

ارائه و حل مدل مساله زمانبندی زنجیره بحرانی پروژه با در نظر گرفتن بافر تغذیه

اکبر عالم تبریز*، اشکان عیوق**، مهدیه بنی اسدی***

تاریخ دریافت: ۹۴/۳/۲

تاریخ پذیرش: ۹۵/۲/۱۶

چکیده

در سال‌های اخیر تحقیقات گسترده‌ای در زمینه زمانبندی پروژه صورت گرفته است. در حیطه زمانبندی پروژه همواره عدم قطعیت‌هایی وجود دارد که باعث انحراف برنامه واقعی از برنامه زمانبندی می‌گردد. یکی از راه‌حل‌های مواجهه با این عدم قطعیت استفاده از روش زنجیره بحرانی در زمانبندی پروژه است. این روش که برآمده از تئوری محدودیت‌هاست، روشی نوین در کنترل پروژه است. در تحقیق حاضر سعی در استفاده از اصول زنجیره بحرانی در زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع است. مهمترین نوآوری صورت گرفته در این تحقیق، ارائه مدل مساله زمانبندی زنجیره بحرانی پروژه با در نظر گرفتن بافر تغذیه و استفاده از شناوری به عنوان مکملی برای بافر تغذیه است. برای این کار ابتدا مدل زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع و با رویکرد زنجیره بحرانی نوشته شده و قابلیت اطمینان آن با استفاده از نرم‌افزار لینگو سنجیده شده است. در گام بعدی الگوریتم حل این مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک توسعه داده شده و در نهایت نمونه مسائل مختلفی مورد آزمایش قرار گرفته است. نتایج به دست آمده از این تحقیق کارایی الگوریتم ژنتیک ارائه شده را نشان داده است.

واژگان کلیدی: زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع، روش زنجیره بحرانی، بافر پروژه، بافر تغذیه، شناوری، الگوریتم ژنتیک

*استاد گروه مدیریت صنعتی دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه شهید بهشتی

**استادیار مدیریت تولید و عملیات، مرکز مطالعات مدیریت ایران، گروه مدیریت بهره‌وری

***کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی

مقدمه

در دنیای امروزی، یکی از بزرگترین مشکلات سازمان‌ها در روند اجرای پروژه‌ها، عدم خاتمه پروژه در مدت زمان از پیش تعیین شده است. با توجه به شرایط رقابتی حاکم بر بازار، امروزه تقاضا برای اجرای پروژه‌ها در کوتاه‌ترین زمان ممکن رو به افزایش است. این شرایط منجر به بحرانی‌تر شدن وضعیت پروژه با توجه به تأثیر همزمان محدودیت منابع و عدم قطعیت می‌شود که این موضوع به نوبه خود در بروز تأخیرات و وقفه‌ها در طول پروژه نقش مهمی ایفا می‌کند. یک روش برای افزایش پایداری زمانبندی، ایجاد زمان‌های ایمنی جهت مواجهه با تغییرات زمانی در پروژه با استفاده از روش زنجیره بحرانی است. در این روش سعی شده است تا ضمن کوتاه شدن زمان اجرای پروژه، ایمنی زمان تحویل نیز تأمین شود. زنجیره بحرانی، زمانبندی پروژه را با توجه به محدودیت‌های منابع، اصلاح می‌کند و بر این ادعاست که هر تأخیر در دسترسی به منابع می‌تواند زمانبندی را دقیقاً مانند روابط وابستگی فعالیت‌ها به تأخیر بیندازد. به دلیل بهینه نبودن برنامه زمانبندی در روش زنجیره بحرانی و عدم پایان آن در موعد مقرر در اغلب اوقات، می‌توان از رویکرد بهینه‌سازی برای ایجاد برنامه زمانبندی زنجیره بحرانی استفاده کرد. برنامه زمانبندی پروژه با محدودیت منابع (RCPSP)^۱ به برنامه ریزی فعالیت‌های پروژه، برای رسیدن به هدف حداقل کردن زمان مورد انتظار پروژه با توجه به محدودیت تقدم و تأخر و محدودیت منابع، کمک می‌کند. روشی که در این مقاله برای زمانبندی پروژه استفاده می‌شود این است که با ساخت مدل زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع و بهینه‌سازی آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک، برنامه زمانبندی کارایی ایجاد شود که توانایی مواجهه با عدم قطعیت‌های پروژه را داشته باشد. فعالیت‌ها ممکن است از زمان پیش‌بینی شده تجاوز کنند یا در مدت زمان کمتری به اتمام برسند، منابع به صورت موقتی از دسترس خارج شوند، فعالیت‌های خاصی ممکن است به پروژه اضافه یا پروژه تا زمان خاصی معلق و با تغییر روند مواجه شود. این موارد تنها نمونه‌ای از عدم قطعیت‌های موجود در اجرای پروژه‌هاست. برای مواجهه با این عدم قطعیت‌ها از روش زنجیره بحرانی استفاده می‌شود که

1. Resource Constrained Project Scheduling Problem

رویکردی پیشگیرانه برای زمانبندی پروژه است. به این ترتیب که با افزودن اصول زنجیره بحرانی به زمانبندی پروژه و افزودن بافرهای زمانی برای مواجهه با تاخیرات رخ داده، برنامه زمانبندی مناسبی ایجاد شود که احتمال شکست در آن به حداقل برسد. در این تحقیق برای اضافه کردن اصول زنجیره بحرانی به زمانبندی پروژه ابتدا مدل ریاضی تحقیق نوشته شد. در این مدل مفاهیم بافر تغذیه و بافر پروژه گنجانده شد و متناسب با آنها محدودیت‌هایی به مدل اضافه گردید. پس از نوشته شدن مدل، برای سنجش قابلیت اطمینان مدل از نرم‌افزار لینگو استفاده شد. پس از این اقدامات نیز با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی آن صورت گرفت. مهمترین نوآوری این تحقیق اضافه کردن بافر تغذیه به مدل زمانبندی پروژه است که در تحقیقات پیشین از مدل حذف می‌گردید. در این تحقیق از مفهوم شناوری برای شناسایی بافر تغذیه استفاده شده است که تفاوت کار این مقاله با سایر مقالات مشابه در این است که در سایر تحقیقات تنها شناوری آخرین فعالیت در زنجیره غیر بحرانی به عنوان بافر شناخته می‌شود؛ در صورتی که در تحقیق حاضر شناوری به گونه‌ای تعدیل شده است که برای کل زنجیره غیربحرانی محاسبه شود و این مقدار مبنای محاسبه قرار گیرد. ضمناً این مقادیر در مدلی که در ادامه بیان می‌گردد آورده شده است.

مبانی نظری و پیشینه تحقیق

مدیریت پروژه زنجیره بحرانی رویکردی جدید در مدیریت پروژه است و در سال ۱۹۹۷ توسط دکتر گلدراٹ در کتاب زنجیره بحرانی به چاپ رسید. این روش بسطی از نظریه محدودیت‌هاست که به طور خاص برای محیط پروژه طراحی شده است. نویسندگان متعددی درباره موضوع زنجیره بحرانی تحقیق و بحث کرده‌اند. لیچ (۱۹۹۹) نظریه و کاربرد زنجیره بحرانی را شرح می‌دهد و نتیجه می‌گیرد که CCM 'در عملکرد زمانبندی، هزینه و قلمرو بهبود ایجاد کرده است. رند (۲۰۰۰) رابطه بین روش زنجیره بحرانی و رویکرد CPM/PERT را کشف کرده و تفاوت بین روش مسیر بحرانی و روش زنجیره بحرانی را

