

بحثی در منطق جدید

(سمانتیکی)

معنایی

در روش

مادی

استلزام

مرتضی مزگی نژاد

مفهوم استلزام مادی را اولین بار «فیلون مگاری» در چهار قرن قبل از میلاد شناسایی کرد. منطقین کلاسیک بویژه منطقین مسلمان با مفهوم مزبور آشنایی داشته و آنرا در تعریف شرطیه متصله (متصله مقسمی) به کار برده‌اند و استفاده مجدد آن در منطق جدید به کارهای فرگه (۱۸۷۹) و پیرس (۱۸۸۵) برمی‌گردد.<sup>۱</sup>

در این نوشتار به بررسی استلزام مادی که امروزه به عنوان یکی از اصول موضوعه مهم منطق جدید مطرح است و در منطق کلاسیک با مفهوم شرطیه متصله شناخته می‌شود پرداخته شده است.

گونه رابطه علی یا تضایف و یا عدم این رابطه‌ها بسین دو مفهوم A و B - می‌خواهیم بگوییم اگر حرف و گفته A (شرط) درست باشد، آنگاه B (مشروط) درست خواهد بود. مثلاً:

اگر حسن را ببینم  
 $\frac{A}{\text{پیام را به او می‌رسانم}}$   
 $\frac{B}{}$

استلزام مادی در واقع بخشی از معنا و نه تمام معنای شرطیه زبان طبیعی را در بر دارد؛ زیرا در زبان طبیعی، عبارات شرطی عمدتاً برای روابط علی بین پدیده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند. علت، در واقع بیانگر قوی‌ترین درجه

استلزام مادی، امروزه یکی از اصول موضوعه مهم منطق جدید و با فرمولهای زیر قابل تعریف است:<sup>۲</sup>

$$(p \rightarrow q) = \text{def} \sim(p \ \& \sim q)$$

$$(p \rightarrow q) = \text{def} (\sim p \vee q)$$

البته منظور از این تعریف، تعریف منطقی نیست؛ بلکه ترجمه به زبان صوری می‌باشد.

در این تحقیق مجالی برای تفسیر این رابطه صوری و بیان و توضیح آن نیست و فقط برای آشنایی ذکر گردیده است.

## مفهوم استلزام مادی:

استلزام مادی یا همان استلزام

ضعیف در واقع ضعیفترین دلیل برای مشروط کردن دو مفهوم بر یکدیگر می‌باشد. بنابراین، تعریف - خارج از هر

1. logically

2. definitive

۳. بخشی در منطق تطبیقی «الطف الله نبوی»، نشریه مدرس، نشریه دانشکده علوم انسانی دانشکده تربیت مدرس شماره ۱

استلزام است، در صورتی که استلزام مادی ضعیفترین درجه استلزام است. البته باید توجه داشت که معنای استلزام مادی (استلزام ضعیف) و جدول ارزشی آن در روابط علی (استلزام قوی) نیز وجود دارد. از اینرو از استلزام مادی در بیان شرطیه‌های متداول علوم نیز می‌توان بهره گرفت.<sup>۱</sup>

پایه و اساس استلزام مادی، مبتنی بر تعریف فیلون مگاری از گزاره شرطی است که به تفصیل تعریف وی را توضیح می‌دهیم:

### نظریه فیلون مگاری درباره گزاره‌های شرطی:

بنا به تعریف او گزاره شرطیه، گزاره‌ای است که اعلام می‌دارد در صورت صدق مقدم، تالی نیز صادق است. چنانچه در منطق جدید مرسوم است، می‌توان صدق و کذب قضیه متصله را بر اساس صدق و کذب تالی آن در جدول زیر خلاصه کرد.

