

## مدل تعیین قیمت وارانتي PRW با خریداران ريسک‌گريز

مهدی نصراللهی<sup>\*</sup>، عزت‌ا... اصغری زاده<sup>۲</sup>

۱. استادیار گروه مدیریت صنعتی دانشکده علوم اجتماعی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

۲. دانشیار دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

پذیرش: ۹۴/۱۲/۵

دریافت: ۹۳/۱۱/۵

### چکیده

امروزه تعداد بسیار زیادی از محصولات با وارانتي‌های گوناگون به فروش می‌روند و وارانتي‌ها در موفقیت محصولات بازارهای رقابتي یک نقش اساسی ایفا می‌کنند. در این مطالعه مدلی برای تعیین قیمت بهینه وارانتي تسهیم هزینه با دوره ثابت ارائه شده است. در طراحی این مدل، نرخ هزینه‌های اصلاح محصول در طول دوره وارانتي تحت تأثیر نرخ تورم و بهره قرار داشته و خریداران در مقابل هزینه‌های آتی اصلاح محصول رفتاری ريسک‌گريز دارند. هزینه هر شکست به‌عنوان متغیری تصادفی در نظر گرفته شده و نرخ شکست محصولات نیز تابعی از زمان است. با به‌کارگیری تابع مطلوبیت نمایی مدلی برای تعیین قیمت بهینه وارانتي از دیدگاه خریداران ريسک‌گريز ارائه شد. در پایان نیز اعتبارسنجی مدل به کمک یک مثال عددی و با در نظر گرفتن عواملی مانند ترجیحات ريسک خریدار، تصور خریدار از نرخ شکست محصول، هزینه اصلاح محصول از سوی خریدار و ... انجام شد.

واژه‌های کلیدی: وارانتي PRW، ترجیحات ريسک، قیمت وارانتي، نرخ شکست محصول، هزینه‌های اصلاح.

### ۱- مقدمه

در حال حاضر وارانتي‌ها جزء جدایی‌ناپذیر تمامی محصولات می‌باشند و معمولاً محصولات از طرف تولیدکننده یا عرضه‌کننده همراه با وارانتي ارائه می‌شوند، به‌طوری که قطعه یا محصول خراب با یک قطعه یا محصول سالم جایگزین شده و یا تعمیر می‌شود. وارانتي تعهدی است

همراه با محصولات که تولیدکنندگان (فروشنندگان) را ملزم می‌کند تا در صورت توانایی نداشتن محصولات برای اجرای وظایف از پیش تعیین شده طی یک دوره زمانی مشخص به‌نحوی به جبران شکست بپردازند [۱، ص ۱۲۸۵]. البته وارانتهی محصول یکی از عوامل مؤثر در تصمیم‌گیری مشتریان برای خرید است. از دیدگاه خریداران، وارانتهی محافظ آنان در زمان استفاده از محصول است [۲، ص ۱۷۵۷]. مشتریان در هنگام انتخاب از میان چند محصول که ویژگی‌های مشابه دارند، معمولاً محصولی را بر می‌گزینند که وارانتهی بهتری دارد [۳، ص ۴۵۸]. بنابراین قیمت وارانتهی و طول دوره وارانتهی دو متغیر تصمیم تأثیرگذار در سیاست وارانتهی تولیدکننده هستند.

پیشنهادهای متفاوت وارانتهی را سیاست وارانتهی نامیده‌اند که براساس هزینه وارانتهی و هزینه‌های تحمیلی به تولیدکننده و خریدار به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند: تعویض/ تعمیر رایگان، تسهیم هزینه و ترکیبی. به‌علاوه براساس دوره زمانی وارانتهی نیز می‌توان دو سیاست دوره ثابت و دوره تجدیدپذیر را متمایز کرد [۴، ص ۱۳۹].

در این مقاله مدلی برای تعیین قیمت وارانتهی به‌وسیله تولیدکننده ارائه می‌شود؛ زیرا که طول دوره وارانتهی به‌طور عمده تحت تأثیر عوامل بیرونی بوده و مواردی مانند قوانین دولتی و استراتژی‌های رقبا در تعیین آن نقش اساسی دارند. اگرچه از زمان مطرح شدن مدل‌های وارانتهی تاکنون مطالعات بسیار زیادی در این حوزه صورت گرفته است، اما مطالعات مرتبط با وارانتهی PRW و به‌ویژه ترجیحات ریسک هنوز جایگاه محدودی در طراحی مدل‌های وارانتهی در مقایسه با سایر رویکردهای وارانتهی دارند. در زمان ارائه هر یک از انواع سیاست‌های وارانتهی، تولیدکننده و خریدار با عدم اطمینان‌هایی مواجه هستند. مهم‌ترین عدم اطمینان تولیدکننده ریسک، مقبول بودن قیمت وارانتهی از دیدگاه خریدار است و خریدار نیز در خصوص مفید بودن خرید محصول به همراه وارانتهی دچار عدم اطمینان می‌باشد.

پیش‌بینی تعداد شکست‌های زیاد محصول خریدار را تشویق می‌کند تا مبلغ بیشتری را برای وارانتهی بپردازد و تولیدکننده نیز می‌تواند قیمت بالاتری را برای وارانتهی تعیین کند. به‌علاوه چنانچه هزینه‌های خریدار به ازای هر شکست محصول در صورت وارانتهی نبودن زیاد باشد، وی ترغیب می‌شود تا وارانتهی را خریداری کند. بنابراین برای تعیین قیمت وارانتهی براساس مدل پیشنهادی، عوامل زیر در نظر گرفته شده‌اند:

۱- ترجیحات ریسک خریدار؛

۲- ادراک خریدار در خصوص نرخ شکست محصول؛

۳- هزینه اصلاح محصول بدون وارانتهی از سوی خریدار.

ساختار کلی مقاله به شکل زیر است: در بخش دوم مروری کلی بر مطالعات پیشین انجام شده است. بخش سوم مقاله به بررسی مدل کلی وارانتهی PRW اختصاص پیدا کرده است. در بخش چهارم، روش پژوهش به همراه نمادها و پیش‌فرض‌های استفاده شده در مطالعه و نیز پایه‌های مدل مورد نظر ارائه شده‌اند. بخش پنجم مدل ریاضی طراحی شده را نشان می‌دهد و در بخش ششم نیز اعتبارسنجی مدل به کمک مثال عددی انجام می‌شود.

## ۲- پیشینه پژوهش

مطالعه وارانتهی شامل مفاهیم گوناگون از علوم مختلف (مانند مهندسی، حسابداری، بازاریابی، حقوق، و ...) می‌باشد. به دلیل وجود این تنوع وارانتهی محصول مورد توجه محققان علوم مختلف بوده است [۵، ص ۲۳۵]. انواع بسیار متفاوتی از سیاست‌های وارانتهی برای محصولات نو و کارکرده مورد مطالعه قرار گرفته و پیشنهاد شده‌اند. گروهی از محققان در مطالعه‌ای یک طبقه‌بندی برای سیاست‌های وارانتهی محصولات نو پیشنهاد کرده‌اند [۶، ص ۲۳۶]. در مطالعه دیگری محققان به ارائه یک طبقه‌بندی از سیاست‌های وارانتهی برای محصولات کارکرده پرداخته‌اند [۷، ص ۱۱۴۸].

پیش‌بینی شکست‌ها، مدلسازی هزینه‌های وارانتهی و تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان برای وارانتهی یک بعدی (با در نظر گرفتن کارکرد یا زمان به‌تنهایی) مورد توجه بسیاری از پژوهشگران بوده است. مدلسازی هزینه‌های وارانتهی از دیدگاه مهندسی نیز به‌طور کامل از سوی برخی محققان بررسی شده است [۸، ص ۶۰۰]. اولین مدل‌های احتمالی هزینه وارانتهی برای سیاست‌های پرداخت جریمه در سال‌های ۱۹۶۲ و ۱۹۶۸ توسعه داده شدند. توسعه مدل‌های ریاضی برای سیاست‌های متفاوت وارانتهی و با در نظر گرفتن مفروضات متفاوت تا به امروز ادامه داشته است. نخستین مرور جامع بر مدل‌های ریاضی وارانتهی را می‌توان در سال ۱۹۹۲ مشاهده کرد [۹، ص ۲۶۳]. در این مطالعه مدل‌های ریاضی برای سیاست‌های پایه‌ای وارانتهی یک بعدی و دو بعدی از دیدگاه تولیدکننده و مشتری ارائه شدند. در سال ۲۰۰۶ مدلی



برای تعیین دوره بهینه وارانته‌ی محصولات غیر قابل تعمیر تحت سیاست ترکیبی تعویض رایگان و تسهیم هزینه (FRW/ PRW) ارائه شد [۸، ص ۱۲۸۷]. در این مطالعه با ارائه مثال‌های عددی و با در نظر گرفتن زمان شکست محصول و کاربرد توزیع نمایی و وایبول مشخص شد که سیاست ترکیبی FRW/ PRW تجدید شونده نتایج بهتری در مقایسه با سیاست تجدید شونده ساده به دنبال خواهد داشت. مدل‌های ریاضی برای برآورد هزینه‌های سیاست وارانته‌ی دوره عمر<sup>۱</sup> در سال ۲۰۰۸ ارائه شد [۱۰، ص ۵۲۵].

در یک مطالعه برای قیمت‌گذاری قراردادهای تعمیر سرویس کامل با مشتریان ریسک‌گریز مدلی ارائه شده است. این مدل یک پورترفولیوی بهینه از قراردادهای سرویس کامل را پیشنهاد می‌کند. با در نظر گرفتن نرخ خرابی به‌عنوان رویدادهای پواسونی و تصادفی بودن هزینه شکست‌ها، قیمت سرویس کامل مشخص شده است [۱۱، ص ۱۱۶]. هدف از مطالعه‌ای دیگر، بررسی علل تمایل مصرف‌کنندگان به خرید وارانته‌های توسعه یافته با وجود قیمت بالای آنها بوده است. نقش ترجیحات ریسک و اهمیت نسبی آن مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن رفتار ریسک‌گریز منجر به تعیین قیمت‌های نادرست برای وارانته‌ی می‌شود [۱۲، ص ۹۰]. در سال ۱۹۹۵ چان و تانگ مدلی برای سیاست وارانته‌ی تعویض رایگان با دوره ثابت ارائه دادند تا برای یک دوره وارانته‌ی مشخص، قیمت بهینه وارانته‌ی را تعیین کند. در این مدل نرخ شکست محصول و هزینه تعمیر ثابت در نظر گرفته شده و تولیدکننده و مشتری نیز ریسک‌گریز فرض شده‌اند [۱۳، ص ۱۰۳]. رحمان و چاتوپادهای نیز در سال ۲۰۱۰ مقاله‌ای با عنوان تعیین ریسک‌های تولیدکننده و خریدار برای سیاست‌های وارانته‌ی دوره عمر با در نظر گرفتن عدم اطمینان‌های دوره عمر ارائه نمودند. نویسندگان در این مطالعه سعی کردند ترجیحات ریسک تولیدکننده و مصرف‌کننده را به وسیله در نظر گرفتن عدم اطمینان‌های دوره وارانته‌ی در سیاست وارانته‌ی دوره عمر مشخص نمایند. با استفاده از تابع مطلوبیت نمایی<sup>۲</sup> مدل‌های تصمیم‌گیری حداکثرسازی معادله سود تولیدکننده توسعه داده شدند. درنهایت نیز با به‌کارگیری تابع مطلوبیت تولیدکننده برای سود و تابع مطلوبیت خریدار برای هزینه‌های تعمیر، مدل‌های ترجیحات ریسک با هدف یافتن قیمت بهینه وارانته‌ی ایجاد شدند [۱۴، ص ۲۰۴].

### ۳- وارانتهی PRW

در این مطالعه هزینه تحمیل شده به مشتری در طول دوره وارانتهی بابت انجام اصلاح، تابعی خطی از زمان فرض می‌شود. در مطالعات پیشین [۳، ص ۴۵۹؛ ۱۵، ص ۳۳۳؛ ۱۶، ص ۱۰۹؛ ۱۷، ص ۹۶۳] کل هزینه‌ای که در سیاست PRW برای تعمیر/ تعویض محصول به تولید کننده تحمیل می‌شود، تابعی از زمان بروز شکست و هزینه انجام اصلاح از سوی تولید کننده بوده و به شکل رابطه ۱ محاسبه می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} c_m \left(1 - \frac{x}{W}\right) & 0 \leq x < W \\ \cdot & x \geq W \end{cases} \quad (1)$$

بنابراین چنانچه هر بار اصلاح یک محصول برای تولیدکننده برابر  $c_m$  باشد، خریدار باید براساس مفاد قرارداد وارانتهی PRW بخشی از این هزینه اصلاح را که معادل  $(c_m - C_t)$  است، به تولید کننده پرداخت کند و تولیدکننده نیز تنها تأمین مبلغ  $C_t$  را بر عهده داشته باشد. در نتیجه هزینه مورد انتظار تولیدکننده بابت وارانتهی به ازای هر واحد محصول در طول دوره وارانتهی را می‌توان از رابطه ۲ به دست آورد.

$$E[C_m(W; C_t)] = c_m [F(W) - \mu_W / W] \quad (2)$$

به طوری که داریم  $\mu_W = \int_0^W x dF(x)$  و هزینه مورد انتظار خریدار به ازای هر واحد براساس رابطه ۳ خواهد بود:

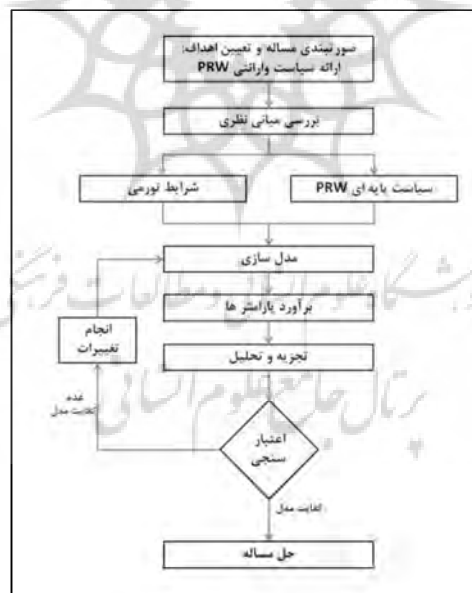
$$E[C_b(W)] = C_w + c_m [\mu_W / W - F(W)] \quad (3)$$



## ۴- روش‌شناسی پژوهش

### ۴-۱- روش تحقیق

روش تحقیق در حقیقت یک استراتژی است که حاوی پیش‌فرض‌های فلسفی طرح تحقیق و نیز چگونگی گردآوری داده‌ها است. روش تحقیق این مطالعه براساس طبقه‌بندی واکر از نوع روش‌های تحقیق تحلیلی و به‌طور دقیق‌تر تحقیق تحلیلی ریاضی می‌باشد [۱۸، ص ۳۷۳]. از سوی دیگر می‌توان تحقیقات را براساس هدف به سه دسته تقسیم کرد: اکتشافی، توصیفی و تبیینی. این تحقیق از نظر هدف یک تحقیق اکتشافی است و از نظر گردآوری داده‌ها توصیفی است، زیرا که به توصیف روابط میان متغیرها می‌پردازد [۱۹، ص ۴۰۰]. در این پژوهش به دلیل ماهیت پیچیده پدیده مورد مطالعه و ناشناخته بودن این پدیده، نخست براساس بررسی و مرور مبانی نظری تحقیق، فرایند مدلسازی برای وارانته در شکل‌های گوناگون آن را مشخص کرده سپس با توجه به مدل‌های مطالعه شده و شرایط حاکم بر مسئله مورد بررسی، مدلی برای دستیابی به هدف تحقیق ارائه می‌شود. شکل ۱ مراحل کلی انجام این فرایند را نشان می‌دهد.



شکل ۱ فرایند اجرای تحقیق

#### ۴-۲- نمادها

- $F(x)$ : تابع توزیع تجمعی برای اولین زمان شکست؛
- $R(x)$ : تابع قابلیت اطمینان (احتمال اینکه اولین شکست قبل از  $x$  رخ ندهد) برای اولین زمان شکست؛
- $f(x)$ : تابع چگالی برای اولین زمان شکست؛
- $\lambda$ : پارامتر مقیاس توزیع خرابی محصول؛
- $\beta$ : پارامتر شکل در توزیع وایبول؛
- $W$ : طول دوره وارانتی؛
- $M(W)$ : تعداد نوسازی‌ها در طول دوره وارانتی؛
- $n$ : تعداد شکست‌های محصول؛
- $C_p$ : کل هزینه تولید به ازای یک واحد محصول؛
- $C_t$ : کل هزینه تحمیلی به تولیدکننده در هر بار شکست محصول تحت سیاست وارانتی تسهیم هزینه؛
- $E(c) = \bar{c}$ : هزینه مورد انتظار هر عملیات اصلاحی؛
- $\gamma$ : پارامتر هزینه اصلاح در توزیع نمایی؛
- $f$ : نرخ افزایشی هزینه‌ها به دلیل تورم یا سایر عوامل؛
- $d$ : نرخ بهره؛
- $I$ : خالص نرخ نهایی افزایش یا کاهش قیمت‌ها ( $I=f-d$ )؛
- $N_b[W]$ : تعداد ادعاهای معتبر به وسیله خریدار برای هر محصول؛
- $E[N_b(W)]$ : تعداد مورد انتظار شکست‌های هر محصول برای خریدار در طول دوره وارانتی؛
- $U_b(X)$ : تابع پیوسته مطلوبیت خریدار برای هزینه تعمیر  $X$ ؛
- $U_b$ : تابع تجمعی مطلوبیت که نشان‌دهنده ترجیحات کلی ریسک خریدار به‌طور کلی می‌باشد؛
- $A_b(t)$ : نرخ شکست هر محصول برای خریدار در طول دوره وارانتی؛
- $c_b$ : هزینه اصلاح (تعمیر) در هر بار خرابی محصول برای خریدار چنانچه محصول دارای وارانتی نباشد؛



$C_m$ : هزینه اصلاح (تعمیر یا تعویض) در هر بار خرابی برای تولیدکننده که هزینه واقعی اصلاح محصولات تحت پوشش وارانتهی می‌باشد؛  
 $x$ : زمان بروز شکست محصول؛  
 $C_W$ : قیمت وارانتهی که به‌وسیله تولیدکننده در زمان خرید محصول تعیین و پیشنهاد می‌شود.

#### ۳-۴- پیش‌فرض‌ها

طراحی مدل‌های ریاضی نیازمند در نظر گرفتن مفروضاتی برای محدود کردن دامنه مدل مورد بررسی و امکان‌پذیر کردن حل آن است. مدل‌های وارانتهی نیز به‌طور عمده براساس ساده‌سازی و قبول فرضیه‌ها مانند آنچه در ادامه می‌آید، شکل می‌گیرند. هر چند حذف یک یا چند پیش فرض زیر امکان‌پذیر است، اما می‌تواند به افزایش پیچیدگی‌ها در تجزیه و تحلیل مدل منجر شود. تجزیه و تحلیل چنین مدل‌هایی در برخی موارد ناممکن می‌شود. پیش‌فرض‌های مورد نظر به شرح زیر هستند:

- ۱- شکست محصولات مستقل از یکدیگر رخ می‌دهند؛
- ۲- شکست محصولات تابعی از عمر آنها است؛
- ۳- شکست یک محصول منجر به بروز ادعای وارانتهی شده و فرض می‌کنیم تمام ادعاها نیز صحیح هستند؛
- ۴- برای اصلاح محصولات تمام قطعات معیوب با قطعات نو تعویض می‌شوند؛
- ۵- زمان مورد نیاز برای انجام تعویض در مقایسه با میانگین زمان بین شکست‌ها ناچیز بوده و قابل نادیده گرفتن است؛
- ۶- شکست‌ها در طول دوره وارانتهی در سطح سیستم (محصول) مدلسازی می‌شوند؛
- ۷- هزینه‌های اصلاح در طول دوره وارانتهی ثابت نیستند و تحت تأثیر نرخ تورم و بهره قرار دارند؛

۸- خریدار ریسک‌گریز: تابع مطلوبیت خریدار  $U_b(X)$  برای هزینه تعمیر  $X$  محدب (ریسک‌گریز) بوده و به طور اکید نزولی است، زیرا خریدار هزینه کمتر را به هزینه بیشتر ترجیح می‌دهد. بنابراین از نامعادله جنسن پیروی می‌کند که اگر  $X$  میانگین متناهی داشته باشد، آنگاه:



$$\left[ x_1 < x_2 \right] \leftrightarrow \left[ U_b(x_1) > U_b(x_2) \right] \text{ و } E[U_b(X)] < U_b[E(X)] \quad \varepsilon$$

#### ۴-۴- مدلسازی هزینه‌های اصلاح

به‌طور کلی هزینه‌های اصلاح ( $c$ ) متغیر تصادفی می‌باشند، زیرا شکست یک محصول در نتیجه شکست یک یا چند جز آن رخ می‌دهد و هزینه تعمیر یا تعویض برای اجزای مختلف متفاوت است.  $G(c)$  و  $g(c)$  به ترتیب تابع توزیع تجمعی و تابع چگالی احتمال برای هزینه‌های اصلاح محصول در طول دوره وارانتی را نشان می‌دهند و داریم:

$$G(c) = P\{R \leq c\} \quad (5)$$

بنابراین هزینه مورد انتظار هر عملیات اصلاحی،  $E(c) = \bar{c}$  از رابطه ۶ به دست می‌آید:

$$E(c) = \bar{c} = \int_0^{\infty} c g(c) dc \quad (6)$$

با هدف ساده‌سازی مدل، در اینجا فرض می‌شود که هزینه اصلاح دارای توزیع نمایی با پارامتر  $\gamma$  می‌باشد. این توزیع در بیشتر محصولات ساده برقرار است. در توزیع نمایی با پارامتر  $\gamma$  می‌توان  $G(c)$  را با رابطه ۷ نشان داد.

$$G(c) = 1 - e^{-\gamma c} \quad (7)$$

بنابراین هزینه مورد انتظار هر عملیات اصلاح با پارامتر هزینه  $\gamma$  به صورت زیر خواهد بود:

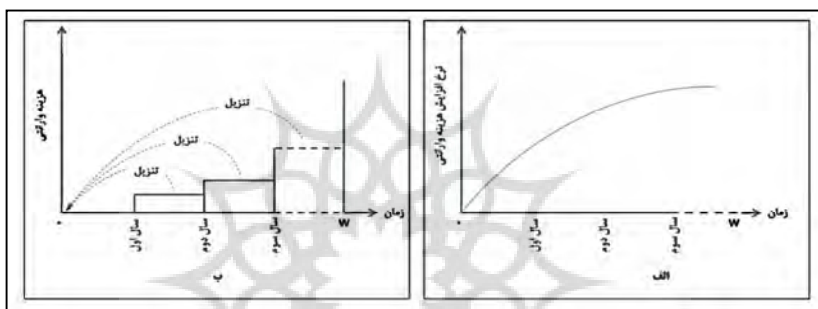
$$\bar{c} = \frac{1}{\gamma} \quad (8)$$

برای دوره‌های وارانتی طولانی می‌توان روند هزینه و نیز عامل تورم و بهره (ارزش زمانی پول) را نیز در مدل قرار داد.



#### ۴-۵- بررسی اثر نرخ تورم و بهره بر هزینه‌های وارانتهی

برای محصولات که دوره عمر و دوره وارانتهی طولانی‌تری دارند (مانند خودروها) به دلیل وجود عدم اطمینان‌های مرتبط با هزینه‌ها، کل هزینه وارانتهی در طول دوره‌های زمانی طولانی نامشخص خواهد بود. اگر دوره وارانتهی طولانی باشد (بیشتر از یک سال)، هزینه‌های آتی تحت تأثیر هزینه‌های نیروی کار، تورم و کاهش ارزش زمانی پول قرار می‌گیرند. این موضوع را می‌توان در شکل ۲ مشاهده کرد:



شکل ۲- الف: آثار نرخ تورم و بهره بر هزینه‌های وارانتهی در دوره‌های طولانی؛ ب: آثار تنزیل هزینه‌های وارانتهی در دوره‌های طولانی

برای تورم با نرخ  $f$  عامل تورم زمانی دنباله‌دار برای دوره زمانی  $W$  برابر  $e^{fW}$  خواهد بود. به این ترتیب چنانچه هزینه یک قطعه در زمان  $W=0$  برابر  $C$  باشد، آن‌گاه در زمان  $W$  هزینه‌ای برابر  $Ce^{fW}$  خواهد داشت [۲۰، ص ۶۳].

برای نرخ بهره  $d$  (که بیانگر ارزش زمانی پول است) عامل ارزش فعلی پول در زمان  $W$  برابر  $e^{-dW}$  است. از این رو ارزش فعلی محاسبه شده با تورم  $Ce^{fW}$  (عامل تورم خالص) به وسیله  $e^{-dW} Ce^{fW}$  بیان خواهد شد. برای محصولی با قیمت اولیه  $C$  (واحد محصول/ واحد پول) ارزش فعلی قیمت تورمی در زمان  $W=0$  که با  $C_0$  نشان داده می‌شود، برابر است با:

$$C_0 = Ce^{(f-d)W} = Ce^{IW} \quad , \quad I = f - d \quad (9)$$

که در این رابطه  $C$  در طول دوره  $W$  دچار تورم شده و به  $Ce^{dW}$  تبدیل شده است و در ضمن  $e^{dW}$  نیز عامل تنزیل بوده است که ارزش آتی محصول را به ارزش فعلی آن تبدیل می‌کند. در نتیجه  $I$  بیانگر ارزش فعلی نرخ تورم می‌باشد [۲۰، ص ۶۴؛ ۲۱، ص ۸۱۴؛ ۲۲، ص ۱۲۶].

