

کاربردهای مالی الگوریتم کلونی مورچگان^۱

دکتر فرزین رضایی

استادیار حسابداری دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین*

بابک نژاد تولمی

کارشناس ارشد حسابداری - دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

چکیده

بشر همیشه در پی کشف راز طبیعت و شبیه سازی از طبیعت بوده است. در این باره می توان از اختراع هوابیها تا کاربرد شبکه های عصبی مصنوعی و اکنون استفاده از رفتار مورچگان برای بهینه یابی در حل مسائل یاد کرد. در بهینه یابی، هدف عمده دستیابی به چیدمان خاصی از متغیرها است برای بهینگی تابع هدف. الگوریتم مورچگان از روش های ناپارامتریک مبتنی بر هوش مصنوعی انبوه زیان می باشد که در علوم غیرمالی و مالی کاربرد زیادی یافته است. در کاربردهای مختلف الگوریتم مورچگان، متغیرها و تابع هدف متفاوت است که بطور مسروحتر به آن پرداخته شده است. در این مقاله بطور خلاصه به ویژگی مورچگان طبیعی، الگوریتم مورچگان و کاربردهای مالی آن پرداخته شده است.

درباره مورچگان طبیعی

(۱) اجتماعی بودن: مطالعات دانشمندانی چون دنبوورگ (۱۹۸۳) نشان داده است که مورچه ها حشراتی اجتماعی هستند که در کلونی ها زندگی می کنند و رفتار آنها بیشتر در جهت بقاء کلونی است تا در جهت بقاء یک جزء از آن و دارای تقسیم کار و توانایی حل مسایل پیچیده زندگی شان هستند و از کلونی آنها با نام ابر سازمان یاد می شود.

(۲) هوشمندی توده ای: مورچه ها با وجود کوری تقریبی و کم هوش بودن کوتاهترین مسیر رفت و برگشت از خانه تا غذای را پیدا می کنند. این یکی از مهمترین و جالبترین رفتار مورچه ها می باشد که این نوع رفتار مورچه ها دارای نوعی هوشمندی توده ای^۱ است که عناصر رفتاری تصادفی (احتمال) دارند و بین آنها (همدیگر) هیچ نوع ارتباط مستقیم وجود ندارد و آنها تنها بصورت غیرمستقیم و با استفاده از نشانه ها با یکدیگر در تماس هستند. این نوع هوشمندی در زنبوران، پرستوها و بسیاری از جانداران دیده می شود که مبنایی برای الگوریتم های دیگر می باشند.

(۳) فرومون: مورچه ها هنگام راه رفتن از خود ردی از ماده شیمیایی فرومون^۲ بجای می گذارند که البته این ماده

زود تبخير^۳ می شود ولی در کوتاه مدت بعنوان رد مورچه بر سطح زمین باقی می ماند.

۴) تصمیم گیری: آنها هنگام انتخاب بین دو مسیر، بصورت احتمالاتی مسیری را انتخاب می کنند که فرومون بیشتری داشته باشد یا عبارت دیگر مورچه های بیشتری قبل از آن جا عبور کرده باشند که گراسه (۱۹۵۲) این هوشمندی برای مسیر یابی را محیط رسانی یا پیرارسانش^۴ نامید. در این تصمیم گیری دوتابع نقش دارد که یکی مقدار ترشحات است و دیگری طول مسیر که از اولی با نام تابع فرومون یاد می شود و از دومی با نام تابع ابتکاری.

در مثالی از چنین عملکردی برای انسان، می توان به انتخاب صفات بتنزین از چند مسیر متوجه به دستگاه های پمپاژ بتنزین یاد کرد. تعداد خودروهای هر صفت نوعی تابع فرومون هستند و تعداد دستگاه های پمپاژ هر مسیر نیز نوعی تابع ابتکاری هستند. رانندگان با توجه به این دوتابع، تصمیم می گیرند. اگر زمان بتنزین زدن ۱ دقیقه باشد و در صفحی با ۲ دستگاه پمپاژ و ۶ دستگاه خودرو و صفت دیگر با ۱ دستگاه و ۴ خودرو موواجه شویم، طبعا زمان انتظار صفحه اول ۳ دقیقه و برای صفحه دوم ۴ دقیقه خواهد بود.

