

واکاوی ملاک‌های احتمالاتی در استنتاج بهترین تبیین

سید محمد مهدی اعتماد‌الاسلامی بختیاری

میرسعید موسوی کریمی

چکیده

طبق رویکرد رایج به استنتاج بهترین تبیین (IBE)، فرضیه‌ای که بهترین تبیین را برای پدیده‌های در دست بررسی ارائه می‌دهد، احتمالاً صادق است. یکی از مهم‌ترین چالش‌های پیش روی این نحوه استدلال "ایراد و لیتر" است. مطابق این اشکال، دلیلی نداریم که ملاک‌های انتخاب بهترین تبیین، موسوم به مزیت‌های تبیین‌گر، محتمل‌ترین تبیین - یعنی تبیینی که نسبت به دیگر تبیین‌های رقیب از احتمال صدق بیشتری برخوردار است - را به دست دهند. هدف اصلی این نوشتار، واکاوی ملاک‌های احتمالاتی مرتبط با IBE در مواجهه با ایراد و لیتر است. به بیان دقیق‌تر، در پی آئیم که چنان‌چه ضابطه‌های احتمالاتی ارائه شده برای ارزیابی فرضیه‌های تبیین‌گر، ملاک انتخاب بهترین تبیین قرار گیرند، آیا این اطمینان وجود خواهد داشت که محتمل‌ترین تبیین به دست آید؟ در این راستا، ملاک‌های احتمالاتی مرتبط با IBE را در سه دسته ملاک‌های معطوف به قضیه بیز، ملاک‌های معطوف به نظریه تأیید و ملاک‌های معطوف به مزیت‌های تبیین‌گر بررسی می‌کنیم. این واکاوی نشان می‌دهد که هیچ‌یک از ضابطه‌های ارائه شده از پس تحديد بهترین تبیین - به گونه‌ای که محتمل‌ترین تبیین را به دست دهد - بر نمی‌آیند.

کلیدواژه‌ها: استنتاج بهترین تبیین، تبیین، احتمال، بیز، تأیید، مزیت‌های تبیین‌گر.

۱. مقدمه

طبق رویکرد رایج به استنتاج بهترین تبیین (IBE)، این نحوه استدلال چنین صورت‌بندی می‌شود:

* دکترای فلسفه علم و فناوری، دانشگاه صنعتی شریف (نویسنده مسئول)، eatemad.sharif@gmail.com

** دانشیار گروه فلسفه، دانشگاه مفید قم، mirsaeid@gmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱۱/۱۰، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۶/۰۸/۰۱

مجموعه‌ای از امور واقع (facts) است.

فرضیه H را تبیین می‌کند.

هیچ فرضیه در دسترس دیگری نمی‌تواند F را به خوبی H تبیین کند.
بنابر این، H احتمالاً صادق است.

چنان‌که آشکار است این شیوه استدلال دو گام اساسی دارد: یکی انتخاب بهترین فرضیه تبیین‌گر، یا به اختصار بهترین تبیین، از میان فرضیه‌های تبیین‌گر رقیب؛ و دیگر، معرفی بهترین تبیین به عنوان تبیینی که نسبت به دیگر تبیین‌های رقیب از احتمال صدق بیشتری برخوردار است؛ یعنی محتمل‌ترین تبیین. البته، مراد فیلسوفان از این که "بهترین تبیین" احتمالاً صادق است" متفاوت از یک‌دیگر است. پاره‌ای از ایشان "احتمال" را به معنایی غیر فنی به کار می‌گیرند. برای نمونه، هنگامی که سیلوس از احتمال صدق بهترین تبیین در IBE سخن می‌گوید، تصریح می‌کند لفظ "احتمالاً" متضمن هیچ تفسیر خاصی از احتمالات نیست؛ بلکه صرفاً بدین معنا است که نتیجه به شکل قیاسی (deductive) از دل مقدمات بیرون نمی‌آید (Psillos, 2002: 614, fn.17). در سوی دیگر، مراد از "احتمال" صدق بهترین تبیین، رویکرد رایجی است که بنا بر آن، "این قاعده [IBE] همچنان می‌تواند اعتمادپذیر (reliable) باشد؛ به این معنا که از مقدمات صادق اغلب به نتیجه صادق می‌رسد" (Douven, 2002: 355). به بیان دقیق‌تر، نتیجه IBE به احتمال زیاد صادق است. اگر این باور صحیح باشد، می‌توانیم بگوییم که IBE منتهی به صدق (truth-conducive) می‌شود. بنا بر خوانش محدودتری از رویکرد اخیر، چنان‌چه نتوانیم از اعتمادپذیری این نحوه استدلال دفاع کنیم، دست کم می‌توانیم سبگوییم که همواره بهترین تبیین از دیگر تبیین‌های در دسترس (ارزیابی شده) احتمال صدق بالاتری دارد. بدین ترتیب، با دو رویکرد به IBE روبرو هستیم که هر کدام به نحوی ادعای صدق باورهای به دست آمده از طریق این استدلال را دارند. تفاوت اساسی این دو خوانش در آن است که یکی احتمال صدق بهترین تبیین را به طور مطلق بالا می‌داند، اما دیگری تنها می‌گوید احتمال صدق بهترین تبیین از دیگر تبیین‌های در دسترس بیشتر است.

روشن است که هر دو خوانش اخیر بر این باورند که آن‌چه بهترین تبیین را به دست می‌دهد، انتخاب محتمل‌ترین تبیین را در پی دارد. یکی از مهم‌ترین چالش‌های IBE مربوط به همین پیش‌فرض است. مطابق اشکال وارد شده، دلیلی نداریم که ملاک‌های انتخاب بهترین تبیین، موسوم به مزیت‌های تبیین‌گر (explanatory virtues)، محتمل‌ترین تبیین را به

دست دهنده^۱. این چالش را لیپتون (Lipton, 2004: 70) "ایراد ولترا"^۲ و واکر (Walker, 2012: 66) "ایراد صدق (truth objection)" نامیده است. هدف اصلی این نوشتار واکاوی ملاک‌های احتمالاتی مرتبط با IBE در مواجهه با اایراد ولتراست. به بیان دقیق‌تر، در پی آنیم که چنان‌چه ضابطه‌های احتمالاتی ارائه شده برای ارزیابی فرضیه‌های تبیین‌گر، ملاک انتخاب بهترین تبیین قرار گیرند، آیا این اطمینان وجود خواهد داشت که محتمل‌ترین تبیین به دست آید؟ در این راستا، ملاک‌های احتمالاتی مرتبط با IBE را در سه دسته ملاک‌های معطوف به قضیه بیز (بخش ۲)، ملاک‌های معطوف به نظریه تأیید (بخش ۳) و ملاک‌های معطوف به مزیت‌های تبیین‌گر (بخش ۴) بررسی می‌کنیم.^۳ این واکاوی نشان می‌دهد که هیچ‌یک از ضابطه‌های ارائه شده از پس تحدید بهترین تبیین - به گونه‌ای که محتمل‌ترین تبیین را به دست دهد - بر نمی‌آیند.

۲. ملاک‌های معطوف به قضیه بیز

طبق قضیه بیز، اگر $P(H)$ احتمال پیشینی (prior) فرضیه H در پرتو E ، یا به تعبیر بیزگرایان قریب الوقوعی (likelihood) E در پرتو H ، و $P(E)$ احتمال مربوط به شاهد (evidence) باشد، احتمال پسینی (posterior) H در پرتو E از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P(H|E) = \frac{P(E|H)P(H)}{P(E)}$$

در نگاه نخست به نظر می‌رسد که می‌توان بهترین فرضیه تبیین‌گر را فرضیه‌ای دانست که از احتمال پسینی بیش‌تری برخوردار است. به بیان دیگر، می‌توانیم محتمل‌ترین تبیین (most probable explanation) را بهترین تبیین بدانیم. این رویکرد را به افتخار گلس (Glass) (۲۰۰۷) MPE (artificial intelligence) می‌نامیم. در حوزه هوش مصنوعی (MPE) رویکردی رایج است^۴. با این همه، گلس (Glass: ۲۰۰۷-۲۷۹-۲۸۰) به دو دلیل MPE را نادرست می‌داند. طبق دلیل نخست، در چارچوب MPE یک فرضیه می‌تواند به عنوان بهترین تبیین انتخاب شود اگر چه که در پرتو آن فرضیه، شواهد مربوط از احتمال بسیار کمی برخوردار باشند. برای مثال، در موارد بسیاری که فرضیه تبیین‌گر از احتمال شاهد می‌کاهد، یعنی $P(E|H) < P(E)$ ، بر اساس MPE، فرضیه یادشده به عنوان بهترین فرضیه معرفی می‌شود زیرا از احتمال پیشینی بالایی برخوردار است. دلیل دوم گلس آن است که اگر از ابتدا محتمل‌ترین تبیین را به عنوان بهترین تبیین تعریف کنیم، IBE جذابیت خود را از دست

می‌دهد و استنتاجی پیش‌پا افتاده خواهد شد. این استدلال گلّس رویکرد بسیاری از مدافعان و نظریه‌پردازان مشهور IBE است که در صدر آن‌ها لیپتوون جای دارد. او با تمایز نهادن میان مطلوب‌ترین تبیین (loveliest explanation) – یعنی تبیینی که بیشترین فهم را در پی دارد – و محتمل‌ترین تبیین (likeliest explanation) به دنبال آن بود تا نشان دهد که 'مطلوب' بودن و محتمل‌ترین تبیین (likeliest explanation) (Lipton, 2001: 94). با این حال، لیپتوون تصویری می‌کند که نشاندن محتمل‌ترین تبیین به جای بهترین تبیین، مصادره به مطلوب است:

ترجیح محتمل بودن، استنتاج بهترین تبیین را پیش‌پا افتاده خواهد کرد. ما به دنبال مدلی از استنتاج استقرائی [یعنی استنتاج غیر قیاسی] هستیم که توصیف کند چه اصولی را برای داوری درباره این که یک استنتاج از دیگری محتمل‌تر است، به کار گیریم. بدین ترتیب، این سخن که ما محتمل‌ترین تبیین را استنتاج می‌کنیم، سودمند نیست. به بیان دیگر، ما می‌خواهیم تبیین‌مان از استنتاج، نشانه‌هایی محتمل بودن را به دست دهد؛ یعنی مشخصه‌هایی از استدلال که ما را به این می‌رساند که بگوییم مقدمات، نتیجه را محتمل می‌کند. [از این رو] مدل استنتاج محتمل‌ترین تبیین، مصادره به مطلوب است. (Lipton, 2004: 60)

سیلوس نیز با بیانی نزدیک به سخن لیپتوون استدلال می‌کند که اگر محتمل‌ترین تبیین را به عنوان بهترین تبیین تعریف کنیم، 'IBE تمام جذابیت خود را از دست خواهد داد' (Psillos, 2002: 617). بدین ترتیب، با وجود این که تبیین بهتر باید از احتمال پسینی بیش‌تری برخوردار باشد، نمی‌توان تبیین بهتر را تبیین دارای احتمال پسینی بیش‌تر تعریف کرد.

با توجه به دلائلی که در واژنش MPE بیان کردیم، شاید به نظر برسد که مؤلفه‌های سازنده احتمال پسینی – که عبارتند از احتمال شاهد ($P(E)$)، احتمال پیشینی فرضیه تبیین‌گر ($P(H)$) و قریب‌الواقعی شاهد در پرتو فرضیه تبیین‌گر ($P(E|H)$) – بتوانند بهترین فرضیه تبیین‌گر را مشخص کنند. از این میان، $P(E)$ مستقل از فرضیه تبیین‌گر (H) است و بدین ترتیب نمی‌تواند شاخص تحدیدی بهترین فرضیه تبیین‌گر باشد. افزون بر این، از آنجا که رقابت میان فرضیه‌های تبیین‌گر بر سر شاهد (شواهد) یکسان در می‌گیرد، $P(E)$ در میان فرضیه‌های تبیین‌گر رقیب یکسان است. از سوی دیگر، $P(H)$ نیز نمی‌تواند تعیین‌کننده بهترین فرضیه تبیین‌گر باشد؛ زیرا اولاً مستقل از شاهدی (E) است که رقابت بر سر آن

در گرفته است، و ثانیاً ممکن است فرضیه‌ای از احتمال پیشینی بالاتری نسبت به فرضیه‌های رقیب برخوردار باشد اما به دلیل قریب‌الوقوعی اندک شاهد در پرتو آن، احتمال پیشینی پایین‌تری را به دست آورد. شاید قریب‌الوقوعی بالاتر شاهد در پرتو یک فرضیه نسبت به فرضیه‌های رقیب، یا به تعبیر گلّس (the maximum likelihood) سه دلیل این که ربط و نسبت میان فرضیه تبیین‌گر و شاهد را در بر دارد - ملاکی مناسب برای تبیین بهتر به نظر آید. اما ML نیز نمی‌تواند بهترین فرضیه تبیین‌گر را مشخص کند؛ زیرا چه بسا فرضیه یاد شده به دلیل احتمال پیشینی اندک، احتمال پیشینی پایین‌تری را به خود اختصاص دهد.

بنا بر آن‌چه بیان کردیم، هیچ یک از مؤلفه‌های سازنده احتمال پیشینی به تنها یکی نمی‌تواند بهترین تبیین را مشخص کند. با وجود این، به نظر می‌رسد که احتمال پیشینی بالاتر فرضیه، همراه با قریب‌الوقوعی بالاتر شاهد در پرتو آن فرضیه نسبت به فرضیه‌های رقیب، می‌تواند تحدیدی مناسب برای بهترین تبیین فراهم آورد. بر این اساس، فرضیه H_1 در مقایسه با فرضیه H_2 تبیین بهتری به دست می‌دهد اگر و تنها اگر $P(H_1) > P(H_2)$ و $P(E|H_1) > P(E|H_2)$ ون فراسین (۱۹۸۰: ۲۲) این ملاک را برای بهترین تبیین مناسب می‌داند. چچووسکا (Chapjewska) و هلپرن (Halpern) (۱۹۹۷) نیز چنین ملاکی را پیشنهاد کرده‌اند. این رویکرد را گلّس (۲۰۰۷: ۲۸۱) رویکرد بیزگرای محافظه‌کار (conservative Bayesian) نامیده است. او وجه تسمیه این نام‌گذاری را محدودیت ملاک مذکور در رتبه‌بندی کامل (total ordering) تبیین‌ها می‌داند: در مواردی که احتمال پیشینی بهترین فرضیه تبیین‌گر از فرضیه‌های رقیب بیشتر است، اما قریب‌الوقوعی شاهد در پرتو آن کمتر از فرضیه‌های رقیب است، و نیز در وضعیت‌هایی که قریب‌الوقوعی شاهد در پرتو بهترین فرضیه تبیین‌گر بیشتر از فرضیه‌های رقیب است، اما احتمال پیشینی آن کمتر از فرضیه‌های رقیب است، CB کارایی ندارد.

در نظر گلّس (۲۰۰۷: ۲۸۱)، هر ملاکی که برای بهترین تبیین ارائه می‌شود باید بتواند هر دو ملاک MPE و ML را - در وضعیت‌هایی که نتیجه‌های یکسان دارند - برآورده کند. بر این اساس، او "شرط رتبه‌بندی تبیین" (explanation ranking condition) را پیشنهاد می‌کند. این شرط را به اختصار ERC می‌نامیم. گلّس معتقد است که ERC نارسایی‌های CB را ندارد و می‌تواند تبیین بهتر را مشخص کند. شرط مذکور از این قرار است:

برای دو تبیین H_1 و H_2 از شاهد E ، اگر $P(H_1|E) > P(H_2|E)$ و $P(E|H_1) > P(E|H_2)$ و آنگاه H_1 در مقایسه با H_2 بهتری از E است. (Glass, 2007: 282)

از آنجا که احتمال پسینی بر حسب احتمال پیشینی، قریب الوقوعی و احتمال شاهد معین می‌شود، و نیز احتمال شاهد در میان فرضیه‌های تبیین گر رقیب یکسان است، ERC را می‌توان چنین بازنویسی کرد: برای دو فرضیه H_1 و H_2 که شاهد E را تبیین می‌کند، اگر $P(H_1|E) > P(H_2|E)$ و $P(E|H_1) > P(E|H_2)$ آنگاه H_1 در مقایسه با H_2 تبیین بهتری از E است. اما در این صورت، در وضعیت‌هایی که $P(E|H_1) \leq P(E|H_2)$ و $P(H_1|E) > P(H_2|E)$ اما به دلیل بزرگی $P(H_1)$ نسبت به $P(H_2)$ داریم $P(H_1) > P(H_2)$. $P(E|H_1) > P(E|H_2)$ برآورده ERC نمی‌شود. از این رو، اگر چه ERC نارسایی‌های CB را ندارد، موارد بسیاری از انتخاب بهترین تبیین را در بر نمی‌گیرد. بدین ترتیب هیچ یک از MPE، ML و ERC نمی‌توانند بهترین تبیین را تحدید کنند.

۳. ملاک‌های معطوف به نظریه تأیید

یکی دیگر از رویکردهای احتمالاتی، که شاید بتواند ابزاری برای ارزیابی فرضیه‌های تبیین گر به دست دهد، ملاک‌های احتمالاتی ارائه شده برای سنجش میزان تأیید یک فرضیه توسط شواهد است. مطابق نظریه تأیید (confirmation theory)، هر ملاکی مانند c که برای تأیید فرضیه H توسط شاهد E ارائه می‌شود باید شرط زیر را برآورده کند:

$$c(H, E) = \begin{cases} > 0, & \text{if } P(H|E) > P(H) \\ = 0, & \text{if } P(H|E) = P(H) \\ < 0, & \text{if } P(H|E) < P(H) \end{cases}$$

این شرط را شرط ملاک تأیید می‌نامیم. در عبارت بالا P یک توزیع احتمالاتی (a probability distribution) است. در صورتی که $c(H, E) > 0$ باشد، می‌گوییم E را تأیید می‌کند (confirms). در حالت $c(H, E) < 0$ باشد، می‌گوییم E را نقض می‌کند (disconfirms). چنان‌چه $c(H, E) = 0$ باشد، می‌گوییم E را خنثی (neutral) است. تاکنون ملاک‌های گوناگونی برای تأیید فرضیه‌ها ارائه شده‌اند که همگی شرط بیان شده را برآورده می‌کنند. مشهورترین این ملاک‌ها از این قرارند:

$$d(H, E) = P(H|E) - P(H)$$

$$s(H, E) = P(H|E) - P(H|\sim E)$$

$$r(H, E) = \log\left(\frac{P(H|E)}{P(H)}\right)$$

$$\tau(H, E) = P(H \& E) - P(H).P(E)$$

$$l(H, E) = \log\left(\frac{P(E|H)}{P(E|\sim H)}\right)$$

$$ld(H, E) = P(E|H) - P(E|\sim H)$$

$$cf(H, E) = \begin{cases} \frac{P(H|E) - P(H)}{1 - P(H)}, & \text{if } P(H|E) > P(H) \\ \frac{P(H|E) - P(H)}{P(H)}, & \text{if } P(H|E) < P(H) \end{cases}$$

