

توسعه تاپسیس با در نظر گرفتن پراکندگی بین شاخص‌های هر گزینه

سیامک خیبری*، مصطفی کاظمی**

چکیده:

تاپسیس که در گروه جبرانی روش‌های تصمیم‌گیری قرار دارد، بر این مفهوم که گزینه انتخابی باید کمترین فاصله را با راه حل ایده‌آل مثبت و بیشترین فاصله را با راه حل ایده‌آل منفی داشته باشد، استوار است. وجود روند یکنواخت افزایشی و کاهش‌ی در شاخص‌های مثبت و منفی از جمله ویژگی‌های تاپسیس در تعیین نقاط ایده‌آل مثبت و منفی است. این در حالی است که میزان مطلوبیت اختصاص یافته به تصمیم‌گیرنده بعد از یک سطح مشخصی در هر شاخص چندان ملموس نخواهد بود. بنابراین در رتبه‌بندی گزینه‌ها علاوه بر مقدار هر گزینه در هر شاخص، مقدار توازن بین شاخص‌های هر گزینه باید در نظر گرفته شود تا یک گزینه که در یک شاخص مهم دارای جایگاه مناسب است ولی در سایر شاخص‌ها جایگاه مناسبی ندارد، شانس اول انتخاب نباشد. برای این منظور در این مقاله سعی شد با اضافه کردن بعد مجازی به ماتریس تصمیم که از انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه حاصل می‌شود، ضعف ذکر شده تا حد ممکن جبران شود. به منظور ارزیابی روش ارائه شده، از سه مثال متفاوت استفاده شد. بدین ترتیب که ابتدا توسط روش پیشنهادی، تاپسیس، VIKOR، Deng و SAW هر یک از سه مثال ارائه شده حل و سپس با استفاده از ضریب همبستگی اسپیرمن تعداد همبستگی‌های معنی دار میان روش پیشنهادی و تاپسیس با سه روش دیگر مقایسه شد. در ادامه درصد مشابهت رتبه‌بندی روش پیشنهادی و تاپسیس با Deng، VIKOR و SAW مقایسه شد.

کلمات کلیدی: تاپسیس، نقطه ایده‌آل مثبت و منفی، پراکندگی بین شاخص‌ها، مطلوبیت

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

[°] دانشجوی دکترای مدیریت- تحقیق در عملیات، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد

(نویسنده مسئول) siamak.kheybari@gmail.com

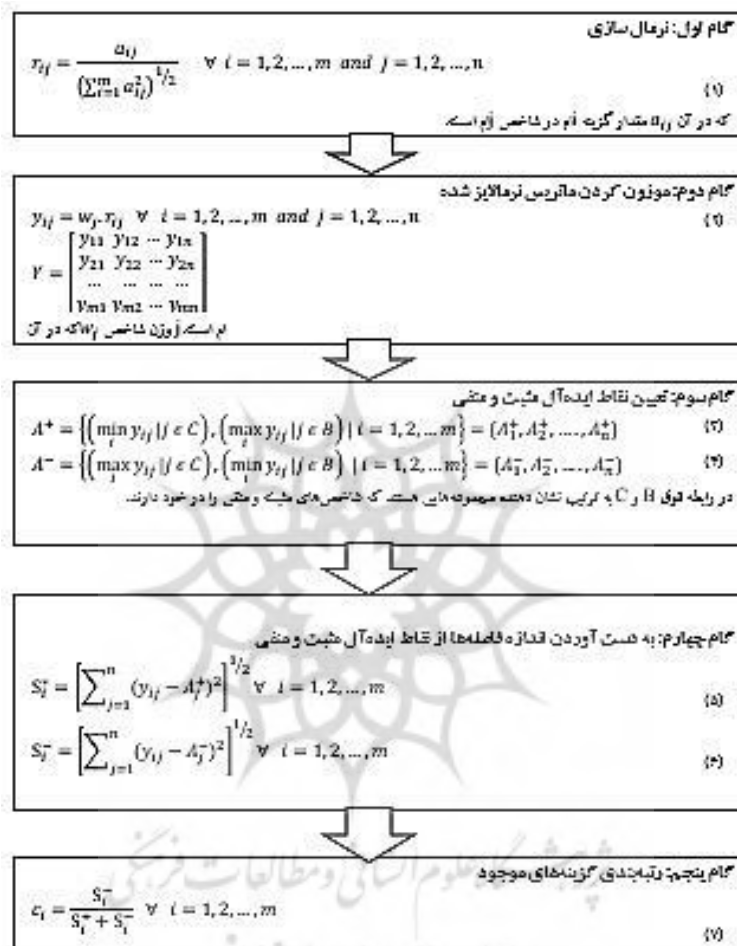
^{**} استاد گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد

مقدمه

روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره، مجموعه‌ای از روش‌ها و رویه‌هایی است که سعی دارد با تحلیل چندین شاخص یا معیار، گزینه و راه‌حل مناسب را انتخاب کند. مدل‌های تصمیم‌گیری چند معیاره به دو دسته مدل‌های چند هدفه و چند شاخصه تقسیم می‌شوند. تاپسیس که یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است توسط هوانگ و یون در سال ۱۹۸۱ ارائه شده است (هوانگ و یون، ۲۰۱۲). این تکنیک بر این مفهوم استوار است که گزینه انتخابی، باید کمترین فاصله را با راه‌حل ایده آل مثبت (بهترین حالت ممکن) و بیشترین فاصله را با راه‌حل ایده آل منفی (بدترین حالت ممکن) داشته باشد. مراحل انجام این تکنیک در شکل یک نشان داده شده است. همانگونه که مشهود است پس از نرمال‌سازی ماتریس تصمیم با استفاده از رابطه ۱، نوبت به وزن دار کردن ماتریس تصمیم نرمال شده با استفاده از رابطه ۲ است. گام سوم به تعیین نقطه ایده آل مثبت و منفی اختصاص دارد (رابطه ۳ و ۴). در گام چهارم با استفاده از روابط ۵ و ۶ فاصله هر گزینه از نقاط ایده آل مثبت و منفی موجود بدست می‌آید. در انتها گزینه‌های موجود با استفاده از رابطه ۷ رتبه‌بندی می‌شود.