الگوریتم کلونی مورچگان

۱) تاریخچه

طرح کننده این الگوریتم، مارکو دوریگو^۵ می باشد که در سال ۱۹۹۱ در قالب رساله دکتری آنرا برای حل مساله دوره گرد با ۷۵ شهر عرضه نمود با نام سیستم مورچگان که مدل اولیه الگوریتم مورچگان می باشد. دوریگو این الگوریتم را با سه ویژگی معرفی می نماید (۱۹۹۶).

۱. تطبیق پذیری: با این الگوریتم می توان مسائل مشابه دیگر را حل نمود، مانند استفاده از الگوریتم دوره گرد متقارن ($D_{ij}=D_{ji}$) برای حل مساله دوره گرد نامتقارن ($D_{ij}\neq D_{ji}$)

۲. توانمندی: با تغییرات کوچک در الگوریتم می توان مسائل دیگر در بهینه یابی ترکیبی را حل نمود، مانند مساله تخصیص درجه دوم و قابلیت الگوریتم متأثر از تغییرات پارامتریک نیست.

۳. جمعیت محوری: که اجازه می دهد الگوریتم دارای مکانیسم بازخورد مثبت^۶ باشد تا امکان یافتن جواب بهتر را سریعتر ممکن سازد و همچنین امکان اجرای موازی^۷ را نیز ممکن می کند و علاوه بر این بدليل محاسبات غیرمتقارن^۸ از همگرایی و گرفتار شدن در جواب های بهینه اولیه جلوگیری می کند.

باید افروزد که به مرور زمان بر پایه مدل دوریگو، الگوریتم مورچگان توسعه یافت و مدل های دیگری مانند AntNET, Ant-Q, MMAS, ACS ظهرور کرد. فرایند الگوریتم عبارت است از

۱. تعیین مقدار اولیه برای تابع فرومون و تابع ابتکاری

۲. قراردادن شهر مبدأ برای هر مورچه در لیست ممنوعه^۹ که حق گذر مجدد به آن برای آن مورچه وجود نداشته باشد

۳. محاسبه تابع احتمال برای انتخاب شهر بعدی برای هر مورچه در هر شهر

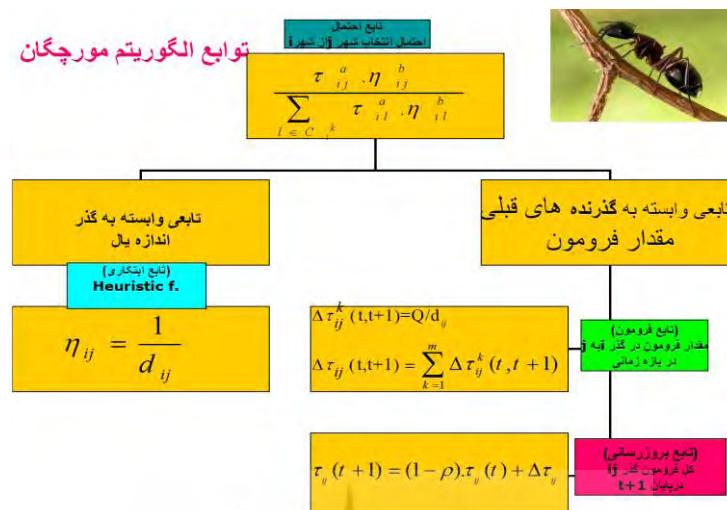
۴. تعدیل جمعیت شهرها بابت انتخابهای هر دور

۵. افزودن شهر انتخابی هر مورچه به لیست ممنوعه آن مورچه

۶. تعیین بهترین مسیر

۷. بروزرسانی و رفتن به ۳ (اگر پایان تور همه مورچه ها نیست)

۲) توابع و عناصر الگوریتم مورچگان



(شکل ۱: توابع و عناصر الگوریتم مورچگان (دوریگو و همکاران ۱۹۹۶))

و اکنون توابع و پارامترهای الگوریتم عبارتند از:

۱-۱) تابع فرومون

$$\Delta \tau_{ij}^k(t, t+1) = Q/d_{ij}$$

$$\Delta \tau_{ij}(t, t+1) = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t, t+1)$$

در رابطه اول مقدار فرومون مورچه k ام بر روی یال dij محاسبه می شود و در رابطه دوم کل فرومون بر روی

آن یال با گذر m مورچه

۱-۲) تابع ابتکاری (پدیداری)

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

رابطه بالا را پدیداری نیز گویند و نسبت عکس فاصله هر یال است و طبعاً برای هر مقدار ثابت فرومون، هر چقدر طول یال کوتاهتر باشد، چگالی آن بیشتر است.

۱-۳) تابع احتمال

$$\frac{\tau_{ij}^a \cdot \eta_{ij}^b}{\sum_{l \in C_i^k} \tau_{il}^a \cdot \eta_{il}^b}$$

این تابع احتمال انتخاب شهر بعدی را تعیین می کند و برای همه شهرهایی که مورچه k امکان گزینش از شهر i را دارد، محاسبه می شود. و بر اساس بیشترین مقدار برای این تابع از i به شهر منتخب بر اساس مقدار این تابع، حرکت ادامه می یابد.

۲-۴) تابع بروزرسانی^{۱۱}

پس از انتخاب شهر بعدی، و قبل از آغاز مرحله بعدی برای شناخت شهر بعدی ممکن بر مسیر، تابع فرومون بروز می شود با بت تبیخیر مقداری از فرومون که به مرور زمان رخ می دهد و برای پرهیز از همگرایی سریع در الگوریتم.

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}$$

رابطه بالا مقدار فرومون را در زمان $t+1$ محاسبه می کند. این رابطه از دو جزء تشکیل یافته است.

.۱

این بخش مقدار کل فرومون ترشح شده در فاصله $(t, t+1)$ را شامل می شود.

.۲

از آنجا که به مرور زمان بخشی از فرومون، بخارمی شود، بنابراین این بخش از رابطه، مقدار فرومون زمان t را با ضریب $(1-\rho)$ بروز می کند. و بنابراین کل رابطه، خالص مقدار فرومون را در زمان $t+1$ محاسبه می کند.

کاربردهای مالی الگوریتم مورچگان

۱) انتخاب بهترین پورتفوی سهام

تخصیص بهینه منابع مالی در بازار سرمایه یکی از اصلی ترین موضوعات در حوزه تصمیمات سرمایه گذاری است [۱].

هدف در اینجا آن است که بهترین چیدمان را از انواع سهام در بازار داشته باشیم که تابع بازده پورتفو ماکریم شود و تابع ریسک پورتفو می نیم شود. در این الگوریتم هر کدام از سهام بردارهایی هستند که ضریبی از $0 \dots k$ را می توانند بپذیرند که میزان وزن هر سهم در پورتفو است. در اینجا با ماتریس فرومون مواجه هستیم که شامل n ستون به تعداد انواع سهام بازار، و m سطر که ضرایب انتخابی هر سهم می باشد. عدد صفر در معنای نبود آن سهم در پورتفو می باشد. الگوریتم برای یافتن بهترین چیدمان ممکن، از اولین ضریب اولین سهم با ترکیب با اوزان سایر سهام جستجو را بر پایه توابع تعریف شده آغاز می کند و تا یافتن بهترین ترکیب ادامه می دهد. از جمله تحقیق در این زمینه می توان به کارهای دنور (۲۰۰۱)، ونگ و یانگ (۲۰۰۹) و فرقاندوس و کاظمی (۲۰۱۲) اشاره کرد. بر اساس تحقیق فرقاندوس و کاظمی (۲۰۱۲) [۶]، توابع آن عبارتست از:

۱. تابع مقدار افزایش فرومون:

$$\delta_{ci} = Q \cdot \frac{\frac{R_p}{\sigma_p}}{\frac{R_p}{\sigma_p^*}}$$

که متغیرهای ستاره دار، بازده و ریسک بهترین پورتفو مورد انتظار می باشد.

۲. تابع فرومون نهایی:

$$\tau_{cs}(t+1) = \tau_{cs}(t)(1 - \gamma) + \delta_{cs}$$

۳. تابع احتمال

$$p_c = \frac{\tau_{cs}}{\sum_{\forall c} \tau_{cs}}$$

۴. تابع برازنده‌گی

$$\text{Fitness function} = \frac{R_p}{\sigma_p}$$

۲) رتبه بندی اعتباری برای بهترین پورتفوی اعتبار

در اینجا نیز هدف کلی همچون پورتفوی سهام، عبارتست از چیدمانی از اعتبار که حداقل ریسک و حداقل بازده را برای نهاد اعتباردهنده ایجاد کند که بویژه ریسک ناتوانی اعتبار گیرنده در اینفای تعهدات^{۱۲} بسیار مهم است و در واقع اعتبار دهنده بدنال بهترین پورتفوی اعتبار^{۱۳} است.

قواعد و توابع این کاربرد بر اساس تحقیق مارتینز و همکاران^{۱۴} (۲۰۱۰) [۷] عبارتند از:

۱. قاعده کلاس اعتبار گیرنده‌گان

Example credit scoring rule set

```
R1: if (Checking Account < 100€ and Duration > 15 m and
      Credit History = no credits taken and Savings Account < 500€)
      then class = bad

R2: else if (Purpose = new car/repairs/education/others and
      Credit History = no credits taken/all credits paid back duly at this bank and
      Savings Account < 500€)
      then class = bad

R3: else if (Checking Account < 0€ and
      Purpose = furniture/domestic appliances/business and
      Credit History = no credits taken/all credits paid back duly at this bank and
      Savings Account < 250€)
      then class = bad

R4: else if (Checking Account < 0€ and Duration > 15 m and
      Credit History = critical account and Savings Account < 250€)
      then class = bad

R5: else class = good
```

در اینجا برای اعتبار گیرنده‌گان رتبه‌ها و کلاس‌های خوب و بد در قالب قاعده‌هایی در نظر گرفته شده است. جنس اعتبار گیرنده، طول مدت اعتبار و وضعیت تملک واحد شخصی و برای دو متغیر کمی، فواصلی در نظر گرفته می‌شود که الگوریتم با توجه به قواعد کلاس و توابع، بین مقادیر کیفی و کمی تعریف شده برای متغیرها، بهترین ترکیب ممکن را معرفی می‌کند.

۲. تابع فرومون

$$\begin{aligned}\tau_{(v_{i-1,k}, v_{i,j})}(0) &= \tau_{max} \\ \tau_{(v_{i-1,k}, v_{i,j})}(t+1) &= \rho \cdot \tau_{(v_{i-1,k}, v_{i,j})}(t) + \frac{Q_{best}^+}{10}\end{aligned}$$

$$Q^+ = \underbrace{\frac{|rule_{ant}^c|}{|rule_{ant}|}}_{\text{confidence}} + \underbrace{\frac{|rule_{ant}^c|}{|Cov = 0|}}_{\text{coverage}}$$

که ρ برای لحاظ تبخیر است و $rule_{ant}$ تعداد اعتبار گیرنده‌گان منطبق با همه نوع کلاس‌ها از دید تجربی اعتباردهنده است و $rule_{ant}^c$ تعداد اعتبار دهنده‌گان با انطباق درست هر کلاس خاصی از قواعد با دید تجربی اعتباردهنده است و $Cov = 0$ تعداد اعتبار گیرنده‌گان با عدم انطباق از مجموعه قواعد است. و بر اساس تعداد قاعده $r1, r2, \dots, rn$ مقدار برای Q بدست می‌آید که با آنها MAX است.

۳. تابع ابتکاری

$$\eta_{ij} = \frac{|T_{ij} \& CLASS = class_{ant}|}{|T_{ij}|}$$

که T_{ij} معرف تعداد اعتبار گیرنده از جنس مرد یا زن است و $CLASS$ هم معرف تعداد مشمولین کلاس بد یا غیر بد است.

۴. تابع احتمال

$$P_{ij}(t) = \frac{[\tau_{(v_{i-1,k}, v_{i,j})}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{v_{i,j}}(t)]^\beta}{\sum_{l=1}^{p_i} [\tau_{(v_{i-1,k}, v_{i,l})}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{v_{i,l}}(t)]^\beta}$$

۳) برنامه ریزی پروژه و جریان‌های نقدی تنزیلی

با استفاده از الگوریتم و توابع خاص تعریف شده، بدنیال ترکیب بهینه‌ای از انواع فعالیت‌های یک پروژه هستیم چرا که با توجه به منابع و محدودیت‌های هر پروژه، مدیریت پروژه با چالش مهمی مواجه است و طبعاً بدنیال اجرای بهتر پروژه برای دستیابی به بهترین نتیجه می‌باشد. از جمله کاربرد الگوریتم برای این منظور می‌توان به کار چن و همکاران (۲۰۰۹) [۲] اشاره کرد.