$p \rightarrow q$  نمایش یک قضیه متصله است از طریق علائم. در این عبارت «p» نشانه مقدم، «q» نشانه تالی « $\rightarrow$ » نشانه ادات شرط است و علامت «T» صدق قضیه و «F» کذب آن است.

	p	q	$p \rightarrow q$
۱)	T	T	T
۲)	F	F	T
۳)	F	T	T
۴)	T	F	F

در اینجا ابتدا به اثبات تک به تک چهار مرحله می‌پردازیم:

هر قضیه متصله از دو جزء مقدم و تالی تشکیل شده است که چون این اجزا به تنهایی ملحوظ شوند هر یک فی نفسه یک ترکیب خبری است که در واقع یا صادق است و یا کاذب. حال باید دید که منظور از صادق و کاذب بودن مقدم و تالی چیست؟

منظور از صادق یا کاذب بودن قضیه شرطیه چیست؟ جمله‌های:

الف) آب در کنار دریا در صد درجه سانتیگراد به جوش می‌آید:

ب) آب ترکیبی است از اکسیژن و هیدروژن

ج) اگر حسن را ببینم، پیام را به او می‌رسانم.

همه جمله‌ها صادق هستند. نشان دادن صدق (الف) کار فیزیکی، (ب) کار

۱. مبانی منطق جدید، دکتر لطف‌الله نبوی، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاهها،

شیمی و (ج):؟

از سوی دیگر با ساختار صوری زبان، پیوندی استوار دارد. این پیوند دوگانه منطقی را از زبانشناسی جدا می‌کند.

بعد از این مقدمات به اثبات هر یک از صور می‌پردازیم:

اثبات (۱) حالت اول بدیهی است؛ زیرا تعریف قضیه متصله و یا گزاره شرطی می‌گوید:

p	g	$p \rightarrow g$
T	T	T

قضیه متصله‌ای (گزاره شرطی) صادق است که اگر مقدم آن صادق بود آنگاه تالی صادق باشد.

برای اثبات مراحل بعدی جدول ارزشی استلزام مادی نیاز به چند توضیح برای روشن شدن استدلالها داریم:

بنا به تعریفی که فیلون مگاری ارائه داده است:



هر علم با گروهی از جمله‌ها سروکار دارد و کار اساسی آن، بررسی صدق و کذب آنهاست. برای بررسی صدق «الف» باید آب را کنار دریا جوشاند و درجه گرمای آنرا اندازه گرفت و برای نشان دادن صدق «ب» باید آب را تجزیه کرد؛ اما در بررسی صدق «ج» چه آزمایشی باید کرد؟

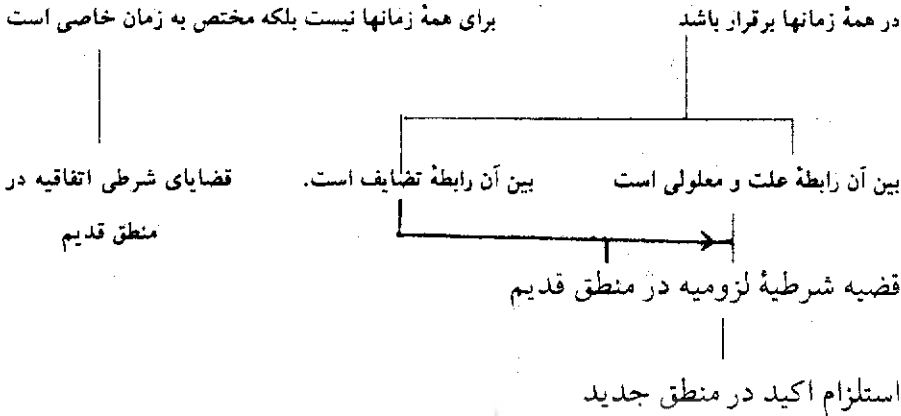
مثال سوم ساختار منطقی جمله بگونه‌ای دیگر است که خود از دو گزاره خبری دیگر تشکیل شده است. حال برای اینکه صدق و عدم صدق را در این مورد بررسی کنیم، می‌بایست جداگانه ارزش صدق و کذب مقدم و تالی را دریابیم و این کار نیز میسر نمی‌شود مگر با نگاه به خارج و انطباق آن با خارج.

اینک صدق «ج» مربوط به ساختار منطقی جمله است و تعیین صدق آن به نوع رابطه و مواد اجزاء جمله دارد. اما سنجش اینکه مقدم و تالی به تنهای صادق هستند یا کاذب به عهده خارج است.

می‌توان ساختار صوری این مثال و آنچه مانند این مثال است را بصورت  $p \rightarrow q$  نوشت که به جای  $p$  و  $q$  می‌توانیم هر جمله خبری را قرار دهیم. ارزش صدق و کذب این جمله‌ها وابسته به صدق و کذب  $p$  و  $q$  است. منظر از یکسو با صدق و

(قضیه‌ای که در صورت صدق مقدم تالی نیز صادق است) ممکن است

این رابطه



از آپاندیسیت داشتن و نیاز به عملی حسن، خبر نداریم. ولی می‌دانیم که چنین نیست که حسن آپاندیسیت داشته باشد، اما نیاز به عمل نداشته باشد. حال اگر حسن آپاندیسیت نداشته باشد، اما نیاز به عمل داشته باشد، جمله او غیر صادق نیست، چون اثبات شیء نفی ماعدا نمی‌کند.

ملازمهٔ حرفش این نیست که اگر حسن آپاندیسیت نداشته باشد در هیچ زمان و به هیچ دلیلی دیگر نیاز به عمل ندارد تا ما بگوییم اما حسن نیاز به عمل دارد، پس حرفش درست نیست و جمله شرطی وی غیر صادق است؛ بنابراین چون ملازمهٔ حرفش این نیست، گفتهٔ وی صادق می‌باشد.

(همانطور که در اکثر توضیحات و

با این تفصیل بیشتر، مفهوم تعریف فیلون آشکار می‌شود. بعضی منطق دانان که به استلزام مادی اشکال می‌کنند و پرایش پارادوکسهایی می‌آورند، مقصود تعریف را بطور کامل در نیافته‌اند.

تعریف را بطور روشنتر می‌توان چنین بیان کرد:

تعریف A: استلزام مادی در صورتی درست است که گزارهٔ شرطی ما بگونه‌ای نباشد که اگر  $p$  صادق باشد آنگاه  $q$ .

تمام حالتها، بنا بر این تعریف برای استلزام مادی پذیرفته شده است، حتی حالتی که  $p$  صادق نباشد ولی  $q$  صادق باشد نیز داخل در تعریف است و همچنین تمام حالت‌های قابل فرض.

مثلاً اگر بگوییم: اگر حسن آپاندیسیت داشته باشد نیاز به عمل دارد.

مثالها می بینید حالتهای جدول ارزشی خارج از رابطه علت و معلولی و بدون نگاه کردن به مواد اثبات می شود.)  
یک مثال دیگر:

اگر حسن را ببینم، پیام تو را به او می رسانم.

(رساندن پیام مشروط به دیدن حسن شده است. اگر گوینده حسن را ببیند و پیام را هم برساند، در گفته اش صادق بوده است. و اگر حسن را ببیند، اما پیام را نرساند. کاذب... اما اگر گوینده حسن را نبیند، یعنی مقدم کاذب باشد، ارزش گفته او چه خواهد بود؟ آنچه مسلم است گوینده را نمی توان کاذب دانست. چه رسانیدن پیام را مشروط بر دیدن حسن کرده و چون این شرط بر نیامده، پیام را هم نرسانده است. بنا بر این دلیلی ندارد که گوینده را در گفته اش صادق ندانیم. این بدین معنی است که اگر مقدم کاذب باشند جمله شرطی صادق خواهد بود و این صدق بستگی به صدق و کذب تالی هم نخواهد داشت.)<sup>۱</sup>  
بعد از این توضیحات: حالت سوم و دوم درست است و حالت چهارم نیز مخالف با تعریف می باشد.

شامل این حالت می شود.

حالت چهارم:  $\frac{p}{T} | \frac{q}{F} | \frac{P \rightarrow q}{F}$   
این حالت غیر صادق است، چون مخالف با تعریف است.

حالت سوم نیز با همان بیان صادق می باشد.  $\frac{p}{F} | \frac{q}{T} | \frac{P \rightarrow q}{T}$

یعنی صدق مقدم، شرط کافی برای صدق تالی است، نه شرط لازم بر خلاف ترکیب دو شرطی.

دکتر اژه ای در مورد صدق این موارد می گوید:<sup>۲</sup> «در اینجا همین قدر اضافه می کنیم که صادق شمردن قضیه متصله در صورت ۲ و ۳ موجب هیچ خطایی نمی شود، علاوه بر این اگر قضیه متصله را در حالت دوم صادق ندانیم، نمی توانیم به کمک قاعده رفع تالی، از کذب تالی، کذب مقدم را نتیجه بگیریم.»  
در منطق جدید و قدیم فقط از دو صورت وضع تالی و رفع مقدم برای اثبات قضایا استفاده می کنند، در حالی که بنا بر جدول ارزشی می توان از صورت های دیگر نیز نتیجه گرفت. شاید در نگاه اولیه این حرف درست باشد مثلاً بگوییم در حالت سوم از رفع مقدم می توان تالی را نتیجه گرفت. برای

حالت دوم:  $\frac{p}{F} | \frac{q}{F} | \frac{P \rightarrow q}{T}$

نیز بنا بر توضیحات داده شده صادق است؛ چون تعریف استلزام مادی

۱. از کتاب درآمدی بر منطق جدید صفحه ۱۰۲.  
۲. مجله معارف، مرکز نشر دانشگاهی، دوره چهارم شماره ۱، فروردین - نیز، ۱۳۶۶ ص ۱۸۲ - ۱۶۵ - قضایای شرطیه و چگونگی صدق و کذب آنها.

$p \rightarrow q$	$q$	$p$
۱) T	T	T و F
۲) T	F	F
۳) F	T	F

۱) اگر گزاره شرطی ما صحیح باشد چون  $q$  صادق است نمی توان  $p$  را نتیجه گرفت چون هر دو احتمال صدق و عدم صدق می باشد.

۲) حالت دوم رفع تالی است که در اثبات قضایا کاربرد دارد.

$$\sim p, (p \rightarrow q) \vdash \sim q$$

۳) حالت سوم اگر گزاره شرطی ما نادرست باشد (با شرطی که قبلاً ذکر شد) اگر تالی صادق باشد می توان نتیجه گرفت که مقدم غیر صادق است.

بررسی جوابها جدول را بر حسب اثبات مقدمات تنظیم می کنیم.  
حالت اول:

۱) در صورتی که بدانیم بنا بر فرض اول گزاره شرطی ما صحیح است و بنا بر فرض دوم  $p$  (صادق) است، می توانیم نتیجه بگیریم  $q$  صادق است که همان وضع مقدم است و نتیجه اش صادق بودن تالی است.

$p \rightarrow q$	$p$	$q$
۱) T	T	T
۲) T	F	T و F
۳) F	T	F

$$p, (p \rightarrow q) \vdash q$$

۲) اگر بر فرض عدم صدق مقدم، بخواهیم نتیجه ای بگیریم، نمی توانیم؛ چون طبق جدول ارزشی می بینیم تالی هم صادق می تواند باشد و هم کاذب.

۳) اما اگر جمله شرطیه ما غیر صادق بود و بدانیم دلیل نادرست بودن قضیه شرطیه، مبادی آن می باشد نه نوع ساختار آن، در صورت عدم صدق  $q$  می توان صادق بودن  $p$  را نتیجه گرفت؛ اما چون نتایج منطق دانان صرفاً با فرض صدق شرطیه است این حالات کاربرد ندارد.

حالت دوم:

