فصلنامه نظریه‌های کاربردی اقتصاد/ سال سوم/ شماره ۴/ زمستان ۱۳۹۵/ صفحات ۴۶-۲۱

طراحی الگوی مطلوب سپرده‌پذیری در نظام بانکی ایران

یعقوب محمودیان*

دانشجوی دکتری اقتصاد دانشگاه پیام نور، *mahmodian61@gmail.com*

اصغر ابوالحسنی هستیانی

دانشیار اقتصاد دانشگاه پیام نور، *abolhasani@pnu.ac.ir*

محمدحسین پورکاظمی

دانشیار ریاضیات کاربردی دانشگاه شهید بهشتی، *h_pourkazemi@yahoo.com.au*

کامران ندری

استادیار اقتصاد دانشگاه امام صادق (علیه السلام)، *k.nadri@gmail.com*

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۷/۰۳ تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۰/۱۵

چکیده

مسئله تجهیز منابع و چگونگی هدایت آن به سمت کاراترین فعالیت‌های سرمایه‌گذاری، از مبانی پایه‌ای هر اقتصاد روبه رشد و توسعه محسوب می‌شود. نظام بانکی مهمترین نهاد در این زمینه محسوب شده و بخش عمده‌ای از منابع مالی جامعه را به خود اختصاص داده است. لذا نیاز به طراحی یک الگوی جامع و عملیاتی بانکی متناسب با شرایط جامعه، بسیار ضروری به نظر می‌رسد. بنابراین مطالعه حاضر با استفاده از الگوی بهینه‌یابی تصادفی پویا، به حداکثرسازی ارزش فعلی خالص سود بانک با در نظر گرفتن متغیرهای کنترل (سهم هر یک از انواع سپرده از مجموع سپرده‌ها) و لحاظ نمودن سه قید تصادفی شامل معادله دیفرانسیل تصادفی سپرده وکالت در قرض، عقود بابازدهی ثابت و عقود مشارکتی می‌پردازد. نتایج استخراج شده از مقادیر بهینه متغیرهای کنترل و وضعیت نشان می‌دهد که افزایش بازدهی هر یک از انواع سپرده و کاهش هزینه‌های بکارگیری آن‌ها، منجر به افزایش و انتقال مسیر بهینه، به سمت بالا شده و از طریق افزایش سپرده‌گذاری، میزان حق‌الوکاله و سود بانک نیز افزایش می‌یابد. به منظور افزایش کارایی، تطابق با شرع و شفافیت در عملکرد بانک‌ها، مدل ارائه شده در تحقیق به عنوان الگویی مطلوب برای نظام بانکی ایران پیشنهاد می‌شود.

واژه‌های کلیدی: سپرده‌پذیری، کنترل بهینه، شبیه‌سازی اولر، خلق پول.

طبقه‌بندی JEL: G34 ،G21 ،E42.

[1] این مقاله مستخرج از رساله دکتری یعقوب محمودیان می‌باشد.

* نویسنده مسئول مکاتبات

۱- مقدمه

مسئله تجهیز منابع سرمایه‌ای و چگونگی هدایت آن به سمت کاراترین فعالیت‌های سرمایه‌گذاری و در نهایت توسعه بازار فعال و پویا که بتواند به بهترین وجه ممکن رابطه میان پس‌اندازکنندگان و سرمایه‌گذاران را فراهم کند، از مبانی پایه‌ای هر اقتصاد روبه رشد و توسعه محسوب می‌شود زیرا یکی از لوازم توسعه بازارهای مالی، توسعه و تحول نهادها و ابزارهای مالی است. از این‌رو، باید یک سیستم فعال مالی و قابل انعطاف طراحی کرد؛ به‌گونه‌ای که بتواند مسیر گردش منابع مالی را هدایت کند و پلی میان پس-اندازکنندگان و سرمایه‌گذاران ایجاد کند (نظرپور و دیگران، ۱۳۹۲).

مدیریت بهینه نهاد بانک به عنوان یکی از اصلی‌ترین ارکان نظام اقتصادی همواره مورد بحث و بررسی اقتصاددانان بوده‌است. استفاده از روش‌های علمی و دقیق برای بدست-آوردن مسیر بهینه متغیرهای بانکی در راستای بهینه‌سازی عملکرد این نهاد نیز اهمیت بسزایی دارد. متأسفانه در نظام بانکی کشور برای تعیین این متغیرها نگاه علمی و دقیقی وجود ندارد و بیشتر بر اطلاعات و دانش تجربی تکیه می‌شود.

در بانکداری متداول (مبتنی بر بهره) بخش تجهیز منابع بطور مستقل از بخش تخصیص منابع عمل نموده و تنها مجرای ارتباطی این دو بخش میزان نرخ بهره از قبل تعیین‌شده می‌باشد. به همین دلیل تجهیز منابع در بانکداری متداول بسیار بسیط و ساده صورت می‌پذیرد و برخلاف بانکداری اسلامی از تنوع و پیچیدگی‌های فنی و حقوقی برخوردار نمی‌باشد. به همین دلیل مدل‌سازی ریاضی الگوی اسلامی، به سادگی الگوی مبتنی بر بهره نمی‌باشد. سوال مهمی که در این زمینه مطرح می‌شود این است که آیا می‌توان با وجود این پیچیدگی‌های فنی و حقوقی، الگوی اسلامی تجهیز منابع را نیز با استفاده از روش‌های بهینه‌یابی پویای تصادفی، مدل‌سازی نمود؟ این تحقیق با این فرضیه که می‌توان با وجود پیچیدگی موجود در الگوی اسلامی، آن را در قالب یک مدل ریاضی پویای تصادفی بیان نمود، در نظر دارد با وارد کردن نظریه‌های بانکداری اسلامی در تابع هدف و قیود مسأله بهینه‌سازی در تجهیز منابع یک بانک اسلامی، برای اولین بار، گامی در راستای توسعه مدل‌های کمی در این زمینه بردارد. در ادامه و بعد از بیان مبانی نظری پژوهش و بیان مشخصات الگوی پیشنهادی مورد نظر تجهیز منابع در بانکداری اسلامی، این الگو در قالب یک مدل بهینه‌یابی تصادفی پویا صورت‌بندی می‌شود.

۲- ادبیات موضوع

مبانی نظری مطالعه حاضر از دو قسمت مبانی نظری الگوی پیشنهادی تجهیز منابع و مبانی نظری بهینه‌یابی تصادفی تشکیل شده است.

۲-۱- مبانی نظری تجهیز منابع در بانکداری اسلامی

الگوی فعلی بانکداری ایران، بدون تفکیک بین وظایف تجاری، تخصصی و جامع بانک‌ها در تجهیز و تخصیص منابع و بدون توجه به اهداف و انگیزه‌های سپرده‌گذاران، شیوه‌های یکسانی برای همه ارائه می‌کند. این الگو در ناحیه تجهیز منابع به سه نوع سپرده قرض‌الحسنه جاری، قرض‌الحسنه پس‌انداز، و سپرده سرمایه‌گذاری بسنده کرده است. در حالی که افزون بر این‌ها برخی از سپرده‌گذاران به‌دنبال کسب سود برای سپرده‌های پس‌انداز هستند و برخی به‌دنبال کسب سود معین و برخی نیز علاقه دارند در پروژه‌های خاص سرمایه‌گذاری کنند و الگوی فعلی، راهکار مناسبی برای آنان ندارد.

یکی از الگوهایی که به کرات توسط برخی از محققان بانکداری اسلامی مطرح شده است الگوی تفکیک بانک‌ها براساس وظایف مختلفی که دارند، می‌باشد. تفکیک در زمینه ادبیات پولی و بانکی، بطور عام به معنای جداسازی مجموعه وظایف بانک از یکدیگر است و بطور خاص به مفهوم جداسازی خدمات بانکی، اعم از ارائه حساب‌های جاری و خدمات مربوط به سیستم پرداخت‌ها از سرمایه‌گذاری و سپرده‌های سرمایه‌گذاری و مدت‌دار است (محقق‌نیا، ۱۳۹۳: ۲۹۸).

موسویان (۱۳۸۲) با اشاره به ماهیت‌های متفاوت عقود در بانکداری اسلامی، معتقد است که این عقود در یک قالب جای نمی‌گیرند. جمع کردن این معاملات متنوع با احکام و ضوابط گوناگون در قالب یک سازمان به نام بانک، موجب پیچیده و مبهم شدن عملیات، صوری شدن قراردادها، بالارفتن هزینه‌های نظارت و کنترل و در نهایت غیرکارا شدن نظام بانکی می‌شود. برای حل ریشه‌ای این مشکل، با توجه به احکام و مسئولیت‌های نظام بانکی و با توجه به اهداف، انگیزه‌ها و روحیات مشترک بانک (سپرده‌گذاری و متقاضیان تسهیلات) و با توجه به احکام فقهی معاملات و طبقه‌بندی خاص آن‌ها، وی چهار نوع بانک (۱- بانک قرض‌الحسنه ۲- بانک تجاری (مبادله‌ای) ۳- بانک تحصصی (مشارکتی) و ۴- بانک جامع) پیشنهاد کرده است.

میرجلیلی (۱۳۸۳) در الگوی پیشنهادی خود، برای حفظ ماهیت واسطه‌گری مالی بانک و با در نظر گرفتن شخصیت دوگانه حقوقی و وجود دو بخش پولی و سرمایه‌ای در عملیات

بانکی متداول، پیشنهاد می‌کند بانک‌ها تنها وظیفه واسطه‌گری مالی را انجام دهند و وظیفه سرمایه‌گذاری و عاملیت را به مؤسسات متناسب واگذار نمایند. بدین ترتیب سه تغییر در نظام بانکی فعلی کشور صورت می‌گیرد: اول، محدود شدن وظایف بانک‌ها به افتتاح حساب جاری و پس انداز قرض‌الحسنه و انجام خدمات بانکی. دوم، عدم پذیرش سپرده‌های سرمایه‌گذاری مدت‌دار و واگذاری تدریجی آن به موسسات مربوطه سوم، تبدیل بانک‌های تخصصی به بانک سرمایه‌گذاری. در الگوی میرجلیلی تجهیز منابع به چهار صورت انجام می‌شود.۱- بخش پولی ۲- بخش سرمایه‌ای (در مقیاس کوچک) ۳- بخش سرمایه‌ای (در مقیاس متوسط) و ۴- بخش سرمایه‌ای (در مقیاس بزرگ).