تکنیک تاپسیس چه در محیط قطعی و چه در محیط فازی کاربرد فراوانی در زمینه‌های مختلف اعم از ارزیابی و اندازه‌گیری عملکرد، مدیریت کیفیت جامع، مکانیابی، زنجیره تأمین، برنامه‌ریزی تولید و ... دارد (بهزادیان و همکاران، ۲۰۱۲). کاربرد فراوان تکنیک تاپسیس بر لزوم بررسی ابعاد مختلف این تکنیک جهت انتخاب و یا اولویت‌بندی مناسب می‌افزاید. در زمینه بررسی و گسترش تکنیک تاپسیس تا کنون کارهای مختلفی انجام شده است بطوریکه: در سال ۲۰۰۰ مطالعه‌ای توسط چن (در سال ۲۰۰۰) به منظور توسعه روش تاپسیس در محیط فازی انجام گرفت. در این مطالعه رتبه‌بندی هر گزینه و وزن هر معیار با عبارات زبانی و اعداد فازی مثلثی بیان شدند. سپس روش "رأس" به منظور محاسبه فاصله بین دو عدد فازی مثلثی پیشنهاد گردید. ضریب نزدیکی برای رتبه‌بندی با توجه به مفهوم روش تاپسیس با محاسبه فواصل گزینه‌ها نسبت به راه‌حل ایده آل مثبت فازی و راه‌حل ایده آل منفی فازی که

تابع عضویت آن‌ها به صورت خطی است، تعیین شد. در نهایت روش پیشنهاد شده با یک مثال مورد بررسی قرار گرفت.



شکل ۱. مراحل انجام تاپسیس

در مطالعه‌ای که در سال ۲۰۰۴ توسط اپریکوویچ و تزنگ انجام شد، به مقایسه دو روش تاپسیس و ویکور پرداخته شد. آنها در این مقاله اشاره کردند که در تاپسیس هیچ پارامتری برای محاسبه اهمیت نسبی فواصل ایده‌آل مثبت و منفی وجود ندارد، بنابراین یکی از معایب روش تاپسیس می‌تواند در نظر نگرفتن اهمیت این فاصله‌ها باشد. آنها برای اثبات موضوع با

استفاده از یک مثال عددی نشان داده شد که مناسب‌ترین گزینه همیشه نزدیک‌ترین به راه‌حل ایده‌آل نیست و این امر می‌تواند به دلیل اهمیت متفاوت فاصله از راه‌حل ایده‌آل مثبت و منفی باشد. تحقیقی به منظور توسعه روش تاپسیس در سال ۲۰۰۶ توسط جهان‌شاه‌لو و همکاران انجام شد. هدف از این مطالعه، بکارگیری روش تاپسیس برای داده‌های فازی بود. در این مقاله به منظور تعیین مناسب‌ترین گزینه زمانی که داده‌ها به صورت فازی هستند، الگوریتمی ارائه شد. ماتریس تصمیم فازی نرمالایز شده نیز با استفاده از مفهوم Cut ° محاسبه گردید. در نهایت گزینه مورد نظر با توجه به نزدیکترین فاصله از راه‌حل ایده‌آل مثبت فازی و دورترین فاصله از راه‌حل ایده‌آل منفی فازی تعیین شد. در سال ۲۰۰۷ دنگ مطالعه‌ای را در زمینه ارائه یک روش رتبه‌بندی با استفاده از مفهوم تاپسیس انجام داد. در این مطالعه رویکرد جدیدی با استفاده از مفهوم شیب و مقدار بزرگی گزینه برای حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره ارائه شد. روش ارائه شده نشان داد که مقایسه گزینه‌ها نمی‌تواند تنها با استفاده از فاصله گزینه‌ها از راه‌حل ایده‌آل تعیین شود. در روش ارائه شده گزینه‌ها براساس مفهوم درجه شباهت بین هر گزینه با راه‌حل ایده‌آل که با استفاده از مقدار و شیب هر گزینه تعیین می‌گردد، رتبه‌بندی می‌شوند. ونگ و الاگ مطالعه‌ای را به منظور توسعه روش تاپسیس در سال ۲۰۰۶ انجام دادند. در این مقاله با بررسی ادبیات موجود چنین استدلال شد که تمام روش‌های تاپسیس فازی موجود در نهایت منجر به درجه شباهت نسبی قطعی برای هر گزینه می‌شوند. این درحالی است که وزن‌های فازی و رتبه‌بندی‌های فازی باید درجه شباهت فازی را نتیجه دهد. درجه نزدیکی نسبی قطعی، تنها یک راه‌حل ممکن را برای مسئله تصمیم‌گیری فازی ارائه می‌کند اما نمی‌تواند تصویر کلی از تمام راه‌حل‌های ممکن ارائه کند. بنابراین نیاز به توسعه یک روش تاپسیس فازی قطعی و دقیق برای مسائل تصمیم‌گیری فازی وجود دارد. برای این منظور، مقاله مذکور یک روش تاپسیس فازی مبتنی بر سطح آلفا و اصل گسترش اعداد فازی پیشنهاد می‌کند که به صورت یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی است و می‌تواند با استفاده از نرم افزار اکسل یا لینگو حل شود. آشتیانی و همکاران (در سال ۲۰۰۹) مطالعه‌ای به منظور توسعه روش تاپسیس فازی انجام دادند. با این استدلال که اگر در حل مسائل تصمیم‌گیری