تشریح می‌کند. هرولن و لئوس (۲۰۰۱) به بررسی نقاط قوت و ضعف مکانیزم برنامه‌ریزی زنجیره بحرانی پرداختند. آنها نشان دادند که تکنیک‌های تعیین اندازه بافر ممکن است به برآورد زمان اضافه برای اندازه بافر بینجامد. آنها یک سری آزمایش‌های ریاضی بر روی مجموعه اطلاعات پترسون انجام دادند تا عواملی را شناسایی کنند که بر روی عملکرد پروژه تاثیر دارند. در مجموع آنها اظهار داشتند که فعالیتهای زنجیره بحرانی در کل، می‌تواند مدت زمان اجرای پروژه را افزایش می‌دهند در حالیکه به روزرسانی مداوم برنامه مبنا می‌تواند از این افزایش جلوگیری کند. آنها همچنین تاثیرات تولید طرح‌های اولیه را با به کارگیری روش‌های ابتکاری انشعاب و تحدید تجزیه تحلیل کردند. آنها مشخص کردند که برنامه زمانبندی مبنای بهتر، عملکرد کلی پروژه را بهبود می‌بخشد. این مطالعه به عنوان اولین تجزیه و تحلیل تکنیکی از مفاهیم زنجیره بحرانی بوده و نیاز برای کار عملی بیشتر در برنامه‌ریزی در این حوزه از جمله نحوه تعیین اندازه بافر را تاکید می‌کند. استین (۲۰۰۲) توضیح داد که چرا TOC در ابتدا تنها در زمانبندی پروژه استفاده شد، و مطرح می‌کند که کاربرد دوم TOC در مدیریت پروژه‌های هم‌زمانی است که منابع مشترکی دارند و اصول اساسی این کاربرد دوم را شرح می‌دهد. وی و همکارانش (۲۰۰۲) مزایا و معایب مدیریت پروژه سنتی و مدیریت پروژه TOC را مقایسه کردند. در کار آنها رویکرد پیشرفته TOC برای زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع مطرح می‌شود تا مقاومت برنامه پروژه در محیط پویا بهبود یابد. بویالکوا و همکارانش (۲۰۰۹) با استفاده از مطالعه موردی نشان دادند که CCM باعث شد که کیفیت و ایمنی کار حداکثر، و زمان و هزینه پروژه حداقل شود. بلکه استون و همکارانش (۲۰۰۹) با استفاده از توزیع یکنواخت، مثلثی و نمایی، سه شبیه‌سازی شبکه کوچک انجام دادند تا تاثیر استفاده از روش زنجیره بحرانی بر تاریخ تکمیل پروژه را تعیین کنند.

محاسبه و جانمایی بافر (پروژه و تغذیه) تاثیر مهمی بر زمانبندی پروژه در روش زنجیره بحرانی گذاشته است. بافر ممکن است باعث ایجاد تداخل منابع و یا تغییر طولانی‌ترین مسیر شود. نیوبلد (۱۹۹۸) با حل مثال به تشریح مکانیزم برنامه‌ریزی توسط زنجیره بحرانی پرداخت.

وی ادعا کرد که بافرها نمونه‌ای از اجتماع ریسک در طول زنجیره می‌باشند. وی همچنین روش جذر مجموع مربعات خطا را برای تعیین اندازه بافر پیشنهاد نمود و ادعا کرد که در عمل نیازی به روشی علمی برای تعیین اندازه بافر نیست، بلکه اندازه بافر باید به اندازه کافی خوب باشد و براساس برآوردهای شهودی از میزان ریسک به دست آید. هرولن و لئوس (۲۰۰۱) به بررسی نقاط قوت و ضعف مکانیزم برنامه ریزی زنجیره بحرانی پرداختند و نتایج نشان داد که قوانین ۵۰٪ برای تعیین اندازه بافر ممکن است به برآورد زمان اضافه برای اندازه بافر بینجامد. المغربی (۲۰۰۳) اظهار داشت از آنجا که بافرها می‌توانند به عنوان فعالیت‌های مصنوعی به یک پروژه اضافه شوند، از این رو ساختار پروژه را تغییر می‌دهند. لیچ (۲۰۰۵) به تعدادی اصول پایه‌ای برای محاسبه بافر از روش RSEM^۱ اشاره کرد. تاکل و همکارانش (۲۰۰۶) دو روش برای تعیین اندازه بافر تغذیه با توجه به محدودیت منابع و پیچیدگی شبکه پیشنهاد دادند که عبارتند از روش سازگار با چگالی و روش سازگار با محدودیت منبع. یانگ و همکارانش (۲۰۰۸) با استفاده از ۳ ویژگی که در پروژه‌ها وجود دارند به ارائه مدل می‌پردازند. این ویژگی‌ها عبارتند از تعداد فعالیت‌های درون زنجیره بحرانی، عدم قطعیت زمان فعالیت‌ها و انعطاف‌پذیری زمان شروع فعالیت‌ها. با استفاده از این ۳ عامل یک روش معکوس برای تعیین اندازه بافر تهیه می‌کنند. گانگ و کینگ (۲۰۱۰) با توجه به این نکته که پس از اضافه کردن بافر تغذیه به زمانبندی احتمالاً اشکالاتی در پروژه به وجود خواهد آمد، چند بافر پروژه برای رفع این اشکالات تعیین میکنند. ما و همکارانش (۲۰۱۲) روشی ارائه می‌دهند که در آن از سه عامل محدودیت منبع، پیچیدگی شبکه و ترجیح ریسک مدیر پروژه (به این معنی که مدیر پروژه چه مقدار ریسک را ترجیح می‌دهد) برای تعیین اندازه بافر استفاده می‌شود. بی و همکارانش (۲۰۱۲) روشی برای تعیین اندازه بافر با توجه به فرض وابستگی بین فعالیت‌ها ارائه میدهند. یو و همکارانش (۲۰۱۳) شناوری را در تعیین اندازه بافر دخیل می‌کنند و با استفاده از آن مدلی ارائه می‌دهند. استفاده از شناوری باعث می‌شود که زنجیره بحرانی جابه‌جا نشده و در نتیجه زمانبندی با انحراف مواجه نشود. برای تعیین زمان

1. Root Square Error Method

انجام فعالیت‌ها نیز از زمانی نزدیک به محتمل‌ترین زمان انجام فعالیت استفاده شده است تا از بزرگ شدن بافرها جلوگیری شود. ضریبی نیز برای منابع در نظر گرفته می‌شود که این ضریب نیز در محاسبه اندازه بافر لحاظ می‌شود. برای تعیین اندازه بافر تغذیه و بافر پروژه در این تحقیق از روشی که در این مقاله بیان شده الگو گرفته شده است. ژانگ و همکارانش (۲۰۱۶) برای تعیین اندازه بافر روشی ارائه می‌دهند که در آن هم محدودیت منابع فیزیکی و هم محدودیت منابع اطلاعاتی (غیر فیزیکی) را در نظر می‌گیرند و از آن به عنوان محدودیت منابع جامع نام می‌برند. در صورتی که در تحقیقات پیش از آن تنها محدودیت منابع فیزیکی مورد توجه قرار می‌گرفته است.

تحقیقات بسیار کمی مرتبط با روش بهینه سازی زمانبندی زنجیره بحرانی وجود دارد. ربانی و همکارانش (۲۰۰۷) تکنیک زمانبندی پروژه با محدودیت منابع را برای تصمیمات مربوط به تخصیص منابع در شبکه تصادفی ایجاد کردند. همچنین برخی ویژگی‌های روش زنجیره بحرانی در آن مورد توجه قرار گرفته است. پنگ و هوانگ (۲۰۱۳) با توجه به رویکرد زنجیره بحرانی مدلسازی را انجام می‌دهند و برای تعیین اندازه بافر نیز از روش نیولند بهره می‌گیرند. در مدلسازی انجام شده توسط این دو نفر بافر تغذیه به طور کلی حذف شده و به جای آن از شناوری استفاده می‌شود. روش تعیین اندازه بافر نیز بسیار ساده در نظر گرفته شده و در نتیجه پاسخگوی نیازهای امروزی نمی‌باشد.

بیان مساله

زمانبندی پروژه با در نظر گرفتن محدودیت منابع عبارت است از زمانبندی فعالیت‌های پروژه با توجه به روابط پیش‌نیازی و محدودیت منابع. هدف مساله برنامه ریزی با منابع محدود که یک مساله NP-hard است تعیین زمان شروع و نیز حالت انجام هر یک از فعالیت‌های پروژه می‌باشد به ترتیبی که زمان اتمام پروژه کمینه شود (بلازویچ، ۱۹۸۳).

در تعیین زمان‌های شروع برای فعالیت‌ها دو دسته از محدودیت‌ها باید مورد توجه قرار گیرند. دسته اول محدودیت‌ها عبارتند از محدودیت‌های مربوط به روابط تقدمی و تاخری بین

فعالیت‌ها و دسته دوم محدودیت‌ها مربوط به محدودیت موجود در دستیابی و استفاده از منابع است که آنها را محدودیت منابع می‌نامند..

جواب حاصل برای این مساله، برداری به صورت $S = (S_1, S_2, \dots, S_n)$ می‌باشد که در آن زمان‌های شروع فعالیت‌ها، به صورت درایه‌های بردار مربوطه نشان داده شده‌اند. در این تحقیق مساله زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع و با رویکرد زنجیره بحرانی مورد بررسی قرار گرفته است. به طور معمول در اجرای پروژه‌ها در عمل بسیاری از عوامل ناشناخته بوده و در نتیجه عدم قطعیت جزء لاینفک اجرای هر پروژه‌ای در دنیای واقعی است. بر این اساس تحقیقات بسیاری بر روی مساله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع در ادبیات موضوع صورت گرفته است که در آنها عدم قطعیت در زمان فعالیت‌ها به عنوان اصلی‌ترین عامل افزایش زمان اجرای پروژه‌ها مورد بررسی قرار گرفته و الگوریتم‌هایی در این خصوص توسعه داده شده است.