۴) کاربرد الگوریتم مورچگان در پیش‌بینی درمان‌گی مالی

ورشکستگی از پدیده‌هایی است که استفاده کننده‌گان از صورتهای مالی انتظار آنرا ندارند ولی همیشه نگران آن هستند و از طرفی کشور را هم از لحاظ اجتماعی و هم اقتصادی به چالش می‌کشد [۳]. کاربرد الگوریتم

مورچگان در پیش بینی درماندگی مالی، اولین بار توسط میلی (۲۰۰۵) [۸] مطرح شده است. این روش نیز همچون سایر روش‌های پیش بینی، متکی بر نسبت‌ها و شاخص‌های مالی است. در مدل‌های آماری از ترکیب موزون چند شاخص یک عدد بحرانی بدست می‌آید که ملاک تفکیک درمانده از غیر آن خواهد بود. در این روش دامنه هر شاخص (تفاوت ماکزیمم و مینیمم) به چند فاصله کوچکتر تقسیم می‌شود و هر فاصله از هر شاخص با فواصل دیگر شاخص‌ها در ترکیباتی دوگانه تا چندگانه مورد بررسی قرار می‌گیرد و قواعد بالقوه بر پایه توابع احتمالات مبتنی بر تشخیص‌های درست هر ترکیب ایجاد می‌شود. قواعدی که بیان می‌دارد اگر متغیر اول در فاصله $[a, b]$ و متغیر دوم در فاصله $[c, d]$ و سایر فواصل سایر متغیرها باشد، شرکت غیر درمانده یا درمانده است. یعنی با ایجاد مجموعه‌ای از قواعد منطقی شرکت‌ها برای پیش‌بینی درماندگی، دسته‌بندی می‌شوند که در واقع با داده کاوی مواجه هستیم. در بهینه‌یابی، به هر ترکیب از ابتدای داده کاوی فواصلی از متغیری اضافه می‌شود که توان پیش‌بینی را افزایش دهد و در پایان، الگوریتم بهترین متغیرها و فواصل را معرفی می‌کند. و البته تعداد قواعد ایجاد شده منحصر بفرد نیست و با توجه به پراکندگی داده‌ها، قواعد افزایش می‌یابد و همچنین از توان مدل کاسته می‌شود. و همانند روش‌های پارامتریک باید بدنیال عدد بحرانی هر شاخص بود تا با روابط $\langle \cdot \rangle$ به قواعد کمتر رسید.

گام‌ها

۸. تعیین شاخص‌هایی برای پیش‌بینی درماندگی (شاخص)
 ۹. تعیین اعداد بحرانی بالقوه برای هر شاخص (a_{ij})
 - ۱۰.۱. تعیین فاصله مناسب برای گسسته‌های آن شاخص
 - ۱۰.۲. تقسیم تفاوت ماکزیمم و مینیمم هر شاخص بر فاصله آن شاخص
 - ۱۰.۳. ایجاد ماتریسی از اعداد بحرانی بالقوه
- $$a_{11} \dots a_{12} \dots \dots \dots \dots \dots a_{1m}$$
- $$a_{21} \dots a_{22} \dots \dots \dots \dots \dots a_{2m}$$
- $$\vdots$$
- $$a_{k1} \dots a_{k2} \dots \dots \dots \dots \dots a_{km}$$
۱۰. مسیر حرکت: از هر عدد بحرانی هر شاخص به اعداد بحرانی شاخص بعدی در ترکیب‌های دوگانه تا چندگانه با توابع الگوریتم (پس از مقدار دهی اولیه به پارامترهای الگوریتم مانند r , b , Q و a)
 - ۱۰.۱) تابع برازندگی: تعداد تشخیص درست یا نسبت تشخیص درست (درمانده و غیردرمانده)
 - ۱۰.۲) تابع فرومون: مقدار تابع برازندگی برای همه متغیرهای ترکیب مورد بررسی

$$FIT_{Rk} = B_{Rk}^+ + NB_{Rk}^+$$

(B: درمانده NB: غیردرمانده)

بغیر از ترکیب‌های اولیه آغاز جستجو، این تابع بروز رسانی می‌شود و در تابع احتمال مورد استفاده قرار می‌گیرد. که Δ تفاوت فرومون دو مرحله است و فرومون مرحله قبل با ضریب (1- ρ) تعدیل می‌شود.

۳) تابع ابتکاری(هروستیک): مقدار تابع برازنده‌گی برای دو متغیر اخیر هر ترکیب مورد

بررسی

$$D_{Cim,Cjn} = B_{Cim,Cjn}^+ + NB_{Cim,Cjn}^+$$

۴) تابع احتمال:

$$p_j(t) = \frac{[\tau_j(t)]^\alpha [\eta_j(t)]^\beta}{\sum_{l \in V_k(i)} [\tau_l(t)]^\alpha [\eta_l(t)]^\beta}$$

❖ هدف

دستیابی به تابع تشخیص مانند ترکیب زیر با حداکثر مقدار برای تابع برازنده‌گی

اگر $x_{1,i} < a_{1,j}$ و $x_{2,i} < a_{2,j}$ و ... $x_{k,i} < a_{k,j}$ آنگاه درمانده

ن..... n ; تعداد شرکت‌های مورد بررسی الگوریتم

ن..... m ; تعداد اعداد بحرانی بالقوه

قابل ذکر است که بالاترین تفکیک پذیری با الزام به وجود یک عدد بحرانی برای هر متغیر در تابع تشخیص و یا بالاترین تشخیص در تابعی با ترکیب بهینه از متغیرها با داده کاوی بی‌الзам اشاره شده، دو روش اجرای الگوریتم می‌باشد.