دو مؤسسه یعنی بانک‌ها برای واسطه‌گری و شرکت‌های سرمایه‌گذاری برای عاملیت در بخش واقعی اقتصاد، به صورت مکمل یکدیگر عمل می‌کنند. بانک‌ها می‌توانند منابع مالی مازاد خود را از راه اوراق بهادار در اختیار شرکت‌های سرمایه‌گذاری قرار دهند و در سود حاصل از سرمایه‌گذاری شریک شوند. به بیان دیگر از عقد مشارکت استفاده نمایند. از سوی دیگر شرکت‌های سرمایه‌گذاری منابع مالی خود را در شبکه بانکی نگهداری می‌کنند. محقق‌نیا (۱۳۹۲ و ۱۳۹۳) تفکیک را، با استفاده از اصل تخصص‌گرایی، جداسازی دو وظیفه اصلی بانک‌ها شامل سپرده‌پذیری و وام‌دهی از یکدیگر معنا نموده است. به این معنا که در بخش ابعاد تفکیک دو نوع تفکیک حسابداری و حقوقی متصور است که در ادامه به توضیح آن‌ها می‌پردازیم.

تفکیک حسابداری، این نوع تفکیک رقیق‌ترین سطح اجرای تفکیک است. در این سطح از تفکیک، ارتباط میان حساب جاری و تسهیلات سرمایه‌گذاری قطع می‌شود و در واقع خط میان دو بخش تراز بانک‌ها پررنگ‌تر می‌شود و اجازه مبادله بین بخش بدهی با بخش دارایی‌های ترازهای بانکی داده نمی‌شود. در این صورت بانک‌ها مجاز نیستند مانده سپرده‌های پذیرفته شده را که بدهی آن‌ها در ترازنامه بانکی محسوب می‌شود، بصورت تسهیلات به متقاضیان بدهند و در ترازنامه خود آن را به عنوان دارایی منظور کنند. در این ایده، ایجاد و تاسیس دو موسسه مالی جدا از هم ضرورتی ندارد و بانک‌ها بصورت فعلی به فعالیت خود ادامه خواهند داد (محقق‌نیا، ۱۳۹۳: ۲۹۹).

تفکیک حقوقی، این سطح از تفکیک، یک مرحله عمیق‌تر از سطح قبلی بوده و علاوه بر تفکیک حسابداری، بانک به دو موسسه مالی تقسیم می‌شود. یکی بانک‌هایی با شرایط

بانک‌های محدود، که ارائه خدمات سپرده‌پذیری و نقل و انتقالات مالی را به عهده می‌گیرند و دیگری موسسه مالی که با فروش اوراق بهادار، برای افراد متقاضی تسهیلات منابع جذب می‌کنند. این موسسات نمی‌توانند حساب جاری داشته باشند، اما در مورد سپرده سرمایه‌گذاری و انواع آن مجاز می‌باشند (محقق‌نیا، ۱۳۹۱: ۲۱۴).

اصل تخصص‌گرایی، تخصص‌گرایی و تقسیم وظایف از اصول بدیهی اقتصاد است. اصل تقسیم وظایف و تخصصی شدن وظایف سیستم بانکی و انجام هر یک از این وظایف در موسسات مالی مختلف امری اجتناب‌ناپذیر است. تفکیک و تخصص‌گرایی می‌توانند مکمل همدیگر باشند. تخصص‌گرایی و تقسیم وظایف سیستم بانکی به دو روش قابل اجراست. ۱. تخصص گرایی براساس نوع عقود و ۲. تخصص گرایی بر اساس نوع فعالیت اقتصادی (محقق‌نیا، ۱۳۹۳: ۳۰۲).

ازآنجا که پول و سرمایه ماهیتا از هم متمایزند، بازارهای آن‌ها نیز باید از یکدیگر متمایز باشد. به همین جهت در الگوی مورد استفاده در مقاله، براساس اصل تفکیک، دو بخش پولی و سرمایه‌ای بانکداری فعلی از هم جدا شده و برای هر کدام الگو و عملکرد متناسب با آن بخش پیشنهاد شده است. به منظور فراهم نمودن سپرده‌گذاری برای همه سلایق و انگیزه‌های مشتریان در یک مجموعه مالی واحد به نام بانک، طراحی این دو بخش به نوعی صورت می‌پذیرد که در یک مجموعه واحد به نام بانک قابل اجرا باشد. لذا در عین تفکیک دو بخش پولی و سرمایه‌ای در مجموعه‌های تخصصی خود، این دو تحت یک عنوان و مدیریت یکپارچه بانک تعریف شده‌اند. در واقع در سمت تجهیز منابع بانک، تفکیک حسابداری انجام می‌شود، اما در بخش استفاده از وجوه سپرده‌گذاری‌شده و تخصیص منابع تفکیک حقوقی وجود دارد و هر کدام از این نهادها دارای تشکیلات جدا بوده و تحت یک هلدینگ به نام بانک فعالیت می‌کنند.

براساس الگوی تفکیک، در الگوی پیشنهادی تحقیق، شش نوع سپرده با کارکردهای خاص خود جهت پوشش همه نیازها و سلایق مشتریان طراحی شده است که در ادامه به بیان مختصر ویژگی‌های هر یک از آن‌ها می‌پردازیم.

سپرده جاری، با اقتباس از الگوی بانکداری محدود (بوسنه[۱]، ۲۰۰۲) و بانکداری دوباجه‌ای (احمد[۲]، ۱۹۹۷)، این سپرده دارای ماهیت قرض بوده و هیچ‌گونه سودی به آن تعلق

---

۱ Bossone

۲ Ahmad

نمی‌گیرد و تمامی مانده آن جهت کنترل پول‌آفرینی بانک‌ها ذخیره می‌شود (داوودی و محققنیا، ۱۳۸۷)؛ (خان[1] : ۱۹۸۶) و (خان و میرآخور[2]: ۱۹۸۷).

سپرده پس‌انداز، این سپرده براساس وکالت در قرض شکل می‌گیرد و هدف از طراحی آن احیای سنت قرض‌الحسنه می‌باشد و بانک ملزم است تمامی وجوه ناشی از این نوع سپرده را صرف تسهیلات قرض نماید و در قبال انجام این خدمت کارمزد خود را دریافت می‌کند (مظاهری، ۱۳۸۶). بهترین راه برای جبران کاهش ارزش پول در این نوع سپرده که مورد توافق همه فقها نیز می‌باشد روش شاخص‌بندی می‌باشد. بهترین روش شاخص-بندی، قیمت‌گذاری براساس طلا می‌باشد (نزارالعانی، ۲۰۰۰: ۱۳۳)، که دارای سابقه اجرایی در بانک صادرات نیز می‌باشد.

سپرده سرمایه‌گذاری وکالت در عقود با بازدهی ثابت، منابع حاصل از این نوع سپرده‌ها در بخش تخصیص منابع توسط عقود با بازدهی ثابت بکار گرفته می‌شوند و دارای بازدهی انتظاری معینی هستند و سود مورد انتظار با سود تحقق‌یافته خیلی با هم تفاوت ندارند. این عقود شامل مرابحه، فروش اقساطی، خرید دین، سلف، اجاره به شرط تملیک و جعاله می‌باشند. برای این نوع از سپرده اوراق صادر نمی‌شود و سود علی‌الحساب پرداخت می‌شود و در پایان سال مالی نیز مابه‌التفاوت سود تسویه می‌شود.

سپرده سرمایه‌گذاری وکالت در مشارکت، برای این نوع از سپرده، گواهی سپرده با سررسید معین در اختیار سپرده‌گذاران قرار داده می‌شود. این اوراق خاصیت انتقال پذیری دارند یعنی می‌توانند در بازار ثانویه معامله شوند و باتوجه به عملکرد نهاد مشارکت بانک و سود مورد انتظار پروژه‌های نهاد مشارکت، سود اوراق خود را در هر لحظه دریافت نموده و اوراق را منتقل نمایند. به همین دلیل دیگر نیازی به پرداخت سود علی‌الحساب توسط بانک وجود ندارد.

سپرده سرمایه‌گذاری وکالت در مضاربه، این نوع از سپرده هم دارای ویژگی‌های سپرده قبل می‌باشد با این تفاوت که منابع آن صرفا در امور تجارت و در قالب عقد مضاربه بکار گرفته می‌شود.

سپرده سرمایه‌گذاری وکالت عام، بانک می‌تواند وجوه جمع‌آوری شده براساس این سپرده را در تمام عقود موجود در بخش سرمایه‌ای بکار گیرد. در پایان سال مالی بانک

---

[1] khan

[2] khan ana Mirakhor

براساس میزان وجوه استفاده شده از این حساب در هر نهاد، سود ترکیبی این سپرده‌ها را مشخص نموده و به مشتریان پرداخت می‌نماید. بانک به صاحبان این سپرده‌ها سود علی‌الحساب پرداخت می‌نماید. لازم به ذکر است که با وجود ذخیره صددرصدی سپرده جاری، دیگر از سپرده‌های سرمایه‌گذاری ذخیره قانونی کسر نمی‌گردد.

درآمد اصلی بانک در این الگو از دریافت کارمزد و حق‌الوکاله بدست می‌آید که از قبل مشخص و شفاف می‌باشد. در این مدل انگیزه بانک برای کسب سودآوری بیشتر و ارائه سود بالاتر به مشتریان، کسب عملکرد بهتر نسبت به رقبا و جذب مشتریان بیشتر می‌باشد چرا که با افزایش مقدار سپرده‌های بانک، طبیعتا میزان کارمزد و حق‌الوکاله بیشتری نصیب بانک شده و میزان سودآوری بانک را افزایش می‌دهد. به همین دلیل که بانک در یک شرایط رقابتی و براساس واقعیت‌های اقتصادی جامعه اقدام به فعالیت می‌کند، این الگو می‌تواند در کشورهای غیر اسلامی نیز اجرا و با آن‌ها رقابت نماید.