فازی، اعداد فازی در مراحل اولیه به اعداد قطعی تبدیل شوند، مزیت جمع‌آوری داده‌های فازی آشکار نخواهد شد. آن‌ها در این مطالعه روش تاپسیس فازی را براساس مجموعه‌های فازی بازه‌ای برای حل این مشکل پیشنهاد دادند. به این صورت که اعداد فازی در مرحله نهایی فرایند تحلیل تصمیم به اعداد قطعی تبدیل می‌شوند. در نهایت به منظور انتخاب بهترین گزینه، درجه نزدیکی و شباهت هر گزینه نسبت به راه‌حل ایده‌آل فازی مثبت و منفی محاسبه می‌شود. جهان‌شاه‌لو و همکاران (در سال ۲۰۰۹) مطالعه‌ای را به منظور توسعه روش تاپسیس انجام دادند. براساس نظر آن‌ها زمانی که داده‌ها غیر دقیق هستند مانند داده‌های بازه‌ای، روش تاپسیس باید برای نشان دادن نتایج درست، اصلاح شود. در این مطالعه روش جدید تاپسیس برای رتبه‌بندی DMUS با داده‌های بازه‌ای و امتیاز بازه‌ای برای هر گزینه پیشنهاد شده است. روش تاپسیس برای حل مسائل تصمیم‌گیری با داده‌های بازه‌ای، تنها یک نمره قطعی برای رتبه‌بندی ارائه می‌کند اما زمانی که داده‌های بازه‌ای وجود دارند و با توجه به این حقیقت که ارزش هر گزینه با توجه به هر معیار می‌تواند در یک رنج تغییر کند و رفتارهای متفاوتی داشته باشد، پس بهتر است که راه‌حل‌های ایده‌آل نیز در شرایط مختلف تغییر کند. به عبارت دیگر تعریف ایده‌آل به موقعیت هر گزینه بستگی دارد. بنابراین برای بررسی این مسئله، این مقاله روش تاپسیس جدیدی را بر اساس داده‌های بازه‌ای پیشنهاد کرد. کلمنیس و آسکونیس (در سال ۲۰۱۰) مطالعه‌ای را به منظور پیشنهاد یک رویکرد جدید برای حل مسائل چند معیاره مبتنی بر روش تاپسیس انجام دادند. استدلال آن‌ها این بود که در تاپسیس وزن معیارها و ارزیابی گزینه‌ها به صورت عدد قطعی است در حالی که در بسیاری از مواقع داده‌های قطعی برای مدلسازی مسائل تصمیم‌گیری ناکافی هستند. علاوه بر این دانش کامل به آسانی قابل دستیابی نیست. اطلاعات ناکامل و نادقیق قضاوت دقیق را غیر ممکن می‌سازد. برای این منظور آن‌ها روش تاپسیس فازی را با در نظر گرفتن معیار ارزیابی جدید بر اساس مفهوم آستانه و تو ارائه کردند. به این صورت که معیار تصمیم‌نهایی، شباهت و نزدیکی به راه‌حل ایده‌آل نیست بلکه فاصله هر گزینه از آستانه‌های وتوی بیان شده توسط تصمیم‌گیرندگان می‌باشد. یعنی زمانی که یک گزینه از نظر یک معیار در مقایسه با گزینه دیگر بسیار بد باشد، صرف نظر از

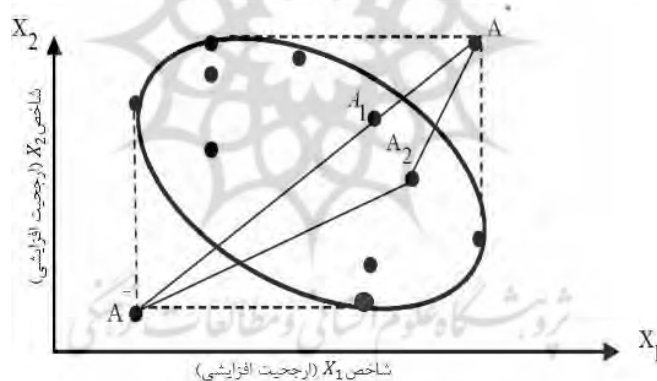
عملکردش در رابطه با معیارهای دیگر، نمی‌تواند رتبه‌بندی شود. در این مقاله به هر تصمیم گیرنده اجازه داده شد تا برای هر معیار، آستانه و تو تعیین کنند. بر این اساس و تو به معنی قدرت هر تصمیم گیرنده برای نفی انتخاب یک گزینه به عنوان یک راه حل می‌باشد. در نهایت با استفاده از یک مثال در مورد انتخاب اعضای تیم مدیریتی کاربرد روش پیشنهاد شده مورد بررسی قرار گرفت. مطالعه‌ای در سال ۲۰۱۱ توسط پارک و همکاران به منظور توسعه تکنیک تاپسیس انجام گرفت. در این مطالعه به منظور حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره از روش تاپسیس در محیط فازی با مقادیر بازه‌ای استفاده شد. به این صورت که اطلاعات گرفته شده از هر کدام از تصمیم‌گیرندگان به صورت اعداد فازی با مقادیر بازه‌ای می‌باشند. به منظور ساخت ماتریس تصمیم، از ماتریس نظرات تک تک تصمیم‌گیرندگان میانگین گرفته شد. ماتریس وزن هر کدام از معیارهای مورد بررسی نیز ایجاد گردید و بعد از آن راه حل ایده‌آل مثبت و منفی به صورت اعداد فازی با مقادیر بازه‌ای تعیین شدند و در نهایت با محاسبه نسبت نزدیکی هر گزینه به راه حل ایده‌آل مثبت مناسب‌ترین گزینه انتخاب گردید. برای نشان دادن کاربرد رویکرد پیشنهاد شده یک مثال عددی ارائه شد. در سال ۲۰۱۲ مطالعه‌ای توسط یوو به منظور توسعه روش تاپسیس انجام گرفت. در این مطالعه به منظور حل مسائل تصمیم‌گیری گروهی با استفاده از روش تاپسیس و با توجه به اینکه یک مرحله مهم در اینگونه مسائل، تعیین اهمیت نسبی هر کدام از تصمیم‌گیرندگان می‌باشد، وزن تصمیم‌گیرندگان با استفاده از روش تاپسیس توسعه یافته با اعداد بازه‌ای تعیین شد. در این مقاله راه‌حل‌های ایده-آل مثبت و منفی به صورت ماتریسی بیان شدند. این روش برای حل مسائل تصمیم‌گیری گروهی، زمانی که داده‌ها فازی هستند به کار می‌رود.

