

کاربرد برنامه ریزی چند هدفه فازی در توسعه یک مدل کنترل موجودی

محمد امین نایبی^۱

ناصر حمیدی^۲

عباس پناهی نیا^۳

حسام سعیدی^۴

چکیده

در این مقاله یک مدل کنترل موجودی چند کالایی با اهداف کمینه سازی هزینه کل و حداقل بکارگیری نیروی انسانی، تحت محدودیتهای حداکثر فضای انبار، حداکثر توان سرمایه گذاری، میزان کمبود مجاز در هر دوره و مقدار سفارش دوره ای ارائه می شود که دو محدودیت اخیر بصورت بازه ای در نظر گرفته شده است. در مدل ارائه شده کمبود مجاز بوده، زمان تدارک صفر و پارامترهای تقاضا، هزینه (شامل: راه اندازی، نگهداری، کمبود) و منابع محدودیتهای بصورت فازی است. اعداد فازی تقاضا و هزینه بصورت مثلثی و اعداد منابع محدودیتهای از نوع ذوزنقه ای مثبت می باشند. در حل مدل ابتدا هر یک از توابع هدف مورد نظر به سه تابع هدف تبدیل و محدودیتهای از طریق روش نافازی سازی به محدودیتهای قطعی تبدیل میگردد. سپس مدل چند هدفه قطعی حاصل، از طریق روش برنامه ریزی غیر خطی فازی (FNLP) حل شده است. در پایان یک مثال عددی برای تشریح مدل با استفاده از نرم افزار لینگو (Lingo) حل و ارائه می شود.

واژه های کلیدی:

کنترل موجودی، برنامه ریزی چند هدفه، عدد فازی و برنامه ریزی غیرخطی فازی (FNLP)

۱. دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، باشگاه پژوهشگران جوان، قزوین، ایران (نویسنده مسئول: Amin.Nayebi@gmail.com)

۲. دپارتمان مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران.

۳. دپارتمان مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران

۴. دانش آموخته کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه اسلامی کار، قزوین، ایران

مقدمه

از اولین بار که هریس مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) را برای تعیین اندازه سفارش تدوین و ارائه کرد، جهان شاهد پیشرفت روزافزونی بوده و تا امروز که نزدیک به یک قرن از تدوین این مدل می گذرد نیاز به انطباق معادلات و مدلها بر اساس شرایط محیطی پویا بیشتر احساس می شود. تصمیم گیری صحیح در مورد هزینه کل در حالتی که نمی توان پیش بینی دقیقی در مورد مولفه های تشکیل دهنده آن داشت کار غیر ممکن به نظر می رسد. بنابراین جهت حل چنین مشکلی ضرورت دارد تا به توسعه مدلهای کنترل موجودی در جهت انطباق با یک محیط پویا پرداخت. اهمیت این توسعه از آنجا ناشی می شود که مدلهای تدوین شده برای کنترل موجودی برای محیط ایستا تدوین شده اند در حالی که پویا بودن محیط واقعی کارایی این گونه فرمولها را زیر سؤال می برد. در ادامه مروری بر تحقیقات انجام شده در این زمینه خواهیم داشت. از زمان تدوین و ارائه مدل EOQ به وسیله هریس (Yadvalle, 2005) تعداد زیادی از محققین روی سیستم کنترل موجودی کار کرده اند. مدلهای کلاسیک و مدلهای تعیین اندازه سفارش قطعی توسط ورل هال (Matty, 2005) ارائه شد. اما با توجه به محیط تولید و پویا بی آن، مدلهای ایستا به دلیل رفتار چنین سیستمهایی در این محیط کارا نبوده و نمی توان انتظار نتایج کاربردی موثری از چنین فرمولهایی داشت. با توجه به ویژگی چنین محیطی، سیستمهای موجودی توسط محققینی چون پادمنباهان، وارت، رثوف و بندایا، برخورد و هاریگا توسعه یافت که در این مدلها تقاضا یا هزینه تولید فازی و تابعی از زمان در نظر گرفته شده بود (Yadvalle, 2005). مجموعه فازی نیز اولین بار توسط لطفی زاده معرفی شد (Zadeh, 1965) و دانشمندانی چون زیمرمن (Zimmerman, 1985) این تئوری را برای حل مسائل تصمیم گیری بکار بردند. یادولی (Yadvalle, 2005) بر اساس مدل EOQ یک مدل از یک سیستم چند کالایی را در یک محیط فازی معرفی نمود و کاربرد آنرا در مدل برنامه ریزی منابع انسانی تشریح کرد. مفروضات این مطالعه عبارتند از: لحظه ای بودن تولید، مجاز نبودن کمبود، زمان تدارک صفر و یکسان بودن نرخ تقاضا برای n کالا. در این مقاله تابع عضویت در سه حالت خطی، مکعبی (غیرخطی) و احتمالی بررسی شده و نتیجه گرفته شده که تابع عضویت خطی بهترین ارزش را ایجاد می کند. ابوال اتا (Abo el ata & Kot, 1997) در پی ایجاد یک تقریب مناسب برای حل مسائل تک کالایی در N دوره بوده است. در