در این تحقیق روشی که برای مقابله با این عدم قطعیت‌ها استفاده شده است، روش زنجیره بحرانی است. این روش که برآمده از تئوری محدودیت‌هاست، روشی نوین در کنترل پروژه است که نخستین بار در سال ۱۹۹۷ توسط دکتر گلدرات مطرح گردید. این تکنیک سعی دارد که با در نظر گرفتن برخی جنبه‌های خطاهای انسانی و سایر عواملی که باعث هدر رفتن زمان‌های ایمنی در نظر گرفته شده برای فعالیت‌ها می‌شوند، روشی نوین در زمینه کنترل بهینه زمان پروژه‌ها ارائه دهد. خطاهای انسانی عبارتند از قانون پارکینسون، سندروم دانشجویی و قانون مورفی و عواملی که باعث هدر رفتن زمان‌های ایمنی در نظر گرفته شده برای فعالیت‌ها می‌شوند عبارتند از چند کارگی منابع و وابستگی بین مراحل مختلف کار.

در این روش مجموعه‌ای از فعالیت‌ها که مشخص می‌کند یک پروژه در چه زمانی می‌تواند به اتمام برسد، زنجیره بحرانی نامیده می‌شود. فعالیت‌هایی که در زنجیره بحرانی قرار دارند لزوماً یک مسیر را تشکیل نمی‌دهند، به این معنی که روابط پیش‌نیازی بین آنها برقرار نمی‌باشد. اما به سبب استفاده از منابع مشترک در یک زنجیر قرار می‌گیرند. این زنجیره واقعا بحرانی است چرا که هر بهبودی در زمان فعالیت‌های آن سبب کوتاه‌تر شدن زمان اتمام پروژه می‌شود.

در روش زنجیره بحرانی به دلیل قرار گرفتن فعالیت‌ها در دیرترین زمان ممکن، مفهوم شناوری از بین می‌رود. اما در این تحقیق به دلیل تمرکز بر شناوری به عنوان مکملی برای بافر تغذیه، فعالیت‌ها در زودترین زمان ممکن برنامه‌ریزی شده و در ادامه بافر پروژه و بافر تغذیه برای افزایش ایمنی در برابر عدم قطعیت‌ها در انتهای پروژه اضافه می‌شوند.

اهمیت زنجیره بحرانی از این جهت است که اتمام به موقع پروژه وابسته به اتمام به موقع فعالیت‌های واقع در زنجیره بحرانی می‌باشد، از اینرو برای اطمینان از انجام فعالیت‌های واقع شده در زنجیره بحرانی، بافر پروژه به انتهای زنجیره افزوده می‌شود (هرولن و لئوس، ۲۰۰۱).

فعالیت‌های روی زنجیره بحرانی باید توانایی این را داشته باشند که به محض اتمام فعالیت‌های پیش‌نیازشان که بر روی زنجیره بحرانی قرار دارند، شروع شوند. آنها نباید منتظر این باشند که فعالیت‌های غیر بحرانی نیز به پایان برسند. از این رو بافرهای تغذیه در انتهای زنجیره‌های غیر بحرانی قرار می‌گیرند. بافر تغذیه در محل اتصال زنجیره غیربحرانی به زنجیره بحرانی قرار می‌گیرد و این موضوع به دلیل جابه‌جا شدن زنجیره غیربحرانی ممکن است باعث ایجاد تداخل در مصرف منابع گردد. برای از بین بردن این مشکل، در این مقاله روشی برای جانمایی بافر تغذیه ارائه می‌شود که باعث برهم خوردن نظم برنامه زمانبندی نگردد. روش استفاده شده در این تحقیق در بخش‌های بعد شرح داده خواهد شد.

به طور کلی مراحل اجرای روش زنجیره بحرانی به این ترتیب است: (۱) حذف زمان ایمنی از زمان انجام فعالیت‌ها (۲) انتقال تمام فعالیت‌ها به دیرترین زمان ممکن (۳) تسطیح منابع (۴) تعیین زنجیره بحرانی (۵) اضافه کردن بافر پروژه (۶) اضافه کردن بافر تغذیه

در روش مسیر بحرانی، مدت زمان هر فعالیت چنان تخمین زده می‌شود که با احتمال ۹۵٪ آن فعالیت طبق برنامه تکمیل شود، ولی در روش زنجیره بحرانی احتمال ۵۰٪ در نظر گرفته می‌شود، زیرا حاشیه اطمینان برای تک تک فعالیت‌ها لحاظ نمی‌شود. در عوض تفاوت این دو تخمین به عنوان یک کار مستقل و تحت عنوان بافر در دنباله نمودار گانت می‌نشیند (رز و همکاران، ۲۰۰۳). شناسایی زنجیره بحرانی در شبکه فعالیت‌ها با شناسایی مسیر بحرانی تفاوت دارد. زنجیره بحرانی مجموعه‌ای از فعالیت‌هاست که با در نظر گرفتن روابط پیش‌نیازی و

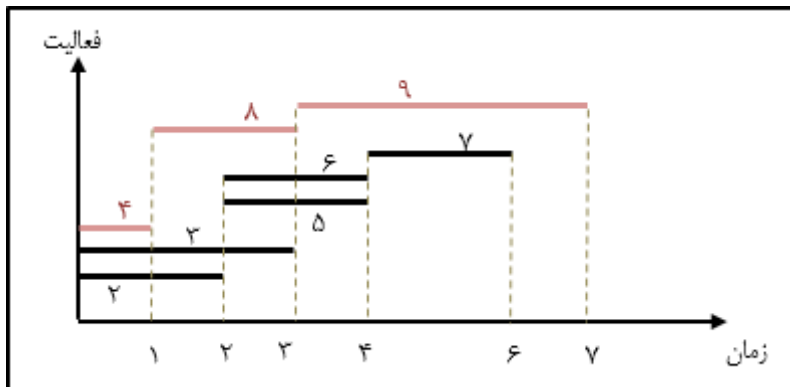
وابستگی منابع، طولانی‌ترین مسیر را در یک شبکه بوجود آورده و تعیین کننده مدت زمان اجرای پروژه می‌باشد. این مسیر، زنجیره بحرانی را از مسیر بحرانی که تنها بر اساس روابط پیش‌نیازی و بدون در نظر گرفتن منابع قابل دسترس می‌باشد، متمایز می‌سازد (تاگل و همکاران، ۲۰۰۶). در صورتی که تداخلی بین منابع در شبکه اولیه پروژه رخ ندهد، روش زنجیره بحرانی مشابه با روش مسیر بحرانی می‌باشد، در غیر اینصورت هنگامی که تداخلی بین منابع پیش‌آید، ابتدا باید این مشکل برطرف شده، سپس زنجیره بحرانی به عنوان طولانی‌ترین زنجیره که تعیین کننده مدت زمان اجرای پروژه است، مشخص می‌گردد (هرولن و لئوس، ۲۰۰۱).

در اینجا با مثالی تفاوت مسیر بحرانی و زنجیر بحرانی و همچنین زنجیر بحرانی‌های مختلف را شرح داده می‌شود. جدول (۱) اطلاعات مربوط به یک پروژه که دارای ۸ فعالیت حقیقی و دو فعالیت ابتدایی و انتهایی مجازی است را نشان می‌دهد:

جدول ۱: اطلاعات پروژه‌ای فرضی

فعالیت	مدت زمان	پیش‌نیازها	تعداد مورد نیاز منبع ۱	تعداد مورد نیاز منبع ۲
۱	۰	-	۰	۰
۲	۲	۱	۲	۳
۳	۳	۱	۴	۱
۴	۱	۱	۳	۰
۵	۲	۲	۰	۲
۶	۲	۲	۴	۲
۷	۲	۳ و ۶	۲	۲
۸	۲	۴	۳	۱
۹	۴	۸	۰	۳
۱۰	۰	۵ و ۹	۰	۰
مقدار در دسترس از منابع			۸	۵

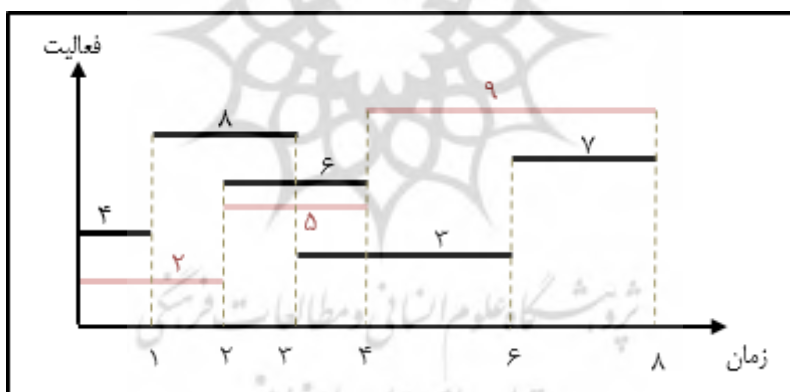
مسیر بحرانی این پروژه به صورت شکل (۱) است:



شکل ۱: نمودار گانت پروژه ۱۰ فعالیتی-مسیر بحرانی

مسیر بحرانی قبل از تسطیح منابع انتخاب می شود به همین علت فعالیت های ۱، ۴، ۸، ۹ و ۱۰ بحرانی شناخته می شوند.