۲-۲- مبانی نظری بهینه‌یابی تصادفی

صورت کلی مسئله کنترل بهینه تصادفی بصورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} &Max \;\; Z = E\left[\int_{t_0}^{T} I(t,x,u)dt + F(x(T),T)\right] \\ &s.t. \qquad dx = f(t.x,u)dt + \sigma(t.x,u)dw \\ &\qquad\quad x(t_0) = x_0\,,\;\; z\big(T,x(T)\big) = F(x(T),T) \end{aligned} \qquad (۱)$$

در رابطه بالا $x(t)$ متغیر وضعیت[۱]، $u(t)$ متغیر کنترل[۲] و $w(t)$ حرکت براونی[۳] هستند (برتسکاس، ۲۰۰۵: ۴۹). بنابر نوع الگویی که قرار است مدل‌سازی شود، تابع هدف و متغیرها، متفاوت خواهند بود. موکودم پترسن[۴] و دیگران (۲۰۰۷) در مطالعه خود، معادله حرکت را در یک مسئله بهینه‌سازی رفتار بانک بصورت رابطه ۲ تعریف نموده‌اند.

$$dL(t) = L(t)[(r^L(t) - c^L)dt + \sigma_t(t)dw(t)] \qquad (۲)$$

این معادله بیانگر تبعیت تغییرات اعطای وام از حرکت تصادفی براونی است. که در آن $\sigma_t(t)$ و $dw(t)$ به ترتیب بیانگر نوسانات وام‌دهی و حرکت براونی استخراج شده از فرآیند وام‌دهی می‌باشد. در این معادله تغییرات غیر تصادفی و معین اعطای وام هم

---

[1] Statuse Variable
[۲] Control Variable
[۳] Brownian Motion
[۴] Mukuddem-Petersen

$((r^L(t) - c^L)dt)$، تابع تفاضل عایدی و هزینه وام می‌باشد. موکودم پترسن رابطه شماره ۲ را در مقاله خود به عنوان یک فرض بیان نموده است که در انتهای مقاله با توجه به تطبیق نتایج مستخرج از مدل با مشاهدات واقعی، این فرض تایید شده است. یکی از عوامل تصادفی در نظر گرفتن فرآیند وام‌دهی، تاثیرپذیری آن از شرایط اقتصاد کلان می‌باشد که بصورت رابطه ۳ بیان می‌شود.

$$dL(t) = M(t)[\mu_t^M dt + \sigma_t^M dZ_t^M] \qquad (۳)$$

که در آن σ_t^M و Z_t^M به ترنیب بیانگر نوسانات فعالیت‌های کلان اقتصادی و حرکت براونی استخراج شده از فعالیت‌های کلان اقتصادی می‌باشد.

در مطالعه‌ای دیگر کامین و شوارتز[۱] (۲۰۱۲) در یک مسئله بهینه‌سازی ثروت شخصی معادله حرکت را بصورت زیر تعریف می‌کنند.

$$w(t) = [s(1 - w_1)w + aw_1w - c]dt + w_1w\sigma_t(t)dz(t) \qquad (۴)$$

که در آن w کل ثروت، c مصرف و w_1 سهم ثروت ریسکی است. مرتون در مطالعه خود c و w_1 را به عنوان متغیرهای کنترل و w را به عنوان متغیر وضعیت در نظر گرفته است. ویژگی این نوع معادله حرکت در این است که دارای بیش از یک متغیر کنترل بوده و در قسمت تغییرات تصادفی براونی، متغیر کنترل به عنوان ضریب وارد معادله شده است.

در مقاله‌ای دیگر با عنوان نظریه عقلایی قیمت‌گذاری اختیارات[۲]، مرتون[۳] (۱۹۷۳) مسئله‌ای را با استفاده از مدل بهینه‌یابی تصادفی تعریف می‌نماید که دارای سه متغیر وضعیت به نام‌های قیمت سهام، قیمت اوراق قرضه و قیمت اختیارات می‌باشد که بصورت رابطه ۵ تعریف شده‌اند.

$$\begin{aligned} dS(t)/S(t) &= \mu_S(t)dt + \sigma_S(t)dw_S(t) \\ dB(t)/B(t) &= \mu_B(t)dt + \sigma_B(t)dw_B(t) \\ dY(t) &= Y(t)[\mu_Y(t)dt + \sigma_{YS}(t)dw_S(t) + \sigma_{YB}(t)dw_B(t)] \end{aligned} \qquad (۵)$$

نکته مهمی که در این مورد وجود دارد این است که آقای مرتون برای تغییرات قیمت سهام و قیمت اوراق قرضه معادلات حرکت تصادفی مستقل تعریف نموده است و با تعریف تابعی میانی از ترکیب این دو معادله حرکت، معادله حرکت قیمت اختیارات را استخراج

---

۱ Kamien and Schwartz

۲ Option Pricing

۳ Merton

نموده است. سال‌ها بعد آقای مرتون در سال ۱۹۹۲ این مقاله را در فصل هشتم کتاب خود با عنوان مالیه زمانی پیوسته بیان نموده است.

کیایی (۱۳۹۲) که در مقاله خود به مدل‌سازی ریاضی عملکرد بانک پرداخته است، مسئله خود را با یک قید تصادفی خطی و تابع هدف درجه دوم بصورت رابطه ۶ تشکیل داده است.

$$\underset{D_t}{Max}\, V(t,L_t)=\int_0^T e^{-\beta t}\Big(r^L L_t+r^T T_t+r^D D_t-(a_0+a_1 D_t+a_2 D_t^2+b_1 L_t+b_2 L_t^2)\Big)dt \qquad (۶)$$
$$s.t.\ \ dL_t=(C_t+D_t-T_t-R_t)dt+\sigma_t L_t dW_t-v_t L_t dP_t$$

در این مسئله میزان سپرده به عنوان متغیر کنترل و میزان تسهیلات پرداختی به عنوان متغیر وضعیت در نظر گرفته شده است. برای حل این مسئله تصادفی کیایی از روش هامیلتون- ژاکوبی- بلمن[۱] استفاده کرده است و با استفاده از این روش مسیر بهینه متغیرهای کنترل و وضعیت را استخراج کرده است. در نهایت با ایجاد سه تغییر اساسی مسئله بهینه‌یابی تصادفی برای یک بانک اسلامی را ارائه نموده است. این سه تغییر شامل اضافه نمودن تابع پایانی به مسئله، تقسیم وام‌های اعطایی به دو دسته مبادله‌ای و مشارکتی و حذف سرمایه از ترازنامه بانک می‌باشد.

همان گونه که در معادله ۶ مشخص است کیایی هزینه‌های بانک را بصورت یک تابع درجه ۲ از سپرده‌ها در نظر گرفته است که دلیل آن وجود صرفه به مقیاس در فعالیت‌های بانک است. معمولاً برای فعالیت بانک هزینه‌های سخت افزاری و نرم افزاری یکسانی در ابتدا مورد نیاز است و بنابراین با افزایش میزان سپرده، هزینه نهایی شکل نزولی دارد. اما از یک سطح مشخص به بعد، جذب سپرده، نیاز به هزینه‌های بیشتر به منظور ارتقای زیرساخت‌ها در بانک مانند افزایش تعداد شعب یا ارتقای نرم افزارهای مورد استفاده را دارد که این امر باعث می‌شود افزایش هزینه فزاینده باشد و هزینه نهایی صعودی شود.

اساس حل مسئله کنترل بهینه غیر تصادفی مبتنی بر معادلات دیفرانسیل معمولی می‌باشد، سه روش حساب تغییرات، اصل ماکزیمم[۲] و برنامه‌ریزی پویا (معادله بلمن[۳]) برای حل مسئله کنترل وجود دارد که از بین این سه روش، تنها روش سوم یعنی برنامه‌ریزی

---

۱ Hamilton-Jacob-Bellman

۲ Maximum Principle

۳ Bellman Equation

پویا و معادله بلمن قابل استفاده برای حل مسائل کنترل بهینه تصادفی می‌باشد. لذا برای حل اینگونه مسائل از معادله بلمن استفاده می‌شود (پورکاظمی، ۱۳۹۳: ۱۳۲).

برای بدست‌آوردن معادله بلمن از اصل بهینگی[۱] استفاده می‌شود. این معادله بصورت رابطه ۷ نمایش داده می‌شود (برتسکاس[۲]، ۲۰۰۵: ۵۵).

$$-z_t(t,x) = \underset{u}{Max}\left[I(t,x,u) + z_x(t,x)f(t.x,u) + \frac{1}{2}\sigma^2 z_{XX}(t,x)\right] \qquad (۷)$$

حل مسائل بهینه‌سازی پویای تصادفی که معادله حرکت آن یک معادله دیفرانسیل تصادفی باشد، در نهایت به یک معادله دیفرانسیل از همین نوع می‌انجامد. تفاوت این معادله دیفرانسیل با معادله حرکت این است که میزان بهینه متغیر کنترل بر حسب متغیر وضعیت در معادله حرکت جایگذاری شده است. از انجا که حل معادلات دیفرانسیل تصادفی به آسانی مقدور نمی‌باشد، در بسیاری از مطالعات کاربردی از روش‌های شبیه-سازی به منظور حل عددی این معادلات استفاده می‌شود (کیایی، ۱۳۹۲: ۱۱۸). در مدل‌سازی تحقیق حاضر، از همه مبانی ذکر شده، استفاده شده است، تا بتوان به یک الگوی جامع، دقیق و علمی دست یافت.

۲-۳- پیشینه خارجی پژوهش

مدل‌های متعددی در بهینه‌سازی مدیریت منابع بانک‌ها تا کنون مورد استفاده قرار گرفته است. مدل برنامه‌ریزی خطی قطعی چمبرز و چارنز[۳] (۱۹۶۱) یک مدل پیشگام در این زمینه بوده است. مدل‌های تصادفی استفاده شده در مدیریت منابع بانک‌ها از دهه ۱۹۷۰ مورد استفاده قرار گرفته‌اند که در ادامه به چند مورد از مطالعات مهم در این زمینه اشاره می‌شود.