این مطالعه دو حالت معین و نامعین بودن تقاضای هر دوره در حالتی که کمبود مجاز نیست را مورد بررسی قرار می دهد. در این مقاله از الگوریتم تکاملی به جای پویا و در محیط فازی استفاده شده و دو هدف حداقل کردن هزینه فازی و حداقل کردن تعداد دوره‌ها نیز مدنظر قرار گرفته است. این مقاله تنها شروعی بر مطالعه کنترل موجودی N دوره‌ای بدون استفاده از برنامه‌ریزی پویا است. مقاله دیگری توسط ابراهیم و چن (Chan & Ibrahim, 2003) ارائه شد. این مقاله با فازی در نظر گرفتن نرخ بهره، به عنوان ابزار اندازه‌گیری هزینه‌ها و سرمایه گذاری در مدل کلاسیک EOQ به ارائه یک مدل پرداخته‌است. سوچیت‌کومار (Kumar & Wami, 2006) به دنبال حداکثر کردن سود و حداقل کردن هزینه ضایعات به ارائه مقاله پرداخته که در این مطالعه برای نخستین بار مسائل موجودی دو هدفه را در یک محیط فازی فرموله کرده و به وسیله الگوریتم برنامه ریزی غیر خطی فازی (FNLP) و برنامه ریزی هندسی فازی (FGP) آنها را حل نموده است. هیداکا و همکارانش (Katagiri & Ishii, 2002) به ارائه مطالعه ای در زمینه کنترل موجودی یک کالای فاسد شدنی با هزینه کمبود و هزینه از مد افتادگی پرداخته است. هدف این مقاله پیدا کردن راه حلی برای حداکثر کردن سود مورد نظر است. در مقاله حاضر یک مدل کنترل موجودی با اهداف کمینه سازی هزینه ها و تعداد نیروی انسانی مورد نیاز به همراه محدودیتهای حداکثر فضای انبار، حداکثر توان سرمایه گذاری، میزان کمبود مجاز در هر دوره و مقدار سفارش دوره ای ارائه شده است که دو محدودیت اخیر بصورت بازه ای در نظر گرفته شده است. در این مدل پارامترهای تقاضا، هزینه(شامل: راه اندازی، نگهداری، کمبود) و منابع محدودیتهای بصورت فازی است. اعداد فازی تقاضا و هزینه بصورت مثلثی و منابع محدودیتهای از نوع ذوزنقه ای مثبت می باشند. در حل مدل ابتدا هر تابع هدف به سه تابع هدف نافازی شده و محدودیتهای نیز از طریق روش نافازی سازی به قطعی تبدیل شده و سپس مدل چند هدفه قطعی با شش تابع هدف از طریق روش برنامه ریزی غیر خطی فازی حل شده است. این مقاله بصورت زیر سازماندهی شده است: در بخش اول نمادها، علائم و مفروضات ارائه میگردد، در بخش دوم به توسعه مدل، در بخش سوم به متودولوژی حل مدل، بخش چهارم مثال عددی و در بخش آخر به نتیجه گیری و پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی می پردازیم.

نمادها و علائم و مفروضات

در توسعه مدل کنترل موجودی مورد نظر از برخی علائم، نمادها و مفروضات به شرح و توصیف ذیل استفاده شده است:

۱- نمادها و علائم

\tilde{C}_{1i} : هزینه فازی نگهداری کالای i ام ($i = 1, 2, \dots, n$)

\tilde{C}_{2i} : هزینه فازی کمبود کالای i ام ($i = 1, 2, \dots, n$)

\tilde{C}_{3i} : هزینه فازی راه‌اندازی ماشین i ام ($i = 1, 2, \dots, n$)

C_{4i} : هزینه تولید کالای i ام ($i = 1, 2, \dots, n$)

\tilde{D}_i : تقاضای فازی ($i = 1, 2, \dots, n$)

Q_i : مقدار سفارش کالای i ام

S_i : مقدار کمبود کالای i ام

a : حد پایین عدد فازی

b : حد وسط عدد فازی

e : حد بالای عدد فازی

\tilde{W} : حداکثر فضای انبار

\tilde{U} : حداکثر میزان سرمایه‌گذاری

L_i : تعداد کارگر مورد نیاز برای یک واحد از کالای i ام

\sim : نماد فازی

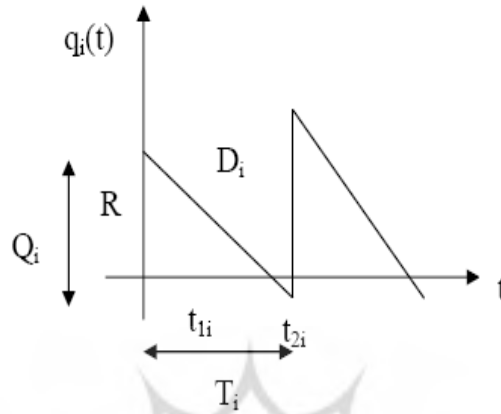
۲- مفروضات

برای توسعه مدل فرض بر مفروضات زیر است:

۱. بهینه‌سازی توابع چند هدفه در یک سیستم موجودی امکان پذیر است .
۲. امکان بروز کمبود در سیستم‌های کنترل موجودی امکان پذیر است .
۳. امکان بیان برخی هزینه‌ها بصورت فازی توسط تصمیم‌گیرنده وجود دارد.
۴. امکان بیان تقاضا بصورت فازی وجود دارد.
۵. نرخ تولید لحظه‌ای است و زمان تدارک صفر می باشد.

توسعه مدل

اگر در زمان $t=0$ برای i امین کالا مقدار ذخیره موجودی به اندازه R_i باشد. در فاصله $(T_i = t_{1i} + t_{2i})$ سطوح موجودی بتدریج کاهش می یابد تا زمانی که تقاضای جدید به انبار برسد. در این فرایند سطح موجودی در زمان t_{1i} به سطح صفر رسیده و سپس در فاصله (t_{1i}, T_i) کمبود اتفاق می افتد و چرخه خودش دوباره تکرار می شود (نمودار ۱).