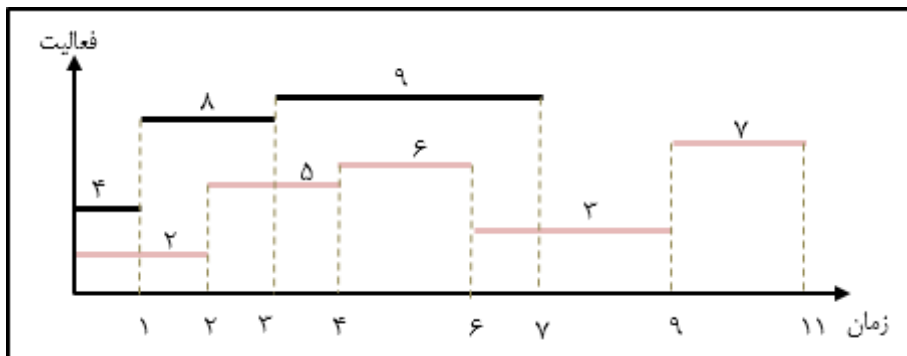
در صورتی که اگر ابتدا تسطیح منابع صورت گیرد نمودار گانت پروژه به صورت شکل (۲) می گردد:



شکل ۲: نمودار گانت پروژه ۱۰ فعالیتی بدون بافر

و حال اگر پس از تسطیح زنجیر بحرانی شناسایی شود، فعالیت های ۱، ۲، ۵، ۹ و ۱۰ بحرانی می گردند. به دلیل رفع تداخل منابع در این زمان بندی، این برنامه به برنامه واقعی نزدیک تر است. حال اگر بافرهای پروژه و تغذیه به این زمان بندی اضافه شوند، زمان کل پروژه مقدار ۲۴ می گردد. اما اگر این زمان بندی به گونه ای دیگر تسطیح شود مقدار زمان کل پروژه تغییر می کند. برای

مثال زمانبندی شکل (۳) را در نظر بگیرید:



شکل ۳: نمودار گانت پروژه ۱۰ فعالیتی با محاسبه بافر تغذیه و پروژه

همانطور که مشاهده می‌شود زمان ختم آخرین فعالیت در این زمانبندی مقدار بیشتری است، اما پس از اضافه کردن بافر پروژه و تغذیه زمان کل پروژه مقدار ۲۰ می‌گردد که از زمانبندی قبلی کوتاه‌تر است.

در اینجا می‌توان این نتیجه را گرفت که کوتاه‌تر بودن زمان ختم آخرین فعالیت در یک پروژه نشان‌دهنده بهینه بودن آن در روش زنجیره بحرانی نیست. بلکه در این خصوص باید پس از اضافه کردن بافرها به پروژه تصمیم‌گیری نمود. در این مقاله نیز برای در نظر گرفتن این موضوع مقادیر زمان ختم آخرین فعالیت، بافر تغذیه و بافر پروژه در تابع هدف مدل ارائه شده قرار داده شده‌اند تا جمع این مقادیر کمینه گردند.

مدل تحقیق

برای بیان مدل تحقیق ابتدا مفروضات، شمارنده‌ها (جدول ۲)، پارامترها (جدول ۳) و متغیرهای تصمیم (جدول ۴) بیان گردیده و سپس به شرح تابع هدف و محدودیت‌ها پرداخته شده است. لازم به ذکر است که مدل این تحقیق از نوع غیر خطی است. مدل استفاده شده در تحقیقات پیشین به صورت زیر است:

- ۱- تابع هدف: حداقل کردن زمان کل پروژه
- ۲- محدودیت رعایت اصل پیش‌نیازی در انجام فعالیت‌ها
- ۳- محدودیت مصرف منبع در محدوده مقدار در دسترس

$$\text{Min } f_n$$

$$s_j \geq s_i + d_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad i \text{ is predecessor of } j$$

$$\sum_{i \in A_t} r_{ik} \leq a_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad \forall t = 1, 2, \dots, f_n$$

مفروضات مدل:

۱- یک پروژه شامل تعدادی فعالیت با زمان انجام مشخص است. ۲- انجام فعالیت‌ها به صورت کامل و بدون توقف است. ۳- تنها یک حالت اجرا برای هر فعالیت وجود دارد. ۴- زمان شروع هر فعالیت وابسته به زمان پایان فعالیت‌های پیش نیاز آن است. ۵- روابط پیش‌نیازی به صورت Finish to Start با زمان تاخیر صفر است. ۶- میزان منابع در دسترس و مصرف آنها قطعی و در طول دوره ثابت است. ۷- منابع به صورت تجدید پذیر می‌باشند. ۸- جایگزینی برای منابع وجود ندارد. ۹- هدف مدیریتی حداقل کردن زمان کل پروژه است.

جدول ۲: شمارنده‌ها

$\forall i = 1, 2, \dots, n$	شمارنده هر فعالیت	i
$\forall i = 1, 2, \dots, n$	شمارنده هر فعالیت	j
$\forall k = 1, 2, \dots, K$	شمارنده هر منبع	k
$\forall t = 1, 2, \dots, T$	شمارنده هر دوره	t

جدول ۳: پارامترها

محتمل‌ترین مدت زمان انجام فعالیت i	d_i
میزان در دسترس از منبع k	a_k
میزان مصرف منبع k توسط فعالیت i	r_{ik}
پیش‌نیاز بودن فعالیت i برای فعالیت j	x_{ij}
زمان ایمنی فعالیت i	δ_i
ضریب احتیاط مدیر پروژه در خصوص بافر تغذیه (میزان تاثیر بافر تغذیه)	α

جدول ۴: متغیرهای تصمیم

s_i	زمان شروع فعالیت i
f_i	زمان پایان فعالیت i
c_{it}	فعالیت i در دوره t انجام می شود (=1) یا خیر (=0)
oo_{ij}	فعالیت j بلافاصله پس از اتمام فعالیت i آغاز می شود (=1) یا خیر (=0)
o_i	بلافاصله پس از اتمام فعالیت i ، فعالیتی آغاز می گردد (=1) یا خیر (=0)
in_i	فعالیت i بلافاصله پس از اتمام فعالیتی آغاز می گردد (=1) یا خیر (=0)
cc_i	فعالیت i فاقد شناوری است (=1) یا خیر (=0)
p_{ij}	ضریب کمکی برای تعیین بحرانی بودن فعالیتها
y_{ij}	فعالیت i و j هر دو بحرانی هستند (=1) یا خیر (=0)
μ_i	فعالیت i بحرانی است (=1) یا خیر (=0)
RF_k	ضریب تاثیر منبع k
R_i	ضریب تاثیر همه منابع برای فعالیت i
BF	بافر زمانی کل پروژه
ω_i	فعالیت i غیربحرانی است (=1) یا خیر (=0)
ff_i	شناوری فعالیت غیربحرانی i
fbf_i	بافر تغذیه اولیه برای فعالیت غیربحرانی i
fb_i	بافر تغذیه ثانویه برای فعالیت غیربحرانی i
FB	بافر تغذیه

تابع هدف و محدودیت های مدل ریاضی:

در این بخش ابتدا تابع هدف و محدودیت های مساله بیان شده و پس از آن به تشریح هر یک پرداخته شده است.