فیلسوفان علم تلاش کرده‌اند تا ملاک‌کی برای تأیید فرضیه‌ها ارائه دهند که نارسایی‌های ملاک‌های پیش‌تر عرضه شده را نداشته باشد. تنوع ملاک‌های بیان شده نتیجه این اهتمام است.^۶ با این حال، هدف این بخش بررسی نظریه تأیید و ملاک‌های مربوط به آن نیست. ما تنها می‌خواهیم بدانیم که آیا انتخاب بهترین تبیین بر اساس ملاک‌های بیان شده محتمل‌ترین تبیین را به دست خواهد داد. به سخن دیگر، آیا می‌توان گفت که فرضیه‌ای که از درجه تأیید بیش‌تری برخوردار است، فرضیه محتمل‌تر خواهد بود؟

از میان ملاک‌های بیان شده، گلّس (۲۰۱۲) سه ملاک r و d و 1 را در نسبت با MPE

بررسی کرده است. در نظر وی، از آنجا که طبق قضیه بیز داریم $r = \frac{P(H|E)}{P(H)}$ ، ملاک r چیزی بیش از ملاک ML که در بخش قبل بیان شد، به دست نمی‌دهد (Glass, 2012: 417). او همچنین با استناد بر پیمایش‌های آماری که از طریق شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای computer simulations به دست آورده است، میزان انحراف دو ملاک d و 1 را از MPE به خوبی نشان می‌دهد.

جدای از شیوه ارزیابی گلّس، می‌توان نشان داد که ملاک‌های بیان شده لزوماً محتمل‌ترین تبیین را به دست نمی‌دهند. برای نمونه، فرض می‌کنیم که ملاک τ بهترین تبیین را معین می‌کند. همچنین، فرض می‌کنیم که نتیجه ارزیابی دو فرضیه رقیب H_1 و H_2 بر اساس ملاک τ از این قرار باشد: $\tau(H_1, E) > \tau(H_2, E)$. در این صورت، بنا بر تعریف τ ، خواهیم داشت: $(P(H_1|E).P(E) > P(H_2|E).P(E)) \rightarrow P(H_1 \& E) - P(H_2 \& E) > 0$. با قراردادن $P(H_1|E).P(E)$ به جای $P(H_1 \& E) - P(H_2 \& E)$ و نیز $P(H_1 \& E) - P(H_2 \& E)$ در این نامساوی، به $-P(H_1|E) + P(H_2|E) > 0$ می‌رسیم.^۷ مع الوصف، از نامساوی اخیر نمی‌توان $P(H_1|E) > P(H_2|E)$ را نتیجه گرفت. دلیل این سخن وضعیت‌هایی است که هر چند در آن‌ها

داریم $P(H_1|E) \geq P(H_2|E)$ اما $P(H_1|E) < P(H_2|E)$ به اندازه‌ای کوچک است که $P(H_2|E) - P(H_1|E)$ بزرگ‌تر می‌شود.

استدلال اخیر را با اندکی تغییر می‌توان برای دیگر ملاک‌های تأیید نیز به کار بست. با این حال، به نظر می‌رسد که نارسایی اساسی ملاک‌های تأیید در تحدید بهترین تبیین – به نحوی که محتمل‌ترین تبیین را به دست دهنده در جای دیگری است. به بیان دقیق‌تر، محدودیت ملاک‌های تأیید در تحدید بهترین تبیین، در شرط ملاک تأیید است. مطابق با این شرط، اگر $P(H|E) > P(H)$ آن‌گاه $c(H,E) > c(H)$ و چنان‌چه $P(H|E) < P(H)$ داریم $c(H,E) < c(H)$. اما در این صورت با وضعیت‌هایی روپرتو می‌شویم که در آن‌ها فرضیه‌ای که در مقایسه با فرضیه‌ی رقیب از درجه تأیید بیش‌تری برخوردار است، احتمال پسینی کمتری را به خود اختصاص می‌دهد. برای مثال، دو فرضیه رقیب H_1 و H_2 را با شرایط زیر در نظر می‌گیریم:

$$(الف) P(H_1|E) = P(H_1)$$

$$(ب) P(H_2|E) > P(H_1)$$

$$(ج) P(H_1|E) > P(H_2|E)$$

اگر c یک ملاک تأیید باشد، طبق (الف) داریم $c(H_1,E) = 0$. همچنین، طبق (ب) داریم $c(H_2,E) > 0$. بنابراین، $c(H_2,E) > c(H_1,E)$. این در حالی است که مطابق (ج) $P(H_1|E) > P(H_2|E)$ بدین ترتیب، اگر تبیین بهتر به معنای درجه تأیید بیش‌تر باشد، دلیلی نداریم که تبیین بهتر، تبیین محتمل‌تر باشد.

۴. ملاک‌های معطوف به مزیت‌های تبیین‌گر

پاره‌ای از فیلسوفان تلاش کرده‌اند تا مزیت‌های تبیین‌گر را در قالب ضابطه‌های (تابع‌های functions) احتمالاتی صورت‌بندی کنند. تا آنجا که نگارندگان آگاهی دارند، این تلاش‌ها معطوف به دو مزیت تبیین‌گر انسجام (coherence) و وحدت‌بخشی (unification)، و نیز توان تبیین‌گر (explanatory power) فرضیه‌های تبیین‌گر بوده‌اند.^۸ چنان‌چه قرار باشد فرضیه‌های تبیین‌گر در چارچوب این ضابطه‌ها ارزیابی شوند، باید دو مطلوب برآورده شود: نخست این‌که ضابطه‌های مذکور از پس آن مزیت تبیین‌گری که ادعای آن را دارند، برآیند؛ و دیگر، در وضعیت‌هایی که مبنای انتخاب بهترین تبیین قرار می‌گیرند، محتمل‌ترین تبیین را به دست دهنند. بر این اساس، رویکردهای بیان شده را

۳۳ واکاوی ملاک‌های احتمالاتی در استنتاج بهترین تبیین

ذیل سه عنوان رویکرد احتمالاتی به انسجام، رویکرد احتمالاتی به وحدت‌بخشی و رویکرد احتمالاتی به توان تبیینی بررسی می‌کنیم.

۱.۴ رویکرد احتمالاتی به انسجام

یکی از ملاک احتمالاتی ارائه شده برای سنجش میزان انسجام، ضابطه **سو جنگی** (Shogenji) (۱۹۹۹) است. طبق این ملاک، که با SC از آن یاد می‌کنیم، انسجام میان فرضیه تبیین‌گر و شاهد آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{P(H \& E)}{P(H)P(E)}$$

با به کارگیری اصل $P(E|H) = \frac{P(E \& H)}{P(H)}$ از اصل‌های موضوع احتمال و جای‌گذاری در رابطه بالا داریم:

$$\frac{P(H \& E)}{P(H)P(E)} = \frac{P(E|H)P(H)}{P(H)P(E)} = \frac{P(E|H)}{P(E)}$$

از آن‌جا که $P(E)$ برای فرضیه‌های تبیین‌گر رقیب یکسان است، هنگام ارزیابی این فرضیه‌ها بر اساس رابطه به دست آمده، تنها قریب الوقوعی شاهد در پرتو فرضیه تبیین‌گر تعیین کننده خواهد بود و بدین ترتیب SC به ML - که در بخش ۳ نارسایی آن مشخص شد - فروکاسته می‌شود.

فیتلسون (Fitelson) (۲۰۰۳) انسجام میان فرضیه تبیین‌گر و شاهد آن را چنین صورت‌بندی کرده است:

$$\frac{P(E|H) - P(E|\sim H)}{2(P(E|H) + P(E|\sim H))} + \frac{P(H|E) - P(H|\sim E)}{2(P(H|E) + P(H|\sim E))}$$

گلّس (Gles) (۲۰۰۷، ۲۰۰۲) معتقد است که میزان انسجام فرضیه تبیین‌گر و شاهد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{P(H \& E)}{P(H \vee E)} = \left[\frac{1}{P(H|E)} + \frac{1}{P(E|H)} - 1 \right]^{-1}$$

ویلر (Wheeler) (۲۰۰۹) نیز این ملاک را برای سنجش انسجام پیشنهاد کرده است:

$$\frac{P(E_1 \& E_2 | H) / P(E_1 | H)P(E_2 | H)}{P(E_1 \& E_2) / P(E_1)(E_2)}$$

ملاک‌های انسجام فیلیسون، گلَس و ویلر را به ترتیب با FC و GC و WHC نمایش می‌دهیم.