نمودار ۱: نمایش شماتیک سیستم موجودی

با توجه به نمودار ۱، معادله دیفرانسیل برای موجودی $q_i(t)$ در $(0, T_i)$ بوسیله فرمولهای زیر داده شده است:

$$\begin{aligned} \frac{dq_i(t)}{dt} &= -D \quad \text{for } 0 \leq t \leq t_{1i} \\ \frac{dq_i(t)}{dt} &= -D \quad \text{for } t_{1i} \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (1)$$

با شرط اولیه

$$q_i(T_i) = -s_i, q_i(t_{1i}) = 0, q_i(0) = R_i (= Q_i - S_i) \quad (2)$$

برای هر دوره یک مقدار ثابت کمبود مجاز است و هزینه جریمه کمبود C_{2i} برای کالاهائی که تقاضای هر واحد زمانی را برآورده نکنند وجود دارد. برای معادله بالا خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} q_i(t) &= R_i - D_i t & \text{for } 0 \leq t \leq t_{1i} \\ q_i(t) &= D_i (t_{1i} - t) & \text{for } t_{1i} \leq t \leq T_i \end{aligned} \quad (۳)$$

بنابراین

$$D_i t_{1i} = R_i, \quad S_i = D_i t_{2i}, \quad Q_i = D_i T_i \quad (۴)$$

با در نظر گرفتن مساحت زیر مثلث تا نقطه t_{1i} هزینه نگهداری به شکل زیر بدست می آید:

$$\text{هزینه نگهداری} = c_{1i} \int_0^{t_{1i}} q_i(t) dt = \frac{c_{1i}(Q_i - S_i)^2}{2Q_i} T_i \quad (۵)$$

هزینه کمبود با محاسبه مساحت مثلث کوچک زیر نمودار فاصله T_i تا t_{1i} بدست می آید:

$$\text{هزینه کمبود} = C_{2i} \int_{t_{1i}}^{T_i} (-q_i(t)) dt = \frac{c_{2i} S_i T_i}{2Q_i} \quad (۶)$$

هزینه تولید با ضرب هزینه تولید هر واحد کالا در مقدار تولید بدست می آید:

$$\text{هزینه تولید} = C_{4i} Q_i \quad (۷)$$

و هزینه کل به شکل زیر بدست می آید: هزینه نگهداری + هزینه راه اندازی + هزینه تولید = هزینه کل

$$TC = C_{4i} Q_i + C_{3i} + C_{1i} \frac{(Q_i - S_i)^2}{2Q_i} T_i + C_{2i} \frac{S_i^2}{2Q_i} T_i \quad (۸)$$

هدف دیگر مدل کمینه سازی تعداد کل نیروی انسانی است که در این مورد داریم:

$$TL = \sum_{i=1}^n L_i Q_i \quad (9)$$

در مسائل موجودی همیشه تعدادی محدودیت وجود دارد. در این تحقیق دو محدودیت فضای انبار و حداکثر سرمایه گذاری در نظر گرفته شده است.

$$ss(Q) \leq w \quad (11)$$

$$pc(D) \leq u$$

و محدودیتهای حد بالا و پائین نیز بصورت زیر در نظر گرفته می شوند:

$$LQ_i \leq Q_i \leq UQ_i \quad LS_i \leq S_i \leq US_i \quad (12)$$

با در نظر گرفتن اینکه هزینه کل بدست آمده برای یک دوره می باشد با تقسیم Tc بر T_i هزینه متوسط کل بدست می آید:

$$\text{متوسط هزینه کل} = \frac{C_{4i} Q_i}{T_i} + C_{3i} \frac{1}{T_i} + C_{1i} \frac{(Q_i - S_i)^2}{2Q_i} T_i \cdot \frac{1}{T_i} + C_{2i} \frac{S_i^2}{2Q_i} T_i \cdot \frac{1}{T_i} \quad (13)$$

با در نظر گرفتن اینکه: $T_i = \frac{Q_i}{D_i}$ نتیجه می شود:

$$\text{متوسط هزینه کل} = C_{4i} D_i + C_{3i} \frac{D_i}{Q_i} + C_{1i} \frac{(Q_i - S_i)^2}{2Q_i} + C_{2i} \frac{S_i^2}{2Q_i} \quad (14)$$

و با اضافه کردن محدودیتهای داریم:

$$ss(Q) \equiv \sum W_i Q_i \leq W$$

$$PC(D) \equiv \sum C_{4i} Q_i \leq U \quad (15)$$

$$LQ_i \leq Q_i \leq UQ_i \quad LS_i \leq S_i \leq US_i$$

پرتال جامع علوم انسانی

با توجه اثبات مدل که در بالا ذکر گردید، مسئله ای در حالت کلی ذیل مورد نظر است:

مدیریت کارخانه ای برای تعیین هزینه متوسط سالیانه موجودی‌های خود از مجموع چهار هزینه، نگهداری کالا (C_{1i})، هزینه کمبود (C_{2i})، هزینه راه اندازی (C_{3i}) و هزینه تولید (C_{4i}) برای کالای i ام استفاده می‌کند. هزینه‌ها به صورت عدد فازی مثلثی در نظر گرفته شده و حداکثر فضای انبار در دسترس به میزان (w) متر مربع می‌باشد. مدیریت کارخانه می‌تواند در صورت لزوم به اندازه pw واحد دیگر به فضای انبار خود اضافه کند. واحد برنامه ریزی و کنترل موجودیها در نظر دارد تا حداکثر (u) واحد برای تولید کالا سرمایه گذاری کند، این میزان می‌تواند به میزان $u+pu$ واحد افزایش یابد. مدیریت شرکت مایل است تا مقدار سفارش (Q) هر کالا از حداکثر UQ_i واحد و حداقل LQ_i واحد تجاوز نکند و کمبود نیز بین US_i و LS_i واحد در نوسان باشد. مدل چنین مسئله ای بصورت زیر است که در آن هزینه های فازی به فرم (\tilde{C}_{ij}) و محدودیت‌ها به فرم ($\tilde{\leq}$) نشان داده شده اند که مدل با دو هدف کمینه سازی هزینه ها و تعداد نیروی انسانی بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } : Tc (\tilde{C}_i, \tilde{D}_i, Q_i, S) &= \tilde{C}_{4i} Q_i + \tilde{C}_{3i} \frac{\tilde{D}_i}{Q_i} \\
 &+ \tilde{C}_{1i} \frac{(Q_i - S_i)^2}{2 Q_i} + \tilde{C}_{2i} \frac{S_i^2}{2 Q_i} \\
 \text{Min } : TL &= \sum_{i=1}^n L_i Q_i \\
 \text{S.t. } : \\
 ss(Q) &\equiv \sum w_{4i} Q_i \tilde{\leq} W \\
 Pc(\tilde{D}) &\equiv \sum C_{4i} Q_i \tilde{\leq} u \\
 LQ_i &\leq Q_i \leq UQ_i \\
 LS_i &\leq S_i \leq uS_i
 \end{aligned} \tag{16}$$

در این حالت تقاضا بصورت فازی و هزینه متوسط کل از مجموع چهار هزینه؛ شامل هزینه تولید C_{4i} ، هزینه راه اندازی C_{3i} ، هزینه کمبود C_{2i} و هزینه نگهداری C_{1i} بدست می‌آید. با توجه به اینکه در این مدل هزینه تولید ثابت بدست می‌آید و یک پارامتر ثابت تاثیری در بهینگی ندارد، فلذا در حل مدل و محاسبات مربوطه از

هزینه های مورد نظر یعنی C_{4i} ها صرف نظر کرده و تابع متوسط هزینه ها مجموع سه هزینه دیگر است. هزینه ها و تقاضاهای فازی با علامت (~) نشان داده شده و محدودیتها مطابق مدل فوق در نظر گرفته شده اند. در نتیجه مدل بصورت زیر تبدیل می شود.

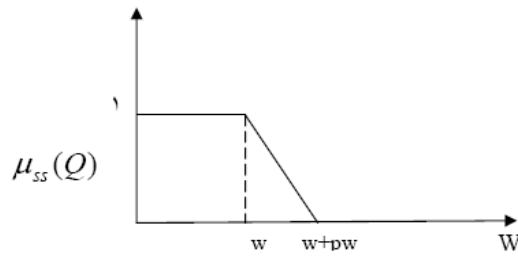
$$\begin{aligned}
 \text{Min } : Tc (\tilde{C}_i, \tilde{D}_i, Q_i, S) &= \tilde{C}_{3i} \frac{\tilde{D}_i}{Q_i} + \\
 &\tilde{C}_{1i} \frac{(Q_i - S_i)^2}{2 Q_i} + \tilde{C}_{2i} \frac{S_i^2}{2 Q_i} \\
 \text{Min } : TL &= \sum_{i=1}^n L_i Q_i \\
 S.t : & \\
 ss(Q) &\equiv \sum w_{4i} Q_i \lesssim W \\
 Pc(\tilde{D}) &\equiv \sum C_{4i} Q_i \lesssim u \\
 LQ_i &\leq Q_i \leq UQ_i \\
 LS_i &\leq S_i \leq uS_i
 \end{aligned} \tag{17}$$

توابع عضویت و محدودیتها خطی در نظر گرفته شده و بصورت زیر تعریف شده اند:

الف-تابع عضویت حداکثر فضای انبار :

$$\mu_{ss}(Q) = \begin{cases} 0 & \sum_{i=1}^n W_i Q_i > w + pw \\ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n W_i Q_i - W}{Pw} & W \leq \sum_{i=1}^n W_i Q_i \leq W + Pw \\ 1 & \sum_{i=1}^n W_i Q_i < W \end{cases} \tag{18}$$

بصورت شماتیک چنین می‌توان نشان داد:

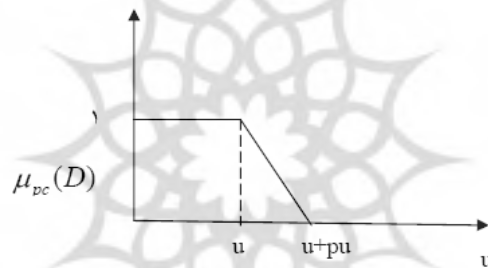


نمودار ۲: تابع عضویت حداکثر فضای انبار

ب) تابع عضویت برای حداکثر سرمایه گذاری:

$$\mu_{pc}(D) = \begin{cases} 0 & \sum C_{4i} Q_i > u + pu \\ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n C_{4i} Q_i - U}{Pu} & u \leq \sum_{i=1}^n C_{4i} Q_i \leq u + Pu \\ 1 & \sum_{i=1}^n C_{4i} Q_i < U \end{cases} \quad (19)$$

به صورت شماتیک چنین می‌توان نشان داد:



نمودار ۳: تابع عضویت حداکثر سرمایه گذاری

متودولوژی حل مدل :

با توجه به اینکه ضرائب متغیرها در تابع هدف فازی هستند، رویکردهای مختلفی برای حل مسئله فوق وجود دارد. در اینجا تابع فازی مینیمم هزینه را به سه تابع بصورت کمینه سازی تفرانس راست و عدد وسط و بیشینه سازی تفرانس چپ تبدیل می‌گردد (شوندی، ۱۳۸۵).