$$\min = f_n + BF + FB \quad (1)$$

$$s_j - s_i \geq (d_i x_{ij}) + [(s_j - s_i)(1 - x_{ij})] \quad (2)$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

$$f_i = s_i + d_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n c_{it} r_{ik} \leq a_k \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (4)$$

$$t + M(1 - c_{it}) > s_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (5-1)$$

$$t - M(1 - c_{it}) \leq s_i + d_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (5-2)$$

$$t - M c_{it} \leq s_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (5-3)$$

$$t + M c_{it} > s_i + d_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (5-4)$$

$$s_j = s_i + d_i + M(1 - oo_{ij}) \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2 \quad (6-1)$$

$$s_j > s_i + d_i - M oo_{ij} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (6-2)$$

$$s_j < s_i + d_i + M oo_{ij} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (6-3)$$

$$o_i = \max\{oo_{ij}\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$in_i = \max\{oo_{ji}\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$cc_i = o_i in_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$p_{ij} = cc_i cc_j oo_{ij} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n-1 \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (10-1)$$

$$p_{ij} = cc_i cc_j \quad i = n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (10-2)$$

$$\left[\sum_{j=1}^n (p_{ij} y_{ij}) - \sum_{j=1}^n (p_{ji} y_{ji}) \right] = 0 \quad \forall i = 2, 3, \dots, n-1 \quad (11-1)$$

$$\sum_{j=1}^n (p_{ij} y_{ij}) = 1 \quad i = 1 \quad (11-2)$$

$$\sum_{j=1}^n (p_{ji} y_{ji}) = 1 \quad i = n \quad (11-3)$$

$$\mu_i = \max\{y_{ij}\} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (11-4)$$

$$RF_k = \frac{\sum_{i=1}^n (r_{ik} d_i)}{f_n a_k} \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (12-1)$$

$$R_i = \sum_{k=1}^K (r_{ik} RF_k) \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (12-2)$$

$$BF = \sqrt{\sum_{i=1}^n [\mu_i [(1 + R_i) \delta_i]^2]} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (12-3)$$

$$\omega_i = 1 - \mu_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (13-1)$$

$$ff_i = \mu_j s_j - \omega_i f_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \forall j = 1, 2, \dots, n \quad (13-2)$$

$$fbf_i = \alpha [\omega_i ((1 + R_i) \delta_i)] \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (13-3)$$

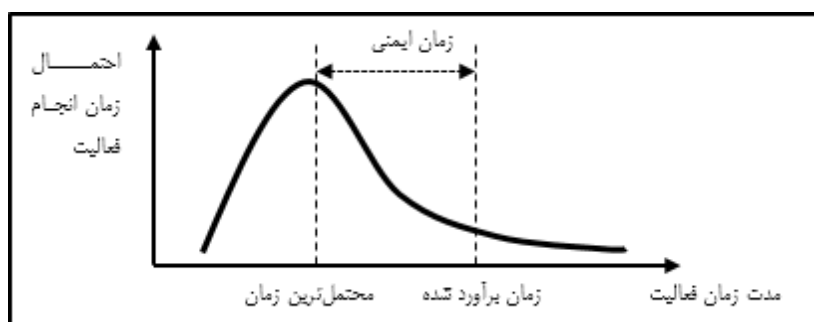
$$fb_i = fbf_i - ff_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (13-4)$$

$$FB = \sum_{i=1}^n fb_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (13-5)$$

محدودیت شماره (۱): تابع هدف مدل که بیانگر زمان کل پروژه است و خود شامل زمان پایان آخرین فعالیت (f_n) به اضافه ی بافر پروژه (BF) و بافر تغذیه (FB) می باشد.

محدودیت شماره (۲): محدودیت مربوط به رعایت پیش نیازی فعالیت هاست و نشان می دهد که فعالیت j تنها در صورتی می تواند آغاز گردد که فعالیت i که پیش نیاز j است پایان یافته باشد.

در خصوص زمانی که برای d_i (مدت زمان انجام فعالیت i) در این تحقیق استفاده می شود باید توضیح کوتاهی داد. طبق نظر گلدراست وقتی از افراد خواسته می شود تا مدت زمان انجام فعلیتی را برآورد کنند، در تخمین خود زمان اطمینانی را وارد می کنند تا خود را در برابر حوادث غیر قابل پیش بینی بیمه کنند. در صورتی که آن فعالیت در زمان کوتاه تری نیز قابل اجراست. این زمان کوتاه تر محتمل ترین زمان اجراست. در این تحقیق نیز از این مقدار برای d_i استفاده می شود. مابه التفاوت زمان برآورد شده از محتمل ترین زمان به عنوان زمان ایمنی (δ_i) در محاسبه تعیین اندازه بافر تغذیه و بافر پروژه استفاده می شود. شکل (۴) نحوه کار را نشان می دهد.



شکل ۴: توزیع احتمال انجام یک فعالیت

محدودیت شماره (۳): زمان پایان هر فعالیت که برابر است با زمان شروع آن فعالیت به اضافه ی مدت زمان انجام آن.

محدودیت شماره (۴): محدودیت مربوط به مصرف منابع که نشان دهنده ی این است که میزان مصرف فعالیت‌ها از یک منبع در یک دوره باید کمتر یا مساوی میزان در دسترس آن منبع در همان دوره باشد.

مجموعه محدودیت‌های شماره (۵): محدودیت‌هایی که تعیین می‌کنند هر فعالیت در چه دوره ای قرار می‌گیرد.

مجموعه محدودیت‌های شماره (۶): محدودیت‌هایی که برای کمک به تشخیص فعالیت‌هایی که بلافاصله پس از آنها فعالیت آغاز می‌گردد استفاده می‌شوند.

محدودیت شماره (۷): محدودیتی که تعیین کننده ی فعالیت‌هایی است که بلافاصله پس از اتمام آنها فعالیت دیگری آغاز می‌گردد.

محدودیت شماره (۸): محدودیتی که تعیین کننده ی فعالیت‌هایی است که بلافاصله پس از اتمام فعالیت آغاز می‌گردند.

محدودیت شماره (۹): محدودیتی که فعالیت‌های فاقد شناوری را شناسایی می‌کند. به این معنی که با توجه به محدودیت‌های پیشین، فعالیت‌هایی که بلافاصله پس از اتمام فعالیت آغاز شده، و بلافاصله پس از اتمام آنها نیز فعالیت دیگری آغاز می‌گردد، فاقد شناوری بوده و مستعد بحرانی بودن هستند.

مجموعه محدودیت‌های شماره (۱۰): محدودیت‌هایی برای تعیین ضریبی برای تسهیل شناسایی زنجیره بحرانی.

مجموعه محدودیت‌های شماره (۱۱): مجموعه محدودیت‌های مربوط به شناسایی زنجیره بحرانی. به این ترتیب که در محدودیت (۱-۱۱) تفاضل ضرایب مربوط به فعالیت‌های ورودی و خروجی گره باید صفر شده و در محدودیت (۲-۱۱) که در خصوص گره اول است، مجموع ضرایب فعالیت‌های خروجی برابر ۱ و در محدودیت (۳-۱۱) که در مورد گره آخر می‌باشد نیز مجموع ضرایب فعالیت‌های ورودی برابر ۱ می‌گردد. به این ترتیب و در محدودیت (۴-۱۱) فعالیت‌هایی که بحرانی بوده دارای ضریب ۱ و سایر فعالیت‌ها دارای ضریب صفر می‌گردند.

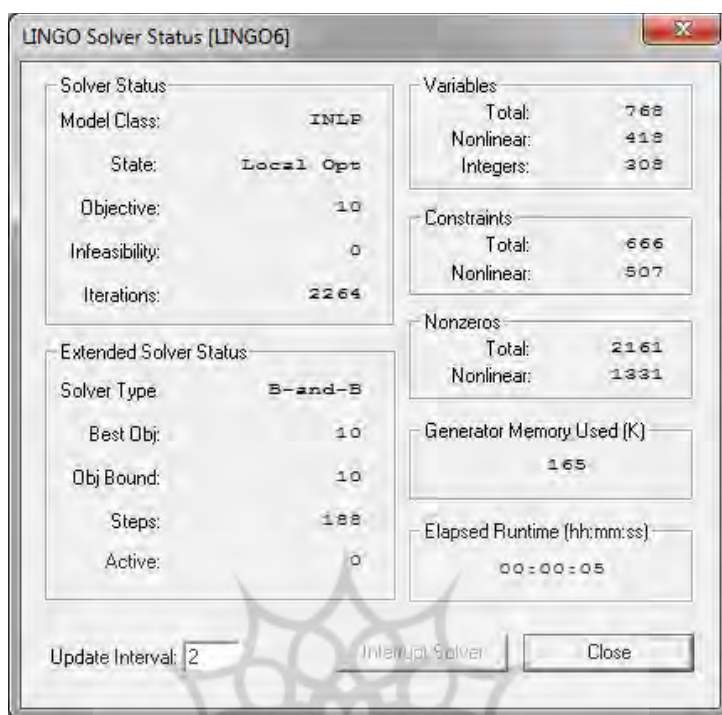
مجموعه محدودیت‌های شماره (۱۲): مجموعه محدودیت‌های تعیین اندازه ی بافر پروژه. به این صورت که به فعالیت‌هایی که در محدودیت‌های پیشین بحرانی تشخیص داده شده اند ضرایبی تخصیص داده می‌شود که از جذر مجموع اینها، بافر پروژه به دست می‌آید. در محدودیت (۱-۱۲) ضریب تاثیر منبع k محاسبه می‌شود. برای محاسبه این ضریب مجموع مصرف منبع توسط فعالیت‌ها بر مقدار در دسترس آن منبع و زمان اتمام آخرین فعالیت تقسیم می‌شود. در مقاله ارائه شده توسط (یو و همکاران، ۲۰۱۳) روشی مانند این روش استفاده شده است با این تفاوت که در مخرج کسر زمان اتمام آخرین فعالیت وجود ندارد. علت قرار داده شدن این مقدار در روش ارائه شده در این پایان‌نامه این است که این مقدار باعث تعدیل این ضریب شده و از بزرگ شدن بی‌دلیل آن جلوگیری می‌نماید. در محدودیت (۲-۱۲) ضریب تاثیر همه منابع برای فعالیت i محاسبه می‌گردد. در محدودیت (۳-۱۲) نیز مقدار بافر پروژه از روش ارائه شده توسط (یو و همکاران، ۲۰۱۳) محاسبه می‌شود.