گلیمور (Glymour) (۲۰۱۵: ۵۹۳-۵۹۵) معتقد است که هیچ‌یک از GC و FC و WHC نمی‌توانند میزان انسجام بسیاری از نظریه‌های علمی گذشته را مشخص کنند؛ زیرا انسجام این نظریه‌ها در چارچوب ملاک‌های یادشده، یا نفی می‌شوند یا تعریف نشده باقی می‌مانند. توضیح آن‌که، در تاریخ علم نظریه‌های بسیاری وجود دارند که امروز می‌دانیم کاذبند، اما همچنان می‌توانند بسیاری از پدیده‌ها را تبیین کنند. مدافعان IBE این نظریه‌ها را تبیین گر می‌دانند. برای مثال، لیپتون (۲۰۰۴: ۶۰) اظهار می‌کند که اگر چه با ظهور نسبیت خاص و داده‌های مؤید آن از احتمال صدق مکانیک نیوتونی کاسته شد، این نظریه داده‌های قدیمی را به خوبی گذشته تبیین می‌کند. برای نمونه، ما می‌دانیم که نظریه نیوتون همچنان از پس تبیین مدار سیاره‌ها و قوانین کپلر بر می‌آید؛ هر چند که در پرتو دانش امروز کاذب است. با وجود تبیین گری این دست نظریه‌ها، انسجام آن‌ها در چارچوب FC و WHC تعریف نشده و طبق GC صفر است؛ از آنجا که این نظریه‌ها کاذبند و احتمال فرضیه‌های کاذب تحت هر شرایطی صفر است، در FC مخرج کسر دوم صفر و در نتیجه این ملاک تعریف نشده می‌شود. در WHC نیز صورت کسر، خود کسری است که صورت و مخرج آن، احتمال‌های مشروط به فرضیه تبیین گرند که به دلیل کذب این فرضیه و در نتیجه صفر بودن احتمال آن، تعریف نشده‌اند. بدین ترتیب، WHC نیز تعریف نشده است. همچنین، اگر یک فرضیه کاذب باشد، احتمال عطف آن با هر گزاره دیگر صفر است و بدین ترتیب، انسجام فرضیه‌های مذکور بر اساس GC صفر می‌شود.

نکته دیگر آن که نتیجه منطقی یک فرضیه نمی‌تواند احتمالی کم‌تر از احتمال خود فرضیه داشته باشد. از این رو، اگر یک فرضیه احتمالی برابر یک داشته باشد و نیز این فرضیه مستلزم شاهد خود باشد، احتمال شاهد برابر یک خواهد بود. در این صورت، بر اساس WHC انسجام همه فرضیه‌هایی که مستلزم شواهد خود هستند یکسان و برابر یک است که خلاف شهود به نظر می‌رسد.

افزون بر این، گلیمور (۲۰۱۵: ۵۹۳) FC را غیر واقع‌بینانه (unrealistic) می‌داند. در نظر او، دانشمندان و نظریه‌پردازان آمار و احتمالات نمی‌توانند ارزش $P(H|\sim E)$ و $P(E|\sim H)$ را مشخص کنند. برای نمونه، طبق قضیه بیز برای $P(H|E)$ داریم:

$$P(H|\sim E) = \frac{P(\sim E|H)P(H)}{P(\sim E)} = \frac{P(\sim E|H)P(H)}{P(\sim E|H)P(H) + P(\sim E|\sim H)P(\sim H)}$$

در این صورت، مشخص نیست که چگونه می‌توان احتمال مخرج و به‌طور مشخص $P(\sim E|\sim H)$ را تعیین کرد. گلیمور معتقد است که در مقایسه احتمال‌های پسینی فرضیه‌های رقیب، چون احتمال شاهد حذف می‌شود، ایراد بیان شده ظاهر نمی‌شود. اما در ارزیابی توان تبیین این فرضیه‌ها در چارچوب FC، به دلیل حضور احتمال شاهد، این اشکال آشکار می‌شود.

جدای از نقدهای گلیمور، GC مشکل دیگری دارد. اگر این ضابطه ملاک انتخاب بهترین تبیین قرار گیرد، لزوماً محتمل‌ترین تبیین به دست نمی‌آید. برای مثال، دو فرضیه تبیین گر H_1 و H_2 را برای شاهد E در نظر می‌گیریم. همچنین فرض می‌کنیم احتمال‌های تخصیص داده شده مرتبط از این قرار باشند: $P(E)=0.3$, $P(H_1)=0.1$, $P(H_2)=0.2$. $P(E|H_1)=0.5$ و $P(E|H_2)=0.3$. روشن است که این تخصیص‌ها اصل‌های موضوع احتمالات را برآورده می‌کنند. اکنون با به‌کارگیری قضیه بیز داریم:

$$P(H_1|E) = \frac{P(E|H_1)P(H_1)}{P(E)} = \frac{0.5 \times 0.1}{0.3} = 0.16667$$

$$P(H_2|E) = \frac{P(E|H_2)P(H_2)}{P(E)} = \frac{0.3 \times 0.2}{0.3} = 0.20000$$

با بر این، H_2 محتمل‌تر از H_1 است. با این حال، GC چنین نتیجه می‌دهد که H_1 منسجم‌تر از H_2 است:

$$\frac{P(H_1 \& E)}{P(H_1 \vee E)} = \left[\frac{1}{P(H_1|E)} + \frac{1}{P(E|H_1)} - 1 \right]^{-1} = \left[\frac{1}{0.16667} + \frac{1}{0.5} - 1 \right]^{-1} = 0.14286$$

$$\frac{P(H_2 \& E)}{P(H_2 \vee E)} = \left[\frac{1}{P(H_2|E)} + \frac{1}{P(E|H_2)} - 1 \right]^{-1} = \left[\frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.2} - 1 \right]^{-1} = 0.11111$$

این مثال، نمونه‌ای از آن دسته فرضیه‌هایی است که با وجود انسجام بیش‌تر آن‌ها از فرضیه‌های رقیب، به دلیل احتمال پیشینی کم‌تر، احتمال پسینی کم‌تری را در مقایسه با فرضیه‌های رقیب به‌دست می‌آورند.

در مجموع، با توجه به فروکاسته شدن SC به ML و نارسايي ML، همچنین نقدهای گلیمور در باره FC و GC، و نيز اشکال اخير در خصوص GC، به نظر می‌رسد که هیچ‌یک از SC، GC و WHC نمی‌توانند ملاکی فراگیر برای سنجش ميزان انسجام فرضیه‌های تبیین گر باشند.

۲.۴ رویکرد احتمالاتی به وحدت‌بخشی

یکی از ضابطه‌های احتمالاتی برای سنجش وحدت‌بخشی فرضیه‌ها ملاک مک‌گرو (McGrew) (۲۰۰۳) است که به اختصار با MCU از آن یاد می‌کنیم. در نظر مک‌گرو (۲۰۰۳: ۵۶۲)، وحدت‌بخشی یک فرضیه به میزان بستگی مثبت (positive relevance) شواهد به یکدیگر در پرتو آن فرضیه است. شواهد E_1, E_2, \dots و E_n در پرتو فرضیه H بستگی مثبت به یکدیگر دارند اگر و تنها اگر :

$$P(E_1 \& \dots \& E_n | H) > P(E_1 | H) \times \dots \times P(E_n | H)$$

هیچکاک (Hitchcock) (۲۰۰۷: ۴۳۸) نیز این نامساوی را بیان‌گر وحدت‌بخشی فرضیه در پرتو شواهد E_1, E_2, \dots و E_n می‌داند. بدین ترتیب، اگر E_1, E_2, \dots و E_n شواهدی باشند که دو فرضیه H_1 و H_2 تبیین می‌کنند، H_1 وحدت‌بخش‌تر از H_2 است اگر داشته باشیم:

$$\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H_1)}{P(E_1 | H_1) \times \dots \times P(E_n | H_1)} > \frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H_2)}{P(E_1 | H_2) \times \dots \times P(E_n | H_2)}$$

نکته در خور توجه آن است که نامساوی بالا مقایسه انسجام فرضیه‌های رقیب را در چارچوب WHC -که در بخش قبل به آن پرداختیم- بیان می‌کند. بنا بر این، اگر شرط بستگی مثبت شواهد به یکدیگر در پرتو فرضیه برآورده شود، مقایسه وحدت‌بخشی فرضیه‌ها و انسجام آن‌ها می‌تواند در چارچوب یک ضابطه انجام شود.

نرد مروولد (Myrvold) (۲۰۰۳: ۴۱۱)، وحدت‌بخشی یک فرضیه به اندازه توانایی آن در ایجاد بستگی اطلاعاتی (informational relevance) میان شواهدی است که مستقل از یکدیگر به نظر می‌آیند. بر این اساس، او توان فرضیه H در وحدت‌بخشی شواهد E_1, E_2, \dots و E_n را بر حسب ربط اطلاعاتی (informational relevance) تعریف می‌کند:

$$U^{(n)}(E_1, \dots, E_n; H) = I^{(n)}(E_1, \dots, E_n | H) - I^{(n)}(E_1, \dots, E_n)$$

$$= \log_2 \left(\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H)}{P(E_1 | H) \times \dots \times P(E_n | H)} \right) - \log_2 \left(\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n)}{P(E_1) \times \dots \times P(E_n)} \right)$$

در نظر مروولد، اگر H وحدت‌بخش E_1, E_2, \dots و E_n باشد، داریم: ملاک وحدت‌بخشی مروولد را به اختصار MYU می‌نامیم.