بلک و شولز[۴] (۱۹۷۳) اولین بار تئوری قیمت‌گذاری اختیار معامله در بازار سهام را مطرح کردند. آن‌ها قیمت سهام را در قالب معادله دیفرانسیل تصادفی حرکت براونی هندسی مدل‌سازی کردند. این مدل بیشترین کاربرد را مهندسی مالی داشته است. مدل بلک و شولز برای یک سبد دارایی طراحی شده است که شامل دو نوع دارایی بدون ریسک با

---

۱ Optimal Principle
۲ Bertsekas
۳ Chambers and Charnes
۴ Black and Scholes

قیمت $B(t)$ ریسکی با قیمت $S(t)$ می‌باشد که در آن به منظور حداکثر نمودن تابع هدف (سود)، مسیر به‌ینه $S(t)$ را بصورت رابطه ۸ بدست می‌آورد.

$$dS(t) = S(t)[\mu dt + \sigma dw(t)] \quad (۸)$$

که در آن μ بیانگر میزان بازدهی ثابت سهام و σ نشان دهنده نوسانات قیمت سهام می‌باشد. همزمان با بلک و شولز، مرتون (۱۹۷۳) هم در مقاله‌ای قیمت سهام را براساس معادله دیفرانسیل تصادفی با حرکت براونی هندسی مدل‌سازی کرده است.

اوگوزسوی و گوون[۱] (۱۹۹۶) در مقاله خود با عنوان «مدیریت دارایی و بدهی بانک در شرایط نااطمینانی» یک مدل تصادفی خطی چند مرحله‌ای برای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌های بانک ارائه می‌دهند. این مدل یک سبد از دارایی‌ها و بدهی‌های را با توجه به مجموعه‌ای از متغیرها مانند نرخ قطعی بازده سرمایه‌گذاری، هزینه‌های استقراض، سطوح تصادفی سپرده، نقدینگی و ذخیره کل مورد نیاز برای بانک تعیین می‌نماید. اثرات تغییر در سیاست‌ها و مقررات بانکی، عوامل محیطی، ریسک‌های بالقوه و گزینه‌های تصمیم‌گیری اضافی توسط این مدل قابل مدیریت و ارزیابی هستند. این مدل با استفاده از داده‌های یک بانک نمونه در ترکیه طی سال‌های ۱۹۸۷ تا ۱۹۹۰ تایید شده است. نتیجه‌ای که اوگیوسوی و گیو در تحقیق خود به آن می‌رسند این است که اگر متغیرهای بانک را به جای قطعی، تصادفی در نظر بگیریم، نتایج بیشتر با واقعیت تطبیق خواهند داشت.

موکودم پترسن و پترسن[۲] (۲۰۰۶) هم در مقاله خود از مدل بهینه‌یابی پویای تصادفی به منظور بهینه‌سازی رفتار بانک استفاده نموده‌اند. آن‌ها از این روش برای حداقل کردن ریسک بازار و ریسک کفایت سرمایه بانک استفاده کرده‌اند و یک سبد بهینه برای وام‌های اعطایی بانک پیشنهاد داده‌اند. برای این کار از رابطه ترازنانه‌ای یک بانک متعارف بصورت رابطه ۹ استفاده شده است.

$$R(t) + L(t) + S(t) = D(t) + B(t) + C(t) \quad (۹)$$

که سمت چپ آن نشان‌دهنده دارایی و سمت راست آن بیانگر بدهی ترازنامه‌ای بانک می‌باشد. با تعریف هر یک از اجزای این معادله ترازنامه‌ای به صورت یک رابطه مشخص و

---

[۱] Oguzsoy and Guven

[۲] Mukuddem-Petersen ana Petersen

در قالب این هدف که باید ریسک بازار و ریسک کفایت سرمایه[۱] حداقل شود، آن‌ها مسیر بهینه اعطای وام و میزان سرمایه بصورت رابطه ۱۰ تعریف نموده‌اند.

$$\begin{aligned} dL(t) &= L(t)[(r^L(t) - c^L)dt + \sigma_t(t)dw(t)] \\ dC(t) &= c(t)dt + \sigma_c dw_c(t) \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

سیگاوک و دیگران[۲] (۲۰۱۲) در مقاله خود با عنوان «مدل‌سازی مدیریت نقدینگی بانک‌های تجاری با استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی» مدلی برای مدیریت نقدینگی ارائه نموده‌اند که ترکیبی یکپارچه از دارایی‌های مختلف را به طور مطلوب و کارآمد در خود جای داده است بکارگیری این مدل به تصمیم‌گیری‌های بهتر در مورد نقدینگی منجر می‌شود. نقش عدم قطعیت و کمی‌سازی ریسک در این مدل در نظر گرفته شده است.

سلیوتین و رودنکو[۳] (۲۰۱۳)، در مقاله خود با عنوان «مدل‌سازی ریاضی بانک به عنوان ابزاری برای تجزیه و تحلیل عملکرد آن» روشی جدید برای مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌های بانک ارائه کرده‌اند. این روش براساس انتقال معادلات پویای سپرده و وام می‌باشد. با توجه به حالت اولیه بانک و سناریوهای مختلف جریان سپرده، مدل اجازه می‌دهد تا شبیه‌سازی‌های مختلف شامل ارزیابی ریسک نقدینگی به همراه تحلیل حساسیت صورت پذیرد تا در نهایت راه‌حل منطقی در مورد تصمیمات مربوط به اعطای وام مطابق با اهداف بانک مشخص گردد.

۲-۳- پیشینه داخلی پژوهش

از آنجا که بیشتر ادبیات موجود در زمینه بانکداری اسلامی بصورت توصیفی می‌باشد، استفاده از مدل‌های بهینه‌یابی تصادفی در این زمینه، بسیار محدود و نادر می‌باشد به نحوی که در مطالعات داخلی، مواردی که با استفاده از مدل‌های بهینه‌یابی ریاضی به ارزیابی بانکداری اسلامی پرداخته شده باشد، انگشت‌شمار است. در این راستا به دو مورد از اصلی‌ترین مطالعات صورت گرفته در این زمینه اشاره می‌شود.

کیایی و دیگران (۱۳۹۲) در مقاله خود با عنوان «مقایسه عملکرد بهینه در بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف: استفاده از فرایند تصادفی پرش- انتشار[۴]» به بررسی رفتار بانک در قالب یک مدل بهینه‌یابی تصادفی پویا پرداخته است. در این مقاله سعی شده

---

۱ Capital Adequacy Risk
۲ Sigauke et al.
۳ Selyutin and Rudenko
۴ Jump-Diffusion

است، با استفاده از روش کنترل بهینه تصادفی، به عنوان یک رویکرد جدید در این حوزه، عملکرد بانکداری اسلامی در مقابل بانکداری متعارف مورد بررسی قرار گیرد. کیایی مسئله بهینه‌سازی تصادفی برای سیستم بانکداری متعارف و اسلامی با تعریف توابع هدف و قیدهای تصادفی در هر سیستم را بطور جداگانه استخراج نموده است و پس از معرفی یک روش شبیه‌سازی برای معادلات دیفرانسیل پرش- انتشار، از آن برای شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل تصادفی که از هر نوع سیستم بانکداری محاسبه شده‌اند استفاده کرده است و نتایج حاصله برای بانکداری متعارف و اسلامی را مورد مقایسه قرار داده است.

موسویان و دیگران (۱۳۹۳) در مقاله خود با عنوان «تعیین سهم بهینه عقدهای مبادله‌ای و مشارکتی در بانکداری بدون ربا» به بررسی رفتار بانک در قالب یک مدل بهینه‌یابی تصادفی پویا پرداخته است. در این مقاله با استفاده از تکنیک کنترل بهینه تصادفی، رفتار بانک بدون ربا در قالب تابع هدف مورد بررسی قرار گرفته است و سهمی از عقدهای مبادله‌ای و مشارکتی که عایدی بانک اسلامی را حداکثر می‌کند، در قالب یک الگوی نظری مشخص شده است. موسویان با استفاده از روش هامیلتون- ژاکوبی- بلمن به حل این مسئله پرداخته است و به این نتیجه رسیده است که بین نرخ سود عقدهای مبادله‌ای و سهم این عقدها در سبد تسهیلات بانک رابطه مستقیم وجود دارد و بین نرخ انتظاری سود تسهیلات مشارکتی و سهم این عقدها در سبد تسهیلات هم رابطه مثبت وجود دارد.

مقاله حاضر نسبت به مقالات قبلی صورت‌پذیرفته در این زمینه دارای نوآوری‌هایی می‌باشد که اهم آن‌ها موارد زیر می‌باشد.

- مدل‌های قبلی به تبیین عملکرد نظام فعلی بانکی ایران پرداخته‌اند. از آنجا که نیاز به بازنگری و تغییر اساسی در نظام فعلی بانکی مورد توافق اکثر صاحب‌نظران اقتصادی می‌باشد. لذا این مدل‌ها خیلی کاربردی به نظر نمی‌رسند. مقاله حاضر قبل از ارائه مدل ریاضی، ابتدا الگوی مطلوب را پیشنهاد نموده است و سپس این الگو را مدل‌سازی ریاضی نموده است.
- برای اولین بار است (چه در مطالعات داخلی و چه خارجی) که مقاله‌ای بطور تخصصی، تجهیز منابع بانک را با بیان دقیق جزئیات (انواع مختلف سپرده و نحوه بکارگیری آن‌ها) و با نگاه عملیاتی با استفاده از دقیق‌ترین و بروزترین ابزار ریاضی یعنی مدل‌های بهینه‌یابی پویای تصادفی، مدل‌سازی نموده است.

- بر خلاف مدل‌های قبلی که بسیط و ساده طراحی شده‌اند و تنها دارای یک متغیر کنترل و یک متغیروضعیت می‌باشند، مدل استفاده شده در مقاله حاضر دارای سه متغیر کنترل و سه متغیر وضعیت می‌باشد. تعدد متغیرها در مدل بدلیل وجود عقود متعدد و وجود الزامات شرعی و قانونی موجود در نظام بانکی ایران می‌باشد. طراحی یک مدل بهینه‌یابی پویای تصادفی (چه در حوزه بانک و چه در دیگر حوزه‌های اقتصادی) که دارای همزمان سه متغیر کنترل و سه متغیر وضعیت باشد و مقادیر بهینه آن‌ها هم استخراج شده باشد تا کنون در ادبیات داخلی سابقه نداشته و این مقاله می‌تواند در این زمینه منبع بسیاری از مقالات دیگر باشد (ذکر این نکته لازم است که به منظور تشکیل و حل مسئله بهینه‌یابی پویای تصادفی با سه متغیر کنترل و سه متغیر وضعیت، نیاز به انجام محاسبات ریاضی بسیار پیچده و دقیقی مانند تشکیل تابع میانی، استخراج قید تصادفی مشترک و بدست‌آوردن فرمول ایتو مختص اینگونه مسائل دارد).