همانگونه که از پیشینه تحقیق مشخص است بیشتر تمرکز در بهبود رتبه‌بندی تاپسیس بر در نظر گرفتن اهمیت فواصل و چگونگی استفاده بهتر از این تکنیک در محیط‌های فازی و عدم قطعیت مربوط می‌شود. انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه با در نظر گرفتن مفهوم مطلوبیت از جمله مواردی است که باید به عنوان عامل مهم برای رتبه‌بندی در تاپسیس دیده

شود این در حالی است که با توجه به بررسی‌های به عمل آمده، چنین عاملی تاکنون مشاهده نشده است.

بیان مسئله

تاپسیس m گزینه را بوسیله n شاخص مورد ارزیابی قرار می‌دهد و سپس بهترین و بدترین مقدار هر شاخص در گزینه‌ها را انتخاب و نقاط ایده‌آل مثبت و منفی را تعیین می‌کند. در تاپسیس هر شاخص به عنوان یک بعد در نظر گرفته می‌شود و نقطه ایده‌آل مثبت و منفی ذکر شده با در نظر گرفتن بیشترین و کمترین مقدار هر شاخص بصورت مستقل و فرضی ایجاد می‌شود (رائو و داویم، ۲۰۰۸). از بین گزینه‌ها گزینه‌ای که به ایده‌آل مثبت نزدیکتر و از ایده‌آل منفی دورتر باشد به عنوان بهترین گزینه انتخاب می‌شود (وانگ، ۲۰۰۸). اما برای انتخاب بهترین گزینه علاوه بر فاصله ذکر شده (شکل ۲) فاصله بین مقادیری که گزینه‌ها در تمام شاخص‌ها بخود اختصاص می‌دهند نیز بسیار مهم است (جدول ۱).



شکل ۲. فواصل اقلیدوسی گزینه‌های تصمیم‌گیری از ایده‌آل مثبت و منفی در فضای دو بعدی (هوانگ و یون، ۲۰۱۲)

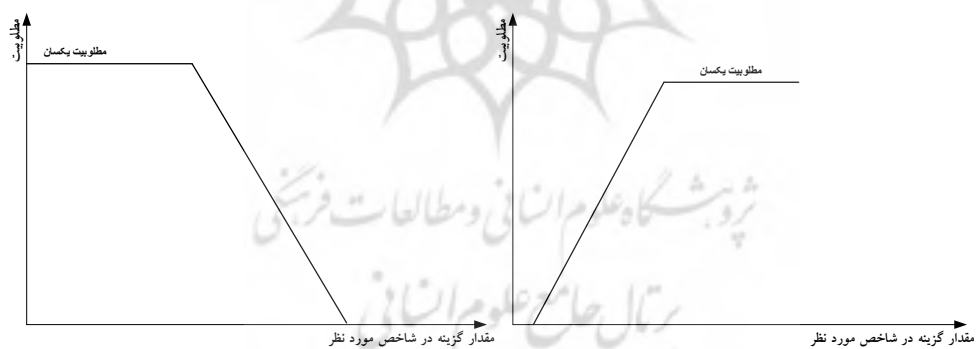
این نکته هنگامی که برای ارزیابی گزینه‌ها از شاخص‌های کیفی استفاده شود و یا وزن‌هایی که به هر شاخص اختصاص داده می‌شود دارای توزیع تقریباً یکنواختی نباشد به مراتب مهم‌تر است.

جدول ۱. فاصله بین مقادیر شاخص‌های یک گزینه

شاخص‌ها			گزینه‌ها
C_3	C_2	C_1	
a_{13}	a_{12}	a_{11}	A_1
a_{23}	a_{22}	a_{21}	A_2
a_{33}	a_{32}	a_{31}	A_3

در نظر گرفتن کمترین فاصله در انتخاب

نکته مهمی که در تاپسیس به عنوان پیش فرض در نظر گرفته می‌شود، وجود روند افزایشی و کاهش‌ی در شاخص‌ها برای تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی است. به این معنی که هر چه مقدار یک گزینه در شاخص مثبت و منفی به ترتیب بیشتر و کمتر باشد مطلوبیت بیشتری حاصل می‌شود. این در حالی است که نزد تصمیم‌گیرنده (گان) گزینه‌ها در هر شاخص، بعد از رسیدن به یک سطح مشخصی از مطلوبیت تفاوت چندانی ندارند. شکل ۲ با فرض خطی بودن تابع مطلوبیت مفهوم مورد نظر را نشان می‌دهد.



برای شاخص‌های منفی

برای شاخص‌های مثبت

شکل ۲. تغییرات تابع مطلوبیت برای شاخص‌های مثبت و منفی

برای شفاف شدن مسأله، مثال انتخاب تلفن‌های همراه را ذکر می‌کنیم. فرض کنید فردی بخواهد از بین مدل‌های موجود در بازار برای خود تلفن همراه انتخاب کند. شاخص‌های مدنظر وی برای انتخاب تلفن همراه، کیفیت دوربین، قیمت، توانایی‌های جانبی، رنگ و... است. از بین شاخص‌های ذکر شده بیشترین اهمیت برای فرد مذکور به کیفیت دوربین تلفن همراه مربوط می‌شود. فرد با بررسی متوجه می‌شود که وجود تلفن همراه با دوربین ۱۳ مگا پیکسل نیازمندی‌های او را ارضا خواهد کرد. اما در بین تلفن‌های همراه موجود گزینه‌ای به مراتب با کیفیت بالاتر و مشخصات متفاوت نیز وجود دارد. این امکان وجود دارد که از بین محصولات موجود محصولی توجه خود را بیشتر روی کیفیت دوربین متمرکز کرده و در سایر شاخص‌ها تعریف چندانی نداشته باشد. با توجه به توضیحات داده شده سوال مهم این است بهترین انتخاب چگونه مشخص می‌شود؟ در انتخاب براساس تاپسیس، نقطه ایده‌آل از بعد کیفیت دوربین (که بیشترین اهمیت و وزن را هم دارد) مربوط به بالاترین عدد ممکن است و سایر تلفن‌های همراه در این بعد با توجه به فاصله‌ای که دارند رتبه‌بندی می‌شوند که این سبب انتخاب با اهمیت به مراتب کمتر، به سایر مشخصات تلفن همراه می‌شود. یکی از روش‌های موجود برای مقابله با چنین انتخابی ارزیابی هر گزینه با توجه به همه شاخص‌های موجود و مقایسه انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه با سایر گزینه‌هاست. با در نظر گرفتن چنین انحرافات گزینگی بهترین خواهد بود که بتواند در همه شاخص‌ها نیازهای فرد تصمیم‌گیرنده را ارضاع کند. با توجه به نکات ذکر شده در این مقاله سعی شده است با توسعه روش تاپسیس کنونی روشی ارائه شود که مطلب ذکر شده تا حد ممکن پوشش داده شود.