نکته اساسی که شاپباخ (Schupbach) (۲۰۰۵: ۵۹۵-۵۹۷) در خصوص این ملاک‌ها بیان می‌کند، فروکاسته شدن MYU به MCU است. مطابق با استدلال شاپباخ، فرض می‌کنیم H_1 فرضیه‌ای وحدت‌بخش برای شواهد E_1, E_2, \dots, E_n باشد و نیز فرضیه H_2 توان وحدت بخشی این شواهد را نداشته باشد. در این صورت، برای H_2 داریم:

$$P(E_1 \& \dots \& E_n | H_2) = P(E_1 | H_2) \times \dots \times P(E_n | H_2)$$

با به‌کارگیری MYU برای H_1 و H_2 خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} U^{(n)}(E_1, \dots, E_n; H_1) &> U^{(n)}(E_1, \dots, E_n; H_2) \\ I^{(n)}(E_1, \dots, E_n | H_1) - I^{(n)}(E_1, \dots, E_n) &> I^{(n)}(E_1, \dots, E_n | H_2) - I^{(n)}(E_1, \dots, E_n) \\ I^{(n)}(E_1, \dots, E_n | H_1) &> I^{(n)}(E_1, \dots, E_n | H_2) \\ \log_2 \left(\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H_1)}{P(E_1 | H_1) \times \dots \times P(E_n | H_1)} \right) &> \log_2 \left(\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H_2)}{P(E_1 | H_2) \times \dots \times P(E_n | H_2)} \right) \\ \log_2 \left(\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H_1)}{P(E_1 | H_1) \times \dots \times P(E_n | H_1)} \right) &> \log_2(1) \\ \log_2 \left(\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H_1)}{P(E_1 | H_1) \times \dots \times P(E_n | H_1)} \right) &> 0 \end{aligned}$$

نامساوی اخیر در صورتی برقرار است که داشته باشیم:

$$\frac{P(E_1 \& \dots \& E_n | H_1)}{P(E_1 | H_1) \times \dots \times P(E_n | H_1)} > 1$$

اما این نامساوی بیان‌گر وحدت‌بخشی بر مبنای MCU است. بدین ترتیب، MYU به MCU فروکاسته می‌شود. بر همین قیاس، شاپباخ اثبات می‌کند که اگر H_1 وحدت‌بخش‌تر از H_2 باشد، ملاک‌های MCU و MYU هم ارز یکدیگر عمل می‌کنند.

با وجود توانمندی MYU، این ملاک از تیررس نقد فیلسوفان بیرون نمانده است.^۹ لینگ (Lange) (۲۰۰۴) بر این باور است که MYU آنقدر سهل‌گیر است که پاره‌ای از فرضیه‌های غیر وحدت‌بخش را در دامنه فرضیه‌های وحدت‌بخش جای می‌دهد و نیز به اندازه‌ای سخت‌گیر است که برخی فرضیه‌های وحدت‌بخش را غیر وحدت‌بخش به شمار می‌آورد. او به ترتیب با دو مثال از فیزیک هسته‌ای و پزشکی این دو نارسایی را نشان می‌دهد. در چارچوب مثال نخست، فرض می‌کنیم سه نحوه واپاشی (decay) ممکن برای نوعی اتم رادیو اکتیو از این قرار باشند: شانس گسیل (emit) ذره آلفا ۶۰ درصد، شانس گسیل الکترون ۲۰ درصد و شانس گسیل پوزیترون ۲۰ درصد است. همچنین، فرض می‌کنیم دو

اتم از این نوع در یک بازه زمانی معین، مستقل از یکدیگر، واپاشی داشته باشند. اکنون فرضیه h که می‌گوید "دو محصول واپاشی (decay prodct) به عنوان ذره و پادذره نابود می‌شوند (و بدین ترتیب، علی القاعده این دو ذره الکترون و پوزیترون هستند)" را در نظر می‌گیریم. افرون بر این، دو فرضیه p و q را به ترتیب با این دو محتوا که "اتم #1 الکترون گسیل می‌کند" و "اتم #2 پوزیترون گسیل می‌کند" فرض می‌گیریم. در این صورت، بر اساس MYU و با به کارگیری چند جایگذاری ساده، $U(p,q;h)$ چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} U(p, q; h) &= I(p, q|h) - I(p, q) = \log_2 \left(\frac{P(p \& q|h)}{P(p|h)P(q|h)} \right) - \log_2 \left(\frac{P(p \& q)}{P(p)P(q)} \right) \\ &= \log_2 \left(\frac{P(q|p \& h)}{P(q|h)} \right) - \log_2 \left(\frac{P(q|p)}{P(q)} \right) \\ &= \log_2 \left(\frac{1}{0.5} \right) - \log_2 \left(\frac{0.2}{0.2} \right) = 1 - 0 = 1 \end{aligned}$$

بنا بر این، MYU وحدت‌بخشی بالای h برای p و q را به دست می‌دهد. با استفاده از آموزه شاپیا خ می‌توان نظیر این مطلب را برای MCU نشان داد. اما نتیجه حاصل شده خلاف شهود است؛ زیرا h به لحاظ تبیینی و هستی‌شناختی (ontologically) بر p و q تقدم ندارد و بدین ترتیب نمی‌تواند وحدت‌بخش p و q باشد.

مثال دوم لینگ نشان می‌دهد که فرضیه h می‌تواند وحدت‌بخش p و q باشد در حالی که $U(p,q;h)<0$ برقرار نیست. طبق این مثال، h p و q به ترتیب عبارتند از "جُونز (Jones) به بیماری لوپوس اریتماتوز سیستماتیک^{۱۰} مبتلا است"، "جُونز پلوریتیس^{۱۱} دارد" و "جُونز کهیر پروانه‌ای^{۱۲} دارد". پلوریتیس و کهیر پروانه‌ای دو نشانه بیماری مذکورند. احتمال‌های مرتبط با این موارد که یک پژشک تخصیص داده است، از این قرارند: $P(p)=0.055$, $P(h|p)=0.455$, $P(h|p)=0.318$, $P(q|h)=0.650$, $P(p|h)=0.500$, $P(h)=0.035$, $P(q)=0.050$. در این صورت نتیجه می‌شود $0.325 > P(p|q) = 0.297$ و $P(q|h) = 0.700 > P(h|p \& q)$. در اینجا که $P(p) > P(q)$ و $P(q|p) > P(q|h)$ دو وضعیت وابسته به هم محسوب می‌شوند. شهود در پس این وابستگی آن است که دو نشانه یاد شده نتیجه یک بیماری‌اند. از این رو، فرض وجود این بیماری که علت مشترک (common cause) این دو نشانه است، باید وحدت‌بخش آن‌ها باشد. با این حال، MYU خلاف این را نشان می‌دهد: از آنجا که $P(q|p \& h) = 0.650$ و $P(p|q \& h) = 0.500$ داریم:

$$\begin{aligned}
 U(p, q; h) &= I(p, q|h) - I(p, q) = \log_2 \left(\frac{P(p \& q|h)}{P(p|h)P(q|h)} \right) - \log_2 \left(\frac{P(p \& q)}{P(p)P(q)} \right) \\
 &= \log_2 \left(\frac{P(q|p \& h)}{P(q|h)} \right) - \log_2 \left(\frac{P(q|p)}{P(q)} \right) \\
 &= \log_2(1) - \log_2 \left(\frac{0.297}{0.050} \right) \\
 &= -\log_2(5.94) \approx -2.57
 \end{aligned}$$

شایپاخ (۲۰۰۵) هر دو استدلال لینگ را وامی زند. در خصوص مثال نخست لینگ، او استدلال می‌کند که لزومی ندارد فرضیه تبیین گر بر پدیده نیازمند تبیین، تقدم هستی شناختی داشته باشد. برای مثال، هنگامی که شماری میهمان برای صرف کیک شکلاتی در منزل میزبان گرد می‌آیند، پخت کیک، حضور پیش‌تر آنان در منزل میزبان را تبیین می‌کند؛ اگرچه که کیک پس از حضور میهمانان طبخ شده است و بر آن تقدم هستی شناختی ندارد. افزون بر این، شایپاخ معتقد است وحدت‌بخشی یکی از مزیت‌های تبیین گر است و چه بسا یک فرضیه وحدت‌بخش، به دلیل فقدان دیگر مزیت‌های تبیین گر، فرضیه تبیین گر نباشد.

استدلال نخست شایپاخ صحیح است، اما استدلال دوم او نادرست به نظر می‌رسد. توضیح آن‌که، شایپاخ به پشتونه فقدان دیگر مزیت‌های تبیین گر، خاصیت تبیین گری وحدت‌بخشی را نادیده می‌گیرد و بدین ترتیب وحدت‌بخشی بدون تبیین گری را پیش می‌کشد. ما می‌پذیریم که فقدان برخی مزیت‌های تبیین گر ممکن است مانع ارزیابی کامل میزان تبیین گری یک فرضیه و در نتیجه انتخاب بهترین تبیین شود، اما این مسئله ربطی به خاصیت تبیین گری مزیت‌های به کار گرفته شده موجود ندارد؛ به ویژه در وضعیت‌هایی که شرایط این مزیت‌ها برآورده شده باشند. ممکن است با در نظر گرفتن یک مزیت تبیین گر فرضیه‌ای ترجیح یابد و با لحاظ کردن دیگر مزیت‌های تبیین گر در کنار آن، فرضیه دیگر؛ اما این اختلاف، خاصیت تبیین گری را از مزیت‌ها سلب نمی‌کند و تنها این مسئله را پیش می‌نهد که چگونه مزیت‌ها را اولویت‌بندی کنیم. افزون بر این، شایپاخ تبیین گر بودن یک مزیت را به دیگر مزیت‌های تبیین گر منوط می‌کند، اما توضیح نمی‌دهد که چگونه ممکن است یک مزیت تبیین گر به تنها یکی فاقد خاصیت تبیین گری باشد و با لحاظ کردن دیگر مزیت‌های تبیین گر واجد آن شود.