مجموعه محدودیت‌های شماره (۱۳): مجموعه محدودیت‌های تعیین اندازه بافر تغذیه. شیوه کار به این شکل است که در محدودیت (۱-۱۳) توسط ضریبی فعالیت‌های غیر بحرانی تعیین می‌شوند. در محدودیت (۲-۱۳) مقدار شناوری فعالیت‌های غیر بحرانی محاسبه می‌گردد. برای محاسبه شناوری اینگونه عمل می‌شود که زمان پایان فعالیت غیر بحرانی از زمان شروع اولین

فعالیت بحرانی پس از آن کسر شده و این عدد به عنوان شناوری ثبت می‌شود. در محدودیت (۳-۱۳) بافر تغذیه اولیه برای تک تک فعالیت‌های غیربحرانی محاسبه می‌شود. در این محدودیتی ضریب α برای تعدیل بافر تغذیه قرار داده شده است تا از بزرگ شدن بی‌دلیل آن جلوگیری نماید. مقدار این ضریب توسط مدیر پروژه می‌تواند تعیین شود ولی در این تحقیق از مقدار ۰,۳ برای آن استفاده شده است. در محدودیت (۴-۱۳) مقدار بافر اولیه با شناوری همان فعالیت مقایسه می‌شود. اگر بافر تغذیه اولیه فعالیت از مقدار شناوری آن کمتر یا مساوی باشد، این بافر حذف می‌شود. اما در صورتی که مقدار این بافر از شناوری بیشتر باشد، مقدار شناوری از مقدار بافر تغذیه اولیه کم شده و این مقدار به عنوان بافر تغذیه ثانویه ثبت می‌شود. پس از محاسبه مقدار بافر تغذیه ثانویه برای تمام فعالیت‌ها، در محدودیت (۵-۱۳) تمام این مقادیر با هم جمع شده و بافر تغذیه نهایی را تشکیل می‌دهند.

عین قابلیت اطمینان مدل:

پس از نوشته شدن مدل نیاز به سنجش اعتبار مدل بود و برای این کار از نرم‌افزار لینگو استفاده شده است. به دلیل محدودیت‌های موجود در نرم‌افزار لینگو تنها مدلی کوچک در آن تست شده است که این تست نیز موفقیت آمیز بوده است. پنجره وضعیت لینگو برای این پروژه در شکل (۵) آورده شده است.



شکل ۵: پنجره وضعیت لینگو

الگوریتم حل مدل

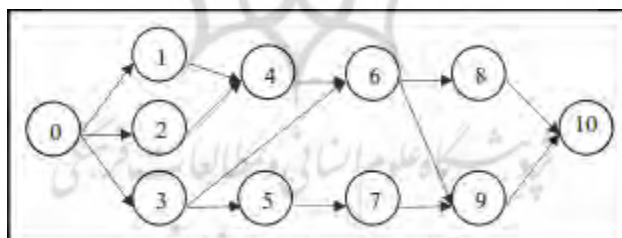
با رجوع به ادبیات تحقیق در خصوص بهینه‌سازی مساله زمانبندی پروژه تحت محدودیت منابع این نتیجه به دست آمده است که یکی از کاراترین روش‌ها برای حل این گونه مسائل، الگوریتم ژنتیک می‌باشد. چرا که با توجه به ماهیت گسسته متغیرهای این قبیل مسائل، الگوریتم ژنتیک به خوبی قابلیت تطبیق با آنها را دارد. نحوه‌ی عمل الگوریتم ژنتیک در شبه کد شکل (۶) آورده شده است.

۱. تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک (حجم جامعه، تعداد نسل، درصد تقاطع و درصد جهش)
۲. تولید جمعیت اولیه و ارزیابی آنها
۳. انتخاب والدین از جمعیت اولیه و ترکیب آنها برای تولید جمعیت فرزندان
۴. انتخاب والد از جمعیت اولیه برای اعمال عملگر جهش و تشکیل جمعیت جهش‌یافتگان
۵. ادغام جمعیت اصلی، جمعیت فرزندان و جمعیت جهش‌یافتگان برای انتخاب جمعیت اصلی نسل جدید
۶. توقف در صورت رسیدن به شرایط خاتمه، در غیر اینصورت بازگشت به گام ۳

شکل ۶: شبه کد الگوریتم ژنتیک

کد کردن کروموزوم‌ها

برای کد کردن کروموزوم‌ها ابتدا یک جواب تصادفی با استفاده از تابع randperm ایجاد گردیده است. این جواب نشان‌دهنده ترتیب انجام فعالیت‌هاست. برای موجه شدن این جواب، باید اصلاحی روی آن صورت گیرد تا روابط پیش‌نیازی در آن رعایت گردد. برای این کار از اولین ژن کروموزوم شروع میکنیم. بررسی می‌کنیم که این فعالیت قابل اجراست یا خیر. اگر قابل اجرا بود در رشته‌ی دیگری نام آن را به عنوان ژن اول ثبت می‌کنیم در غیر اینصورت سراغ ژن بعدی در کروموزوم اولیه می‌رویم. فرض کنید شکل ۷ شبکه‌ی مربوط به یک پروژه باشد.



شکل ۷: شبکه یک پروژه فرضی

حال برای این پروژه یک کروموزوم تصادفی ایجاد میکنیم:

کروموزوم اولیه: 1 5 2 0 6 3 8 4 10 9 7

برای اصلاح این کروموزوم به این شکل عمل می‌کنیم که ابتدا ژن اول که عدد ۱ است را بررسی می‌کنیم تا ببینیم قابل اجراست یا خیر. چون این فعالیت بنابر روابط پیش‌نیازی قابل اجرا نیست، به سراغ ژن بعدی یعنی ۵ می‌رویم. این فعالیت نیز قابل اجرا نیست. ژن بعدی نیز که فعالیت ۲ است قابل اجرا نیست. تا به ژن ۰ می‌رسیم که قابل اجراست. در نتیجه این ژن را در یک رشته جدا گانه ثبت نموده و از کروموزوم اولیه حذف می‌کنیم.

کروموزوم اولیه: 7 9 10 4 8 3 6 - 2 5 1

کروموزوم اصلاحی: 0 - - - - -

حال مجدد به ابتدای کروموزوم اولیه برمی‌گردیم. ژن اول یعنی فعالیت ۱ را بررسی می‌نماییم که چون قابل اجراست به رشته اصلاحی منتقل می‌شود:

کروموزوم اولیه: 7 9 10 4 8 3 6 - 5 2 -

کروموزوم اصلاحی: 0 1 - - - - -

دوباره به ابتدای کروموزوم برمی‌گردیم و این مراحل را تکرار می‌نماییم. در نهایت این کروموزوم حاصل می‌شود:

کروموزوم اولیه: - - - - -

کروموزوم اصلاحی: 0 1 2 3 5 4 6 8 7 9 10

حال این یک جواب شدنی برای این پروژه است. بعد از پیدا کردن جواب موجه برای پروژه تداخل منابع نیز باید رفع گردد. برای این کار نیز زمان شروع فعالیت‌ها به گونه‌ای برنامه‌ریزی می‌گردد که تداخلی برای منابع به وجود نیاید. برای هر دوی این اقدامات یعنی اصلاح کروموزوم و رفع تداخل منابع، توابعی در نرم‌افزار متلب نوشته شده است.