$$\begin{aligned}
 \text{Max } z_1 &= (C_{3b} - C_{3a}) \frac{(D_{ib} - D_{ia})}{Q_i} + (C_{1ib} - C_{1ia}) \frac{(Q_i - S_i)}{2Q_i} + (C_{2ib} - C_{2ia}) \frac{S_i^2}{2Q_i} \\
 \text{Min } z_2 &= C_{3i} \frac{D_{ib}}{Q_i} + C_{1ib} \frac{(Q_i - S_i)^2}{2Q_i} + C_{2ib} \frac{(S_i^2)}{2Q_i} \\
 \text{Min } z_3 &= (C_{3ie} - C_{3ib}) \frac{(D_{ie} - D_{ib})}{Q_i} + (C_{1ie} - C_{1ib}) \frac{(Q_i - S_i)^2}{2Q_i} + (C_{2ie} - C_{2ib}) \frac{S_i^2}{2Q_i}
 \end{aligned} \tag{۲۰}$$

در مورد تابع کمینه سازی تعداد منابع انسانی نیز داریم:

$$\begin{aligned}
 \text{Max } : z_4 &= (L_{ib} - L_{ia}) Q_i \\
 \text{Min } : z_5 &= L_{ib} Q_i \\
 \text{Min } : z_6 &= (L_{ic} - L_{ib}) Q_i
 \end{aligned} \tag{۲۱}$$

توابع حاصل از مرحله قبل که در مجموع شش تابع می باشد را هربار به طور جداگانه با محدودیت‌ها، در نظر گرفته می‌شوند و با استفاده از نرم‌افزار لینگو حل می‌گردند. اما از آنجایی که سمت راست محدودیت‌ها فازی هستند. مطابق روش برنامه ریزی غیر خطی فازی (FNLP) هر تابع با حد بالا و سپس با حد پایین عدد فازی بزرگ در نظر گرفته و حل می‌شوند. در این مرحله می‌بایست به حل مدل چند هدفه قطعی بپردازیم. بدین منظور روشهای مختلفی ارائه شده است که در اینجا از روش منطق فازی که بر اساس درجه عضویت هر یک از اهداف مدل است استفاده می‌کنیم. بطوری که ابتدا مقادیر بیشینه و کمینه هریک از اهداف تعیین شده را محاسبه کرده و سپس با تعیین درجه عضویت هر یک از اهداف میزان α که همان درجه تحقق اهداف است بدست می‌آید (Georg & Yuan, 2001):

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \text{Max } : \alpha \\
 \text{S.t. } : \alpha \leq \mu(Z_i), i = 1, 2, \dots, k & \Rightarrow \alpha \leq \mu(Z_i) = \alpha \leq \frac{Z_i - L_i}{U_i - L_i} \tag{۲۲} \\
 g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i, i = 1, 2, \dots, m & \Rightarrow Z_i \geq U_i - \Delta_i(1 - \alpha) \tag{۲۳}
 \end{aligned}$$

و در صورتی که α ها یکسان نباشند خواهیم داشت :

$$\begin{aligned} \text{Max: } & \sum \alpha_i \\ \alpha_i & \leq \mu(Z_i), i = 1, 2, \dots, k \quad (24) \end{aligned}$$

در نهایت از حل مدل تک هدفه نهایی مقادیری برای متغیرهای مقدار کمبود (S) مقدار سفارش (Q) بدست می آید که با قرار دادن آنها در تابع (Z) مقدار حداقل هزینه و حداقل نیروی انسانی مورد نیاز حاصل می شود.

مثال عددی

یک کارگاه تولید سه نوع محصول تولید می نماید. اطلاعات زیر در دسترس است

$$\begin{aligned} \tilde{D}_1 &= (100 \ 200 \ 300) & \tilde{D}_3 &= (100 \ 120 \ 140) & \tilde{L}_1 &= (1 \ 2 \ 3) \\ \tilde{D}_2 &= (50 \ 75 \ 100) & \tilde{C}_{11} &= (1 \ 1.5 \ 2) & \tilde{L}_2 &= (2 \ 3 \ 4) \\ \tilde{C}_{12} &= (1.5 \ 2 \ 2.5) & \tilde{C}_{13} &= (3 \ 4 \ 5) & \tilde{L}_3 &= (2 \ 3 \ 4) \\ \tilde{C}_{21} &= (13 \ 15 \ 17) & \tilde{C}_{22} &= (19 \ 21 \ 23) & \tilde{W} &= (275 \ 275 \ 300) \\ \tilde{C}_{23} &= (35 \ 37 \ 39) & \tilde{C}_{31} &= (0.3 \ 0.5 \ 0.7) & W_1 &= 0.25m^2 \\ \tilde{C}_{32} &= (0.4 \ 0.5 \ 0.6) & \tilde{C}_{33} &= (0.6 \ 0.8 \ 1) & W_2 &= 1m^2 \\ W_3 &= 2m^2 & C_{41} &= 8 & C_{42} &= 12 \\ \tilde{U} &= (2000 \ 2000 \ 3000) & C_{43} &= 22 & & \end{aligned}$$

بخش تولید بنا بر تجربه سالهای گذشته دریافته است که میزان کمبود و سفارش هر یک از محصولات باید در محدوده ذیل باشد:

$$5 \leq S_1 \leq 10 \quad Q_1 \geq 10$$

$$3 \leq S_2 \leq 7 \quad Q_2 \geq 5$$

$$1 \leq S_3 \leq 5 \quad Q_3 \geq 10$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

با توجه به داده های در دسترس مدیریت کارگاه بدنبال دستیابی به میزان بهینه کمبود (S^*_i) و مقدار بهینه سفارش (Q^*_i) است تا هزینه کل و تعداد نیروی انسانی مورد نیاز کمینه گردد.