۳- مدل بهینه‌یابی پویای تصادفی تجهیز منابع در بانکداری اسلامی

در این قسمت از تحقیق به ارائه مدل بهینه‌یابی پویای تصادفی تجهیز منابع در بانکداری اسلامی می‌پردازیم. از آنجا که فعالیت‌های بانک در طول زمان پیوسته می‌باشد، به منظور تعیین میزان بهینه انواع سپرده از نظریه بهینه‌سازی تصادفی پیوسته پویا استفاده شده است. مدلی که در ادامه به بیان آن می‌پردازیم تا کنون در ادبیات داخلی مطرح نشده و دارای نوآوری‌های مخصوص به خود می‌باشد به نحوی که قابلیت تبیین عملکرد یک بانک اسلامی در بخش تجهیز منابع را با حداکثر دقت داشته باشد.

۳-۱- فروض بکار گرفته شده در مدل پیشنهادی

فرض اول، درآمدهای بانک شامل درآمدهای کارمزدی و خدماتی در بخش پولی و حق‌-الوکاله در بخش سرمایه‌ای است، که بصورت رابطه ۱۱ تعیین می‌شود.

$$Total\ Income: y_t + r^c C(t) + r^{D_m} D_m(t) + r^{D_{if}} D_{if}(t) + r^{D_{iv}} D_{iv}(t) \qquad (11)$$

که در آن y_t درآمد حاصل از ارائه خدمات بانکی، C سرمایه بانک، D_m سپرده‌های اختصاص یافته در زمینه قرض، D_{if} سپرده‌هایی اختصاص یافته در زمینه عقود بابازدهی ثابت و D_{iv} سپرده‌های اختصاص یافته در زمینه عقود مشارکتی می‌باشد و r^c نرخ سودی است که از بکارگیری سرمایه بدست می‌آید، r^{D_m} کارمزد ارائه خدمات قرض‌الحسنه، $r^{D_{if}}$

حق‌الوکاله بکارگیری سپرده‌ها در عقود بابازدهی ثابت و $r^{D_{iv}}$ حق‌الوکاله بکارگیری سپرده‌ها در عقود مشارکتی می‌باشد.

فرض دوم، هزینه‌های بانک به دو بخش هزینه‌های خود بانک و هزینه‌های نهادهای زیر مجموعه بانک تقسیم می‌گردد. هزینه‌های خود بانک در زمان t دارای یک فرم درجه ۲ از میزان کل سپرده‌ها (سپرده‌های بخش پولی و بخش سرمایه‌ای بانک) بوده و هزینه نهادهای زیر مجموعه بانک هم به عنوان یک متغیر جدا در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه هزینه بانک را می‌توان بصورت رابطه ۱۲ نشان داد.

$$Total\ Cost = a_0 + a_1 D(t) + a_2 D^2(t) + c_m D_m(t) + c_{if} D_{if}(t) + c_{iv} D_{iv}(t) \qquad (۱۲)$$

که در آن D مجموع کل سپرده‌های بانک، c_m هزینه نهایی تخصیص سپرده‌های قرض‌الحسنه، c_{if} هزینه نهایی تخصیص سپرده‌های عقود بابازدهی ثابت، c_{iv} هزینه نهایی تخصیص سپرده‌های مشارکتی و $[a_0, a_1, a_2]$ بردار پارامترهای ساختار هزینه‌ای بانک می‌باشد. در نظر گرفتن فرم درجه ۲ به دلیل وجود صرفه به مقیاس در فعالیت بانک می‌باشد (کیایی، ۱۳۹۲: ۱۱۲). تفکیک هزینه‌های تخصیص سپرده‌ها نیز به این دلیل است که ساختار هزینه‌ای تخصیص انواع سپرده کاملا متفاوت از یکدیگر است.

فرض سوم، با توجه به غیر متعین بودن سپرده‌گذاری در هر لحظه از زمان، تغییرات سپرده‌گذاری در هر یک از انواع سپرده، از یک فرایند تصادفی تبعیت می‌کند. این فرض توسط موکودم پترسون و همکاران هم در مورد تغییرات وام‌دهی استفاده شده است (موکودم پترسون و همکاران، ۲۰۰۷: ۴). از آنجا که در الگوی پیشنهادی همه سپرده‌ها غیر از سپرده جاری بنا به نوع آن‌ها در بخش تخصیص منابع بکار گرفته می‌شوند، تبعیت تغییرات سپرده‌گذاری از یک فرایند تصادفی، مطابق تبعیت تغییرات وام‌دهی از فرایند تصادفی‌ای است که موکودم پترسون و همکاران در مقاله خود در نظر گرفته‌اند. بنابراین اگر $D_m(t)$ میزان سپرده پس‌انداز براساس عقد وکالت در قرض باشد، می‌توان تغییرات آن را بصورت رابطه ۱۳ بیان نمود.

$$dD_m(t)/D_m(t) = \mu_{D_m}(t)dt + \sigma_{D_m}(t)dw_{D_m}(t) \qquad (۱۳)$$

موکودم پترسون و همکاران در مقاله خود مقدار میانگین انتظاری تسهیلات را $\mu(t) = r^L(t) - c^L$ در نظر گرفته‌اند. دراینجا نیز مقدار میانگین انتظاری سپرده پس‌انداز را برابر تفاوت بازدهی نهایی حاصل از بکارگیری این سپرده با هزینه نهایی آن در نظر گرفته شده

است و از آنجا که این نوع سپرده برای صاحبان آن بازدهی ندارد، لذا مقدار میانگین انتظاری برابر $-c_m$ (هزینه نهایی بکارگیری سپرده پس‌انداز) در نظر گرفته شده است. با این توجیه که هر چقدر مقدار هزینه بکارگیری سپرده‌های وکالت در قرض کمتر باشد، در نتیجه کارمزد کمتری توسط بانک بر مصرف این نوع از سپرده‌ها وضع می‌شود و نتیجتا مقدار این نوع از سپرده تغییرات مثبتی را شامل خواهد شد. بنابراین تغییرات $D_m(t)$ بصورت رابطه ۱۴ بیان می‌شود.

$$dD_m(t)/D_m(t) = -c_m dt + \sigma_{D_m}(t) dw_{D_m}(t) \quad (۱۴)$$

بر این اساس تغییرات $D_{if}(t)$ و $D_{iv}(t)$ نیز بصورت روابط ۱۵ و ۱۶ بیان می‌شود.

$$dD_{if}(t)/D_{if}(t) = \left(\pi^e_{D_{if}} - c_{if}\right) dt + \sigma_{D_{if}}(t) dw_{D_{if}}(t) \quad (۱۵)$$

$$dD_{iv}(t)/D_{iv}(t) = \left(\pi^e_{D_{iv}} - c_{iv}\right) dt + \sigma_{D_{iv}}(t) dw_{D_{iv}}(t) \quad (۱۶)$$

فرض چهارم، بین نوسانات سه نوع سپرده فوق یعنی $D_m(t)$، $D_{if}(t)$ و $D_{iv}(t)$ همبستگی وجود دارد اما تنها در زمان‌های یکسان، نه در زمان‌های متفاوت. به بیان دیگر بین این سه نوع سپرده، همبستگی سریالی[۱] وجود ندارد. اگر برای این سه نوع سپرده، بازارهای مختلفی در نظر بگیریم، این فرض با فرضیه عمومی کارایی بازار فاما[۲] و ساموئلسون[۳] سازگاری دارد (مرتون و ساموئلسون[۴]، ۱۹۹۲: ۲۲۰).

فرض پنجم، مجموع کل سپرده‌های بانک $D(t)$ تابعی از سه نوع سپرده فوق یعنی $D_m(t)$، $D_{if}(t)$ و $D_{iv}(t)$ است. به نحوی که در زمان t برای کل سپرده‌های بانک داریم:

$$D(t) = F\left(t, D_m(t), D_{if}(t), D_{iv}(t)\right) \quad (۱۷)$$

در نتیجه براساس دیفرانسیل‌گیری تصادفی کلی و قضیه ایتو (آلن[۵]، ۲۰۰۷: ۹۵) (تسی[۶]، ۲۰۰۲: ۲۲۸) می‌توان فرم ژئومتریک فرایند براونی کل سپرده‌ها را به این صورت نوشت.

$$dD(t) = D(t)\Big(\mu_D(t)dt + \sigma_{DD_m}(t) dw_{D_m}(t) + \sigma_{DD_{if}}(t) dw_{D_{if}}(t) + \sigma_{DD_{iv}}(t) dw_{D_{iv}}(t)\Big) \quad (۱۸)$$

---

۱ Serially Correlation
۲ Fama
۳ Samuelson
۴ Merton and Samuelson
۵ Allen
۶ Tsay

در معادله فوق ضرایب به این صورت تعریف می‌شوند (هانسون[۱]، ۲۰۰۷: ۳۰۴).

$$D(t)\mu_D(t) = F_t + \mu_{D_m} D_m F_{D_m} + \mu_{D_{if}} D_{if} F_{D_{if}} + \mu_{D_{iv}} D_{iv} F_{D_{iv}} + \frac{1}{2}\Big(\sigma_{D_m}^2 {D_m}^2 F_{D_m D_m} + 2\rho_{D_m D_{if}}.\sigma_{D_m}\sigma_{D_{if}} D_m D_{if} F_{D_m D_{if}} + 2\rho_{D_m D_{iv}}.\sigma_{D_m}\sigma_{D_{iv}} D_m D_{iv} F_{D_m D_{iv}} + 2\rho_{D_{iv} D_{if}}.\sigma_{D_{iv}}\sigma_{D_{if}} D_{iv} D_{if} F_{D_{if} D_{iv}} + \sigma_{D_{if}}^2 {D_{if}}^2 F_{D_{if} D_{if}} + \sigma_{D_{iv}}^2 {D_{iv}}^2 F_{D_{iv} D_{iv}}\Big) \quad (۱۹)$$

$$D(t)\sigma_{DD_m}(t) = \sigma_{D_m} D_m F_{D_m} \quad (۲۰)$$

$$D(t)\sigma_{DD_{if}}(t) = \sigma_{D_{if}} D_{if} F_{D_{if}} \quad (۲۱)$$

$$D(t)\sigma_{DD_{iv}}(t) = \sigma_{D_{iv}} D_{iv} F_{D_{iv}} \quad (۲۲)$$

به این صورت که عبارت ۱۹ ضریب dt، عبارت ۲۰، ۲۱ و ۲۲ هم به ترتیب ضریب dw_{D_m} ، $dw_{D_{if}}$ و $dw_{D_{iv}}$ می‌باشند. به این ترتیب معادله دیفرانسیل تصادفی کل سپرده‌ها که مستخرج از سه معادله دیفرانسیل تصادفی انواع سپرده‌ها می‌باشد با ذکر جزئیات و ضرایب بدست آمد.