توسعه الگوریتم تاپسیس

این مقاله با محاسبه میزان انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه و استفاده از آن در تعیین رتبه هر گزینه سعی در بهبود رتبه‌بندی ارائه شده توسط تاپسیس دارد. اطلاعات مربوط به نمادهای استفاده شده در این مقاله در جدول ۲ توضیح داده شده است.

جدول ۲. نمادهای استفاده شده

نمادها	توضیحات
i	اندیس برای گزینه‌ها ($i=1, 2, \dots, m$)
j	اندیس برای شاخص‌ها ($j=1, 2, \dots, n$)
a_{ij}	مقدار گزینه i ام در شاخص j ام
r_{ij}	مقدار حاصل از نرمال a_{ij} به روش اقلیدوسی
n_{ij}	مقدار حاصل از نرمال a_{ij} به روش مجموع
w_j	وزن اختصاص داده شده به شاخص j ام
y_{ij}	مقدار حاصل از ضرب وزن هر شاخص در r_{ij}
v_{ij}	مقدار حاصل از ضرب وزن هر شاخص در n_{ij}
Y	ماتریس موزون نرمال به روش اقلیدوسی
N	ماتریس نرمال به روش مجموع
Z	ماتریس موزون نرمال به روش مجموع
d_i	متوسط انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه
A^+	نقطه ایده‌آل مثبت
A^-	نقطه ایده‌آل منفی
S_i^+	فاصله هر گزینه از نقطه ایده‌آل مثبت
S_i^-	فاصله هر گزینه از نقطه ایده‌آل منفی

روش ارائه شده: استفاده از متوسط انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه

این روش مبتنی بر محاسبه انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه است. براساس این روش ابتدا متوسط انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه محاسبه و سپس با در نظر گرفتن آن به عنوان بعد دیگر Y (رابطه ۲) رتبه‌بندی انجام می‌شود. در زیر گام‌های لازم برای ارائه مدل جدید تاپسیس با توجه به مطالب ذکر شده ارائه شده است.

گام‌های لازم برای توسعه تاپسیس

به منظور آنالیز دقیق‌تر با توجه به نکات اشاره شده در مقدمه گام‌های زیر را اجرا می‌کنیم:

- گام اول: نرمال سازی مجموع ماتریس تصمیم با استفاده از رابطه ۸ یا ۹. این شیوه نرمال سازی مقدار هر گزینه در هر شاخص را با توجه کل مجموع گزینه‌ها در هر

شاخص بی مقیاس می‌کند که این امر وضعیت نسبی هر گزینه در هر شاخص را به مراتب بهتر نشان می‌دهد.

$$n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_i a_{ij}} \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ and } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

$$n_{ij} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{a_{ij}}} \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ and } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

$$N = \begin{bmatrix} n_{11} & \dots & n_{1j} \\ \vdots & n_{ij} & \vdots \\ n_{m1} & \dots & n_{mn} \end{bmatrix}$$

که در آن رابطه ۸ برای شاخص‌های مثبت و رابطه ۹ برای شاخص‌های منفی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

- گام دوم: موزون کردن ماتریس نرمال شده با استفاده از رابطه ۱۰

$$v_{ij} = w_j \cdot n_{ij} \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \text{ and } j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

$$Z = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1j} \\ \vdots & v_{ij} & \vdots \\ v_{m1} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix}$$

- گام سوم: محاسبه متوسط انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه

$$d_i = \frac{\sum_{j=1}^n |v_{ij} - v_{ij'}|}{2 \binom{n}{2}} \quad \forall i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (11)$$

در این گام پس از سنجش متوسط انحراف (d_i) میان شاخص‌های هر گزینه، مقدار حاصله بعنوان بعد دیگر ماتریس Y موجود در رابطه ۲ در نظر گرفته می‌شود.

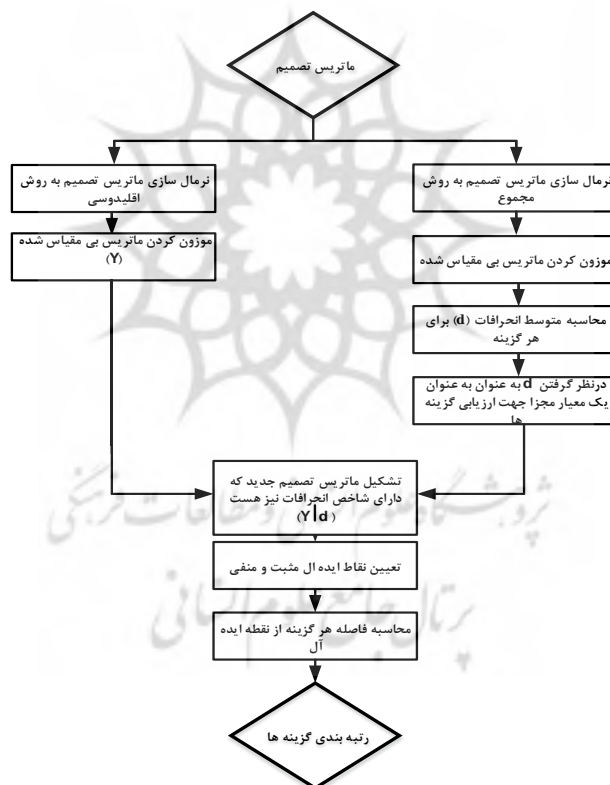
- گام چهارم: تعیین نقاط ایده‌آل مثبت و منفی با استفاده از روابط ۳ و ۴. در این گام برای تعیین نقاط ایده‌آل مثبت و منفی در بعد اضافه شده به ماتریس تصمیم، k درصد اول گزینه‌هایی که نیاز به تحلیل بیشتر در رتبه بندی دارند تعیین و نقاط ایده-آل مثبت و منفی از بین آنها انتخاب می‌شود (عدد k بر اساس نظر تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود). برای تعیین k درصد اول بعد از وزن دار کردن ماتریس تصمیم نرمال

شده (رابطه ۱۰) مقدار هر گزینه با جمع سطری تعیین و از بین آنها k درصد اول انتخاب می شود.