با عنایت به داده های مسئله مدل بصورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{Min: } Tc &= (0.3,0.5,0.7) \frac{(100,200,300)}{Q_1} + (0.4,0.5,0.6) \frac{(50,75,100)}{Q_2} + \\ & (0.6,0.8,1) \frac{(100,120,140)}{Q_3} + (1,1.5,2) \left(\frac{Q_1 - S_1}{2Q_1} \right)^2 + (1.5,2,2.5) \left(\frac{Q_2 - S_2}{2Q_2} \right)^2 \\ & + (3,4,5) \left(\frac{Q_3 - S_3}{2Q_3} \right)^2 + (13,15,17) \left(\frac{S_1}{2Q_1} \right)^2 + (19,21,23) \left(\frac{S_2}{2Q_2} \right)^2 + (35,37,39) \left(\frac{S_3}{2Q_3} \right)^2 \\ \text{Min: } TL &= (1,2,3)Q_1 + (2,3,4)Q_2 + (2,3,4)Q_3 \\ \text{St:} \\ 0.25Q_1 + Q_2 + 2Q_3 &\leq (275,275,300) \\ 8Q_1 + 12Q_2 + 22Q_3 &\leq (2000,2000,3000) \\ 5 \leq S_1 \leq 10, \quad 3 \leq S_2 \leq 7, \quad 1 \leq S_3 \leq 5 \\ Q_1 \geq 10, \quad Q_2 \geq 5, \quad Q_3 \geq 10 \end{aligned}$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

با توجه به متودولوژی ذکر شده خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \text{Max}(b-a): Z_1 &= \frac{70}{Q_1} + \frac{17.5}{Q_2} + \frac{36}{Q_3} + 0.25Q_1 - 0.5S_1 + 0.25\frac{S_1^2}{Q_1} + 0.25Q_2 - 0.5S_2 \\ &+ 0.25\frac{S_2^2}{Q_2} + 0.5Q_3 - S_3 + 0.5\frac{S_3^2}{Q_3} + \frac{S_1^2}{Q_1} + \frac{S_2^2}{Q_2} + \frac{S_3^2}{Q_3} \\ \text{Min}(b): Z_2 &= \frac{100}{Q_1} + \frac{37.5}{Q_2} + \frac{96}{Q_3} + 0.75Q_1 - 1.5S_1 + \frac{0.75S_1^2}{Q_1} + Q_2 - 2S_2 + \frac{S_2^2}{Q_2} \\ &+ 2Q_3 - 4S_3 + \frac{2S_3^2}{Q_3} + \frac{7.5S_1^2}{Q_1} + \frac{10.5S_2^2}{Q_2} + \frac{18.5S_3^2}{Q_3} + \frac{2S_3^2}{Q_3} + \frac{7.5S_1^2}{Q_1} + \frac{10.5S_2^2}{Q_2} + \frac{18.5S_3^2}{Q_3} \\ &\frac{2S_3^2}{Q_3} + \frac{7.5S_1^2}{Q_1} + \frac{10.5S_2^2}{Q_2} + \frac{18.5S_3^2}{Q_3} \\ \text{Min}(c-b): Z_3 &= \frac{110}{Q_1} + \frac{22.5}{Q_2} + \frac{44}{Q_3} + 0.25Q_1 - 0.5S_1 + \frac{0.25S_1^2}{Q_1} + 0.25Q_2 - 0.5S_2 \\ &+ \frac{0.25S_2^2}{Q_2} + 0.5Q_3 - S_3 + \frac{0.5S_3^2}{Q_3} + \frac{S_1^2}{Q_1} + \frac{S_2^2}{Q_2} + \frac{S_3^2}{Q_3} \\ \text{Max}(b-a): Z_4 &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ \text{Min}(b): Z_4 &= 2Q_1 + 3Q_2 + 3Q_3 \\ \text{Min}(c-b): Z_4 &= Q_1 + Q_2 + Q_3 \\ \text{St:} \\ 0.25Q_1 + Q_2 + 2Q_3 &\leq 275 \\ 0.25Q_1 + Q_2 + 2Q_3 &\leq 300 \\ 8Q_1 + 12Q_2 + 22Q_3 &\leq 2000 \\ 8Q_1 + 12Q_2 + 22Q_3 &\leq 2000 \\ 5 \leq S_1 \leq 10, \quad 3 \leq S_2 \leq 7, \quad 1 \leq S_3 \leq 5 \\ Q_1 \geq 10, \quad Q_2 \geq 5, \quad Q_3 \geq 10 \end{aligned}$$

با استفاده از روش FNLP و حل مدل به وسیله نرم افزار لینگو جدول شماره ۱ زیر بدست می‌آید.

جدول ۱: مقادیر جواب توابع هدف مسئله

	L_i	U_i	Z_{62}	Z_{61}	Z_{52}	Z_{51}	Z_{42}	Z_{41}	Z_{32}	Z_{31}	Z_{22}	Z_{21}	Z_{12}	Z_{11}
	18.36714	18.36714	Inf	64.979	23.375	23.375	23.375	23.375	Inf	349.748	19.2083	19.2083	18.36714	Z ₁₁
	18.36714	18.36714	96.047	64.979	23.375	23.375	23.375	23.375	104.0478	349.748	19.2083	19.2083	18.36714	Z ₁₂
	68.1225	210.0244	Inf	210.0244	85.475	85.475	85.475	85.475	Inf	349.748	68.1225	68.1225	76.6807	Z ₂₁
	68.1225	387.2507	303.251	210.0244	85.475	85.475	85.475	85.475	387.2507	69.8019	68.1225	68.1225	76.687	Z ₂₂
	21.6307	77.0416	Inf	66.957	29.175	29.175	29.175	29.175	Inf	77.0416	22.425	22.425	21.6307	Z ₃₁
	21.6307	105.9654	97.96524	66.957	29.175	29.175	29.175	29.175	105.9654	77.0416	22.425	22.425	21.6307	Z ₃₂
	25	230	Inf	230	25	25	25	25	Inf	99	42	42	41	Z ₄₁
	25	355	355	230	25	25	25	25	355	99	42	42	41	Z ₄₂
	65	475	Inf	475	65	65	65	65	Inf	287	106	106	103	Z ₅₁
	65	725	725	475	65	65	65	65	725	287	106	106	103	Z ₅₂
	25	230	Inf	230	25	25	25	25	Inf	9	42	42	41	Z ₆₁
	355	230	355	230	25	25	25	25	355	99	42	42	41	Z ₆₂
		340	5	215	10	10	10	10	340	10	20	20	20	Q ₁
		5	5	5	5	5	5	5	5	5	12	12	11	Q ₂
		10	10	10	10	10	10	10	10	84	10	10	10	Q ₃
		5	5	5	5	5	5	5	5	10	5	5	5	S ₁
		3	3	3	3	3	3	3	7	7	3	3	3	S ₂
		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	3	S ₃