تابع برازندگی

تابع برازندگی در الگوریتم نوشته شده همان تابع هدف مدل ارائه شده می‌باشد. البته این تابع یک تابع هزینه است و در نتیجه در مرحله انتخاب تغییراتی در آن ایجاد شده است. برای رسیدن به تابع هدف می‌بایست پس از اصلاح کروموزوم و رفع تداخل منابع اقدامات دیگری

نیز صورت گیرد. در ابتدا می‌بایست زنجیره بحرانی شناسایی شود که برای آن نیز با توجه به محدودیت‌های ارائه شده در مدل تابعی در متلب تعریف شده است. در مرحله بعد بافر پروژه و بافر تغذیه نیز با توجه به محدودیت‌ها و توسط دو تابع جداگانه در متلب محاسبه گردیده‌اند. در نهایت نیز زمان کل پروژه با استفاده از تابعی از طریق جمع سه مقدار زمان پایان آخرین فعالیت پروژه، بافر تغذیه و بافر پروژه محاسبه شده است.

استراتژی انتخاب

رویه انتخاب در این تحقیق انتخاب بر اساس چرخ رولت است. برای استفاده از چرخ رولت می‌بایست برای هر کدام از کروموزوم‌ها مقدار احتمالی از طریق تابع احتمال محاسبه شود (رضائیان و همکاران، ۱۳۹۳). با توجه به ماهیت تابع هدف که هزینه‌ای است از روش بولترزمان برای محاسبه احتمال کروموزوم‌ها استفاده شده است. تابع احتمال برای این روش به شکل زیر است:

$$p_i = \frac{e^{-\text{cost}_i}}{\sum_j e^{-\text{cost}_j}} \quad (14)$$

که در این تابع منظور از cost_i همان تابع برازندگی محاسبه شده برای فعالیت i است. برای ایجاد انعطاف در این تابع احتمال، معیار فشار انتخاب (β) نیز به آن اضافه شده است. علاوه بر این برای مستقل کردن β از مقیاس تابع هدف، مقدار cost_i بر مقدار worst cost تقسیم می‌شود. worst cost نیز بدترین جوابی است که تا به حال برای تابع هدف به دست آمده است. مقدار β نیز به گونه‌ای محاسبه می‌شود که نصف بهتر جمعیت ۸۰٪ احتمال را در اختیار داشته باشند.

پس از این تغییرات تابع هدف به این شکل تغییر میکند:

$$p_i = \frac{e^{-\beta \text{cost}_i / \text{worst cost}}}{\sum_j e^{-\beta \text{cost}_j / \text{worst cost}}} \quad (15)$$

به این ترتیب مقدار احتمال برای هر کروموزوم محاسبه شده و سپس بر اساس روش چرخ رولت انتخاب والدین صورت می‌گیرد.

پس از انجام تقاطع و جهش بر روی کروموزوم‌ها روش انتخاب نسل بعد به این صورت است که جمعیت نسل قبلی و جمعیت فرزندان و جمعیت جهش‌یافتگان با هم ادغام شده و مرتب می‌شوند، سپس به اندازه حجم جامعه از بهترین آنها انتخاب می‌شود. این جمعیت انتخاب شده نسل جدید را تشکیل می‌دهند.

عملگرهای ژنتیک

در این تحقیق از عملگر تقاطع دو نقطه‌ای PMX استفاده شده است. برای انتخاب والدین نیز از روش چرخ رولت استفاده می‌شود. اما انجام این عملگر به تنهایی باعث می‌شود که کروموزوم‌های فرزند از حالت موجه بود خارج شوند. در نتیجه پس از انجام تقاطع عملیات اصلاح کروموزوم و رفع تداخل منابع بر روی کروموزوم‌های فرزند صورت می‌گیرد تا جواب موجه به دست آید. به دلیل این اصلاحات انجام شده پس از انجام تقاطع، این عملگر کارایی متوسطی داشته و در نتیجه در این تحقیق مقدار احتمال ۵۰٪ به آن اختصاص داده شده است. این مقدار با آزمون و خطا و به صورت تجربی به دست آمده است.

برای عملگر جهش نیز از سه روش جابه‌جایی، معکوس‌سازی و حذف و انتقال استفاده شده است. پس از انجام جهش نیز عملیات اصلاح کروموزوم و رفع تداخل منابع بر روی کروموزوم‌های جدید انجام می‌شود تا از حالت موجه خارج نشوند. انتخاب والد برای جهش به صورت تصادفی صورت می‌گیرد اما برای انتخاب از بین ۳ روش جهش از روش چرخ رولت استفاده می‌شود. مقدار احتمال تخصیص داده شده برای هر کدام از روش‌های نیز به این ترتیب هستند: روش جابه‌جایی ۳۰٪، روش معکوس‌سازی ۴۰٪ و روش حذف و انتقال نیز ۳۰٪. به دلیل ماهیت مساله این عملگرهای جهش جواب‌های بسیار مناسبی برای مساله پیدا می‌کردند، در نتیجه مقدار احتمال ۱۰۰٪ برای جهش در نظر گرفته شد. این مقدار به نظر بالا

می‌رسد اما به دلیل کارایی متوسط عملگر تقاطع ناچاراً این مقدار برای آن در نظر گرفته شده است.

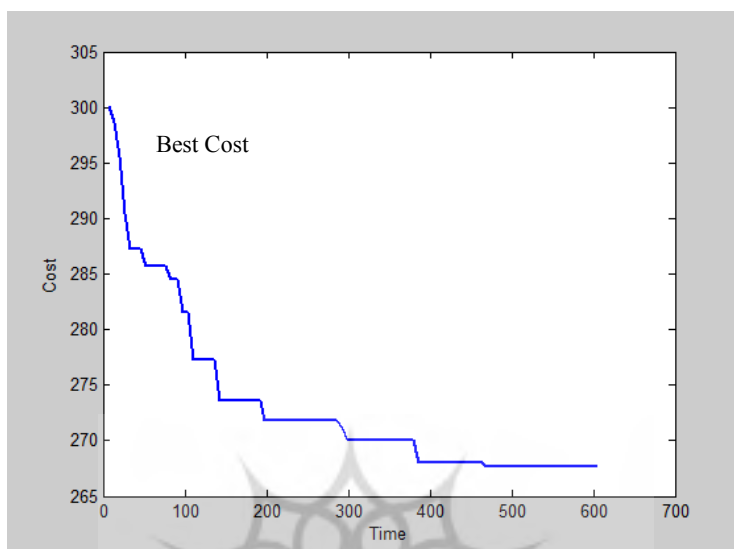
نتایج محاسباتی

پس از معرفی مدل و الگوریتم حل آن، چند مثال حل شده با استفاده از این الگوریتم مطرح می‌شود. برای این کار چند مسئله با تعداد فعالیت متنوع و با محدودیت منابع و پیچیدگی شبکه‌ای بالا مورد استفاده قرار گرفتند. این مسائل و پاسخ به دست آمده برای هر کدام در جدول ۵ آورده شده است. برای تطبیق هر کدام از این مسائل با مدل ارائه شده در این تحقیق تغییرات اندکی در هر کدام از آنها ایجاد گردیده است. این تغییرات به این دلیل به وجود آمده است که در مدل ساخته شده از رویکرد زنجیره بحرانی استفاده شده است و در نتیجه زمان فعالیت‌ها می‌بایست به زمان محتمل با مقداری زمان ایمنی تغییر پیدا کند. تغییر دیگر نیز مربوط به نوع منابع استفاده شده در مدل است که تنها منابع تجدید پذیر در این مدل قرار دارند و در نتیجه منابع تجدید ناپذیر از این مسائل حذف گردیده‌اند.