درباره مثال دوم لینگ، شایپاخ معتقد است که علت مشترک، وحدت‌بخش نیست و از این رو مثال بیان شده را نادرست می‌داند. پیشنهاد بحث علت مشترک را باید در اصل علت مشترک رایشنباخ (Reichenbach's common cause principle) (۱۹۵۶: ۱۵۷-۱۶۷) جست.

طبق اصل یاد شده، اگر برای دو شاهد E_1 و E_2 داشته باشیم $P(E_1 \& E_2) > P(E_1)P(E_2)$ و E_1 و E_2 علتی مشترک مانند C دارند که شرط‌های زیر را برآورده می‌کند:

$$\begin{aligned} P(E_1 \& E_2 | C) &= P(E_1 | C)P(E_2 | C) \\ P(E_1 \& E_2 | \sim C) &> P(E_1 | \sim C)P(E_2 | \sim C) \\ P(E_1 | C) &> P(E_1 | \sim C) \\ P(E_2 | C) &> P(E_2 | \sim C) \end{aligned}$$

این شرط‌ها به چنگال مرتبط‌کننده (conjunctive fork) مشهورند. می‌توانیم رویکرد رایشنباخ را، به پیروی از شورتز (Schurz) (۲۰۰۸: ۲۲۱-۲۲۲)، مدل وحدت‌بخشی رایشنباخ (Reichenbach) (RU) بنامیم. اما شرط نخست چنگال مرتبط‌کننده، که شرط رایشنباخ Condition نامیده می‌شود، آشکارا ناقص بستگی مثبت شواهد در پرتو فرضیه تبیین گر و در نتیجه خلاف MCU و MYU است. از این‌رو، مک‌گرو (۲۰۰۳: ۵۶۳) و شاپیاخ (۲۰۰۵: ۶۰۵-۶۰۷) علت مشترک را وحدت‌بخش نمی‌دانند.

اما استدلال شاپیاخ و مک‌گرو محل تردید است؛ زیرا مشخص نیست که چرا باید شهرد خود درباره وحدت‌بخشی RU را به دلیل ناتوانی MCU و MY در فراغرفتن آن، کار بگذاریم. با این حال، جدای از نقدهای بیان شده، هر سه ملاک MCU و MYU و RU با مشکلی اساسی رویرو هستند. چنان‌که مکونیس (Mackonis) (۲۰۱۱: ۹۸۴-۹۸۵) نشان می‌دهد، این سه ملاک شمار انواع پدیده‌هایی که یک فرضیه به آن‌ها وحدت می‌بخشد را نادیده می‌گیرند و از این‌رو خلاف شهود عمل می‌کنند. بر مبنای این سه ملاک، وحدت‌بخشی همه فرضیه‌هایی که مستلزم شواهدند یکسان و برابر صفر است؛ حتی اگر یکی از آن‌ها در مقایسه با دیگری انواع بیشتری از پدیده‌ها را وحدت ببخشد. برای مثال، اگر H_1 و H_2 دو فرضیه از این دست باشند که اولی سه نوع پدیده و دومی هفت نوع پدیده را تبیین می‌کند، بر اساس MCU و MYU، وحدت‌بخشی هر دوی آن‌ها صفر است زیرا:

$$\begin{aligned} P(E_1 \& E_2 \& E_3 | H_1) &= P(E_1 | H_1)P(E_2 | H_1)P(E_3 | H_1) = 1 \\ P(E_1 \& \dots \& E_7 | H_2) &= P(E_1 | H_2) \times \dots \times P(E_7 | H_2) = 1 \end{aligned}$$

این نقد در خصوص فرضیه‌هایی که مستلزم شواهد نیستند نیز می‌تواند صادق باشد. فرضیه‌هایی که میزان وحدت‌بخشی آن‌ها بر اساس MCU و MYU برابر است، اما شمار انواع پدیده‌هایی که تبیین می‌کنند متفاوت است، در این دسته جای دارند. افزون بر این،

علت‌های مشترکی که چنگال مرتبط کننده را برآورده می‌کنند اما شمار متفاوتی از پدیده‌ها را وحدت می‌بخشند، نیز از این گروهند. بدین ترتیب، RU نیز با این مشکل روبرو است. در مجموع، هر سه ملاک MCU و MYU با این مشکل اساسی روبرو هستند که شمار انواع پدیده‌هایی که فرضیه‌ها وحدت می‌بخشند را در سنجش میزان وحدت بخشن آن‌ها وارد نمی‌کنند. از این رو، هیچ‌یک از این ملاک‌ها نمی‌توانند ملاکی مناسب برای ارزیابی وحدت بخشی فرضیه‌های تبیین گر باشند.

۳.۶ رویکرد احتمالاتی به توان تبیینی

شاپباخ (Schupbach) و اسپرنگر (Sprenger) (۲۰۱۱) ادعا می‌کنند که ضابطه احتمالاتی ارائه شده از سوی ایشان، که به اختصار SSE می‌نامیم، توان تبیینی فرضیه‌های تبیین گر را مشخص می‌کند. ضابطه بیان شده از این قرار است:

$$\frac{P(H|E) - P(H|\sim E)}{P(H|E) + P(H|\sim E)}$$

کروبی و تیتوری (Crupi and Tentori) (۲۰۱۲) ضابطه دیگری را برای سنجش توان تبیینی فرضیه‌ها ارائه داده‌اند. این ضابطه (CTE) چنین صورت‌بندی شده است:

$$\begin{cases} \frac{P(E|H) - P(E)}{1 - P(E)}, & \text{if } P(E|H) \geq P(E) \\ \frac{P(E|H) - P(E)}{P(E)}, & \text{if } P(E|H) < P(E) \end{cases}$$

نقد گلیمور که در بخش ۱-۵ بیان کردیم، این دو ملاک را نیز هدف قرار داده است؛ اشکال این دو ملاک آن است که اگر فرضیه تبیین گر صادق مستلزم شاهد (شواهد) خود باشد، توان تبیینی آن در چارچوب SSE و CTE تعریف نشده خواهد بود؛ زیرا $\frac{P(E|H) - P(E)}{1 - P(E)}$ و $\frac{P(E|H) - P(E)}{P(E)}$ به دلیل این که احتمال شاهد برابر یک است، تعریف نشده‌اند. افزون بر این، به آسانی می‌توان نشان داد که نقد گلیمور درباره غیر واقع‌بینانه بودن در خصوص SSE نیز وارد است.

علاوه بر نقدهای گلیمور، CTE مشکل دیگری دارد. در مقام ارزیابی فرضیه‌های رقیب، این ملاک در قالب ML ظاهر می‌شود و از این رو ایرادهای آن را به همراه دارد. برای نشان دادن این مطلب، وضعیت‌های متفاوتی را در نظر می‌گیریم به گونه‌ای که دو فرضیه رقیب،

یا هر دو در قالب یکی از رابطه‌های بیان شده در CTE ارزیابی می‌شوند یا از دو رابطه جدگانه CTE پیروی می‌کنند. برای حالت اول، فرض می‌کنیم دو فرضیه تبیین‌گر H_1 و H_2 داشته باشیم که $P(E|H_1) \geq P(E)$ و $P(E|H_2) \geq P(E)$. بدین ترتیب، طبق ETC در صورتی توان تبیینی H_1 بیشتر از H_2 است که نامساوی زیر برقرار باشد:

$$\frac{P(E|H_1) - P(E)}{1 - P(E)} > \frac{P(E|H_2) - P(E)}{1 - P(E)}$$

نامساوی بالا معادل $P(E|H_1) \geq P(E|H_2)$ است و بدین ترتیب CTE چیزی بیش از ML نخواهد بود. بر همین قیاس، می‌توان نشان داد که اگر $P(E|H_1) < P(E)$ و $P(E|H_2) < P(E)$ باز به‌شکل ML ظاهر می‌شود و در نتیجه نارسایی‌های آن را خواهد داشت. اکنون وضعیتی را در نظر می‌گیریم که هر یک از دو فرضیه رقیب از دو رابطه جدگانه CTE پیروی می‌کنند. برای مثال، فرض می‌کنیم H_1 و H_2 به‌گونه‌ای باشند که $P(E|H_1) \geq P(E)$ و $P(E|H_2) < P(E)$. در این صورت توان تبیینی H_1 بیشتر از H_2 است اگر،

$$\frac{P(E|H_1) - P(E)}{1 - P(E)} > \frac{P(E|H_2) - P(E)}{P(E)}$$

بدین ترتیب خواهیم داشت،

$$\begin{aligned} P(E) \times (1 - P(E)) \times \frac{P(E|H_1) - P(E)}{1 - P(E)} &> P(E) \times (1 - P(E)) \times \frac{P(E|H_2) - P(E)}{P(E)} \\ P(E) \times (P(E|H_1) - P(E)) &> (1 - P(E)) \times (P(E|H_2) - P(E)) \end{aligned} \quad (I)$$

حال، با توجه به این که $0 \leq P(E|H_1) - P(E) \leq 1$ و $0 < P(E|H_2) - P(E) \leq 1 - P(E)$ داریم:

$$P(E|H_1) - P(E) \geq P(E) \times (P(E|H_1) - P(E)) \quad (II)$$

همچنین، چون $0 < P(E|H_2) - P(E) \leq 1 - P(E)$ داریم:

$$(1 - P(E)) \times (P(E|H_2) - P(E)) \geq P(E|H_2) - P(E) \quad (III)$$

از نامساوی‌های (I)، (II) و (III) نتیجه می‌شود:

$$P(E|H_1) - P(E) > P(E|H_2) - P(E)$$

اما این نامساوی معادل $P(E|H_1) \geq P(E|H_2)$ است. بدین ترتیب، CTE همچنان در قالب ML ظاهر می‌شود.