با توجه به جدول ۱، مدل نهایی مسئله بصورت ذیل خواهد بود:

$$\text{Max : } Z = \alpha$$

$$\frac{70}{Q_1} + \frac{17.5}{Q_2} + \frac{36}{Q_3} + 0.25Q_1 - 0.5S_1 + 0.25\frac{S_1^2}{Q_1} + 0.25Q_2 - 0.5S_2 + 0.25\frac{S_2^2}{Q_2} + 0.5Q_3 - S_3 +$$

$$0.5\frac{S_3^2}{Q_3} + \frac{S_1^2}{Q_1} + \frac{S_2^2}{Q_2} + \frac{S_3^2}{Q_3} \leq 349.748(349.748 - 18.36714)(1 - \alpha)$$

$$\frac{70}{Q_1} + \frac{17.5}{Q_2} + \frac{36}{Q_3} + 0.25Q_1 - 0.5S_1 + 0.25\frac{S_1^2}{Q_1} + 0.25Q_2 - 0.5S_2 + 0.25\frac{S_2^2}{Q_2} + 0.5Q_3 - S_3 +$$

$$0.5\frac{S_3^2}{Q_3} + \frac{S_1^2}{Q_1} + \frac{S_2^2}{Q_2} + \frac{S_3^2}{Q_3} \leq 349.748(349.748 - 18.36714)(1 - \alpha)$$

$$\frac{100}{Q_1} + \frac{37.5}{Q_2} + \frac{96}{Q_3} + 0.75Q_1 - 1.5S_1 + \frac{0.75S_1^2}{Q_1} + Q_2 - 2S_2 + \frac{S_2^2}{Q_2} + 2Q_3 - 4S_3 + \frac{2S_3^2}{Q_3} +$$

$$\frac{7.5S_1^2}{Q_1} + \frac{10.5S_2}{Q_2} + \frac{18.5S_3}{Q_3} \leq 210.0244 - (210.0244 - 68.2125)(1 - \alpha)$$

$$\frac{100}{Q_1} + \frac{37.5}{Q_2} + \frac{96}{Q_3} + 0.75Q_1 - 1.5S_1 + \frac{0.75S_1^2}{Q_1} + Q_2 - 2S_2 + \frac{S_2^2}{Q_2} + 2Q_3 - 4S_3 + \frac{2S_3^2}{Q_3} +$$

$$\frac{7.5S_1^2}{Q_1} + \frac{10.5S_2}{Q_2} + \frac{18.5S_3}{Q_3} \leq 387.2507 - (387.2507 - 68.2125)(1 - \alpha)$$

$$\frac{110}{Q_1} + \frac{22.5}{Q_2} + \frac{44}{Q_3} + 0.25Q_1 - 0.5S_1 + \frac{0.25S_1^2}{Q_1} + 0.25Q_2 + -0.5S_2 + \frac{0.25S_2^2}{Q_2} + 0.5Q_3 - S_3 +$$

$$\frac{0.5S_3^2}{Q_3} + \frac{S_1^2}{Q_1} + \frac{S_2^2}{Q_2} + \frac{S_3^2}{Q_3} \leq 105.9654(105.9654 - 21.6307)(1 - \alpha)$$

$$\frac{110}{Q_1} + \frac{22.5}{Q_2} + \frac{44}{Q_3} + 0.25Q_1 - 0.5S_1 + \frac{0.25S_1^2}{Q_1} + 0.25Q_2 + -0.5S_2 + \frac{0.25S_2^2}{Q_2} + 0.5Q_3 - S_3 +$$

$$\frac{0.5S_3^2}{Q_3} + \frac{S_1^2}{Q_1} + \frac{S_2^2}{Q_2} + \frac{S_3^2}{Q_3} \leq 77.04167(77.04167 - 21.6307)(1 - \alpha)$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 \leq 230(230 - 25)(1 - \alpha)$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 \leq 355(355 - 25)(1 - \alpha)$$

$$2Q_1 + 3Q_2 + 3Q_3 \leq 475(475 - 65)(1 - \alpha)$$

$$2Q_1 + 3Q_2 + 3Q_3 \leq 725(725 - 65)(1 - \alpha)$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 \leq 230 - (230 - 25)(1 - \alpha)$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 \leq 355 - (355 - 25)(1 - \alpha)$$

$$0.25Q_1 + Q_2 + 2Q_3 \leq 275$$

$$0.25Q_1 + Q_2 + 2Q_3 \leq 300$$

$$8Q_1 + 12Q_2 + 22Q_3 \leq 2000$$

$$8Q_1 + 12Q_2 + 22Q_3 \leq 2000$$

$$5 \leq S_1 \leq 10, \quad 3 \leq S_2 \leq 7, \quad 1 \leq S_3 \leq 5$$

$$Q_1 \geq 10, \quad Q_2 \geq 5, \quad Q_3 \geq 10$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جدول ۲: خروجی لینگو