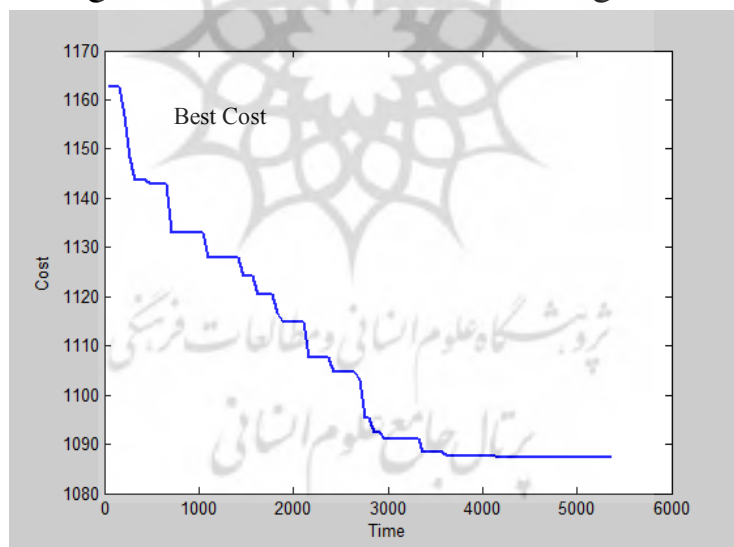
جدول ۵- نمونه مسائل حل شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک

تکراری که در آن به جواب رسیده است	تعداد فعالیت	تعداد منبع تجدید پذیر	زمان حل (ثانیه)
۱۰	۲۰	۳	۳
۱۵	۳۰	۴	۱۸
۸۰	۴۰	۴	۳۲۰
۸۳	۵۰	۴	۴۸۰
۸۰	۷۵	۵	۱۸۰۰
۶۹	۱۰۰	۵	۴۲۰۰
۳۴	۱۵۰	۳۲	۷۰۰۰

برای نمونه نمودارهای تابع هزینه بر حسب زمان مربوط به مسائل ۵۰ و ۱۰۰ فعالیتی در شکل‌های (۷) و (۸) آورده شده است:



شکل ۷: نمودار تابع هزینه بر حسب زمان برای پروژه دارای ۵۰ فعالیت و ۴ منبع تجدیدپذیر



شکل ۸: نمودار تابع هزینه بر حسب زمان برای پروژه دارای ۱۰۰ فعالیت و ۵ منبع تجدیدپذیر

نتیجه‌گیری

در این مقاله سعی بر این بوده است که با اضافه کردن اصول زنجیره بحرانی به زمانبندی پروژه روشی ارائه شود که توانایی مقابله با عدم قطعیت‌های پیش روی پروژه را داشته باشد. برای این کار ابتدا تغییراتی در روش زنجیره بحرانی ایجاد شده است. تغییر اول این است که در روش استفاده شده در این مقاله زمان محتمل جایگزین زمان انجام فعالیت شده است. تغییر بعدی این است که در روش زنجیره بحرانی تمام فعالیت‌ها در دیرترین زمان ممکن برنامه‌ریزی می‌شوند، اما در این تحقیق برای استفاده از شناوری فعالیت‌ها در زودترین زمان ممکن برنامه‌ریزی شده‌اند. برای محاسبه بافر تغذیه نیز از این روش استفاده شده است که بخشی از بافر تغذیه که با شناوری فعالیت‌ها برابری می‌کند حذف شده و باقی آن در انتهای پروژه اضافه گردیده است. تابع هدف متناسب با این روش دارای سه مقدار زمان اتمام آخرین فعالیت، بافر پروژه و بافر تغذیه نهایی است. این موضوع باعث می‌شود که وقتی الگوریتم اقدام به حل مدل مربوط به این روش می‌کند، برای کوتاه کردن زمان اتمام پروژه زنجیره بحرانی را کوتاه نکند. چرا که در تابع هدف هم بافر مربوط به فعالیت‌های بحرانی که همان بافر پروژه می‌باشد قرار داده شده است و هم بافر مربوط به فعالیت‌های غیر بحرانی که همان بافر تغذیه است. این موضوع باعث ایجاد توازن بین فعالیت‌های بحرانی و فعالیت‌های غیر بحرانی می‌گردد.

الگوریتم استفاده شده برای حل مدل ارائه شده در این تحقیق الگوریتم ژنتیک است. برای استفاده از این الگوریتم در این تحقیق تغییراتی در عملگرهای آن ایجاد گردیده است تا توانایی حل این مدل را داشته باشد. دلیل انتخاب این الگوریتم نیز این بوده است که این الگوریتم برای حل مسائلی که دارای متغیرهای گسسته هستند از کارایی مناسبی برخوردار است. ماهیت متغیرهای مدل ارائه شده در این تحقیق نیز گسسته بوده و انطباق لازم با این الگوریتم را داراست.

پیشنهادات برای تحقیقات آتی

- در تحقیق انجام گرفته از مفروضات ساده سازی استفاده شده است تا به نوشته شدن مدل کمک کند. در تحقیقات آتی این مفروضات می توانند حذف شوند. برای مثال می توان این تحقیق را در فضای چند مدی انجام داد و یا اینکه مصرف منابع نیز غیر قطعی در نظر گرفته شود.
- برای محاسبه بافر در این پایان نامه از روشی که در این مقاله شرح داده شده است استفاده شده است. برای محاسبه بافر روش های مختلفی وجود دارد که هر کدام از این روش ها می تواند جایگزین این روش شود.
- برای محاسبه بافر تغذیه در این تحقیق از روشی استفاده شده است که در آن شناوری و بافر تغذیه برای تک تک فعالیت های غیر بحرانی محاسبه می شود. در تحقیقات آتی می توان به جای تک تک فعالیت ها شناوری و بافر را برای یک مسیر غیر بحرانی محاسبه نمود و آن را مبنای محاسبه قرار داد.
- برای حل مدل ارائه شده در این تحقیق از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است که یکی از الگوریتم های فراابتکاری دیگر می تواند جایگزین آن شود.

منابع

- رضائیان، جواد و شفیع پور عمرانی، مسعود و عبدالله پور، سنا. الگوریتم‌های فراابتکاری و کاربردهای آن، انتشارات جهاد دانشگاهی، مازندران، ۱۳۹۳.
- گلدرات، الیا هو.م. زنجیر بحرانی، ترجمه داریوش نقشینه و نوشین آشوری، نشر آوین، ۱۳۸۵.
- Bie, L., Cui, N. and Zhang, X. Buffer Sizing Approach with Dependence Assumption between Activities in Critical Chain Scheduling, *International Journal of Production Research*, 2012.
- Bevilacqua, M., Ciarapica, F. E. and Giacchetta, G. Critical Chain and Risk Analysis Applied to High-risk Industry Maintenance: A Case Study, *International Journal of Project Management*, 2009.
- Blackstone Jr, J. H., Cox, J. F. and Schleier Jr, J. G. A Tutorial on Project Management from a Theory of Constraints Perspective, *International Journal of Production Research*, 2009.
- Blazewich, J., Lenstra, J. and Kan A. R. *Scheduling subject to resource constraints – classification and complexity*, *Discrete Applied Mathematics*, 1983.
- Goldratt, E. M. () *Critical Chain*, Great Barrington, MA: North River, 1997.
- Elmaghraby, S. E. E., Herroelen, W. S. and Leus, R. Note on the paper Resource constrained project scheduling using enhanced theory of constraints, *International Journal of Project Management*, 2003.
- Gong, C. and Qing. The Study on Setting Method of Project Buffers in a Critical Chain, *International Conference on E-Business and E-Government*, IEEE Computer Society, 2010.
- Herroelen, W., and Leus, R. On the Merits and Pitfalls of Critical Chain Scheduling, *Journal of Operations Management*, 2001.
- Leach, L. P. *Critical Chain Project Management Improves Project Performance*, *Project Management Journal*, 1999.
- Leach, L. P. *Critical Chain Project Management*, 2nd ed. London: Artech House Inc. 2005.

Ma, G., Li, L. and Chen, Z. *Research on the Buffer Sizing Approach in Critical Chain Scheduling in Perspective of Flexible Management*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012.

Newbold, R. C. *Project Management in the Fast Lane: Applying the Theory of Constraints*, (Vol. 6), CRC Press, 1998.

Peng, W. and Huang, M. A critical chain project scheduling method based on a differential evolution algorithm, *International Journal of Production Research*, 2013.

Rabbani, M., Fatemi Ghomi, S. M. T., Jolaia, F. and Lahijia, N. S. A New Heuristic for Resource-constrained Project Scheduling in Stochastic Networks Using Critical Chain Concept, *European Journal of Operational Research*, 2007.

Rand, G. K. *Critical Chain: The Theory of Constraints Applied to Project Management*, *International Journal of Project Management*, 2000.

Steyn, H. *Project Management Applications of the Theory of Constraints beyond Critical Chain Scheduling*, *International Journal of Project Management*, 2002.

Tukel, O. I., Rom, W. O. and Eksioglu, S. D. An Investigation of Buffer Sizing Techniques in Critical Chain Scheduling, *European Journal of Operational Research*, 2006.

Wei, C. C., Liu, P. H. and Tsai, Y. C. Resource-constrained Project Management Using Enhanced Theory of Constraint, *International Journal of Project Management*, 2002.

Yang, L., et al. A Buffer Sizing Approach in Critical Chain Scheduling with Attributes Dependent, *Journal of Industrial Engineering and Management*, 2008.

Yu, J., Xu, Z. and Hu, C. *Buffer Sizing Approach in Critical Chain Project Management under Multi-resource Constraints*, 6th International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering, 2013.

Zhang, J., Song, X., Diaz, E. Project buffer sizing of a critical chain based on comprehensive resource tightness, *European Journal of Operational Research*, 2016.