• گام پنجم: به دست آوردن فاصله هر گزینه از نقاط ایده آل مثبت و منفی با استفاده از روابط ۵ و ۶

• گام ششم: رتبه بندی گزینه های موجود

در این گام میزان نزدیکی نسبی هر گزینه به راه حل ایده آل با استفاده از رابطه ۷ حساب می شود و گزینه ها به ترتیب صعودی رتبه بندی می شوند. شکل ۳ شمایی از مراحل لازم برای توسعه تاپسیس به روش دوم را نشان می دهد.



شکل ۳. مراحل انجام روش ارائه شده

آنالیز عددی مدل ارائه شده

به منظور ارزیابی مدل پیشنهادی سه مثال متفاوت که در ادامه تشریح می‌شود مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مثال ۱. فرض کنید تصمیم گیرنده‌ای بخواهد بر اساس سه شاخص C_1 ، C_2 و C_3 که به ترتیب دارای اهمیت $0/5$ ، $0/25$ و $0/25$ هستند بین سه گزینه A_1 ، A_2 و A_3 بهترین را انتخاب نماید (جدول ۳).

جدول ۳. اطلاعات مربوط به مثال انتخاب سه گزینه بر اساس سه شاخص

شاخص‌ها			گزینه‌ها
C_3	C_2	C_1	
۱/۵	۴	۹	A_1
۶/۵	۷	۵/۵	A_2
۳	۷	۲	A_3

هر سه شاخص ذکر شده دارای وجهه مثبت هستند. با توجه به تاپسیس بهترین انتخاب، گزینه اول است (جدول ۴). بر اساس مدل ارائه شده پس از نرمالسازی (N) و موزون کردن (Z) ماتریس تصمیم نوبت به تعیین d برای هر گزینه است. d میزان انحراف بین شاخص‌های هر گزینه را نشان می‌دهد.

جدول ۴. بهترین انتخاب بر اساس تاپسیس

رتبه	مقدار تاپسیس	گزینه
۱	۰/۶۳۳۸	A_1
۲	۰/۶۰۴۴	A_2
۳	۰/۲۰۰۲	A_3

قبل از تعیین نقاط ایده آل مثبت و منفی باید مقادیر d که در بخش قبل برای هر گزینه محاسبه شد به عنوان بعد دیگر در Y لحاظ شود. ستون اضافه شده به ماتریس Y دارای بعد منفی است. پس از تعیین نقاط ایده آل مثبت و منفی (روابط ۳ و ۴) نوبت به محاسبه فاصله هر گزینه از این نقاط است (روابط ۵ و ۶). لازم به ذکر است در کلیه مثال‌های استفاده شده برای تعیین نقطه ایده آل مثبت و منفی در بعد اضافه شده همه گزینه‌های مورد ارزیابی قرار گرفته-

اند. در انتها نیز میزان نزدیکی نسبی هر گزینه به راه حل ایده آل محاسبه شد (رابطه ۷). جدول ۵ نتایج حاصل از اجرای مدل دوم را نمایش می دهد. همانگونه که از نتایج پیداست است گزینه دوم به عنوان گزینه برتر انتخاب شد.

جدول ۵.

مثال ۱			مثال ۲			مثال ۳		
رتبه	مقدار	گزینه	رتبه	مقدار	گزینه	رتبه	مقدار	گزینه
۳	۰/۵۸۷۷	A ₁	۲	۰/۶۱۴۲	A ₁	۳	۰/۵۰۹۴	A ₁
۱	۰/۶۲۲۳	A ₂	۴	۰/۲۵۵۱	A ₂	۲	۰/۵۴۰۴	A ₂
۲	۰/۳۱۵۸	A ₃	۱	۰/۶۳۹۶	A ₃	۴	۰/۴۹۲۴	A ₃
			۳	۰/۳۷۱۸	A ₄	۵	۰/۴۹۰۸	A ₄
						۱	۰/۶۱۶۱	A ₅
						۶	۰/۴۳۱۹	A ₆

مثال ۲. مورد مطرح شده در مقاله هوانگ و یون به شرح زیر است.

کشوری قصد دارد ناوگان جت های جنگنده خود را از پنتاگون تأمین کند. پنتاگون برای این منظور، چهار ناوگان A₁، A₂، A₃ و A₄ را با ویژگی های متفاوت برای فروش ارائه می کند. معیارهای مهم از دید کشور خریدار شامل حداکثر سرعت (C₁)، برد با حداکثر سوخت (C₂)، حداکثر ظرفیت انفجار (C₃)، هزینه خرید (C₄)، قابلیت اطمینان (C₅) و قابلیت مانور (C₆) است. وزن در نظر گرفته شده برای شاخص های ذکر شده به ترتیب عبارت است از ۰٫۱، ۰٫۱، ۰٫۱، ۰٫۲، ۰٫۳ و ۰٫۳. از بین شاخص های ذکر شده شاخص هزینه خرید (C₄) از جنس منفی است و دو شاخص ۵ و ۶ شاخص کیفی است که معادل عددی آنها در نظر گرفته شده است. مساله مورد بررسی در این مثال، انتخاب بهترین ناوگان از بین چهار گزینه مطرح شده است. اطلاعات مربوط به گزینه ها در هر شاخص در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۶. ماتریس تصمیم مثال ۲

گزینه‌ها	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_1
A_1	۲	۱۵۰۰	۲۰۰۰۰	۵/۵	۵	۹
A_2	۲/۵	۲۷۰۰	۱۸۰۰۰	۶/۵	۳	۵
A_3	۱/۸	۲۰۰۰	۲۱۰۰۰	۴/۵	۷	۷
A_4	۲/۲	۱۸۰۰	۲۰۰۰۰	۵	۵	۵

مقادیر حاصل از محاسبه d برای هر گزینه در جدول ۷ ارائه شده است. همچنین نتایج حاصل از اجرای مدل ارائه شده در جدول ۵ مشهود است.