متغیر	مقدار	کاهش در هزینه
α	1.000000	0.000000
Q_1	10.000000	0.000000
Q_2	5.000000	0.000000
Q_3	10.000000	0.000000
S_1	5.000000	0.000000
S_2	3.000000	0.000000
S_3	1.000000	0.000000
منبع	کمبود/مازاد	قیمت سایه ای
1	1.000000	1.000000
2	326.3730	0.000000
3	326.3730	0.000000
4	124.5494	0.000000
5	301.7757	0.000000
6	47.86667	0.000000
7	76.79040	0.000000
8	205.0000	0.000000
9	330.0000	0.000000
10	410.0000	0.000000
11	660.0000	0.000000
12	205.0000	0.000000
13	330.0000	0.000000
14	272.5000	0.000000
15	247.5000	0.000000
16	2640.000	0.000000
17	1640.000	0.000000
18	5.000000	0.000000
19	4.000000	0.000000
20	4.000000	0.000000
21	0.000000	0.000000
22	0.000000	0.000000
23	0.000000	0.000000
24	0.000000	0.000000
25	0.000000	0.000000
26	0.000000	0.000000
27	1.000000	0.000000
28	0.000000	1.000000

مدل نهایی با استفاده از نرم افزار لینگو حل گردید که جواب آن در جدول شماره ۲ آمده است. با توجه به جدول ۲ میزان α برابر ۱ شده است بدان معنی که تمامی اهداف به اندازه صد در صد محقق شده اند. بعبارت دیگر اهداف کمینه کردن تفرانس راست، حداقل کردن عدد وسط و حداکثر کردن تفرانس چپ در مورد دو هدف کمینه سازی هزینه ها و نیروی انسانی مورد نیاز بطور کامل تحقق یافته است. با توجه به مقادیر بهینه حاصل از حل مدل نهایی و جایگذاری آنها در مدل میزان توابع هدف هزینه و تعداد نیروی انسانی در حالت بهینه که یک عدد فازی مثلثی هستند عبارتست از:

$$TC^* = \tilde{Z}_1 = (621 \ 8735 \ 11715)$$

$$TL^* = \tilde{Z}_2 = (40 \ 65 \ 80)$$

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مطالعه یک مدل موجودی با دو هدف کمینه سازی متوسط هزینه های کل و کمینه سازی تعداد نیروی انسانی مورد نیاز تحت محدودیتهای فضای انبار و میزان سرمایه گذاری، میزان بودجه . مقادیر سفارش دوره ای ارائه گردید که پارامترهای هزینه، تقاضا و منابع محدودیتهای بصورت نادقیق و فازی با مفروضات وجود کمبود و زمان تدارک صفر مد نظر قرار گرفت. در حل مدل با استفاده از روش FNL P تابع هدف هزینه فازی از طریق نافازی سازی به سه هدف تبدیل گشته و با احتساب منابع فازی بصورت شش مدل با بسته نرم افزاری لینگو حل شده و در ادامه برای حل مسئله چند هدفه قطعی از روش منطق فازی و توابع اهداف درصد تحقق اهداف محاسبه گردید. برای تحقیقات آتی موارد زیر پیشنهاد می گردد:

بکارگیری مفهوم نرخ تورم در مدل‌های چند هدفه کنترل موجودی، در نظر گرفتن تخفیفات خرید و فروش در مدل‌های چند هدفه کنترل موجودی، در نظر گرفتن تقاضای پویا در بکارگیری مفهوم نرخ تورم در مدل‌های چند هدفه کنترل موجودی، در نظر گرفتن سفارش، کمبود، مقدار تقاضا، محدودیت فازی در محدودیتهای و توابع هدف، در نظر گرفتن محدودیتهای دیگری چون هزینه فرصت از دست رفته و تعداد حداکثر سفارش مدل‌های چند هدفه کنترل موجودی، استفاده از دیگر تکنیکها برای حل مسئله همچون برنامه ریزی هندسی، برنامه ریزی آرمانی و

منابع:

- شوندی، حسن (۱۳۸۵)، "نظریه مجموعه‌های فازی و کاربرد آن در مهندسی صنایع و مدیریت". انتشارات گسترش علوم پایه. چاپ اول.
- Abo el ata, M.O. and K.A.M kot. (1997), "Multi item EOQ inventory model whit varing holding cost under two restrictions: A geometric programming approach", production planning and control, vol 8, No 4, 608-611.
 - Chan, W.M., R.N. Ibrahim. (2003), "An EPQ model: Integrating lower pricing, rework and reject situations", production planning of control, Vol 14, No 97, 588-595.
 - Georg, J., B.Yuan.(2001), "Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications". Prentic Hall of India.
 - Katagiri, H. and H. Ishii. (2002), "Fuzzy inventory problem for perishable commodities", European journal of operation research, No138, 545-553.
 - Kumar, S. and A.G. Wami. (2006), "An EOQ model whit fuzzy inflation rate and fuzzy deterioration rate when: a delay in poment is permissible", System science, vol 31, No 5, 323-335.
 - Matty, K. (2005), "Numerical approach of multi objective optimal control problem in imprecise environment", Springer Science, No 42, 313-330.
 - Yadvalle, V.S.S. (2005), "Multi item deterministic fuzzy inventory model", operation research, Vol 22, No 3, 287-295.
 - Zadeh, A.L. (1965), "Fuzzy sets", information and control, NO 38, 335-338.
 - Zimmerman, H.J. (1985), "Application of sets theory to mathematical programming", Information science No 16



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی