۵	۲۰۹/۵۹	۵/۹۱	۲/۷۴
۱۳۸۹/۴	۲۱۷/۸	۲۱۶/۸۷	۰/۹۳	۰/۴۳
۱۳۸۹/۵	۲۱۹/۷	۲۲۱/۹۵	۲/۲۵	۱/۰۲
۱۳۸۹/۶	۲۲۱/۴	۲۱۶/۶۷	۴/۷۲	۲/۱۳
۱۳۸۹/۷	-	۲۲۱/۷۲	-	-
۱۳۸۹/۸	-	۲۲۳/۲۶	-	-
۱۳۸۹/۹	-	۲۲۴/۲۹	-	-
۱۳۸۹/۱۰	-	۲۲۵/۸۴	-	-
۱۳۸۹/۱۱	-	۲۲۷/۴۱	-	-
۱۳۸۹/۱۲	-	۲۲۹/۵۱	-	-

مأخذ: یافته‌های پژوهش.

همان‌طور که مقدار شاخص MAPE نشان داده، خطای متوسط  $1/68$  درصد بیان‌کننده قدرت پیش‌بینی مناسب الگوی برازش شده است. با توجه به این مقایسه و اطمینان از دقت پیش‌بینی، در ادامه، با اضافه کردن داده‌های مربوط به شش‌ماهه نخست سال ۱۳۸۹ در الگو برای پیش‌بینی شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران برای شش‌ماهه دوم سال ۱۳۸۹ استفاده شد که نتایج در ادامه جدول آمده است.

#### ۴- پیشنهادها و توصیه‌های سیاستی

با توجه به ماهیت فصلی شاخص‌های قیمت و اثبات وجود اثر فصلی برای شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی در شهر تهران، توصیه می‌شود، تمام الگوهای سیاست‌گذاری مبتنی بر داده‌های فصلی شکل گیرد و از بسط الگوهای مبتنی بر ریشه بلندمدت خودداری شود. با توجه به پیشرفت و ارایه رهیافت‌های نوین در خصوص الگوهای اقتصادسنجی فصلی، مناسب است تمام مطالعات اقتصادی داخلی کاربرد این الگوها را در اولویت قرار دهند. پژوهش حاضر با بهره‌گیری از توان نرم‌افزاری موجود و الگوهای فصلی اقتصادسنجی، الگوسازی و پیش‌بینی داده‌های ماهیانه را مبتنی بر ویژگی و ماهیت این داده‌ها مدنظر قرار داد. بدیهی است کاربرد الگوی فوق از سوی برنامه‌ریزان و سیاست‌گذاران اقتصادی می‌تواند نقش مهمی در بهینه‌سازی برنامه‌های کنترل تورم و کارایی سیاست‌های پولی و مالی داشته باشد.

#### منابع

- Arnade, C. and D. Pich (1998), Seasonality and Unit Roots: the Demand for Fruits, Agricultural Economics.
- Beaulieu, J.J. and Miron, J.A (1993), Seasonal Unit Roots in Aggregate US Data, Journal of Econometrics, 55.
- Campbell, H.E (2004), Prices, Devices, People, or Rules: The Relative Effectiveness of Policy Instruments in Water Conservation. Rev. Pol. Res., 21
- Canova, F. and B.E. Hansen (1995), Are Seasonal Patterns Constant over Time? A Test for Seasonal Stability. Journal of Business and Economic Statistics, 13.
- Enders, W (1995), Applied Econometric Time Series. John Wiley & Sons, INC. New York.
- Eric, A (2010), Modeling and Forecasting Inflation Rates in Ghana: an Application of SARIMA Models, dissertation submitted to the School of

- Technology and Business Studies, Hogskolan Dalarna in Partial Fulfillment of the Requirement for the Award of Master of Science Degree in Applied Statistics.
- Franses P.H (1991), Seasonality, Non-seasonality and the Forecasting of Monthly time Series, *International Journal of Forecasting*.
- Franses, P.H. and B. Hobijn (1997), Critical Value for Unit Root Tests in Seasonal Time Series, *Journal of Applied Statistics*, 24.
- Griffin, R. and R. Sickles (2001), Demand Specification for Municipal Water Management: Evaluation of the Stone-Geary Form. *Land Economics*, 77(3).
- Halim, S. and Bisono, I.N (2008), Automatic Seasonal Autoregressive Moving Average Models and Unit Root Test Detection. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 3(4).
- Hamilton, J.D (1994), *Time Series Analysis*, Princeton Univ, Press, Princeton New Jersey.
- Hylleberg, S., Engle, R., Granger, C.W.J. and B.S. Yoo (1990), Seasonal Integration and Cointegration, *Journal of Econometrics*, 44.
- Kaïka, M (2003), The Water Framework Directive: a new Directive for a Changing Social, Political and Economic European Framework, *European Planning Studies*, 11(3).
- Kihoro, J.M., Otieno, R.O., and C. Wafula (2004), Seasonal Time Series Forecasting: A Comparative Study of ARIMA and ANN Models, *African Journal of Science and Technology*, 5(2), 41-49.
- Kirchgässner, G. and J. Wolters (2007), *Introduction to Modern Time Series Analysis*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Kleiber, C. and Zeileis, A (2008), *Applied Econometrics with R*. Springer Science Business Media, LLC, NY, USA.
- Jain A., Varshney A.K., and U.C., Joshi (2001), Short-term Water Demand Forecast Modeling at IIT Kanpur using Artificial Neural Networks. *Water Resources Management*, 15.
- Maniatis, P (2009), Forecasting Brussels Airport Passengers: Comparison between SARIMA and Exponential Smoothing Forecasting Techniques. *The Business Review*, 13(1).
- Pearce, D. (1999), Pricing Water: Conceptual and Theoretical Issues, Paper for European Commission for the Conference on Pricing Water: Economics, Environment and Society. Portugal: Sintra.
- Pfaff, B. (2008), *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*. 2Ed, Springer Science Business Media, LLC, NY, USA.
- Renwick, M. and S. Archibald, (1998), Demand Side Management Policies for Residential Water Use: Who Bears the Conservation Burden? *Land Economics*, 74(3).

- Shumway, R.H. and D.S. Stoffer, (2006), Time Series Analysis and Its Applications with R Examples, 2Ed, Springer Science Business Media, LLC, NY, USA.
- Taylor, A.M.R. (1997), On the Practical Problems of Computing Seasonal Unit Root Tests. International Journal of Forecasting, 13.
- Tietenberg T (1996), Environmental and Natural Resources. Harper Collins. N. Y.