جدول ۷. مقدار d برای هر مثال

مثال سه		مثال دو		مثال یک	
d	گزینه	d	گزینه	d	گزینه
۰/۰۱۶۲	A_1	۰/۱۴۸۵	A_1	۰/۱۵۹۱	A_1
۰/۰۱۵۱۶	A_2	۰/۱۶۳۹	A_2	۰/۰۴۶۳	A_2
۰/۰۲۰۲	A_3	۰/۱۱۸۰	A_3	۰/۰۲۴۴	A_3
۰/۰۱۴۷	A_4	۰/۱۲۵۴	A_4		
۰/۰۱۰۰	A_5				
۰/۰۰۶۵	A_6				

مثال ۳. صباغی و ماسکل (۲۰۱۵) در پژوهشی با استفاده از تاپسیس به مسأله انتخاب اتومبیل پرداختند. در این پژوهش با استفاده از نظرات سه خبره، ۶ اتومبیل بر اساس ۵ شاخص اولویت‌بندی شدند. شاخص‌های مورد بررسی در این تحقیق را قیمت (C_1)، مصرف سوخت (C_2)، ظرفیت (C_3)، حجم موتور (C_4) و صفر تا صد (C_5) تشکیل می‌دهد. اوزان این شاخص‌ها به ترتیب ۰/۲۵۹۲۶، ۰/۲۷۱۵۹، ۰/۱۷۲۸۵، ۰/۱۶۰۴۸ و ۰/۱۳۵۸۱ می‌باشد. از بین این شاخص‌ها سه شاخص قیمت، مصرف سوخت و طول زمان صفر تا ۱۰۰، دارای ماهیت منفی هستند. اطلاعات مربوط به ماتریس تصمیم مثال ذکر شده در جدول ۸ ارائه شده است. پس از محاسبه d برای هر گزینه و اضافه کردن بعد دیگر به ماتریس تصمیم، گزینه‌ها مطابق جدول ۵ رتبه‌بندی شدند.

جدول ۸. ماتریس تصمیم مثال ۳

C ₅	C ₄	C ₃	C ₂	C ₁	گزینه
۱۱	۲۴۰۰	۶	۹	۷۶۰۰	A
۹	۲۱۰۰	۵	۷/۸	۸۰۰۰	A
۸	۱۶۰۰	۳	۵/۶	۹۱۰۰	A
۷/۵	۱۸۰۰	۴	۶/۳	۱۰۳۰۰	A
۷	۲۶۰۰	۵	۷/۱	۹۸۰۰	A
۵/۵	۲۴۰۰	۴	۸/۳	۱۱۲۰۰	A

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله برای افزایش دقت تکنیک تاپسیس و نیز به منظور در نظر گرفتن فاصله بین شاخص‌های هر گزینه از روشی متفاوت استفاده شد. روش کار اینگونه بود که ابتدا انحرافات میان شاخص‌های هر گزینه سنجیده شد سپس این مقادیر در قالب ستونی به شاخص‌های موجود اضافه و در انتها با استفاده از تاپسیس گزینه‌های موجود رتبه‌بندی شد. به منظور تعیین اعتبار مدل ارائه شده، رتبه‌بندی مدل پیشنهادی و تاپسیس با رتبه‌بندی‌های حاصل از روش‌های VIKOR و Deng SAW در چند مثال مورد مقایسه قرار گرفت. دو روش VIKOR و Deng به نوعی سعی کرده‌اند معایب موجود در تکنیک تاپسیس را پوشش دهند. روش SAW نیز با رویکردی خطی به انتخاب بهترین گزینه می‌پردازد. هر سه روش فوق مانند تاپسیس در گروه روش‌های جبرانی قرار داشته و جز روش‌های پر کاربرد هستند. روش اول اعتبار سنجی مقایسه همبستگی ارائه شده در رتبه‌بندی هر یک از سه روش ذکر شده با روش پیشنهادی و تاپسیس است. همانگونه که از جدول ۹ مشخص است روش ارائه شده در تعداد معنی داری همبستگی در مقایسه با متد کنونی تاپسیس به مراتب در جایگاه بهتری قرار دارد.

جدول ۹. مقایسه روش ارائه شده با تاپسیس از طریق بررسی ضریب همبستگی اسپیرمن

روش	شاخص مورد نظر	SAW	Deng	VIKOR	تعداد همبستگی در سطح معنی داری $\alpha = 0.05$
ارائه شده	ضریب همبستگی	۱	۰/۵	۰/۸۶۶	۱
	معناداری	۰	۰/۶۶۷	۰/۳۳۳	
تاپسیس	ضریب همبستگی	۰/۵	۱	۰/۸۶۶	۱
	معناداری	۰/۶۶۷	۰	۰/۳۳۳	
ارائه شده	ضریب همبستگی	۱	۱	۰/۹۴۹	۲
	معناداری	۰	۰	۰/۰۵۱	
تاپسیس	ضریب همبستگی	/۸۰۰	/۸۰۰	۰/۹۴۹	۰
	معناداری	۲	۲	۰/۰۵۱	
ارائه شده	ضریب همبستگی	۰/۹۴۹	۰/۷۱۴	۰/۸۱۲	۲
	Sig	۰/۰۵	۰/۱۱۱	۰/۰۵	
تاپسیس	ضریب همبستگی	۰/۰۸۶	-۰/۴۸۶	۰/۶۶۷	۰
	معناداری	۰/۸۷۲	۰/۳۲۹	۰/۱۴۸	

روش دوم اعتبار سنجی به مقایسه درجه تشابه در رتبه‌بندی انجام شده روش پیشنهادی و تاپسیس با سه روش ذکر شده است. جدول ۱۰ رتبه‌بندی مثال‌های بالا را در هر یک از روش‌های ذکر شده نشان می‌دهد. همانگونه که از جدول ۱۰ مشهود است روش پیشنهادی در مقایسه با تاپسیس درجه تشابه بیشتری با سایر روش‌ها دارد. نکته قابل توجه در مقایسات انجام شده درصد تشابه بیشتر روش پیشنهادی با VIKOR، Deng و SAW در پیش بینی رتبه یک در مقایسه با تاپسیس است (جدول ۱۱).