۵. نتیجه‌گیری

چنان‌که در آغاز بیان کردیم، هدف اصلی این نوشتار واکاوی ملاک‌های احتمالاتی مرتبط با IBE در مواجهه با ایراد و لیتر بود. می‌خواستیم بدانیم که چنان‌چه ضابطه‌های احتمالاتی ارائه شده برای ارزیابی فرضیه‌های تبیین‌گر، ملاک انتخاب بهترین تبیین قرار گیرند، آیا این اطمینان وجود خواهد داشت که محتمل‌ترین تبیین به دست آید؟ در این راستا، نخست ملاک‌های احتمالاتی مرتبط با IBE را در سه دسته ملاک‌های معطوف به قضیه بیز، ملاک‌های معطوف به نظریه تأیید و ملاک‌های معطوف به مزیت‌های تبیین‌گر جای دادیم. در بخش دوم ملاک‌های معطوف به قضیه بیز را بررسی کردیم. این واکاوی نشان داد که هیچ‌یک از ملاک‌های معطوف به قضیه بیز، به‌طور مشخص MPE و ML، نمی‌تواند بهترین تبیین را تحدید کنند. بخش سوم به ملاک‌های ارائه شده در چارچوب نظریه تأیید اختصاص یافت. دیدیم که شرط ملاک تأیید به‌گونه‌ای است که تأیید بیشتر فرضیه تبیین‌گر لزوماً به منزله محتمل‌تر بودن آن نیست. در بخش چهارم ملاک‌های معطوف به مزیت‌های تبیین‌گر را واکاوی نمودیم. از میان ملاک‌های مربوط به انسجام، SC با فروکاسته شدن به ML مشکلات آن را در پی دارد؛ FC و GC و WHC نمی‌توانند انسجام بسیاری از نظریه‌های علمی گذشته را مشخص کنند. افزون بر این، FC غیر واقع‌بینانه است؛ WHC میزان انسجام همه نظریه‌هایی که مستلزم شواهد خود هستند را یکسان می‌داند؛ DR شرایطی که ملاک انتخاب بهترین تبیین قرار گیرد، لزوماً محتمل‌ترین تبیین را به دست نمی‌دهد. در خصوص ملاک‌های مربوط به وحدت‌بخشی، توضیح دادیم که دو ملاک MYU و MCU قابل فروکاستن به یک‌دیگراند. با این حال، مثال نقض لینگ نشان می‌دهد که MYU شرط لازم وحدت‌بخشی نیست. جدای از این، MCU و MYU هر سه خلاف شهود عمل می‌کنند، زیرا وحدت‌بخشی همه نظریه‌هایی که مستلزم شواهد خود هستند طبق این ملاک‌ها صفر است؛ چه این نظریه‌ها دو نوع پدیده را تبیین کنند چه ده نوع پدیده را. دو ملاک SSE و CTE که توان تبیینی نظریه‌ها را نشان می‌دهند در معرض نقدهای وارد شده به ملاک انسجام قرار دارند. علاوه بر این، در ارزیابی توان تبیینی نظریه‌ها، CTE به ML فروکاسته می‌شود و در نتیجه مشکلات آن را دارد. بنا بر این،

ملاک‌های احتمالاتی ارائه شده از پس تحدید بهترین تبیین به گونه‌ای که محتمل‌ترین تبیین را به دست دهد- بر نمی‌آیند.

پی‌نوشت‌ها

۱. از میان پر کاربرد ترین مزیت‌های تبیین‌گر می‌توان انسجام (Coherence)، سادگی (Simplicity) وحدت‌بخشی (Unification)، عدم اصلاح موضعی (Non-ad Hocness)، باروری (Fertility) و ژرفای (Depth) را نام برد. برای آگاهی بیش‌تر از این ملاک‌ها، نک به: اعتماد‌الاسلامی پختیاری و موسوی کریمی (۱۳۹۴).
۲. در نمایش‌نامه Candide (۱۷۵۹)، اثر وُلتر، شخصیتی به نام دکتر پنگلوس (Pangloss) حضور دارد که طوفان سرشخ نظریه بهترین جهان ممکن لایینتس است. وُلتر او را به تمسخر می‌گیرد. نام‌گذاری لپیتون به این داستان اشاره دارد.
۳. این تقسیم‌بندی، توسعی تقسیم‌بندی گلس (Glass) (۲۰۰۷، ۲۰۱۲) است. او ملاک‌های احتمالاتی را در سه دسته رویکردهای مستقیماً مبتنی بر قضیه بیز ('approaches based directly on Bayes')، رویکردهای مبتنی بر نظریه تأیید (approaches based on confirmation theory)، رویکردهای مبتنی بر انسجام (approaches based on coherence) بر شمرده است. ما در این جا ضمن مرور و بررسی دسته نخست و توسعی دسته دوم به ملاک‌های تأییدی که در دامنه ارزیابی گلس جای نگرفته‌اند، در دسته سوم علاوه بر انسجام، ملاک‌های معطوف به مزیت‌های تبیین‌گر و رویکردهای احتمالاتی به وحدت‌بخشی و توان تبیینی را واکاوی می‌کنیم.
۴. روشن است که در این نوشتار، IBE در مقام داوری (context of justification) و واکاوی می‌شود. با این حال، ایفای نقش IBE در مقام گردآوری (context of discovery) یکی از مزیت‌های این شیوه استدلال به شمار می‌آید. برای آگاهی بیش‌تر نک به: لپیتون (۲۰۰۴، ۶۷-۸۲).
۵. شیوه‌هایی که پرل (Pearl) (۱۹۸۸) و شیمونی (Shimony) (۱۹۹۴) در پژوهش‌های خود پیش‌گرفته‌اند دو نمونه از این دست به شمار می‌آیند.
۶. ایلس و فیتلسون (Eells and Fitelson) (۲۰۰۲) دسته‌بندی مناسبی از نظریه پردازان و مدافعان ملاک‌های Δ و Γ را ارائه داده‌اند. بر این اساس، از میان کسانی که از ملاک Δ دفاع کرده‌اند یا آن را به کار گرفته‌اند می‌توان ایلس (Eells) (۱۹۸۲)، گیلیز (Gillies) (۱۹۸۶)، ایرمن (Earman) (۱۹۹۲)، جفری (Jeffrey) (۱۹۹۲)، رزن کرانتز (Rosenkrantz) (۱۹۹۴) را نام برد. ملاک Δ از سوی کریستنسن (Christensen) (۱۹۹۹)، جویس (Joyce) (۱۹۹۹) حمایت یا به کار گرفته شده است. ملاک Γ را کینز (Keynes) (۱۹۲۱)، مکی (Mackie) (۱۹۶۹)، هورویچ (Horwich) (۱۹۸۲)، میلن (Milne) (۱۹۹۶، ۱۹۹۵)، اشلیسینجر (Schlesinger) (۱۹۹۵) و پلارد (Pollard) (۱۹۹۹)

حمایت کرده‌اند یا به کار گرفته‌اند. ملاک ۲ به کارنَپ (Carnap) (۱۹۶۲) مربوط می‌شود. ملاک ۱ را کِمِنی و آپنهایم (Kemeny and Oppenheim) (۱۹۵۲)، گُود (Good) (۱۹۸۴)، هِکِرمن (Heckerman) (۱۹۹۴)، پِرل (Pearl) (۱۹۸۸)، شیم (Schum) (۱۹۸۸)، فیتلسُون (Fitelson) (۲۰۰۱)، a۲۰۰۱، b۲۰۰۱) حمایت کرده‌اند یا به کار گرفته‌اند. ملاک Id در دسته‌بندی فیتلسُون جای ندارد و همان‌گونه که زالابارادو (Zalabarado) (۲۰۰۹: ۶۳۱، پاورقی^۳) بیان می‌کند حامیان بسیار معدودی مانند نُوزیک (Nozick) (۱۹۸۱) دارد. ملاک cf در هیچ‌یک از تقسیم‌بندی‌های فیتلسُون و زالابارادو بیان نشده است. این ملاک از ملاک‌های اخیر ارائه شده برای تأیید است که از جانب کروپی و دیگران (Crupi et al) (۲۰۰۷) و نیز کروپی و تنتوری (Crupi and Tentori) (۲۰۱۳) حمایت شده است.

