فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران/ سال بیست‌ویکم/ شماره ۶۷/ تابستان ۱۳۹۵/ صفحات ۱۴۱-۱۱۳

برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با روش GARCH-EVT-Copula

حسین راغفر [۱]

نرجس آجورلو [۲]

تاریخ ارسال: ۱۳۹۴/۴/۱۳ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۴/۶

چکیده

هدف این مقاله، محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با استفاده از روش GARCH-EVT-Copula (GEC) است. عمده‌ترین چالشی که امروزه صنعت بانکداری با آن مواجه بوده، درک مفهوم ریسک و به دنبال آن، اندازه‌گیری و کمی کردن ریسک است. روش‌های مختلفی برای اندازه‌گیری ریسک وجود دارد، اغلب این روش‌ها توزیع مشترک شناخته‌شده‌ای برای سبد دارایی فرض می‌کنند، به‌طور معمول توزیع مشترک نرمال در مدل‌های تجربی مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما توزیع دارایی‌ها در اغلب موارد دنباله پهن هستند، در نتیجه، فرض نرمال بودن توزیع مشترک بازدهی می‌تواند به برآورد نادرست VaR منجر شود. در این مقاله، توزیع مشخصی برای سبد دارایی فرض نمی‌شود. این مقاله از مدل خودرگرسیون همراه با ناهمسانی واریانس آستانه‌ای (GJR-GARCH) برای توزیع بازده‌ای متغیر در طول زمان دارایی‌های فردی، همچنین تئوری مقدار فرین برای توزیع‌هایی که دنباله پهن هستند و توابع کاپولا برای ساختار وابسته به تمام دارایی‌های یک سبد دارایی استفاده کرده است. در این تحقیق، ارزش در معرض خطر از روش‌های واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی نیز محاسبه شده است. در نهایت، با استفاده از آزمون کوپیک که یکی از روش‌های پیش‌آزمایی ارزش در معرض خطر است، اعتبار مدل‌ها مورد سنجش و ارزیابی قرار گرفته است. نمونه آماری این مطالعه را نرخ‌نامه‌های روزانه ارزهای دلار، یورو، وون کره، ین ژاپن، لیر ترک و درهم امارات در بازار از تاریخ ۱۳۸۶/۱/۱ تا تاریخ ۱۳۹۱/۱/۳۱ تشکیل می‌دهند، همچنین سبد ارزی یک بانک نمونه در تاریخ ۱۳۹۱/۱/۳۱ مورد بررسی قرار گرفته است. براساس نتایج حاصل از تحقیق، ارزش در معرض خطر محاسبه شده توسط مدل GEC نسبت به دو مدل دیگر بیشتر است و براساس نتایج به‌دست آمده از آزمون کوپیک، اعتبار و دقت مدل GEC نسبت به دو مدل دیگر بیشتر است.

۱- استادیار دانشگاه الزهرا (س)، دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی، گروه اقتصاد، پست الکترونیکی: raghhg@alzahra.ac.ir

۲- کارشناس ارشد دانشگاه الزهرا (س) (نویسنده مسؤول)، پست الکترونیکی: ajorlo.narges@yahoo.com

واژگان کلیدی: آزمون کوپیک، ارزش در معرض خطر، مقدار فرین، کاپولا.
طبقه‌بندی **JEL**: *C22*، *C58*، *C53*، *G32*.

۱- مقدمه

با توجه به تغییرات مداوم در عوامل محیطی و نظام‌های اقتصادی، هر روز ریسک‌های متفاوتی بر ساختار مالی مؤسسه‌های مختلف اثر می‌گذارند. مؤسسه‌های مختلف از جمله شرکت‌های صنعتی، تولیدی و خدماتی، مؤسسه‌های پولی و مالی و حتی دولت‌ها با توجه به عملکرد خود با ریسک‌های خاصی مواجه می‌شوند. در واقع، نمی‌توان ریسک‌های موجود در بازار را از بین برد، بلکه باید روش‌های مناسبی برای کنترل و به حداقل رساندن آنها به کار گرفت. یکی از روش‌های اندازه‌گیری ریسک، محاسبه ارزش در معرض خطر یا VaR[1] است. ارزش در معرض خطر، رویکردی متعارف برای محاسبه مقداری خطر بازار است. ارزش در معرض خطر احتمال زیان‌هایی را که ممکن است در اثر تغییرات قیمتی در یک افق زمانی و در یک دامنه اطمینان معین رخ دهد، تخمین می‌زند و یک ضابطه شهودی برای مدیریت دارایی‌ها فراهم می‌آورد و ازاین‌رو، جاذبه زیادی برای تصمیم‌گیران مالی دارد. تخمین‌های نادرست از ارزش در معرض خطر سبد دارایی‌ها می‌تواند بنگاه‌ها را به حفظ ذخایر ناکافی سرمایه برای پوشش ریسک‌های خود هدایت کند، به نحوی که آنها ذخایر سرمایه ناکافی را برای جذب تکانه‌های مالی بزرگ نگهداری کنند؛ برای مثال، موارد متعددی از ورشکستگی‌های نهادهای مالی اخیر به سبب تخمین‌های نادرست ارزش در معرض خطر سبد دارایی‌های آنها شکل گرفته است.

اغلب تحقیقات تأکید خود را بر تخمین ارزش در معرض برای موارد تک‌متغیره انجام می‌دهند که می‌تواند تصویر ناقصی برای مدیریت ریسک سبد دارایی فراهم آورد، به‌علاوه، عمده معاضدت‌های علمی به ارزش در معرض خطر سبد دارایی به تخمین‌گرهای

1- Value at Risk

ارزش در معرض خطر حاشیه‌ای، ارزش در معرض خطر بخشی از سبد دارایی و ارزش در معرض خطر اضافی به‌جای ارزش در معرض خطر خود سبد دارایی محدود شده‌اند. یکی از مهم‌ترین چالش‌های اساسی در مبحث ارزش در معرض خطر، تعیین تابع توزیع مناسب برای دارایی‌های مالی است. روش‌های رایج و سنتی برآورد ارزش در معرض خطر، توزیع مشترک شناخته شده‌ای برای بازده سبد دارایی فرض می‌کنند و به‌طور معمول توزیع مشترک نرمال در نظر گرفته می‌شود. مطالعات انجام شده روی تغییرات بازده دارایی‌های مالی، نشان می‌دهند که توزیع بازده دارایی‌ها در اغلب موارد دنباله پهن هستند، همچنین فرض نرمال بودن تابع توزیع مشترک سبد دارایی به دلیل در نظر گرفتن روابط خطی بین دارایی‌ها مورد تردید است. بنابراین، فرض نرمال بودن توزیع مشترک بازدهی‌ها می‌تواند به برآورد نامناسب VaR منجر شود.

تحقیقات اخیر کوشیده‌اند تا تئوری مقدار فرین (EVT)[1] را برای حل این مسأله اتخاذ کنند، تئوری مقدار فرین نه‌تنها از ایجاد تخمین پایینی از VaR که به‌طور معمول در فرض گاوسی[2] بروز می‌کند فارغ می‌شود، بلکه انعطاف‌پذیری کافی را برای مدل‌سازی توزیع‌های دنباله پهن مختلف دارد. همچنین تئوری کاپولا ابزار مناسبی برای مدل‌سازی توزیع‌های چندمتغیره است که در آن، با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای و وابستگی بین متغیرها، تابع توزیع مشترک تعریف می‌شود. رویکرد کاپولا روشی برای توصیف ساختارهای وابستگی است. این روش، برخلاف روش‌های دیگر تنها بر همبستگی دارایی‌ها تکیه نمی‌کند. در این مقاله، ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه، با استفاده از روش GARCH-EVT-Copula(GEC) محاسبه شده است. در این روش، فرض خاصی روی سبد دارایی در نظر گرفته نشده است. در این راستا ساختار مقاله در ادامه به شرح زیر خواهد بود.

1- Extreme Value Theory
2- Gussian

در بخش دوم، ادبیات موضوع مرور می‌شود که ابتدا ارزش در معرض خطر و روش‌های محاسبه آن بررسی می‌شوند؛ همچنین مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس در این بخش معرفی می‌شوند؛ در انتها پیشینه پژوهش و مطالعات انجام شده در زمینه ارزش در معرض خطر و ریسک نرخ ارز ارایه می‌شود. بخش سوم، به بررسی روش تحقیق می‌پردازد، تمرکز این بخش بر معرفی تئوری مقدار فرین و توابع کاپولاست و چگونگی محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از مدل در این بخش ارایه می‌شود و در انتها در مورد پیش‌آزمایی ارزش در معرض خطر و نحوه مقایسه مدل‌های به کار رفته توضیحاتی داده می‌شود. در بخش چهارم، به معرفی داده‌ها، محاسبات و تجزیه‌وتحلیل داده‌ها و نتایج می‌پردازیم، سپس، نتایج به‌دست آمده از روش‌های مختلف توسط آزمون کوپیک مقایسه می‌شوند. بخش پنجم به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

۲- مبانی نظری

اندازه‌گیری ریسک و کمی کردن آن، از چالش‌های بسیار قدیمی بوده که ذهن ریاضی‌دانان، مدیران و سیاست‌گذاران را به خود مشغول کرده است. یکی از معیارهای جدید محاسبه ریسک بازار که از دهه ۹۰ میلادی بسیار متداول شده و مورد استفاده گسترده نهادهای مالی از جمله: بانک‌های تجاری، صندوق‌های بازنشستگی، شرکت‌های بیمه و... قرارگرفته، معیار ارزش در معرض خطر است که پاسخ این پرسش بوده که حداکثر ضرر در دوره مشخصی از آینده با احتمالی معلوم چقدر است؟

۲-۱- ارزش در معرض خطر

ارزش در معرض خطر حداکثر زیان احتمالی پرتفوی را در یک دوره زمانی مشخص و در یک سطح اطمینان معین اندازه می‌گیرد. تحلیلگران مالی از مدل ارزش در معرض خطر استفاده‌های متعددی می‌کنند و کاربردهای این مدل در مدیریت ریسک و همچنین برای مقاصد قانون‌گذاری، معیاری برای سنجش میزان ریسک و معیاری برای سنجش مقدار سرمایه مورد نیاز یک سازمان برای انجام عملیات خود است. در پرتفوهای سرمایه‌گذاری

که شامل انواع ابزارهای مالی مانند سهام، اوراق قرضه و انواع ابزارهای مشتقه هستند، تنها از طریق این شاخص می‌توان ریسک را محاسبه کرد، زیرا به علت ویژگی‌های خاص ابزارهای مشتقه از جمله نبود رابطه خطی بین بازدهی ابزارها و دارایی اصلی تعهد شده، نمی‌توان از سایر روش‌ها استفاده کرد.

استفاده از سنجه ارزش در معرض خطر، مستلزم انتخاب دو پارامتر است؛ این دو پارامتر، سطح اطمینان و طول دوره مشاهده هستند. طول دوره مشاهده، بیان‌کننده دوره زمانی از گذشته است که با استفاده از داده‌های آن پارامتر مدل را تخمین می‌زنند. کمیته بازل دوره مشاهده ۲۵۰ روز کاری را برای مشاهدات روزانه پیشنهاد کرده است و تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که با افزایش طول دوره مشاهده، مقدار ارزش در معرض خطر افزایش می‌یابد. دوره‌های نگهداری رایج، یک روز یا یک ماه هستند، اما مؤسسه‌ها می‌توانند دوره‌های نگهداری مختلفی را در نظر بگیرند، دوره نگهداری ایده‌آل در یک بازار خاص، مدت زمانی است که ضامن نقدشوندگی موقعیت‌ها در آن بازار باشد. فاصله اطمینان باید بیان‌کننده درجه ریسک‌گریزی سازمان و هزینه ضرر بیش از ارزش در معرض خطر برای سازمان باشد. ریسک‌گریزی بالا یا هزینه زیاد، بیان‌کننده این است که حجم سرمایه زیادتری برای پوشش ضررهای محتمل باید نگه داشته شود که این خود، به انتخاب فاصله اطمینان بزرگ‌تری منجر می‌شود.

با توجه به توزیع احتمالات نرمال، وقایع نرمال و معمولی نسبت به وقایع غیرمعمول تکرار بیشتری دارند، در تابع توزیع احتمالات بازدهی نیز چنین مسأله‌ای صادق است، به عبارت دیگر، بازدهی یک دارایی مالی با بیشترین احتمال دارای بازدهی معادل امید ریاضی (میانگین بازدهی) خواهد بود و با احتمال کمی دارای بازدهی بسیار زیاد یا زیان بسیار زیاد خواهد بود. بنابراین، می‌توان زیان پرتفوی را برای یک دوره مشخص، به صورت زیر نشان داد.

$$P[\Delta P(\Delta t, \Delta x) > -VaR] = 1 - \alpha \qquad (۱)$$

ΔP = تغییر ارزش بازار پرتفوی Δt = افق زمانی مورد نظر

Δx = بردار تغییر در متغیرهای مورد استفاده

$1-\alpha$= سطح اطمینان

Δt، دوره نقدینه‌سازی دارایی نامیده می‌شود که بین یک روز تا دو هفته و برای دارایی‌های با نقدینگی پایین‌تر تا یک سال تعیین می‌شود.

ارزش در معرض خطر برای موقعیت‌ها و عوامل ریسک مختلف سنجه مشترک ریسک است و می‌توان آن را برای هر نوع پرتفویی به کار برد و این، به ما اجازه می‌دهد که ریسک پرتفوهای مختلف را مقایسه کنیم. همچنین ارزش در معرض خطر، پاسخگوی پیچیدگی‌های ابزارهای مالی است و انواع ریسک را در یک عدد خلاصه و مدیریت را از مواجهه با انبوهی از محاسبات ریسک خلاص می‌کند و از طریق آن می‌توان ریسک را هدف‌گذاری و برای ریسک بودجه تعیین کرد.

۲-۲- روش‌های اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر

رویکردهای اندازه‌گیری ریسک را در حالت کلی می‌توان در سه بخش تقسیم کرد:

- رویکردهای پارامتری
- رویکردهای ناپارامتری
- رویکردهای نیمه‌پارامتری

هرکدام از این رویکردها شامل مدل‌های متنوعی هستند، اما در بین این مدل‌ها سه روش پایه و اصلی معرفی شده است که مدل‌های دیگر زیربنای نظری خود را یکی از این مدل‌ها قرار داده‌اند، روش‌های اصلی در محاسبه ارزش در معرض خطر به صورت زیر است:

۱- روش واریانس-کوواریانس

۲- روش شبیه‌سازی تاریخی

۳- روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو

۲-۲-۱- روش واریانس-کوواریانس (رویکرد پارامتری)

در رویکرد پارامتری فرض خاصی در مورد توزیع احتمال بازده دارایی مالی در نظرگرفته می‌شود، می‌توان این توزیع را توزیع نرمال، تی- استودنت، توزیع خطای تعمیم‌یافته یا هر

نوع توزیع آماری دیگر فرض کرد. در روش واریانس-کوواریانس دو فرض اساسی وجود دارد که به صورت زیر است:

۱- بازده دارایی مالی یا پرتفوی سرمایه‌گذاری به صورت نرمال توزیع شده است.

۲- رابطه خطی بین عوامل ریسک بازار و ارزش دارایی برقرار است.

با فرض نرمال بودن توزیع بازده ارزش در معرض خطر به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$VaR_t = -P_{t-1}(\mu_t - \sigma_t Z_\alpha) \qquad (۲)$$

VaR_t= ارزش در معرض خطر دوره جاری

P_{t-1}= قیمت قبلی سهم μ_t= میانگین بازده در دوره t

σ_t= انحراف معیار بازده

Z_α= مقدار متغیر نرمال استاندارد در سطح اطمینان $1-\alpha$

۲-۲-۲- روش شبیه‌سازی تاریخی (رویکرد ناپارامتری)

یکی از مدل‌های رویکرد ناپارامتری، روش شبیه‌سازی تاریخی است. در این روش، هیچ فرض خاصی در مورد توزیع بازده دارایی‌ها در نظر گرفته نمی‌شود، اما فرض می‌شود که رفتار بازده دارایی مالی مانند رفتار آن در گذشته است و توزیع احتمال بازده در گذشته مانند توزیع احتمال آینده دارایی مالی است.

در رویکردهای ناپارامتری، از آخرین توزیع تجربی بازده برای برآورد سنجه‌های ریسک استفاده می‌شود. اگر پرتفویی با n دارایی داشته باشیم و اگر r_{it} بازده سهم i در دوره t باشد و w_i به‌عنوان درصد سرمایه‌گذاری در هر دارایی تلقی شود، بازده شبیه‌سازی شده تاریخی در دوره t به صورت زیر خواهد بود.

$$r_{pt} = \sum_{i=1}^{n} w_i \, r_{it}$$

و این بازده شبیه‌سازی شده مبنای محاسبه ارزش در معرض خطر خواهد بود.

روش شبیه‌سازی تاریخی شامل مراحل زیر است:

۱- عوامل بازار مؤثر بر ارزش دارایی(نرخ بهره و ارز) تعیین می‌شود.

۲- با گردآوری اطلاعات در یک دوره تاریخی برای تمام عوامل، بازده هر جزء و بازده کل سبد دارایی برای هر روز محاسبه می‌شود.

۳- مقادیر بازده برای شناسایی صدک اول توزیع (با فرض اطمینان ۹۹٪) رتبه‌بندی می‌شود.

۲-۲-۳- روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو (رویکرد نیمه‌پارامتری)

روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی مکرر فرآیند تصادفی حاکم بر قیمت یا بازده ابزار مالی مورد نظر است. در این روش، فرض نرمال بودن بازده دارایی الزامی نیست و از آن برای به‌دست‌آوردن ریسک ابزارهای مالی دارای تابع بازدهی غیرخطی استفاده می‌شود. اساس روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو، نمایش ترکیبات تصادفی حالات ممکنه از عدم قطعیت‌هایی است که در یک پروژه رخ می‌دهد. در این روش، براساس همبستگی‌ها و نوساناتی که مدیر ریسک تخمین می‌زند، تعداد بسیار زیادی شبیه‌سازی صورت می‌پذیرد که هر شبیه‌سازی (سناریو) یک مقدار ممکن برای سبد دارایی در افق زمانی هدف ایجاد می‌کند. در صورت داشتن تعداد کافی از این شبیه‌سازی‌ها، توزیع شبیه‌سازی شده ارزش‌های سبد دارایی به توزیع صحیح، اما ناشناخته سبد نزدیک می‌شود و ارزش در معرض خطر از این توزیع به‌سادگی به‌دست می‌آید. فرآیند شبیه‌سازی شامل مراحل زیر است:

۱- تعیین فرآیندهای احتمالی و پارامترهای فرآیند برای متغیرهای مالی

۲- شبیه‌سازی فرضی قیمت برای تمام متغیرهای مورد استفاده و تغییرات قیمت‌های فرضی از شبیه‌سازی توزیع‌های مشخص شده به‌دست می‌آید.

۳- محاسبه و تعیین قیمت دارایی‌های مالی در زمان t و بازده دارایی از روی قیمت‌های شبیه‌سازی شده و محاسبه ارزش پرتفوی سرمایه‌گذاری در زمان t

۴- تکرار مراحل ۲ و۳ به دفعات زیاد، برای مثال، ۱۰۰۰ یا ۱۰۰۰۰ بار برای تشکیل توزیع احتمال ارزش پرتفوی

۵- اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر در سطح اطمینان $1-\alpha$ از روی توزیع شبیه‌سازی شده بازدهی p_i در زمان t

۲-۳- پیشینه تحقیق

در ایران مطالعات کمی در زمینه ارزش در معرض خطر صورت گرفته است. بیشتر این مطالعات از روش‌های پارامتری برای محاسبه ارزش در معرض خطر استفاده می‌کنند که این روش‌ها فرض می‌کنند توزیع دارایی‌های مالی مشخص و در اغلب موارد نرمال هستند. در صورتی که توزیع دارایی‌ها دنباله‌هایی پهن‌تر از توزیع نرمال دارند.

در مطالعه محسنی (۱۳۹۱)، با عنوان «محاسبه ارزش در معرض خطر سبد سهام یک شرکت سرمایه‌گذاری نمونه با استفاده از روش GARCH-کاپولای شرطی» ارزش در معرض خطر سبد سهام یک شرکت سرمایه‌گذاری با روش‌های GARCH-کاپولای شرطی و شبیه‌سازی تاریخی و روش واریانس-کوواریانس محاسبه شده است و با استفاده از آزمون کوپیک، نتایج حاصل از مدل‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. براساس نتایج حاصل از تحقیق، مقادیر پیش‌بینی شده VaR با استفاده از روش GARCH-کاپولای شرطی نسبت به دو روش دیگر قابل قبول‌تر است.

در مطالعه راغ (۱۳۸۵)، با عنوان «مدیریت بهینه ریسک نرخ ارز در بانک‌های تجاری ایران (مطالعه موردی منابع و مصارف ارزی بانک ملت)» میزان ریسک پرتفوی بانک در دو بخش وضعیت ارزی دارایی و وضعیت ارزی بدهی محاسبه شده است و متعاقب آن ریسک پرتفوی یادشده با در نظر گرفتن اقلام خارج از ترازنامه اعم از دارایی و بدهی محاسبه شده است. روش به کار گرفته شده در این تحقیق، روش واریانس-کوواریانس است. با استفاده از تابع پرتفوی بهینه، ترکیب بهینه ارزها تعیین شده است، سپس، ارزش در معرض خطر منابع و مصارف ارزی بانک با ترکیب جدید پیشنهادی محاسبه و نشان داده شده است که بانک می‌تواند با بهره‌گیری از این ترکیب، ارزش در معرض خطر منابع و مصارف خود را به میزان معتنابهی کاهش دهد.

در مطالعه جودی (۱۳۸۷)، با عنوان «تهیه پرتفوی بهینه ارزی بانک تجارت با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک» برای محاسبه ریسک پرتفوی ارزی بانک تجارت دو رویکرد پارامتری و ناپارامتری شامل روش‌های واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی

و مونت‌کارلو به کار گرفته شد. در این تحقیق، مدل بهینه انتخاب و با استفاده از روش مارکویتز، عملیات بهینه‌سازی روی مدل یادشده انجام و پرتفوی بهینه و کارآی ارزی تعیین شد. براساس نتایج به‌دست آمده از این مطالعه، رویکرد ناپارامتری به رویکرد پارامتری برتری دارد.

هانگ[1] و همکاران (۲۰۰۹)، ارزش در معرض خطر سبدی متشکل از دو دارایی TALEX و Nasdaq را با کمک روش‌های Garch- کاپولای شرطی و شبیه‌سازی تاریخی و روش‌های پارامتری محاسبه کردند. نتایج حاصل از تحقیق نشان داد که مدل کاپولا در مقایسه با مدل‌های دیگر به صورت موفق‌تری عمل می‌کند و همچنین t-کاپولا ساختار وابستگی سبد دارایی را به‌خوبی نشان می‌دهد.

مطالعه شیان چنگ هانگ[2] (۲۰۱۱)، در مورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی در بازارهای ارزی کشورهای عضو G7 بودکه در این مطالعه، ارزش در معرض خطر با استفاده از روش گارچ و تئوری مقدار فرین و برمبنای روش کاپولا محاسبه شد. براساس نتایج تحقیق، VaR محاسبه شده با روش تی-کاپولا و کاپولای گاوسی نسبت به روش شبیه‌سازی تاریخی دقیق‌تر است.

وجه تمایز این مقاله با مطالعات دیگر در آن است که در این مقاله، فرض خاصی روی توزیع دارایی‌ها در نظر گرفته نشده است و در آن با استفاده از تئوری مقدار فرین و تئوری کاپولا توزیع دارایی‌ها شبیه‌سازی شده‌اند. سپس، از روی توزیع شبیه‌سازی شده ارزش در معرض خطر محاسبه شده است.

۳- معرفی مدل

با توجه به اینکه در مدل GARCH-EVT-Copula(GEC) از تئوری مقدار فرین (EVT) و کاپولا استفاده شده است، در زیر به‌اختصار به معرفی آنها می‌پردازیم.

1- Huang
2- Shian-Chang Huang

۳-۱- تئوری مقدار فرین

مدیریت ریسک مشکلات زیادی در مواجهه با رخدادهای فرین دارد. این نوع رخدادها غیرمحتمل هستند، اما در صورت رویداد می‌توانند بسیار پرهزینه باشند، احتمال رخداد این حوادث پایین است، اما اثرات بزرگی به همراه دارند. از جمله این حوادث می‌توان به افت‌های شدید در بازار، قصور مؤسسه‌های بزرگ در ایفای تعهدات، بحران‌های بازارهای مالی و بلایای طبیعی اشاره‌کرد. با توجه به اهمیت این حوادث، ارایه برآوردهایی از سنجه‌های ریسک‌های فرین یکی از کلیدی‌ترین مسایل مربوط به مدیریت ریسک است.

۳-۱-۱- رویکرد فراتر از آستانه

یکی ازکاربردهای تئوری مقدار فرین، استفاده در توزیع زیان‌های فراتر از یک آستانه است و رویکردی که برای مطالعه زیان‌های فراتر از آستانه به کار برده می‌شود، توزیع پارتو تعمیم‌یافته است که برای محاسبه دم (دنباله) توزیع بازده کاربرد دارد.

رویکرد فراتر از آستانه، یک روش طبیعی برای مدل‌سازی تخطی‌ها از یک آستانه بزرگ است. به عبارت دیگر، ما تنها به دنبال مشاهدات حداکثر یا حداقل نیستیم، بلکه تخطی مشاهدات فرین از یک آستانه بزرگ نیز مورد توجه است. یک راه استخراج مقادیر فرین از یک نمونه از مشاهدات، این است که تخطی‌ها از یک آستانه بزرگ، به‌عنوان مقادیر فرین در نظر گرفته شود. اگر نمونه مشاهدات را با $X_1, X_2, \dots, X_n$ و تابع توزیع آن را با $F(X)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم، $F(u)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$F(u) = \Pr\{X_i \leq u\}$$

تخطی هنگامی اتفاق می‌افتد که برای هر $i=1,2,\dots,n$ داشته باشیم $X_i > u$ براساس این، مقادیر فراتر از آستانه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y_i = X_i - u$$

برای احتمال $X_i \leq y_i + u$ داریم:

$$\Pr\{X_i \leq y_i + u\} = F(y_i + u)$$

به این ترتیب توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه u به صورت زیر بیان می‌شود:

$$F_u(y) = Pr\{X_i - u \leq y_i | X_i > u\} \qquad (۳)$$

که $F_u(y)$ نشان‌دهنده احتمال تخطی X حداکثر به‌اندازه y از آستانه است. البته مشروط بر اینکه X از u فراتر رفته باشد. این احتمال شرطی را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$F_u(y) = \frac{Pr\{X_i - u \leq y_i, X_i > u\}}{Pr(X > u)}$$

$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

برای هر $X > u$ داریم $X = y + u$ بنابراین، توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$F(X) = \big(1 - F(u)\big)F_u(y) + F(u) \qquad (۴)$$

براساس نظریه پیکاندس[۱] و بالکما[۲] و دی هان[۳] (۱۳۷۴)، برای u های به اندازه کافی بزرگ، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع پارتو تعمیم‌یافته تقریب زد، زیرا با بزرگ شدن آستانه، توزیع مقادیر فراتر از آستانه $F_u(y)$ به توزیع پارتو تعمیم‌یافته نزدیک می‌شود. توزیع پارتو تعمیم‌یافته به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_{\xi,\beta}(X) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi\, X/\beta)^{-1/\xi} & \xi \neq 0 \\ 1 - exp(-X/\beta) & \xi = 0 \end{cases} \qquad (۵)$$

که ξ پارامتر شاخص دنباله و β پارامتر معیار است. زمانی که $\xi > 0$ باشد، تابع توزیع پارتو تعمیم‌یافته یک دنباله پهن است. بدیهی است که حد رابطه اول در معادله بالا زمانی که ξ به سمت صفر میل می‌کند، برابر با رابطه دوم است. براساس این، می‌توان توزیع پارتو تعمیم‌یافته را تنها با یک عبارت نمایش داد.

$$G_{\xi,\beta}(X) = 1 - (1 + \xi\, X/\beta)^{-1/\xi} \qquad (۶)$$

1- Pickands
2- Balkema
3- De Han

برای uهایی به‌اندازه کافی بزرگ، حد زیر برقرار است:

$$\lim_{u \to x_0} \sup_{0 \le y \le x_0} |F_u(y) - G_{\xi,\beta}(y)| = 0$$

در نتیجه، می‌توان توزیع احتمال متغیر X را این‌گونه نوشت:

$$F(X) = \big(1 - F(u)\big)G_{\xi,\beta}(X - u) + F(u) \qquad (۷)$$

برای تخمین پارامترها ابتدا باید یک مقدار منطقی برای u انتخاب شود، انتخاب آستانه مستلزم برقراری یک مصالحه بین بزرگی آستانه و تعداد مشاهدات فراتر از آستانه است. پارامترهای ξ و β را می‌توان با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی تخمین زد. بعد از تعیین آستانه، مشاهدات فراتر از آستانه را باید از نمونه مشاهدات جدا کرد. اگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه را با N_u و تعداد کل مشاهدات را با N نشان دهیم، می‌توان توزیع احتمال مقادیر کمتر از آستانه را به صورت زیر تخمین زد:

$$\hat{F}(u) = \frac{N - N_u}{N}$$

با جای‌گذاری $\hat{F}(u)$ در رابطه (۷) به‌راحتی می‌توان توزیع احتمال مقادیر X را برآورد کرد.

$$\hat{F}(X) = \left(1 - \frac{N-N_u}{N}\right) G_{\xi,\beta}(X - u) + \frac{N-N_u}{N} \qquad (۸)$$

حال با جای‌گذاری $G_{\xi,\beta}$ از رابطه (۶) در رابطه (۸) برآوردکننده دم (دنباله) توزیع به صورت زیر خواهد بود:

$$\hat{F}(X) = 1 - \frac{N_u}{N}\left(1 + \xi\frac{(X-u)}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} \qquad (۹)$$

۳-۱-۲- محاسبه ارزش در معرض خطر

محاسبه ارزش در معرض خطر مستلزم تخمین صدک‌های توزیع بازده یک دارایی است. برای یک احتمال معین مانند $1-\alpha$، می‌توان صدک مربوط به توزیع $\hat{F}(X)$ (برآوردکننده دنباله توزیع) را برآورد کرد که این مقدار با معکوس کردن توزیع $\hat{F}(X)$ از رابطه (۸) و با وجود شرط $F(u) < 1-\alpha$ به‌دست می‌آید.

$$\hat{F}^{-1}(1-\alpha) = u + \frac{\beta}{\xi}\left[\left[\frac{N}{N_u}\alpha\right]^{-\xi} - 1\right]$$

در صورتی که داده‌های مورد بررسی بازده دارایی باشد، این صدک همان ارزش در معرض خطر درصدی است.

$$\%VaR = u + \frac{\beta}{\xi}\left[\left[\frac{N}{N_u}\alpha\right]^{-\xi} - 1\right] \qquad (۱۰)$$

و VaR برابر با حاصل‌ضرب ارزش در معرض خطر درصدی در قیمت جاری دارایی است.

۳-۱-۳- مقدار فرین شرطی

استفاده از تئوری مقدار فرین شرطی[1] یا پویا زمانی مفید است که با دوره‌های کوتاه‌مدت سروکار داشته باشیم و همچنین زمانی که متغیر تصادفی x دارای ساختار پویا و قابل مدل‌سازی باشد؛ برای مثال، اگر بتوان متغیر تصادفی را با یک فرآیند GARCH مدل‌سازی کرد، فرصت خوبی برای استفاده از نظریه مقدار فرین شرطی ایجاد می‌شود. در این حالت، با استفاده از فرآیند GARCH نوسانات متغیر تصادفی تشریح می‌شود و سپس، از تئوری مقدار فرین برای مدل‌سازی پسماندهای[2] حاصل از فرآیند GARCH استفاده می‌شود.

فری[3] و مک نیل[4] فرآیند دومرحله‌ای زیر را پیشنهاد کردند:

۱- از یک مدل GARCH برای پیش‌بینی نوسانات بازده دارایی استفاده می‌شود و پس از تخمین پارامترهای مدل پسماندها استخراج می‌شود، این پسماندها با کم کردن بازده مورد انتظار از بازده واقعی حاصل می‌شود و بازده مورد انتظار از طریق مدل شکل‌گیری بازده قیمت‌ها به‌دست می‌آید. انتظار بر این است که این پسماندها دارای توزیع یکسان و مستقل از هم باشند که برای استفاده در تئوری مقدار فرین مناسب هستند.

1-Conditional Extreme Value Approach (CEVT)

2- Residuals

3- Frey

4- Mc Neil

۲- تئوری مقدار فرین بر پسماندهای استاندارد شده به کار گرفته می‌شود و با استفاده از ساختاری پویا (یعنی GARCH) برآوردهایی از دنباله بالا و پایین توزیع به‌دست می‌آید.

۳- در این مطالعه، تئوری مقدار فرین شرطی مورد استفاده قرارگرفته است و پس از به‌دست آوردن برآوردهایی از دنباله بالا و پایین تخمینی از تابع توزیع تجمعی (CDF) نیمه‌پارامتری از هر بازده به‌دست آمده که برای محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از تابع کاپولا به آن نیاز است.

۳-۲- کاپولا

یک کاپولای n- بعدی یک تابع توزیع روی فضای $[0,1]^n$ با توزیع‌های حاشیه‌ای یکنواخت استاندارد است.

برای کاپولاها از نمادگذاری $C(u)=C(u_1,\dots,u_n)$ استفاده می‌کنند. کاپولا یک نگاشت از یک ابرمکعب به یک بازه واحد به صورت $C:[0,1]^n \rightarrow [0,1]$ بوده که سه ویژگی زیر در آن برقرار است.

۱- $C(u_1,\dots,u_n)$ نسبت به هر مؤلفه u_i افزایشی است.

۲- به‌ازای هر $i \in \{1,\dots,n\}$ و $u_i \in [0,1]$ داریم: $C(1,\dots,1,u_i,1,\dots,1) = u_i$

۳- به‌ازای هر $(a_1,\dots,a_n),(b_1,\dots,b_n) \in [0,1]^n$ که $a_i \le b_i$، داریم:

$$\sum_{i_1=1}^{2} \dots \sum_{i_n=1}^{2} (-1)^{i_1+\dots+i_n} C\left(u_{1_{i_1}},\dots,u_{n_{i_n}}\right) \ge 0$$

که در آن به‌ازای هر $j \in \{1,\dots,n\}$ داریم: $u_{j1} = a_j$ و $b_j = u_{j2}$

یکی از مهم‌ترین قضایای مطرح شده در مباحث مربوط به کاپولا، قضیه اسکلار[1] (۱۹۵۹)، است که رابطه بین تابع توزیع توأم و کاپولا را بیان می‌کند.

1- Sklar

۳-۲-۱- قضیه اسکلار

اگر فرض شود F یک تابع توزیع توأم با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_1,\dots,F_n$ باشد، آنگاه کاپولای C به صورت $C: [0,1]^n \to [0,1]$ وجود دارد، به‌طوری که به‌ازای هر $x_1,\dots,x_n$ در $\bar{R}=[-\infty,\infty]$ داریم:

$$F(x_1,\dots,x_n)=C(F_1(x_1),\dots,F_n(x_n)) \qquad (۱۱)$$

اگر توابع حاشیه‌ای پیوسته باشند، آنگاه کاپولای C یکتاست، در غیر این صورت، کاپولای به‌دست آمده، یکتا نخواهد بود. کاپولای C روی فضای $\mathrm{Ran}F_1 \times \dots \times \mathrm{Ran}F_n$ تعیین می‌شود که در آن $\mathrm{Ran}F_i = F_i(\bar{R})$، برد F_i را نشان می‌دهد. برعکس اگر C یک کاپولا باشد و $F_1, \dots, F_n$ توابع توزیع تک‌متغیره باشند، آنگاه تابع F تعریف شده در (۱۱) یک تابع توزیع توأم با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_1, \dots, F_n$ است. تئوری اسکلار حاکی از آن است که می‌توان برای توابع توزیع چندمتغیره حاشیه‌های تک‌متغیره و ساختار وابسته را جدا کرد و می‌توان ساختار وابسته را با یک تابع کاپولا نشان داد.

۳-۲-۲- تابع چگالی کاپولا

قضیه اسکلار نشان می‌دهد، زمانی که متغیرها پیوسته باشند، هر تابع توزیع احتمال چندمتغیره می‌تواند با استفاده از یک توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابسته نشان داده شود که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$f(x_1,\dots,x_n) = \frac{\partial F(x_1,\dots,x_n)}{\partial x_1 \dots \partial x_n}$$

$$= \frac{\partial^n C\big(F_1(x_1),\dots,F_n(x_n)\big)}{\partial F_1(x_1)\dots\partial F_n(x_n)} \times \prod_{i=1}^{n} \frac{\partial F_i(x_i)}{\partial x_i}$$

$$= c\big(F_1(x_1),\dots,F_n(x_n)\big) \times \prod_{i=1}^{n} f_i(x_i)$$

$$c(u_1,\dots,u_n) = \frac{f(x_1,\dots,x_n)}{\prod_{i=1}^{n} f_i(x_i)}$$

که در آن، f_i ها توابع چگالی حاشیه‌ای، $u_i = F_i(x_i)$ها تابع توزیع حاشیه‌ای و c تابع چگالی کاپولاست. توابع کاپولا برای ایجاد و شبیه‌سازی توزیع‌های چندمتغیری ابزار مناسبی هستند. توابع کاپولا انواع مختلفی دارند، مانند کاپولای گاوسی (نرمال)، کاپولای تی- استیودنت[1]، کلایتون کاپولا و گامبل کاپولا. به دلیل استفاده این مقاله از کاپولای تی- استیودنت در ادامه به‌اختصار به تعریف این کاپولا می‌پردازیم.

۳-۲-۳- کاپولای تی- استیودنت

اگر $\mathbf{t_{R,\upsilon}}$ توزیع مشترک تی- استیودنت n- بعدی با ماتریس همبستگی خطی R و υ درجه آزادی و $\mathbf{t_{\upsilon}^{-1}}$ معکوس تابع توزیع تی- استیودنت تک‌متغیره باشد، در این صورت کاپولای تی- استیودنت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T_{R,\upsilon}\,(u_1, u_2, \ldots, u_n) = t_{R,\upsilon}\left(t_v^{-1}\,(u_1), \ldots, t_v^{-1}\,(u_n)\right)$$

$$= \int_{-\infty}^{t_v^{-1}\,(u_1)} \ldots \int_{-\infty}^{t_v^{-1}\,(u_n)} \frac{\Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right)|R|^{-\frac{1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)(v\pi)^{\frac{n}{2}}} \left(1 + \frac{1}{v} X^T R^{-1} X\right)^{-\frac{v+n}{2}} dx_1 \ldots dx_n$$

همچنین تابع چگالی تی- استیودنت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c_{v,R}^{t}\,(u_1, \ldots, u_n) = |R|^{-\frac{1}{2}} \frac{\Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left(\frac{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}\right)^{n} \frac{\left(1+\frac{1}{v}\mathcal{S}^T R^{-1}\mathcal{S}\right)^{-\frac{v+n}{2}}}{\prod_{i=1}^{n}\left(1+\frac{\mathcal{S}_i^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}} \quad (۱۲)$$

که در آن، $\boldsymbol{\mathcal{S}_i} = \mathbf{t_v^{-1}}$ است.

۳-۳- پیش‌آزمایی ارزش در معرض خطر

مدل‌های تخمین‌زننده ارزش در معرض خطر تنها زمانی مفید هستند که بتوانند ریسک را در حد معقولی به صورت دقیق تخمین بزنند. به همین دلیل است که عملکرد این مدل‌ها

1- Student-t Copula

باید مورد سنجش و ارزیابی قرار گیرد. اعتبارسنجی مدل، یک فرآیند عمومی است که به بررسی درستی و کفایت مدل می‌پردازد.

بعد از ایجاد مدل و قبل از استفاده عملی از آن باید اعتبار مدل را به‌دقت بررسی کرد. یک روش برای بررسی اعتبارسنجی یک مدل، پیش‌آزمایی است که شامل کاربرد روش‌های کمی برای تعیین مطابقت پیش‌بینی‌های مدل با مفروضاتی است که مدل براساس آن بنا شده است. پیش‌آزمایی همچنین شامل رتبه‌بندی مدل‌های مختلف است. کمیته بازل در پیمان اول خود در سال ۱۹۹۶، چنین بیان کرد که ماهیت تمام تلاش‌هایی که برای پیش‌آزمایی صورت می‌گیرد، مقایسه نتایج حاصل از معاملات واقعی با مقادیر ایجاد شده توسط مدل است. پیش‌آزمایی به افزایش دقت مدیریت ریسک و تعیین دقیق ذخیره سرمایه منجر می‌شود و چون مؤسسه را در جهت پیش‌بینی زیان‌های بزرگ توانمند می‌کند، احتمال ورشکستگی را کاهش می‌دهد. فرآیند پیش‌آزمایی کارآمد باعث افزایش دقت سنجه ریسک خواهد شد و به همین دلیل، سازمان نیاز کمتری به بازبینی مدل‌های ریسک و مدیریت ریسک خواهد داشت. می‌توان رویکردهای پیش‌آزمایی را در سه گروه طبقه‌بندی کرد: ۱- رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد، ۲- رویکرد پیش‌بینی چگالی و ۳- رویکرد مقایسه‌ای. یکی از مدل‌های رویکرد پیش‌بینی احتمال رویداد، آزمون کوپیک بوده که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است و در ادامه، به‌اختصار به بیان آن می‌پردازیم.

۳-۳-۱- آزمون کوپیک

یکی از راه‌های ارزیابی توانایی پیش‌بینی مدل‌های ارزش در معرض خطر شمارش دفعاتی است که مقدار زیان واقعی از مقدار زیان پیش‌بینی شده توسط مدل بزرگ‌تر باشد. اگر ارزش در معرض خطرهای روزانه را مستقل فرض کنیم، مقایسه نتایج واقعی سود و زیان روزانه با ارزش در معرض خطر محاسبه شده، یک توزیع دوجمله‌ای خواهد شد. اگر زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط مدل بیشتر باشد، این رویداد یک شکست تلقی می‌شود

و اگر کوچک‌تر شود، این رویداد یک موفقیت به شمار می‌آید. برای نشان دادن موفقیت و شکست از $I_t(\alpha)$ استفاده می‌شود که α ضریب پوشش ارزش در معرض خطر است.

$$I_t(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad r_t < -\%VaR_{t|t-1} \\ 0 & Otherwise \end{cases}$$

که r_t بازده مشاهده شده در دوره t است و $\%VaR_{t|t-1}$ ارزش در معرض خطر درصدی دوره t مشروط بر اطلاعات موجود تا زمان t-1 است. فرضیه صفر به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sum_{t=1}^{T} I_t(\alpha) = Bin(T, \alpha) \qquad (۱۳)$$

یعنی تعداد تخطی‌ها از مقدار ارزش در معرض خطر (تعداد شکست‌ها) دارای توزیع دوجمله‌ای است. T تعداد نمونه و α نرخ پوشش است.

فرضیه آماری را می‌توان به صورت زیر نوشت:

H_0 : مجموع تخطی‌ها دارای توزیع دوجمله‌ای است.

H_1 : مجموع تخطی‌ها دارای توزیع دوجمله‌ای نیست.

$$\begin{cases} H_0: \ \hat{\alpha} = \alpha \\ H_1: \ \hat{\alpha} \neq \alpha \end{cases}$$

که در آن، $\hat{\alpha}$ نسبت تعداد تخطی‌ها به کل پیش‌بینی‌ها یا نسبت شکست است. کوپیک برای بررسی فرضیه ارایه شده، آزمون نسبت شکست‌ها را پیشنهاد می‌کند. نسبت درست‌نمایی کوپیک (LR) دارای توزیع کای دو با یک درجه آزادی است و آماره آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$LR_{PF} = 2Ln\left[\frac{\hat{\alpha}^{T_1}(1-\hat{\alpha})^{T-T_1}}{\alpha^{T_1}(1-\alpha)^{T-T_1}}\right] \qquad (۱۴)$$

LR_{PF} : نسبت احتمال شکست

T : تعداد کل پیش‌بینی‌ها

T_1 : تعدادشکست‌ها

در صورتی که نسبت احتمال شکست بزرگ‌تر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی و سطح خطای α باشد، فرض صفر رد می‌شود و نمی‌توان پذیرفت که مدل ارزش در معرض

خطر را به‌درستی برآورد کرده است. اگر فرضیه صفر رد شود و $\alpha < \hat{\alpha}$ باشد، مدل ارزش در معرض خطر را دست بالا و اگر $\alpha > \hat{\alpha}$ باشد، دست پایین برآورد کرده است.

٤- برآورد و تفسیر نتایج

نمونه آماری این مطالعه را نرخ‌نامه‌های روزانه ارزهای دلار، یورو، وون کره، ین ژاپن، لیر ترک و درهم امارات در بازار آزاد از تاریخ ۱۳۸۶/۱/۱ تا تاریخ ۱۳۹۱/۱/۳۱ تشکیل می‌دهند، همچنین سبد ارزی بانک نمونه در تاریخ ۱۳۹۱/۱/۳۱ مورد بررسی قرارگرفته است. در مجموع، ۱۴۸۳ مشاهده برای قیمت ارزها موجود است که برای محاسبه ارزش در معرض خطر بانک نمونه به نرم‌افزار متلب (MATLAB) منتقل شده است. در این مطالعه، ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک با روش GARCH-EVT-Copula محاسبه و در کنار این روش، از روش‌های واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی نیز استفاده شده است تا بین روش‌های محاسبه شده مقایسه صورت گیرد. در نهایت، با استفاده از آزمون کوپیک اعتبار مدل‌ها مورد سنجش و ارزیابی قرار گرفته است.

٤-١- محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از روش GARCH-EVT-Copula

در گام نخست، بازده لگاریتمی از هر شاخص نرخ ارز محاسبه شده است.

$$r_t = \mathrm{Ln}\frac{p_t}{p_{t-1}} \qquad (۱۵)$$

که در آن، p_t قیمت ارز در دوره t است. اغلب سری‌های بازده مالی دارای درجه‌ای از خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس هستند. در این مقاله، با بررسی سری‌های بازده متوجه درجه‌ای از خودهمبستگی و ناهمسانی واریانس می‌شویم.

در این مطالعه توزیع مشترک شناخته شده‌ای برای بازده سبد دارایی فرض نشده و یک تابع توزیع تجمعی (CDF)[1] از هر نرخ ارز محاسبه می‌شود. این تابع توزیع تجمعی دارای سه بخش دنباله بالا و دنباله پایین و قسمت درونی و هموار است. برای مدل‌سازی دنباله تابع

1- Cumulative Distribution Function

توزیع تجمعی به‌وسیله توزیع پارتو تعمیم‌یافته (GPD)[1] نیاز به مشاهداتی مستقل و دارای توزیع یکسان(i.i.d) داریم.

برای رسیدن به این مشاهدات، یک مدل خودرگرسیون مرتبه اول AR(1) به میانگین شرطی و یک مدل گارچ نامتقارن GJR-GARCH(1,1) به واریانس شرطی لحاظ شده است.

$$r_t = w + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = w + \beta\sigma_{t-1}^2 + (\alpha + \gamma)(\varepsilon_{t-1} < 0)\varepsilon_{t-1}^2$$

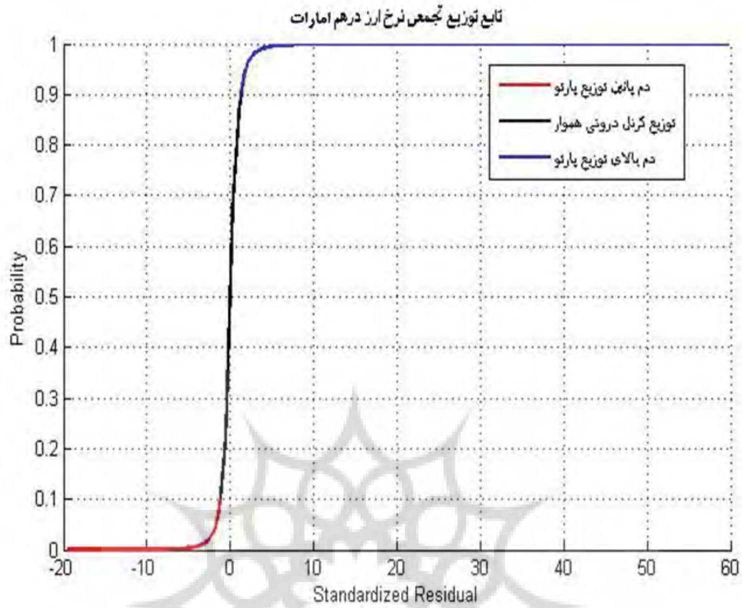
r_t= بازده دوره t

σ_t^2= میزان نوسان دوره t

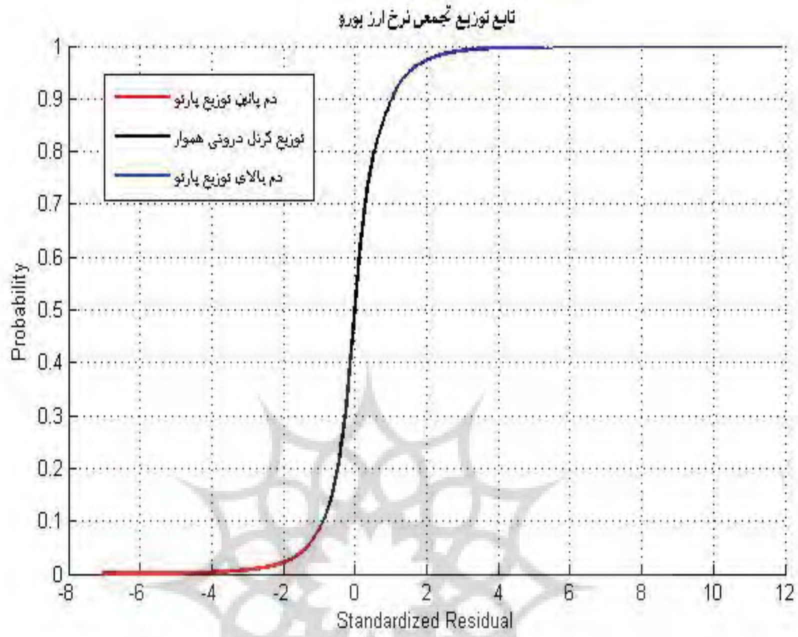
ε_t = پسماند دوره t

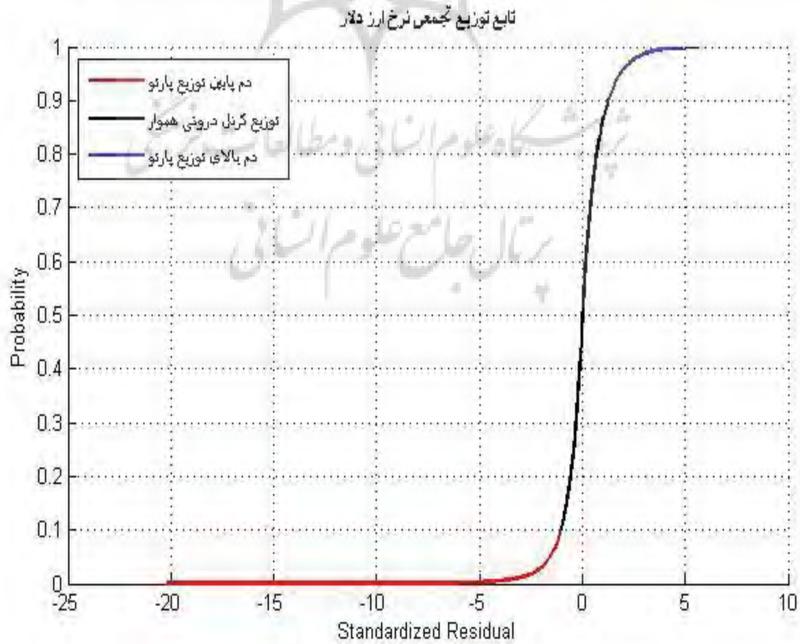
پس از اینکه پسماندهای فیلتر شده حاصل شدند، با انحراف استاندارد شرطی، آنها را استاندارد می‌کنیم. این پسماندهای استاندارد شده دارای میانگین صفر و واریانس واحد هستند. از پسماندهای استاندارد شده استفاده می‌کنیم و با به کار بردن روش کرنل گاوسی برای قسمت درونی و هموار تابع توزیع و روش مقدار فرین برای تخمین دم بالا و پایین، تابع توزیع تجمعی از هر نرخ ارز محاسبه می‌شود.

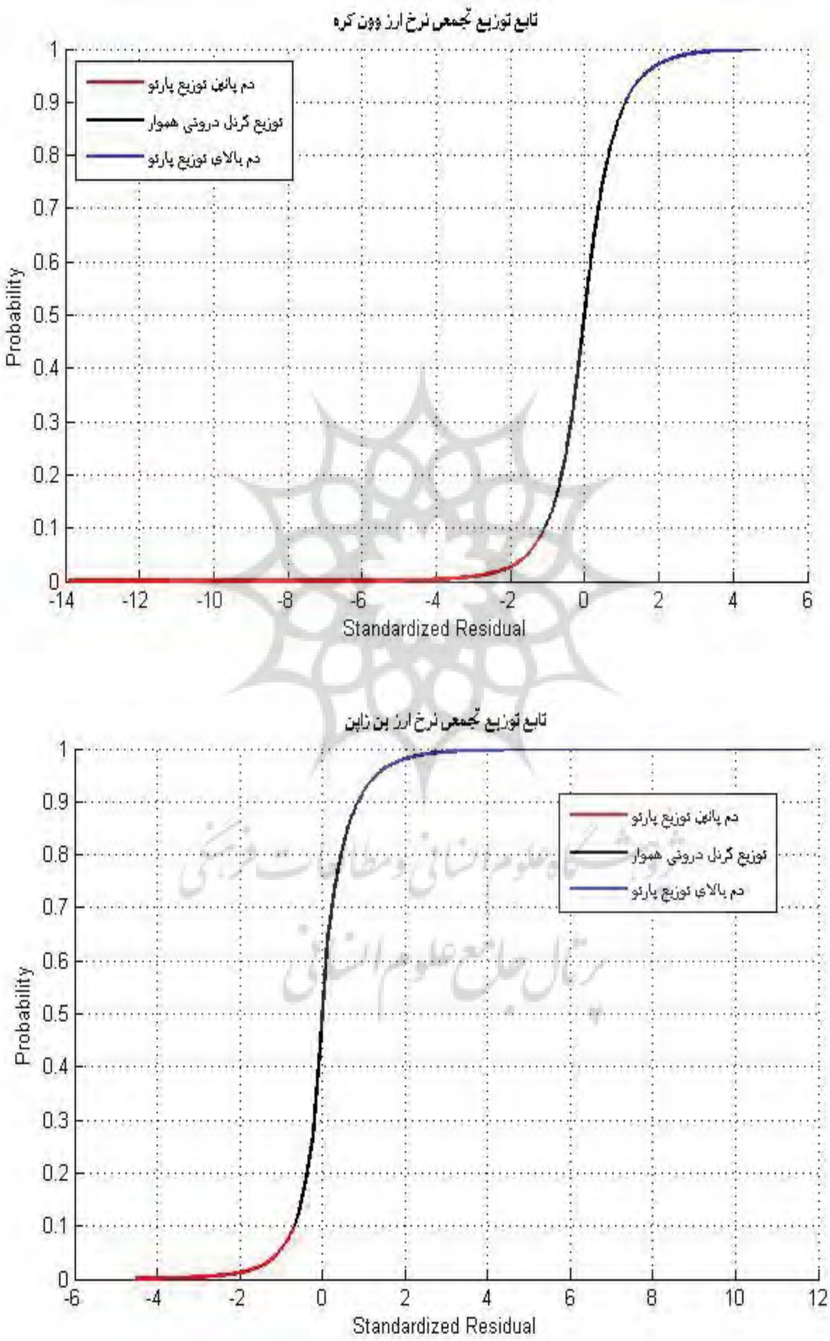
1- General Parto Distribiution


تابع توزیع تجمعی نرخ ارز درهم امارات
دم پائین توزیع پارتو
توزیع کرنل درونی هموار
دم بالای توزیع پارتو
Probability
Standardized Residual


تابع توزیع تجمعی نرخ ارز لیر ترک
دم پائین توزیع پارتو
توزیع کرنل درونی هموار
دم بالای توزیع پارتو
Probability
Standardized Residual


تابع توزیع تجمعی نرخ ارز یورو
دم پایین توزیع پارتو
توزیع کرنل درونی هموار
دم بالای توزیع پارتو
Probability
Standardized Residual


تابع توزیع تجمعی نرخ ارز دلار
دم پایین توزیع پارتو
توزیع کرنل درونی هموار
دم بالای توزیع پارتو
Probability
Standardized Residual



شکل ۱- نمودارهای تابع توزیع تجمعی نرخ‌های ارز

سپس، با استفاده از تابع توزیع تجمعی، تابع تی-کاپولا (t-Copula) را برازش می کنیم تا پارامتر درجه آزادی و ماتریس همبستگی خطی تخمین زده شود. با به‌دست آوردن پارامترهای تی-کاپولا و با استفاده از شبیه‌سازی پسماندهای استاندارد شده که از طریق وارون کردن تابع توزیع تجمعی برای هر نرخ ارز حاصل شده‌اند، بازده‌های وابسته نرخ‌های ارز به‌طور توأم شبیه‌سازی شده‌اند.

در نهایت، با معین بودن بازده‌های شبیه‌سازی شده ارزها و با توجه به بردار وزن دارایی‌های بانک در تاریخ ۱۳۹۱/۱/۳۱، ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک محاسبه شده است.

ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک با استفاده از روش‌های واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی نیز محاسبه شده که نتایج آن در جدول شماره ۱، آمده است.

جدول ۱- نتایج پیش‌بینی ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک در سطح اطمینان ۹۵ و۹۹ درصد

%95	VaR
GARCH-EVT-Copula(GEC)	۱/۳۴۷
شبیه‌سازی تاریخی	۰/۷۹۳
واریانس-کوواریانس	۰/۰۱۴
%99	**VaR**
GARCH-EVT-Copula(GEC)	۲/۵۱۹
شبیه‌سازی تاریخی	۱/۹۶۱۶
واریانس-کوواریانس	۰/۰۲۰

مأخذ: محاسبات تحقیق.

همان‌طور که از جدول شماره ۱، مشخص است، ارزش در معرض خطر در سطح اطمینان ۹۵ درصد در روش GEC حدود ۱/۳۵ درصد بوده که نشان‌دهنده حداکثر زیانی است که بانک با احتمال ۹۵ درصد در روز ۱۳۹۱/۱/۳۱ متحمل می‌شود یا به بیان دیگر، ۵ درصد احتمال دارد بانک با زیانی بیش از ۱/۳۵ درصد ارزش سبد دارایی‌اش مواجه شود.

همچنین ارزش در معرض خطر در سطح اطمینان ۹۹ درصد در روش GEC حدود ۲/۵۲ درصد ارزش سبد دارایی بانک است، یعنی با احتمال یک درصد ممکن است زیانی بیش از ۲/۵۲ درصد ارزش سبد دارایی برای بانک اتفاق بیفتد. براساس نتایج به‌دست آمده، ارزش در معرض خطر در هر دو سطح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد در روش GEC از دو روش دیگر بیشتر است.

٤-۲- ارزیابی صحت برآورد مدل‌ها و نتایج آزمون کوپیک

برای بررسی اعتبارسنجی مدل‌های به کار گرفته شده در این مقاله، از روش آزمون کوپیک استفاده شده است. برای این منظور، ابتدا سری‌های به‌دست آمده از برآوردهای ارزش در معرض خطر با بازده‌های واقعی در بازه زمانی مورد مطالعه مقایسه می‌شوند. فرضیه صفر که برابری نرخ شکست محاسبه شده و سطح معناداری مورد نظر است $H_0: \widehat{\alpha} = \alpha$، زمانی مورد قبول قرار می‌گیرد که نسبت احتمال شکست کوچک‌تر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی و سطح خطای α باشد. در غیر این صورت، اگر فرضیه صفر رد شود و $\widehat{\alpha} > \alpha$ باشد، مدل، ارزش در معرض خطر را دست بالا و اگر $\widehat{\alpha} < \alpha$ باشد، دست پایین برآورد کرده است.

تعداد ۱۴۸۲ مشاهده برای بازده موجود بوده که این مشاهدات به دو گروه داخل نمونه با ۱۳۸۲ مشاهده و خارج نمونه با ۱۰۰ مشاهده تقسیم شده است. برای اجرای آزمون کوپیک روی هر سه مدل به کار گرفته شده در این مطالعه، ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک در سطح اطمینان مشخص α (۹۹ و ۹۵ درصد) به تعداد ۱۰۰ بار پیش‌بینی و با مقدار واقعی در آن زمان مقایسه شده است که براساس آن نسبت شکست و آماره LR کوپیک محاسبه شده است. نتایج آزمون کوپیک برای هر سه مدل در جدول شماره ۲، آمده است.

جدول ۲- نتایج آزمون کوپیک

α	مدل	تعداد خطا	آماره LR کوپیک	مقدار بحرانی	نتیجه آزمون
۰/۰۵	GARCH-EVT-Copula	۴	۲/۱۶۴۲	۳/۸۴۱۵	قبول
	شبیه‌سازی تاریخی	۰	۴/۷۶۲۵	۳/۸۴۱۵	رد
	واریانس-کوواریانس	۰	۵/۰۶۵	۳/۸۴۱۵	رد
۰/۰۱	GARCH-EVT-Copula	۵	۳/۰۱۴۲	۶/۶۳۴۹	قبول
	شبیه‌سازی تاریخی	۰	۵/۲۳۵۶	۶/۶۳۴۹	قبول
	واریانس-کوواریانس	۰	۹/۱۴۱۲	۶/۶۳۴۹	رد

مأخذ: محاسبات تحقیق.

براساس نتایج جدول شماره ۲، در هر دو سطح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد در مدل GEC مقدار آماره LR از مقدار بحرانی کوچک‌تر است، بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت، فرضیه صفر، یعنی برابری نرخ شکست و سطح معناداری پذیرفته می‌شود که نشان‌دهنده برآورد مناسب مدل است. در سطح معناداری ۵ درصد در مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس مقدار آماره LR کوپیک از مقدار بحرانی بزرگ‌تر است، با توجه به اینکه فرض صفر رد شده و تعداد خطاها صفر است، می‌توان گفت، این مدل‌ها VaR را کمتر از واقع برآورد کرده‌اند. در سطح معناداری ۱ درصد در مدل واریانس-کوواریانس آماره LR کوپیک از مقدار بحرانی بیشتر است، بنابراین، فرض صفر رد می‌شود و می‌توان نتیجه گرفت که این مدل VaR را دست پایین برآورد کرده است.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مطالعه، ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک نمونه در تاریخ ۱۳۹۱/۱/۳۱ با استفاده از روش GEC محاسبه شده است، همچنین ارزش در معرض خطر این پرتفوی با روش‌های واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی‌تاریخی نیز برآورد شده است. در انتها با استفاده از آزمون کوپیک که یکی از روش‌های پیش‌آزمایی ارزش در معرض خطر بوده، اعتبار این مدل‌ها مورد ارزیابی قرارگرفته است. محاسبات این مطالعه نشان داده است که

ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک در سطح اطمینان ۹۵ درصد، حدود ۱/۳۵ درصد است، یعنی حداکثر زیانی که بانک با احتمال ۹۵ درصد در این روز متحمل می‌شود، حدود ۱/۳۵ درصد ارزش سبد دارایی‌اش است. همچنین ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی بانک در همین سطح اطمینان در روش شبیه‌سازی تاریخی ۰/۷۹ درصد ارزش سبد دارایی و در روش واریانس–کوواریانس حدود ۰/۰۱۴ درصد سبد دارایی است. نتایج پیش‌بینی ارزش در معرض خطر در سطح اطمینان ۹۹ درصد برای مدل GEC حدود ۲/۵۲ درصد ارزش سبد دارایی است، یعنی با احتمال یک درصد ممکن است زیانی بیش از ۲/۵۲ درصد ارزش سبد دارایی بانک در این روز اتفاق بیفتد. در همین سطح اطمینان، روش شبیه‌سازی تاریخی میزان ارزش در معرض خطر را ۱/۹۶ درصد ارزش سبد و روش واریانس–کوواریانس ۰/۰۲ درصد ارزش سبد دارایی محاسبه کرده است.

همان‌طورکه نتایج نشان می‌دهند، روش GEC ارزش در معرض خطر را بیشتر از دو روش دیگر محاسبه کرده است. براساس نتایج به‌دست آمده از آزمون کوپیک، اعتبار مدل GEC نسبت به دو مدل دیگر بیشتر و این روش نسبت به دو روش دیگر دقیق‌تر است.

نتایج این مطالعه را می‌توان برای اجرای یک مدیریت خوب ریسک در سرمایه‌گذاری‌های داخلی و خارجی استفاده کرد. همچنین هنگام تصمیم‌گیری و انتخاب ترکیب سبد سرمایه‌گذاری می‌توان نتایج این مطالعه را به کار برد. همان‌گونه که بیان شد، یکی از مهم‌ترین چالش‌های اساسی در مبحث ارزش در معرض خطر، تعیین تابع توزیع مناسب برای دارایی‌های مالی است. لازم است در برآورد مناسب ارزش در معرض خطر از مدل‌هایی استفاده شود که فروضی منطبق با واقعیت‌های بازارهای مالی دارند و قرار دادن فرض نرمال بودن بازده دارایی‌ها فرضی است که همیشه با واقعیت سازگار نیست. پیشنهاد می‌شود، از روش‌های جدید که فرض خاصی را روی بازده دارایی قرار نمی‌دهند، استفاده شود. بنابراین، براساس نتایج به‌دست آمده از این تحقیق، استفاده از روش کاپولا و مقدار فرین در مدل‌سازی توزیع مشترک دارایی‌ها (نسبت به مدل‌های قدیمی) توصیه می‌شود.

منابع

خیابانی، ناصر و مریم ساروقی (۱۳۹۰)، «ارزش‌گذاری برآورد VaR براساس مدل‌های خانواده ARCH»، *پژوهش‌های اقتصادی ایران*، شماره ۴۷.

راعی، رضا و علی سعیدی (۱۳۸۳)، *مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک*، تهران، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت).

رادپور، میثم و علی رسولی‌زاده (۱۳۸۸)، *مدیریت ریسک بازار رویکرد ارزش در معرض خطر*، نشر آگاه (دانشگاه تهران).

Autzner P, F. Delbean J,M. Eber, and D.Health (1999), “Coherent Measures of Risk”, *Mathematical Finance*, 9(3).

Beaver, W.H, and G. Parker.(1995),” Risk Management, Problems, and Solution”, New York, MG Graw.

Enders, w (2004), “Applied Econometric Time Series”, Wiley.

Grouhy, Michel and Galai, Dan and mark Rebert (2001),” Risk Management”, New York, MG Graw- Hill.

Jorion, Philippe (2003), “Financial Risk Manage”, Wiley.

McNeil, A.J. and R. Frey (2000),” Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series”, an Extreme Value Approach, *Journal of Empirical Finance 7*, Issues 3-4, November 2000.

Miller, D. E (2003), “The Fundamentals of risk Measurement”. *Financial Analysts Journal*, 59, 108–109.

Miskin, Frederic S, Eakins, Stanley G (2006),” Financial Markets and Institution”, Pearson Press.

Nelsen, R.B. (1999), “An Introduction to Copulas”, Lectures Notes in Statistics, 139, Springer Verlag, New York

Nystrom, K., Skoglund, J. (2002), “Univariate Extreme Value Theory”, GARCH and Measures of Risk, Preprint, Swedbank.

Pickands, J. (1975), “Statistical Inference Using Extreme Order Statistics”, Annals of Statistics, 3.