با توجه به اینکه کل سپرده‌ها تابع خطی انواع سپرده با ضریب یک می‌باشد و با توجه به اطلاعات فرض سوم، معادله شماره ۱۸ (معادله نهایی دیفرانسیل تصادفی کل سپرده‌ها) به صورت رابطه ۲۳ بیان خواهد شد.

$$dD(t) = \Big[-c_m D_m(t) + \left(\pi_{D_{if}}^e - c_{if}\right) D_{if}(t) + \left(\pi_{D_{iv}}^e - c_{iv}\right) D_{iv}(t)\Big] dt + \sigma_{D_m} D_m(t) dw_{D_m}(t) + \sigma_{D_{if}} D_{if}(t) dw_{D_{if}}(t) + \sigma_{D_{iv}} D_{iv}(t) dw_{D_{iv}}(t) \quad (۲۳)$$

در عبارت فوق ضرایب هر یک از انواع سپرده، بیانگر میانگین انتظاری این سپرده‌ها می‌باشد و نوسانات موجود در $D(t)$ از جمع نوسانات تک تک سپرده‌ها ناشی خواهد شد.

فرض ششم، رابطه انواع سپرده‌ها، سرمایه بانک و درآمد ناشی از ارائه خدمات بانک با کل سپرده‌های بانک به این صورت تعریف شده است.

$$D_m(t) = \alpha(t)\, D(t) \quad (۲۴)$$

$$D_{if}(t) = \lambda(t)\, D(t) \quad (۲۵)$$

$$D_{iv}(t) = \gamma(t)\, D(t) \quad (۲۶)$$

$$C(t) = \theta\, D(t) \quad (۲۷)$$

[۱] Hanson

$$y_t = \delta\, D(t) \tag{۲۸}$$

که در این روابط α، λ و γ به ترتیب سهم سپرده‌های وکالت در قرض، وکالت در عقود با بازدهی ثابت و وکالت در مشارکت از کل سپرده‌ها می‌باشند. این سه را می‌توان به عنوان متغیر کنترل در مدل مد نظر قرار داد.

اکنون با توجه به معادلات شماره ۲۴ تا ۲۶ می‌توان معادله ۲۳ را بازنویسی نمود.

$$dD(t) = D(t)\Big[\Big(-\alpha(t)c_m + \lambda(t)\left(\pi^e_{D_{if}} - c_{if}\right) + \gamma(t)\left(\pi^e_{D_{iv}} - c_{iv}\right)\Big)dt + \alpha(t)\sigma_{D_m}dw_{D_m}(t) + \lambda(t)\sigma_{D_{if}}dw_{D_{if}}(t) + \gamma(t)\sigma_{D_{iv}}dw_{D_{iv}}(t)\Big] \tag{۲۹}$$

۳-۲- تصریح مدل

تابع هدف بانک مانند هر موسسه خصوصی دیگر، حداکثرسازی ارزش فعلی خالص سود است که از تفاضل ارزش فعلی درآمد و هزینه بانک بدست می‌آید. این مسئله سه قید تصادفی دارد که شامل معادله دیفرانسیل تصادفی سه نوع سپرده ذکر شده در مدل یعنی $D_m(t)$، $D_{if}(t)$ و $D_{iv}(t)$ است. این کار توسط مرتون (۱۹۷۳) نیز صورت پدیرفته است.

با این توضیحات مسئله بهینه‌یابی پویای تصادفی موردنظر به این صورت بیان می‌شود.

$$Max\;\; Z\left(t, D_m(t), D_{if}(t), D_{iv}(t)\right) = E\Big[\int_{t_0}^{T} e^{-\beta t}\big[y_t + r^c C(t) + r^{D_m}D_m(t) + r^{D_{if}}D_{if}(t) + r^{D_{iv}}D_{iv}(t) - \big(a_0 + a_1 D(t) + a_2 D^2(t) + c_m D_m(t) + c_{if}D_{if}(t) + c_{iv}D_{iv}(t)\;\big)\big]\,dt\Big]$$

$$s.t.\;\; \left\{\begin{aligned} dD_m(t) &= D_m(t)\left[\mu_{D_m}(t)dt + \sigma_{D_m}(t)dw_{D_m}(t)\right] \\ dD_{if}(t) &= D_{if}(t)\left[\mu_{D_{if}}(t)dt + \sigma_{D_{if}}(t)dw_{D_{if}}(t)\right] \\ dD_{iv}(t) &= D_{iv}(t)\left[\mu_{D_{iv}}(t)dt + \sigma_{D_{iv}}(t)dw_{D_{iv}}(t)\right] \end{aligned}\right\} \tag{۳۰}$$

که در آن β نرخ تنزیل استفاده شده برای محاسبه ارزش حال سودهای آینده بانک است. نکته‌ای که وجود دارد این است که مسئله بهینه‌سازی تصادفی بالا دارای سه متغیر وضعیت $D_m(t)$، $D_{if}(t)$ و $D_{iv}(t)$ می‌باشد که معادله دیفرانسیل تصادفی هر یک به عنوان یک قید تصادفی در مدل وارد شده است. این مسئله فاقد تابع انتهایی می‌باشد. زیرا محاسبه‌های بانک در الگوی پیشنهادی برای درآمدها و هزینه‌ها در هر لحظه از زمان مشخص بوده و میزان قطعی سودآوری طرح‌های اقتصادی بانک در پایان دوره تاثیری بر میزان سود بانک ندارد چرا که این سودها متعلق به موکلان بانک (صاحبان سپرده) می‌باشد و بانک میزان مشخص حق‌الوکاله خود را برداشت می‌نماید.

مدل معرفی شده در معادله ۳۰ یک معادله با سه متغیر وضعیت است. وجود چند متغیر کنترل خیلی مدل را پیچیده نخواهد کرد، اما افزایش تعداد متغیرهای وضعیت کار را برای محاسبه و حل مدل بسیار سخت‌تر می‌نماید. یکی از نوآوری‌های مهم تحقیق حاضر، ساده کردن مدل با حفظ اطلاعات اصلی آن است. به این صورت که با تعریف یک تابع شامل سه متغیر وضعیت مسئله و با استفاده از اطلاعات موجود در این سه متغیر وضعیت، یک متغیر وضعیت کلی تعریف شده است که اطلاعات موجود در این سه متغیر وضعیت را در خود داشته باشد. در این صورت با حفظ اطلاعات اصلی مسئله، به یک مسئله ساده‌تر با یک متغیر وضعیت تبدیل شده است.

با توجه به ساده‌سازی‌های انجام گرفته براساس فرض ششم و استفاده از معادله شماره ۲۹ به عنوان قید مسئله، مسئله بهینه‌سازی تصادفی در معادله ۳۰ به این صورت رابطه ۳۱ بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned}
&Max\ \ Z\big(t,D(t)\big)=E\left[\int_{t_0}^{T}e^{-\beta t}\Big[\big(\delta+r^{c}\theta+\alpha(t)r^{D_m}+\right.\\
&\lambda(t)r^{D_{if}}+\gamma(t)r^{D_{iv}}\big)D(t)-\Big(a_0+a_1D(t)+a_2D^2(t)+\\
&\left.c_m\alpha(t)D(t)+c_{if}\lambda(t)D(t)+c_{iv}\gamma(t)D(t)\Big)\Big]dt\right]\\
&s.t.\ \Big\{dD(t)=D(t)\Big[\Big(-\alpha(t)c_m+\lambda(t)\big(\pi^{e}_{D_{if}}-c_{if}\big)+\\
&\gamma(t)\big(\pi^{e}_{D_{iv}}-c_{iv}\big)\Big)dt+\alpha(t)\sigma_{D_m}dw_{D_m}(t)+\lambda(t)\sigma_{D_{if}}dw_{D_{if}}(t)+\\
&\gamma(t)\sigma_{D_{iv}}dw_{D_{iv}}(t)\Big]\Big\}
\end{aligned}\tag{۳۱}$$

در این مسئله نسبت به مسئله شماره ۳۰ سه متغیرهای کنترل $\alpha(t)$، $\lambda(t)$ و $\gamma(t)$ اضافه شده است که بیانگر سهم هر یک از سپرده‌ها می‌باشند. بانک می‌تواند با کنترل این سه متغیر و تغییر آن‌ها با استفاده از ابزار در اختیار خود مانند تبلیغات و سپرده‌های وکالت عام، مستقیما میزان سودآوری خود را تغییر دهد.