۷. یادآوری می‌شود که طبق یکی از اصل‌های موضوع احتمال داریم: $P(A|B)=P(A\&B)/P(B)$.

۸ تاکنون هیچ ضابطه احتمالاتی، آن گونه که برای انسجام، وحدت‌بخشی و توان تبیینی بیان خواهیم کرد، برای سادگی ارائه نشده است. گذشته از این، برای این‌که شخص فرضیه‌های ساده‌تر را محتمل‌تر از فرضیه‌های پیچیده بداند، باید سادگی کل جهان را محتمل‌تر از پیچیده بودن کل آن بداند، (Swinburne, 1997: 43). اما دلیلی برای این پیش‌فرض هستی‌شناختی نداریم. ممکن است برخی همین را درباره وحدت‌بخشی جاری بدانند. با این حال، به نظر می‌رسد این مطلب در خصوص سادگی وضوح بیشتری دارد.

۹. مروُلد نمونه‌هایی از تاریخ علم می‌آورد که مؤید توان‌مندی ملاک او است. برای مثال، ملاک وحدت‌بخشی مروُلد، ترجیح هیأت خورشید مرکزی بر هیأت زمین مرکزی و نیز استنتاج قانون عکس مجذور (گرانش) از جانب نیوتون را تبیین می‌کند.

۱۰. لوپوس آریتماتوز سیستمیک (systemic lupus erythematosus) نوعی بیماری خود ایمنی (autoimmune disease) است که در آن سیستم دفاعی بدن، ارگان‌ها و بافت‌های پیوندی خود را هدف قرار می‌دهد و به آن‌ها آسیب می‌رساند.

۱۱. پلوریتیس (pleuritis) التهاب و تحریک غشای نازک دوالایه‌ای موسوم به پرده جنب (pleura) است که سطح ریه‌ها و قفسه سینه را می‌پوشاند.

۱۲. کهیر پروانه‌ای (malar rash; butterfly rash) ظاهر شدن لکه‌ها و جوش‌های سرخ روی پوست بینی و گونه‌ها است به نحوی که شکلی مانند پروانه در صورت نقش می‌بندد.

كتاب‌نامه

اعتمادالاسلامی بختیاری، سید محمد‌مهدی و میرسعید موسوی کریمی (۱۳۹۴) «ارتباط مزیت‌های تبیین‌گر با یک‌دیگر و محدودیت «ایراد هانگرفورد»»، ذهن، ۶۳: ۱۳۱-۱۶۴.

- Carnap, R. (1962) *Logical Foundations of Probability*, 2nd edition. Chicago: University of Chicago Press.
- Chajewska, U., & Halpern, J. Y. (1997) "Defining explanation in probabilistic systems", in: *Proceedings of the 13th conference on uncertainty in AI*, pp. 62–71.
- Christensen, D. (1999) "Measuring Confirmation", *Journal of Philosophy*, XCVI, 437–461.
- Crupi, V., Tentori, K. and Gonzalez, M. (2007) "On Bayesian Measures of Evidential Support: Theoretical and Empirical Issues", *Philosophy of Science*, 74: 229–252.
- Crupi, V. & Tentori, K. (2012) "A Second Look at the Logic of Explanatory Power (with Two Novel Representation Theorems)", *Philosophy of Science*, 79: 365–85.
- Crupi, V. & Tentori, K. (2013) "Confirmation as Partial Entailment: A Representation Theorem in Inductive Logic", *Journal of Applied Logic*, in press.
- Earman, J. (1992) *Bayes or Bust: A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory*. Cambridge: MIT Press.
- Eells, E. (1982) *Rational Decision and Causality*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Eells, E. & Fitelson, B. (2002) "Symmetries and Asymmetries in Evidential Support", *Philosophical Studies*, 107: 129–142.
- Fitelson, B. (2001a) "A Bayesian Account of Independent Evidence with Applications", *Philosophy of Science* (to appear).
- Fitelson, B. (2001b) *Studies in Bayesian Confirmation Theory*. Ph.D. thesis, University of Wisconsin, Madison.
- Fitelson, B. (2003) "A Probabilistic Theory of Coherence", *Analysis*, 63: 194–199.
- Gillies, D. (1986) "In Defense of the Popper-Miller Argument", *Philosophy of Science*, 53: 110–113.
- Glass, D. H. (2002) "Coherence, Explanation, and Bayesian Networks", in M. O'Neill, R. Sutcliffe, C. Ryan, M. Eaton & N.J. L. Griffith (Eds), *Artificial Intelligence and Cognitive Science*, New York: Springer-Verlag, pp. 177–82.
- Glass, D. H. (2007) "Coherence Measures and Inference to the Best Explanation", *Synthese*, 157: 275–296.
- Glass, D. H. (2012) "Inference to the Best Explanation: Does It Track Truth?", *Synthese*, 185:411–427.
- Glymour, C. (2015) "Probability and the Explanatory Virtues", *British Journal for the Philosophy of Science*, 66: 591–604.
- Good, I. (1984) "The Best Explicatum for Weight of Evidence", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 19: 294–299.
- Heckerman, D. (1988) "An Axiomatic Framework for Belief Updates", in L. Kanal & J. Lemmer (Eds.), *Uncertainty in Artificial Intelligence*, 2:11–22, New York: Elsevier Science Publishers.
- Hitchcock, C. (2007) "The Lovely and the Probable", *Philosophy and Phenomenological Research*, 74: 433–440.
- Horwich, P. (1982) *Probability and Evidence*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Jeffrey, R. (1992) *Probability and the Art of Judgment*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Joyce, J. (1999) *The Foundations of Causal Decision Theory*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kemeny, J. & Oppenheim, P. (1952) "Degrees of Factual Support", *Philosophy of Science* 19: 307–324.
- Keynes, J. (1921) *A Treatise on Probability*. London: Macmillan.
- Lange, M. (2004) "Bayesianism and Unification: A Reply to Wayne Myrvold", *Philosophy of Science*, 71: 205–215.
- Lipton, P. (2001) "Is Explanation a Guide to Inference? A Reply to Wesley C. Salmon", in: Hon & Rakover (2001), pp. 93–120.
- Lipton, P. (2004) *Inference to the Best Explanation* (2nd ed.). London: Routledge.
- Mackie, J. (1969) "The Relevance Criterion of Confirmation", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 20: 27–40
- Mackonis. A. (2013) "Inference to the Best Explanation, Coherence and Other Explanatory Virtues", *Synthese*, 190: 975–995.
- McGrew, T. (2003) "Confirmation, Heuristics, and Explanatory Reasoning", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 54: 553–567.
- Milne, P. (1995) "A Bayesian Defence of Popperian Science?", *Analysis*, 55: 213–215.
- Milne, P. (1996) "log[P(h/eb)/P(h/b)] is the One True Measure of Confirmation", *Philosophy of Science*, 63: 21–26.
- Myrvold,W. C. (2003) "A Bayesian Account of the Virtue of Unification", *Philosophy of Science*, 70: 399–423.
- Nozick, R. (1981) *Philosophical Explanations*. Cambridge: Harvard University Press.
- Pearl, J. (1988) *Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems*. San Mateo: Morgan Kaufman.
- Psillos, S. (2002) "Simply the Best: A Case for Abduction", in A. C. Kakas & F. Sadri (Eds.) *Computational Logic: Logic Programming and Beyond*, Berlin-Heidelberg: Springer, *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 2408, pp. 605–625.
- Pollard, S. (1999) "Milne's Measure of Confirmation", *Analysis*, 59: 335–337.
- Reichenbach, H. (1956) *The Direction of Time*. Los Angeles, CA: University of California Press.
- Rosenkrantz, R. (1994) "Bayesian Confirmation: Paradise Regained", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 45: 467–476.
- Shimony, S. (1994) "Finding Maps for Belief Networks Is NP-hard", *Artificial Intelligence*, 68: 399–410.
- Schlesinger, G. (1995) "Measuring Degrees of Confirmation", *Analysis*, 55: 208–212.
- Schum, D. (1994) *The Evidential Foundations of Probabilistic Reasoning*. New York: John Wiley & Sons.
- Schupbach, J. N. (2005) "On a Bayesian Analysis of the Virtue of Unification", *Philosophy of Science*, 72: 594–607.

- Schupbach, J. & Sprenger, J. (2011) "The Logic of Explanatory Power", *Philosophy of Science*, 78: 105–27.
- Schurz, G. (2008) "Patterns of Abduction", *Synthese*, 164: 201–234.
- Shogenji, T. (1999) "Is Coherence Truth Conducive?", *Analysis*, 59: 338–345.
- Swinburne, R. (1997) *Simplicity as Evidence of Truth*. The Aquinas Lecture. Milwaukee: Marquette University Press.
- Tentori, K., Crupi, V., Bonini, N. & Osherson, D. (2007) "Comparison of confirmation measures", *Cognition*, 103: 107–119.
- Van Fraassen, B. C. (1980) *The Scientific Image*. Oxford: Oxford University Press.
- Walker, D. (2012) "A Kuhnian Defence of Inference to the Best Explanation", *Studies in History and Philosophy of Science*, 43: 64–73.
- Wheeler, G. (2009) "Focused Correlation and Confirmation", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 60: 79–100.
- Zalabardo, J. (2009) "An Argument for the Likelihood-ratio Measure of Confirmation", *Analysis*, 69: 630-635.