جدول ۱۰. رتبه‌بندی مثال‌ها توسط پنج روش دیگر

رتبه‌بندی توسط روش:					
VIKOR	Deng	SAW	TOPSIS	گزینه	مثال
۱	۱	۲	۱	A ₁	۱
۱	۲	۱	۲	A ₂	
۲	۳	۳	۳	A ₃	
۱	۲	۲	۱	A ₁	۲
۳	۴	۴	۴	A ₂	
۱	۱	۱	۲	A ₃	
۲	۳	۳	۳	A ₄	
۴	۲	۲	۵	A ₁	۳
۱	۳	۳	۲	A ₂	
۲	۶	۴	۱	A ₃	
۳	۵	۵	۳	A ₄	
۱	۱	۱	۴	A ₅	
۵	۴	۶	۶	A ₆	

برطبق تحلیل‌های صورت گرفته این نتیجه حاصل شد که اضافه کردن ستون انحرافات سبب تغییر محسوسی در فاصله هر گزینه از نقاط ایده آل مثبت و منفی می‌شود. در واقع در روش - های ارائه شده گزینه‌ای بهترین گزینه است که علاوه بر نزدیکی به نقطه ایده آل مثبت (دوری از ایده آل منفی) کمترین انحراف را در میان شاخص‌های خود نیز داشته باشد. بنابراین اضافه کردن بعد مربوط به انحرافات توانسته است به میزان قابل قبولی تعادل بین رضایت فردی و کلی که در روش ویکور رخ می‌دهد را جبران کند.

جدول ۱۱. مقایسه درصد تشابه روش پیشنهادی و تاپسیس با چهار روش دیگر

درصد تشابه در رتبه‌بندی سه روش با:		درصد تشابه در رتبه‌بندی یک سه روش با:		مثال
روش پیشنهادی	TOPSIS	روش پیشنهادی	TOPSIS	
۶۶/۶۶	۵۰	۶۶	۶۶	۱
۶۲/۵۰	۳۷/۵۰	۱۰۰	۳۳	۲
۳۷/۵۰	۱۶/۶۶	۱۰۰	۰	۳



منابع

- Ashtiani, B., Haghghirad, F., Makui, A., & ali Montazer, G. (2009). *Extension of Fuzzy TOPSIS Method Based on Interval-Valued Fuzzy Sets*. Applied Soft Computing, 9(2), 457-461.
- Behzadian, M., Otaghsara, S. K., Yazdani, M., & Ignatius, J. (2012). *A State-of-the-Art Survey of TOPSIS Applications*. Expert Systems with Applications, 39(17), 13051-13069.
- Chen, C.-T. *Extensions of the TOPSIS for Group Decision-making Under Fuzzy Environment*. Fuzzy sets and systems, 114 (2000) 1-9.
- Deng, H. (2007, August). «A Similarity-Based Approach to Ranking Multicriteria Alternatives». In International Conference on Intelligent Computing (pp. 253-262). Springer Berlin Heidelberg.
- Hwang, C. L., & Yoon, K. (2012). *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications a State-of-the-Art Survey* (Vol. 186). Springer Science & Business Media.
- Jahanshahloo, G. R., Lotfi, F. H., & Davoodi, A. R. (2009). *Extension of TOPSIS for Decision-Making Problems with Interval Data: Interval Efficiency*. Mathematical and Computer Modelling, 49(5), 1137-1142.
- Jahanshahloo, G. R., Lotfi, F. H., & Izadikhah, M. (2006). *Extension of the TOPSIS Method for Decision-making Problems with Fuzzy Data*. Applied Mathematics and Computation, 181(2), 1544-1551.
- Kelemenis, A., & Askounis, D. (2010). *A New TOPSIS-Based Multi-Criteria Approach to Personnel Selection*. Expert systems with applications, 37(7), 4999-5008.
- Opricovic, S., & Tzeng, G. H. (2004). *Compromise Solution by MCDM Methods: A Comparative Analysis of VIKOR and TOPSIS*. European journal of operational research, 156(2), 445-455.
- Park, J. H., Park, I. Y., Kwun, Y. C., & Tan, X. (2011). *Extension of the TOPSIS Method for Decision Making Problems Under Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Environment*. Applied Mathematical Modelling, 35(5), 2544-2556.

Rao, R. V., & Davim, J. P. (2008). *A Decision-Making Framework Model for Material Selection Using a Combined Multiple Attribute Decision-Making Method*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 35(7), 751-760.

Sabaghi, M., Mascle, C., & Baptiste, P. (2015). *Application of DOE-TOPSIS Technique in Decision-Making Problems*. IFAC-PapersOnLine, 48(3), 773-777.

Wang, Y. J. (2008). *Applying FMCDM to Evaluate Financial Performance of Domestic Airlines in Taiwan*. Expert Systems with Applications, 34(3), 1837-1845.

Wang, Y. M., & Elhag, T. M. (2006). *Fuzzy TOPSIS Method Based on Alpha Level Sets with an Application to Bridge Risk Assessment*. Expert systems with applications, 31(2), 309-319.

Yue, Z. (2012). *Extension of TOPSIS to Determine Weight of Decision Maker for Group Decision Making Problems with Uncertain Information*. Expert Systems with Applications, 39(7), 6343-6350.