تحقیقات مرتبط این کاربرد عبارتند از:

(۱) میلی^{۱۵} (۲۰۰۵) با تابع تشخیص "ترکیب عطفی چند گزاره با عملگر کوچکتر" و با ملاک "تعداد تشخیص درست" در توابع الگوریتم و ۵ متغیر آلتمن (۱۹۶۸) در آزمایش اول مبتنی بر کل داده‌ها و در آزمایش دوم مبتنی بر گروه آموزشی و کنترل به ترتیب به موفقیت $86,3\%$ ، $86,9\%$ و $80,5\%$ نایل شد که در مقایسه با اجرا با مدل رگرسیون خطی با موفقیت $77,1\%$ و 70% نتایج بهتری بوده است.

(۲) ونگ^{۱۶} (۲۰۰۹) [۹] با تابع تشخیص "ترکیب عطفی چند گزاره با عملگر حدود بین ماکزیمم و مینیمم" و با ملاک "نسبت تشخیص درست" در توابع الگوریتم و ۵ متغیر درامد خالص به حقوق صاحبان سهام، نسبت آنی، سود وزیان انباسته به کل دارایی‌ها، حقوق صاحبان سهام به دارایی‌ها و هزینه‌های مالی به فروش کل با داده کاوی بر اساس آزمون آماری t و تابع بروزرسانی $\hat{z}(t) = (1-p).[T(t) - T(t+1)]$ برای بهترین مسیر هر دور: $z = Q$ و بقیه مسیرهای آن دور $= 0$ ، در گروه آموزشی و کنترل به موفقیت $79,3\%$ و $76,3\%$ نایل شد.

(۳) در تحقیق نویسنده‌گان این مقاله در سال ۱۳۹۱ [۱]، با داده کاوی از بین ۱۵ متغیر با استفاده از داده‌های ۱۳۰ شرکت در بین سال‌های ۸۴-۸۹ در قالب ۷۱۸ سال-شرکت، دو متغیر حقوق صاحبان سهام به کل دارایی‌ها و سود قبل از هزینه مالی و مالیات به کل دارایی، متغیرهای برتر و موثر بر اساس بهینه یابی الگوریتم بوده‌اند که درصد موفقیت کلی آنها $96,94\%$ (درمانده: $95,21\%$ ، غیر درمانده: $97,38\%$) بوده است.

خلاصه و نتیجه گیری

روش‌های متفاوتی برای حل مسائل بهینه یابی ترکیبی وجود دارد که از جمله الگوریتم مورچگان از آن دسته

می باشد. این الگوریتم بدلیل توابع آن و امکان تعریف متناسب اجزای مسایل، و همچنین با توجه به نتایج مطلوب تحقیقات مختلف، از روش‌های جالب در برخورد با مسایل گوناگون بهینه یابی می‌تواند باشد و گسترش دامنه کاربرد آن در علوم مهندسی تا علوم مالی نشانگر قابلیتهای این الگوریتم است. در این مقاله به کاربردهای مالی الگوریتم مورچگان پرداخته شد در زمینه هایی چون انتخاب پوتفوی سهام، رتبه بندی اعتباری، برنامه ریزی جریان‌های نقدی پروژه‌ها و پیش‌بینی درمان‌گی مالی. نتایج، از موفقیت الگوریتم حکایت دارد و بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از آن در تحقیقات مشابه زمینه‌های بالا و یا طراحی و تعریف سایر زمینه‌ها متناسب الگوریتم منطقی می‌باشد.

¹ Ant Colony Algorithm

¹ swarm intelligence

² pheromone

³ evaporate

⁴ stigmergy

⁵ Dorigo

⁶ positive feedback

⁷ parallel Implementation

⁸ distributed computing

⁹ black list

¹⁰ Heuristic function

¹¹ updating

¹² Pd = probability of default

¹³ credit portfolio

¹⁴ Martens

¹⁵ Milea

¹⁶ Wang