۳-۳- حل مدل

همان گونه که در مبانی نظری بیان شد، زمانی که مسئله بهینه‌یابی دارای قید به صورت معادله دیفرانسیلی باشد و این معادله شامل فرایند تصادفی براونی باشد، دیگر نمی‌توان اینگونه مسائل را با استفاده از روش حساب تغییرات و اصل ماکزیمم حل نمود و باید از روش برنامه‌ریزی پویا استفاده کرد. لذا در اینجا هم چون مسئله نهایی بیان شده در معادله ۳۱ شامل قید تصادفی می‌باشد، باید از روش برنامه‌ریزی پویا که استفاده از معادله بلمن

می‌باشد، استفاده نمود. معادله بلمن متناسب با مسئله نهایی تحقیق بصورت رابطه ۳۲ می‌باشد. (به منظور ساده‌تر شدن مدل، ضریب همبستگی متغیرهای تصادفی برابر صفر در نظر گرفته شده است)

$$-z_t(t,D) = \underset{u}{Max}\Big[e^{-\beta t}\Big[D\big(\delta + r^c\theta + \alpha r^{D_m} + \lambda r^{D_{if}} + \gamma r^{D_{iv}}\big) - \Big(a_0 + a_1 D + a_2 D^2 + D\big(c_m\alpha + c_{if}\lambda + c_{iv}\gamma\big)\Big)\Big] + z_D(t,D).D\Big(-\alpha c_m + \lambda\left(\pi^e_{D_{if}} - c_{if}\right) + \gamma\left(\pi^e_{D_{iv}} - c_{iv}\right)\Big) + \frac{1}{2}z_{DD}(t,D).D^2\left(\alpha^2\sigma^2_{D_m} + \lambda^2\sigma^2_{D_{if}} + \gamma^2\sigma^2_{D_{iv}}\right)\Big] \tag{۳۲}$$

در صورتی که بخواهیم مسئله نسبت به متغیرهای کنترل ماکزیمم باشد، باید از رابطه فوق نسبت به این متغیرها مشتق جزیی بگیریم، سپس برابر صفر قرا داده و مقادیر بدست آمده را در معادله ۳۲ جایگزین نمایم. با جایگزینی مقدار بهینه متغیرهای کنترل در معادله بلمن مسئله، و حل این معادله با استفاده از روش ضرایب نامعین (پورکاظمی، ۱۳۹۳: ۴۵۲)، مقادیر نهایی و بهینه متغیرهای کنترل به این صورت بدست می‌آیند.

$$\alpha^* = \frac{r^{D_m} - (1+A_1)c_m}{2A_2 D\sigma^2_{D_m}} - \frac{c_m}{\sigma^2_{D_m}} \tag{۳۳}$$

$$\lambda^* = \frac{r^{D_{if}} - (1+A_1)c_{if} + A_1\pi^e_{D_{if}}}{2A_2 D\sigma^2_{D_{if}}} + \frac{\pi^e_{D_{if}} - c_{if}}{\sigma^2_{D_{if}}} \tag{۳۴}$$

$$\gamma^* = \frac{r^{D_{iv}} - (1+A_1)c_{iv} + A_1\pi^e_{D_{iv}}}{2A_2 D\sigma^2_{D_{iv}}} + \frac{\pi^e_{D_{iv}} - c_{iv}}{\sigma^2_{D_{iv}}} \tag{۳۵}$$

همان گونه که در روابط فوق مشخص است، سهم هر یک از انواع سپرده با افزایش هزینه نهایی بکارگیری سپرده ($\boldsymbol{c}$) کاهش می‌یابد. لذا در صورت کاهش هزینه بکارگیری هر یک از انواع سپرده، سهم آن سپرده نیز افزایش خواهد یافت. از طرف دیگر هر چقدر نوسانات مربوط به هر یک از انواع سپرده ($\boldsymbol{\sigma}$) کمتر باشد، سهم آن سپرده نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه ثبات و عدم نوسان شدید در یک نوع از سپرده، اثر مثبت در میزان سهم آن سپرده خواهد داشت. عامل دیگری که باعث افزایش سهم یک نوع از سپرده می‌شود، افزایش بازدهی بکارگیری آن سپرده ($\boldsymbol{\pi}$) می‌باشد. به این معنی که اگر مثلا نهاد مربوط به عقد مشارکت، با مدیریت صحیح و انتخاب طرح‌های پربازده و کم ریسک، بتواند بازدهی سپرده‌های مشارکتی را بالا ببرد، این امر سپرده‌گذاران را ترغیب به افزایش سپرده مشارکتی نموده و سهم این نوع سپرده افزایش می‌یابد.

در نهایت با جایگذاری مقادیر بهینه متغیرهای کنترل در معادله دیفرانسیل حرکت و با استفاده از فرمول ایتو می‌توان مقدار بهینه متغیر وضعیت یعنی $D(t)$ را در هر لحظه از زمان بدست آورد (هانسون، ۲۰۰۷: ۲۵۰). نکته‌ای که در مورد معادله حرکت وجود دارد این است که این معادله بجای یک نوع حرکت براونی، شامل سه نوع حرکت براونی می‌باشد، لذا باید فرمول ایتو را برای آن دوباره استخراج نمود. در اکثر کتاب‌های مرجع، فرمول مشخص و دقیقی برای این موارد ذکر نشده و صرفاً به بیان برداری اکتفا نموده‌اند (تسی، ۲۰۰۲: ۲۴۲). به همین جهت با محاسبات نگارنده این فرمول به این صورت بدست آمده است.

$$dY = \left(F_t + F_x\alpha + \frac{1}{2}F_{xx}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]\right)dt + F_x[\sigma_1 dw_1 + \sigma_2 dw_2 + \sigma_3 dw_3] \quad (۳۶)$$

براین اساس اگر صورت کلی معادله حرکت به این صورت باشد.

$$\frac{dD}{D} = \left[\alpha dt + \sigma_1 dw_{D_m} + \sigma_2 dw_{D_{if}} + \sigma_3 dw_{D_{iv}}\right] \quad (۳۷)$$

با تعریف $Y = F(t,x) = lnD$ و تشکیل فرمول ایتو براساس این تابع، جواب معادله دیفرانسیل به صورت رابطه ۳۸ بدست می‌آید.

$$dlnD = \left(0 + \frac{1}{D}\alpha D + \frac{-1}{2D^2}[\sigma_1^2 D^2 + \sigma_2^2 D^2 + \sigma_3^2 D^2]\right)dt + \frac{1}{D}\left[\sigma_1 D dw_{D_m} + \sigma_2 D dw_{D_{if}} + \sigma_3 D dw_{D_{iv}}\right]$$

$$\Rightarrow dlnD = \left(\alpha - \frac{1}{2}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]\right)dt + \left[\sigma_1 dw_{D_m} + \sigma_2 dw_{D_{if}} + \sigma_3 dw_{D_{iv}}\right]$$

$$\Rightarrow lnD = lnD_0 + \left(\alpha - \frac{1}{2}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]\right)t + \sigma_1 w_{D_m} + \sigma_2 w_{D_{if}} + \sigma_3 w_{D_{iv}}$$

$$\Rightarrow D^* = D_0 e^{\left(\alpha - \frac{1}{2}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]\right)t + \sigma_1 w_{D_m} + \sigma_2 w_{D_{if}} + \sigma_3 w_{D_{iv}}} \quad (۳۸)$$

در مرحله آخر با جایگذاری مقادیر معادل α، σ_1، σ_2 و σ_3 بدست آمده از معادله حرکت بهینه (معادله ۲۹ که مقادیر بهینه متغیرهای کنترل در آن جایگذاری شده باشد)، می‌توان به مسیر بهینه متغیر وضعیت مساله یعنی مقدار سپرده بانک دست یافت.

$$\alpha = \left(-\frac{c_m r^{D_m} - (1+A_1)c_m{}^2}{2A_2 D\sigma_{D_m}^2} - \frac{c_m{}^2}{\sigma_{D_m}^2} + \frac{\left(r^{D_{if}} - (1+A_1)c_{if} + A_1\pi_{D_{if}}^e\right)\left(\pi_{D_{if}}^e - c_{if}\right)}{2A_2 D\sigma_{D_{if}}^2} + \frac{\left(\pi_{D_{if}}^e - c_{if}\right)^2}{\sigma_{D_{if}}^2} + \frac{\left(r^{D_{iv}} - (1+A_1)c_{iv} + A_1\pi_{D_{iv}}^e\right)\left(\pi_{D_{iv}}^e - c_{iv}\right)}{2A_2 D\sigma_{D_{iv}}^2} + \frac{\left(\pi_{D_{iv}}^e - c_{iv}\right)^2}{\sigma_{D_{iv}}^2} \right) \quad (۳۹)$$

$$\sigma_1 = \left(\frac{r^{D_m} - (1+A_1)c_m}{2A_2 D\sigma_{D_m}} - \frac{c_m}{\sigma_{D_m}} \right) \quad (۴۰)$$

$$\sigma_2 = \left(\frac{r^{D_{if}} - (1+A_1)c_{if} + A_1\pi_{D_{if}}^e}{2A_2 D\sigma_{D_{if}}} + \frac{\pi_{D_{if}}^e - c_{if}}{\sigma_{D_{if}}} \right) \quad (۴۱)$$

$$\sigma_3 = \left(\frac{r^{D_{iv}} - (1+A_1)c_{iv} + A_1\pi_{D_{iv}}^e}{2A_2 D\sigma_{D_{iv}}} + \frac{\pi_{D_{iv}}^e - c_{iv}}{\sigma_{D_{iv}}} \right) \quad (۴۲)$$

در مدل معرفی شده پارامترهای متعددی وجود دارد که برای تعیین مسیر بهینه متغیرهای کنترل و وضعیت، باید مقادیر عددی آن‌ها استخراج گردند. از آنجا که الگوی ارائه شده برای تجهیز منابع در این تحقیق، یک الگوی کاملا جدید و متفاوت با الگوهای موجود می‌باشد، لذا نمی‌توان براساس یک الگوی عملی اجرا شده، مقادیر این پارامترها را بدست آورد. در صورت اجرای عملی، می‌توان مقادیر واقعی این پارامترها را استخراج و مسیر بهینه متغیرهای کنترل و وضعیت را تعیین نمود.

با تعیین مسیر بهینه سپرده‌های بانک و با استفاده از روابط ۲۴، ۲۵ و ۲۶ می‌توان مسیر بهینه هر یک از انواع سپرده‌ها را نیز استخراج نمود و با مقایسه این مقادیر با مقدار واقعی هر یک از این سپرده‌ها در عمل، مسیر حرکت خود را به سمت مقدار بهینه در جهت حداکثر نمودن سودآوری بانک تغییر داد. با مشاهده رابطه بهینه استخراج شده، متوجه می‌شویم که افزایش بازدهی هر یک از انواع سپرده و کاهش هزینه‌های بکارگیری آن‌ها، منجر به افزایش و انتقال مسیر بهینه، به سمت بالا شده و از طریق افزایش سپرده‌گذاری، میزان حق‌الوکاله و سود بانک نیز افزایش می‌یابد. نکته مهمی که در جهت حداکثر نمودن سود بانک قابل توجه است؛ قرار گرفتن بانک در مسیر بهینه متغیرهای کنترل می‌باشد؛ چرا که خروج از این مسیرهای بهینه باعث خروج متغیر وضعیت از مسیر بهینه و نهایتاً کاهش سودآوری بانک می‌شود.

۳-۴- شبیه‌سازی معادله بهینه حرکت

به منظور بدست آوردن مسیر زمانی بهینه D^* بصورت عددی می‌توان از روش شبیه‌سازی اولر- مارویاما[۱] استفاده نمود به این صورت که اگر صورت کلی معادله دیفرانسیل تصادفی بصورت رابطه ۴۳ باشد.

$$dx = \alpha(t.x)dt + \sigma(t.x)dw \quad (۴۳)$$

فرایند تصادفی وینر[۲] w_t با استفاده از مجموعه تجمعی تغییرات افزایشی که از توزیع نرمال تولید می‌شوند ایجاد می‌شود. با توجه به اینکه تغییرات افزایشی فرایند x از زمان k تا زمان $k+1$ یعنی Δx_k را می‌توان به این صورت نوشت.

$$\Delta x_k = x_{k+1} - x_k = \alpha(t_k.x_k)\Delta t + \sigma(t_k.x_k)\Delta w_k \quad (۴۴)$$

که در آن $\Delta P_k = P(t_{k+1}) - P(t_k)$، $\Delta w_k = w(t_{k+1}) - w(t_k)$ و Δt یک بازه زمانی کوچک است. به این ترتیب برای شبیه‌سازی فرآیند x_t، مقادیر Δw_k را از توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس Δt با استفاده از اعداد تصادفی از توزیع نرمال استاندارد براساس رابطه $\Delta w_k = \sqrt{\Delta t} \times N(0,1)$ شبیه‌سازی می‌نماییم. بدین ترتیب اگر مقدار فرآیند x در زمان t_0 را داشته باشیم، مقدار فرآیند در زمان $k+1$ برای $k = 1{:}N$ به صورت رابطه ۴۵ تقریب زده می‌شود.

$$x_{k+1} = x_k + \alpha(t_k.x_k)\Delta t + \sigma(t_k.x_k)\Delta w_k \quad (۴۵)$$

که در آن $t_{k+1} = k\Delta t$ می باشد. بنابراین با انجام این فرآیند شبیه‌سازی مسیر فرآیند x_t در بازه زمانی مورد نظر مشخص می‌شود (هانسون، ۲۰۰۷: ۲۵۳ به نقل از کیایی ودیگران، ۱۳۹۲: ۱۳۰).

۴- نتیجه گیری

یکی از نوآوری‌های مهم این تحقیق تشکیل مدل بهینه‌یابی پویای تصادفی با چند متغیر وضعیت بود که بدلیل وجود پیچیدگی‌های متعدد و نبود الگوهای مشابه، کمتر مورد استفاده محققان قرار گرفته است. در این تحقیق متناظر با سه نوع سپرده بانکی که با یکدیگر تفاوت‌های ماهوی دارند، سه متغیر وضعیتِ مجزا با فرایندهای تصادفی براونی متناسب با هر یک وارد شده‌اند. بدین ترتیب همه اطلاعات مورد نیاز در مسئله وارد شده و حداکثر دقت در تحلیل نتایج بدست آمده است. سپس با تعریف یک تابع میانی این سه متغیر و اطلاعات مربوط به هر کدام از آن‌ها در یک متغیر خلاصه شده‌اند تا قابل فهم

[۱] Euler-Maruyama (EM) Simulations method

[۲] Winner Stochastic Process

بودن محاسبات و تحلیل نتایج ساده‌تر گردند. یکی دیگر از ویژگی‌های مهم الگوی ارائه شده در تحقیق بسیط بودن و قابل اجرا بودن این الگو در عمل می‌باشد. در واقع الگوی تحقیق طوری طراحی شده است که هم پاسخگوی نیازهای واقعی جامعه باشد و هم تطابق با شرع داشته باشد و در عین حال نیازی به صوری‌سازی و استفاده از حیله‌های شرعی برای اجرای آن نباشد. چرا که نیازهای واقعی مشتریان در قالب‌های تایید شده شرعی در این الگو برآورده می‌شود و عملاً نیازی به صوری‌سازی نمی‌باشد.

در انتها خاطر نشان می‌شود که این الگو و بیان آن با استفاده از دقیق‌ترین و جدیدترین ابزار ریاضی، یک نقطه شروع در این زمینه است و یقیناً با ورود دیگر محققان به این عرصه، این الگو چکش‌کاری شده و ایرادات احتمالی آن مشخص و رفع می‌شود و نهایتاً می‌تواند به عنوان یک الگوی جدید و مترقی مورد استفاده سیستم بانکی کشور قرار گیرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

فهرست منابع

۱. پورکاظمی، محمدحسین (۱۳۹۳). *بهینه‌سازی پویا، کنترل بهینه و کاربردهای آن*. انتشارات دانشگاه شهید بهشتی.

۲. داوودی، پرویز، و محققنیا، محمدجواد (۱۳۸۷). بانکداری محدود. *دوفصلنامه علمی-پژوهشی جستارهای اقتصادی*، ۵(۱۰)، ۱۱۳-۹۳.

۳. کیایی، حسن، ابریشمی، حمید، و سبحانی، حسن (۱۳۹۲). مقایسه عملکرد بهینه در بانکداری اسلامی و بانکداری متعارف: استفاده از فرایند تصادفی پرش- انتشار. *دو فصلنامه مطالعات اقتصاد اسلامی*، ۶(۱۱)، ۱۳۱-۱۰۷.

۴. محققنیا، محمدجواد (۱۳۹۳). *الگوی بانکداری اسلامی*. انتشارات مرکز بین المللی ترجمه و نشر المصطفی(صلی الله علیه و آله و سلم).

۵. محققنیا، محمد جواد (۱۳۹۲). *ساختار بانکداری اسلامی و ارائه الگویی برای بانکداری اسلامی در ایران*. انتشارات دانشگاه علامه طباطبایی.

۶. مظاهری، طهماسب (۱۳۸۶). الگوی جایگزین برای نظام بانکی کشور. *مجموعه مقالات هجدهمین همایش بانکداری اسلامی*، مؤسسه عالی بانکداری ایران.

۷. موسویان، سیدعباس (۱۳۸۲). انواع بانک‌های بدون ربا. *فصلنامه اقتصاد اسلامی*، ۳(۱۱)، ۷۸-۴۹.

۸. موسویان، سیدعباس، ابوالحسنی‌هستیانی، و حسن‌مقدم، رفیع (۱۳۹۳). تعیین سهم بهینه عقدهای مباده‌ای و مشارکتی در بانکداری بدون ربا. *فصلنامه اقتصاد اسلامی*، ۱۴(۵۳)، ۹۸-۸۵.

۹. میرجلیلی، سیدحسین (۱۳۸۳). الگویی برای سازماندهی مجدد نظام بانکی. *مجله نامه مفید*، ۱۲(۴۲)، ۹۲-۶۵.

۱۰. نزار العانی، مضر(۲۰۰۰م). احکام تغّیر قیمه العمله النقدیه و اثرها فی تسدید القرض. *دارالنفایس للنشر و التوزیع، الطبعه الاولی*: اردن.

۱۱. نظرپور، محمد تقی، کیاء الحسینی، سیدضیاءالدین، و حقیقی، میثم (۱۳۹۲). چگونگی ارتباط بانک‌ها با بازار سرمایه در چارچوب نظام بانکداری بدون ربا. *دوفصلنامه جستارهای اقتصادی ایران*، ۱۰(۱۹)، ۶۵-۴۱.

1. Ahmad, A. (1997). Structure of deposits in selected Islamic banks: Implications for deposit mobilization. *Research Paper*, (48).
2. Allen, E. (2007). *Modeling with Itô stochastic differential equations* (Vol. 22). Springer Science & Business Media.

3. Bertsekas, D. P. (2005). Dynamic programming and suboptimal control: A survey from ADP to MPC. *European Journal of Control*, *11*(4), 310-334.
4. Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The journal of political economy*, 637-654.
5. Bossone, B. (2002). Should banks be narrowed? An evaluation of a plan to reduce financial instability (No. 69). Public policy brief//Jerome Levy Economics Institute of Bard College.
6. Chambers, D., & Charnes, A. (1961). Inter-temporal analysis and optimization of bank portfolios. *Management Science*, *7*(4), 393-410.
7. Hanson, F. B. (2007). *Applied stochastic processes and control for Jump-diffusions: modeling, analysis, and computation* (Vol. 13). Siam.
8. Khan, M. S. (1986). Islamic interest-free banking: a theoretical analysis. *Staff Papers*, *33*(1), 1-27.
9. Khan, M. S., & Mirakhor, A. (1989). The financial system and monetary policy in an Islamic economy. *Journal of King Abdulaziz University: Islamic Economics*, *1*(1), 39-57.
10. Merton, R. C., & Samuelson, P. A. (1992). *Continuous-time finance*.
11. Kamien, M. I., & Schwartz, N. L. (2012). *Dynamic optimization: the calculus of variations and optimal control in economics and management*. Courier Corporation.
12. Mukuddem-Petersen, J., & Petersen, M. A. (2006). Bank management via stochastic optimal control. *Automatica*, *42*(8), 1395-1406.
13. Mukuddem-Petersen, J., Petersen, M. A., Schoeman, I. M., & Tau, B. A. (2007). Maximizing banking profit on a random time interval. *Journal of Applied Mathematics*, *2007*.
14. Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of economics and management science*, 141-183.
15. Oguzsoy, C. B., & Gu¨ven, S. (1997). Bank asset and liability management under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, *102*(3), 575-600.
16. Selyutin, V., & Rudenko, M. (2013). Mathematical model of banking firm as tool for analysis. *Management and Learning. http://ceur-ws. org*, *1000*.
17. Sigauke, C., Maposa, D., & Chagwiza, W. (2012). Modelling commercial banks liquidity management using stochastic programming. *International Journal of Business and Management*, *7*(9), 49.
18. Tsay, R. S. (2005). *Analysis of financial time series* (Vol. 543). John Wiley & Sons