حالا اگر تعداد شکست‌های مورد انتظار در سال  $i$  و نیز هزینه مورد انتظار هر شکست در سال  $i$  را نیز به ترتیب با  $E(N_i)$  و  $E(C_i)$  نشان دهیم، آنگاه ارزش فعلی کل هزینه مورد انتظار برای وارانته را می‌توان با رابطه ۱۰ نشان داد:

$$E(C) = \sum_{i=1}^W E(N_i) E(C_i) e^{li} \quad (10)$$

که این هزینه براساس سیاست  $PRW$  میان تولیدکننده و مشتری تقسیم خواهد شد. از آن جایی که در نظر گرفتن نرخ تورم و تنزیل موجب افزایش پیچیدگی‌های مدل می‌شود، بنابراین در بسیاری از مطالعات به منظور ساده‌سازی مدل، معمولاً نرخ تورم و تنزیل برابر در نظر گرفته می‌شود و در نتیجه عامل تورم در مدل بالا به یک تبدیل می‌شود. این فرض برای محصولاتی که دوره عمر و وارانته کوتاهی دارند (معمولاً کمتر از یک سال) واقعی است؛ اما محصولاتی که دوره وارانته طولانی‌تری دارند تحت تأثیر نرخ تورم و نیز تغییر ارزش زمانی پول قرار می‌گیرند و از این رو رابطه ۱۰ می‌تواند به واقعیت نزدیک‌تر باشد.

## ۵- مدل ریاضی تعیین قیمت وارانته

بر مبنای مفروضات بالا و با در نظر گرفتن تصادفی بودن مقدار هزینه‌های اصلاح محصول و نیز وارد نمودن تأثیر نرخ تورم و تنزیل، مدلی برای تعیین قیمت وارانته ( $C_W$ ) در طول دوره وارانته ( $0, W$ ) ارائه می‌شود که در آن تمامی شکست‌های محصول با دریافت بخشی از هزینه از خریدار توسط تولیدکننده اصلاح می‌شود. در زمان تعیین ارزشمند بودن خرید وارانته  $PRW$ ، خریدار نخس کل هزینه تعمیر محصول در صورت وارانته نبودن  $N_b(W)C_b$  را برآورد می‌کند و سپس آن را با قیمت وارانته تعیین شده به علاوه هزینه‌های تحمیلی مطابق مفاد وارانته براساس مطلوبیت مورد انتظار مقایسه می‌کند. چنانچه  $C_b$  ثابت باشد، هزینه کل



تعمیر برای خریدار با  $N_b(W)c_b$  مشخص می‌شود که این هزینه براساس نرخ شکست محصول ادراک شده  $(A_b(x))$  برآورد می‌شود. هر چه خریدار نرخ شکست را بیشتر برآورد کند، احتمال اینکه وارانتی محصول را بخرد، بیشتر می‌شود.

در صورتی که هزینه تعمیر در طول دوره وارانتی ثابت نبوده و براساس نرخ تورم و بهره تغییر کند، آنگاه نرخ تورم و بهره نیز علاوه بر نرخ شکست محصول بر تصمیم خریدار برای خرید یا عدم خرید وارانتی تأثیر خواهند گذاشت. به این ترتیب که برآورد ارزش فعلی هزینه‌های احتمالی شکست‌ها در صورت عدم خرید وارانتی با ارزش فعلی قیمت وارانتی و سهم خریدار در هزینه‌های اصلاح محصول دارای وارانتی مقایسه شده و تصمیم نهایی براساس نرخ شکست و ارزش فعلی هزینه‌های اصلاح تعیین می‌شود.

فرض کنید  $n_b^*$  نشان‌دهنده تعداد شکست‌های محصول در زمانی باشد که خریدار براساس مطلوبیت مورد انتظار میان قیمت وارانتی به‌علاوه ارزش فعلی هزینه‌های سهم خریدار در سیاست وارانتی تسهیم هزینه  $e^{IW}(c_m - c_t)N_b(W)$  و کل ارزش فعلی هزینه تعمیر  $e^{IW}r_b N_b(W)$  بی‌تفاوت باشد. معادل قطعی مفهوم مشابه را با آنچه گفته شد می‌توان در [۲۳، ص ۳۰۰] مشاهده کرد. براساس تعریف، معادل قطعی مورد نظر برای  $C_w$  برابر  $[e^{IW}c_b N_b(W)] - [e^{IW}(c_m - c_t)N_b(W)]$  خواهد بود به نحوی که تصمیم گیرنده میان  $C_w$  و  $[e^{IW}c_b N_b(W)] - [e^{IW}(c_m - c_t)N_b(W)]$  بی‌تفاوت است. بنابراین با فرض  $c_c = c_b - (c_m - c_t)$  داریم:

$$U_b = E\{U_b[e^{IW}c_c N_b(W)]\} \quad (11)$$

$$E\{U_b[e^{IW}c_c N_b(W)]\} = \sum_{n_b^*=0}^{\infty} U_b(e^{IW}c_c n_b^*)p(N_b(W) = n_b^*) \quad (12)$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$U_b(C_w) = E\{U_b[e^{IW}c_b N_b(W)]\} = \sum_{n_b^*=0}^{\infty} U_b(e^{IW}c_c n_b^*)p(N_b(W) = n_b^*) \quad (13)$$

اما در زمانی که شکست‌های محصول تحت فرایند ناهمگن پواسان<sup>۲</sup> باشند، در نتیجه وابسته

به زمان خواهند بود و معادله زیر برقرار می‌شود:

$$Prob[N_b(W) = n_b^*] = \frac{\{\int_0^W \Lambda_b(x) dx\}^{n_b^*} \cdot e^{-\int_0^W \Lambda_b(x) dx}}{n_b^*!} \quad (۱۴)$$

$\Lambda_b(x)$  تابع نرخ شکست تخمینی خریدار است. شکست‌ها به‌عنوان فرایند ناهمگن پواسان مدل‌سازی می‌شوند، زیرا رخ دادن شکست‌ها برای بیشتر محصولات وابسته به زمان و عمر محصول است. بنابراین با افزایش عمر محصولات، تعداد شکست‌ها نیز افزایش پیدا می‌کند. یکی از اشکال  $\Lambda_b(x)$  با استفاده از فرایند ناهمگن پواسان با  $F(x) = 1 - \exp[-(\Lambda_b(x))^{\beta_b}]$  را می‌توان این‌گونه بیان کرد:

$$\Lambda_b(x) = \lambda_b \beta_b (x)^{(\beta_b - 1)} \quad (۱۵)$$

در این رابطه  $\beta_b > 1$  پارامتر شکل<sup>۴</sup> و  $\lambda_b > 1$  مشخصه معکوس عمر<sup>۵</sup> (مقیاس) هستند. این رابطه تابعی افزایشی از زمان یا عمر ( $x$ ) است. باید دانست که این رابطه به نرخ شکست توزیع وایبول<sup>۶</sup> مرتبط می‌شود. فرض می‌کنیم ریسک‌گریزی خریدار با تابع مطلوبیت نمایی به شکل رابطه ۱۶ نشان داده می‌شود:

$$U_b(Y) = e^{r_b Y}, \quad r_b > 0 \quad (۱۶)$$

به‌طوری که  $r_b$  پارامتر ریسک بوده و ترجیحات ریسک خریدار را نشان می‌دهد. رویکرد خریدار نسبت به ریسک را می‌توان براساس ماهیت  $r_b$  مشخص کرد. هر چه پارامتر ریسک افزایش پیدا کند، خریدار ریسک‌گریزتر می‌باشد. اگر پارامتر ریسک  $r_b = 0$  باشد، خریدار ریسک خنثا است. در این مطالعه پارامتر ریسک، پیوستار وسیعی از ترجیحات ریسک خریدار را در بر می‌گیرد.

در توابع مطلوبیت نمایی، معیار ریسک‌گریزی مطلق<sup>۷</sup> برای تمام  $X$ ها ثابت است. به این معنا که تابع نمایی فقط ریسک‌گریزی ثابت را نشان می‌دهد. دلیل در نظر گرفتن ریسک‌گریزی ثابت

این است که به کارگیری توابعی که نمایانگر ریسک‌گریزی افزایشی تولیدکننده و یا ریسک‌گریزی کاهش‌ی خریدار (یا برعکس) باشند، موجب افزایش پیچیدگی‌های محاسباتی خواهد شد، اما پاسخ‌های به دست آمده در این حالت با پاسخ‌های ناشی از به کارگیری ریسک‌گریزی ثابت بسیار مشابه خواهد بود [۲۴، ص ۱۲۲۸]. بنابراین براساس معادلات ۱۳ و ۱۶ می‌توان رابطه ۱۷ را نوشت:

$$e^{r_b C_W} = \sum_{n_b^*=0}^{\infty} e^{r_b e^{IW} c_c n_b^*} \cdot p(N_b(W) = n_b^*) \quad (17)$$

با ترکیب روابط ۱۴ و ۱۵ و ۱۷ رابطه جدید ۱۸ تشکیل می‌شود:

$$e^{r_b C_W} = \sum_{n_b^*=0}^{\infty} e^{r_b e^{IW} c_c n_b^*} \cdot \frac{\left\{ \int_0^W \lambda_b \beta_b x^{\beta_b-1} dx \right\}^{n_b^*} \cdot e^{-\int_0^W \lambda_b \beta_b x^{\beta_b-1} dx}}{n_b^*!} \quad (18)$$

که می‌توان به صورت رابطه ۱۹ نیز بیان کرد:

$$\exp(r_b C_W) = \sum_{n_b^*=0}^{\infty} \exp(r_b e^{IW} c_c n_b^*) \cdot \frac{[(\lambda_b W)^{\beta_b}]^{n_b^*} \cdot \exp[-(\lambda_b W)^{\beta_b}]}{n_b^*!} \quad (19)$$

با گرفتن لگاریتم از دو طرف رابطه ۱۹ قیمت مورد انتظار وارانتی از دیدگاه خریدار از رابطه ۳-۷۴ حاصل می‌شود:

$$C_W = \frac{1}{r_b} \ln \sum_{n_b^*=0}^{\infty} \exp(r_b e^{IW} c_c n_b^*) \cdot \frac{[(\lambda_b W)^{\beta_b}]^{n_b^*} \cdot \exp[-(\lambda_b W)^{\beta_b}]}{n_b^*!} \quad (20)$$

براساس رابطه بالا چنانچه تعداد شکست‌های تخمینی محصول از دیدگاه خریدار بزرگ‌تر یا مساوی تعداد بی‌تفاوتی  $n_b^*$  باشد، آنگاه بهتر است خریدار پیشنهاد وارانتی را بپذیرد. به این ترتیب، خریداری که تعداد شکست‌های مورد انتظارش بیشتر از  $n_b^*$  است، اقدام به خرید وارانتی می‌کند، به شرطی که کل هزینه تعمیر بالاتر از قیمت وارانتی  $C_W$  باشد. توجه شود که احتمال خرید وارانتی به وسیله  $n_b^*$  تعیین می‌شود و آن نیز به نوبه خود  $C_W$  را مشخص می‌کند.

براساس اطلاعات موجود در خصوص تمایل خریدار به پرداخت قیمت وارانته  $C_W$ ، تولیدکنندگان قیمت وارانته را به نحوی تعیین می‌کنند که کل سود مورد انتظار در طول دوره وارانته حداکثر شود.

### ۶- مثال عددی

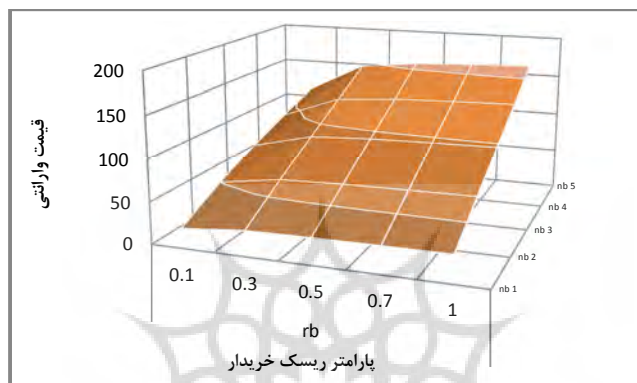
#### ۶-۱- تأثیر ترجیحات ریسک خریدار بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانته

در این بخش از تجزیه و تحلیل، پارامتر ریسک خریدار ( $r_b$ ) بین ۰/۱ تا ۱ متغیر خواهد بود که بیانگر طیف وسیعی از ترجیحات ریسک وی است. اگر پارامتر ریسک به صفر برسد، خریدار ریسک خنثی بوده و با افزایش پارامتر ریسک میزان ریسک‌گریزی خریدار افزایش پیدا می‌کند. فرض کنیم دوره وارانته برابر سه سال در نظر گرفته شده است ( $W=3$ )، پارامترهای فرایند ناهمگن پواسان شامل مشخصه معکوس عمر  $\lambda=0.325^A$  بر سال و پارامتر شکل  $\beta=2$  است. هزینه تعمیر برای خریدار در صورت وارانته نبودن محصول و مراجعه به تولیدکننده و یا سایر مراکز خدماتی برابر  $C_b=30$  بوده و هزینه تولیدکننده برای اصلاح محصول معیوب برابر  $C_m=20$  است و در ضمن نرخ تورم برابر ۲۰ درصد و نرخ بهره نیز برابر ۱۰ درصد در نظر گرفته می‌شود. انجام شبیه‌سازی رایانه‌ای برای رابطه ۲۰ با انجام تغییرات در پارامتر ترجیحات ریسک خریدار و تعداد شکست‌ها در طول دوره وارانته منجر به ایجاد جدول ۱ شده است که پذیرش خریدار از قیمت وارانته را نشان می‌دهد.

جدول ۱ تأثیر پارامتر ترجیحات ریسک و تعداد شکست‌های مورد انتظار بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانته

		$n_b$				
		۱	۲	۳	۴	۵
$r_b$	۰/۱	۲۳/۴۲	۵۰/۱۳	۷۲/۴۹	۹۱/۹۶	۱۰۹/۲۲
	۰/۳	۳۰/۱۰	۶۱/۰۵	۹۰/۶۵	۱۱۹/۳۰	۱۴۷/۲۰
	۰/۵	۳۱/۴۳	۶۳/۳۸	۹۴/۵۱	۱۲۵/۰۷	۱۵۵/۱۹
	۰/۷	۳۲/۰۰	۶۴/۳۷	۹۶/۱۷	۱۲۷/۵۵	۱۵۸/۶۱
	۱	۳۲/۴۳	۶۵/۱۲	۹۷/۴۱	۱۲۹/۴۰	۱۶۱/۱۸

در شکل ۳ تأثیر همزمان میزان ریسک‌گریزی خریدار و نیز تعداد شکست‌های پیش‌بینی شده به‌وسیله وی در طول دوره وارانتهی بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی (تمایل برای پرداخت) نشان داده شده است.



شکل ۳ اثر ترکیبی درجه ریسک‌گریزی خریدار و تعداد شکست‌های پیش‌بینی شده بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی

همان‌طور که در شکل مشخص است، تمایل خریدار برای پرداخت قیمت وارانتهی همزمان با افزایش تعداد شکست‌های مورد انتظار افزایش پیدا می‌کند. شکل بالا به‌وضوح نشان می‌دهد که با افزایش پارامتر ریسک خریدار، تمایل وی برای پرداخت قیمت‌های بالاتر وارانتهی افزایش پیدا می‌کند. در نتیجه هرچه خریدار ریسک‌گریزتر باشد، حاضر به پرداخت قیمت بیشتری بابت وارانتهی بوده و هر چه ریسک‌پذیری خریدار کمتر باشد، قیمت کمتری را بابت وارانتهی می‌پذیرد. بنابراین خریدارانی که درج ریسک‌گریزی بالاتری دارند، برای اجتناب از هر ریسکی حاضر به پرداخت قیمت بیشتری بابت وارانتهی هستند. تولیدکننده می‌تواند از این دیدگاه خریدار برای قیمت‌گذاری وارانتهی بهره ببرد.



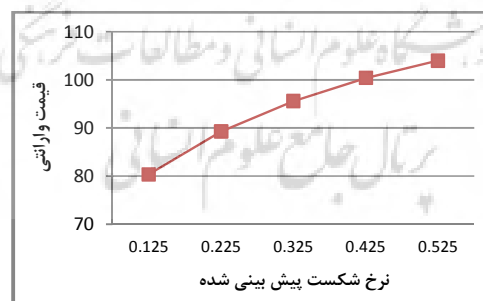
## ۶-۲- تأثیر نرخ شکست برآورد شده محصول از سوی خریدار بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی

تأثیر نرخ شکست پیش‌بینی شده محصول از سوی خریدار بر تمایل وی بر پرداخت قیمت وارانتهی در اینجا بررسی شده است. برای انجام این تجزیه و تحلیل نرخ شکست مورد انتظار خریدار ( $\lambda_b$ ) را بین ۰/۱۲۵ تا ۰/۵۲۵ در نظر گرفتیم. با ثابت ماندن سایر پارامترها، متغیرها و با نظر گرفتن درجه ریسک‌گریزی ثابت ( $r_b = ۰/۵$ )، اجرای برنامه شبیه‌سازی برای قیمت‌های مورد پذیرش خریدار با تغییر نرخ شکست مورد انتظار منجر به ایجاد جدول ۲ می‌شود.

جدول ۲ تأثیر نرخ شکست پیش‌بینی شده خریدار بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی

		$n_b$				
		۱	۲	۳	۴	۵
$\lambda_b$	۰/۱۲۵	۲۷/۷۹	۵۴/۴۷	۸۰/۳۴	۱۰۵/۶۴	۱۳۰/۴۸
	۰/۲۲۵	۳۰/۳۴	۶۰/۲۰	۸۹/۲۵	۱۱۷/۷۳	۱۴۵/۷۶
	۰/۳۲۵	۳۱/۷۹	۶۴/۰۹	۹۵/۵۹	۱۲۶/۵۱	۱۵۶/۹۸
	۰/۴۲۵	۳۲/۵۰	۶۶/۸۶	۱۰۰/۴۱	۱۳۳/۳۸	۱۶۵/۹۱
	۰/۵۲۵	۳۲/۵۵	۶۸/۶۸	۱۰۴/۰۰	۱۳۸/۷۵	۱۷۳/۰۴

براساس جدول بالا می‌توان شکل ۴ را رسم کرد که رابطه میان نرخ شکست پیش‌بینی شده خریدار و سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی (مبلغی که خریدار مایل به پرداخت آن است) را نشان می‌دهد.



شکل ۴ تأثیر نرخ شکست پیش‌بینی شده خریدار بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی (با در نظر گرفتن  $n_b=3$ )



با توجه به این شکل مشخص است که همزمان با افزایش نرخ شکست پیش‌بینی شده، خریداران مایل به پرداخت مبلغ بیشتری برای وارانتهی محصول هستند. به همین ترتیب هر چه خریداران نرخ شکست را پایین‌تر برآورد کنند، مبلغ کمتری را به‌عنوان قیمت وارانتهی محصول می‌پذیرند.

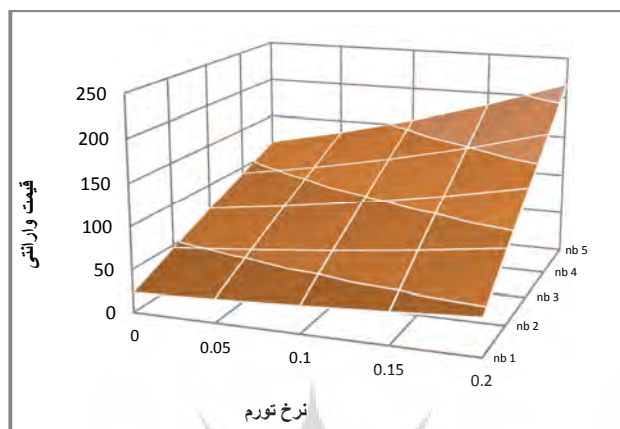
### ۳-۶- تأثیر نرخ تورم و تنزیل بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی

وارد کردن نرخ تورم و تنزیل علاوه بر افزایش پیچیدگی‌های مدل موجب می‌شود تا ارزش فعلی کل هزینه مورد انتظار وارانتهی برای دوره‌های طولانی (معمولاً بیشتر از یک سال) محاسبه شود. تغییر نرخ تورم و بهره و در نتیجه تغییر عامل ارزش فعلی هزینه‌ها موجب تغییر قیمت قابل قبول وارانتهی برای مشتری خواهد شد. در جدول ۳ تأثیر عامل ارزش فعلی هزینه‌های وارانتهی بر میزان قیمت قابل قبول برای مشتری نشان داده شده است.

جدول ۳ تأثیر نرخ ارزش فعلی هزینه‌ها بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتهی

		$n_b$				
		۱	۲	۳	۴	۵
<b>I</b>	۰	۲۳/۰۳	۴۶/۶۸	۶۹/۵۱	۹۱/۷۸	۱۱۳/۵۹
	۰/۰۵	۲۷/۰۸	۵۴/۷۸	۸۱/۶۷	۱۰۷/۹۸	۱۳۳/۸۵
	۰/۱	۳۱/۷۹	۶۴/۱۹	۹۵/۷۹	۱۲۶/۸۱	۱۵۷/۳۸
	۰/۱۵	۳۷/۲۶	۷۵/۱۳	۱۱۲/۲۰	۱۴۸/۶۸	۱۸۴/۷۳
	۰/۲	۴۲/۶۱	۸۷/۸۴	۱۳۱/۲۶	۱۷۴/۱۰	۲۱۶/۴۹

شکل ۵ نیز تأثیر نرخ خالص ارزش فعلی هزینه‌های اصلاح محصول را برای تعداد شکست‌های مورد انتظار متفاوت نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۳ و شکل ۵ مشخص است، با افزایش نرخ تورم خریداران حاضر به پرداخت مبلغ بیشتری برای وارانتهی محصول هستند.



شکل ۵ اثر نرخ تورم و تنزیل بر سطح بی‌تفاوتی قیمت وارانتی با تعداد شکست‌های مورد انتظار متفاوت

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه تأثیر ریسک‌گریزی خریداران بر سطح قیمت قابل قبول وارانتی مطالعه شد. بر این اساس مدل قیمت وارانتی PRW برای محصولاتی که دارای نرخ شکست وابسته به زمان هستند، طراحی شد. در این مدل ترجیحات ریسک خریدار با به‌کارگیری تابع مطلوبیت وی برای هزینه تعمیر در نظر گرفته شد. سپس مدل پیشنهادی از سوی یک مثال عددی اعتبارسنجی شد. تحلیل مدل نشان می‌دهد که هرچه خریدار ریسک‌گریزتر باشد، آمادگی بیشتری برای پرداخت مبالغ بالاتر وارانتی دارد. همچنین با افزایش هزینه تعمیر توسط خریدار و نیز برآورد نرخ شکست بیشتر برای محصول، قیمت قابل قبول وارانتی نیز بالاتر می‌رود.

در مدل پیشنهادی تأثیر ارزش زمانی پول بر برآورد هزینه مورد انتظار تولیدکننده و خریدار در طول دوره وارانتی در نظر گرفته شده است و در ضمن به جای ثابت فرض کردن هزینه اصلاح در هر بار شکست، این هزینه متغیری تصادفی فرض شده و یک تابع احتمال برای برآورد آن به‌کار رفته است. از آن جایی که خریداران در هنگام تعیین ارزشمند بودن خرید وارانتی معمولاً به‌طور ذهنی قیمت وارانتی را با هزینه‌های مورد انتظار اصلاح محصول در صورت وارانتی نبودن مقایسه می‌کنند و در عین حال درجه ریسک‌گریزی خریداران نیز با هم



متفاوت است، در نظر گرفتن پارامتر ریسک‌گریزی خریدار و نرخ شکست محصول ادراک شده به‌عنوان عاملی تعیین‌کننده برای تصمیم‌گیری خرید وارانتی، یکی از مزایای اصلی مدل پیشنهادی می‌باشد که حداکثر قیمت قابل قبول وارانتی از دیدگاه مشتری را براساس مطلوبیت مورد انتظار تعیین می‌کند. این مدل می‌تواند در زمان تصمیم‌گیری تولیدکنندگان برای تعیین قیمت وارانتی مفید باشد و به‌عنوان مبنایی برای قیمت‌گذاری وارانتی قرار گیرد.

پژوهشگران می‌توانند تأثیر نگهداری پیشگیرانه و نیز به‌کارگیری انواع متفاوت توابع توزیع شکست را بر روی مدل بررسی کنند. به‌علاوه در این مطالعه تنها خریداران ریسک‌گریز مورد توجه قرار گرفتند، اما در عمل ممکن است خریداران ریسک‌پذیر و یا ریسک خنثا نیز وجود داشته باشند. بنابراین توجه به این رویکردها نیز می‌تواند مدل‌های جدید را ایجاد کند.

#### ۸- پی‌نوشت‌ها

1. life time warranty
2. Exponential utility function
3. Non homogeneous poisson's process
4. Shape parameter
5. Inverse characteristic life
6. Weibull
7. Absolute risk aversion measure
8. Inverse characteristic life

#### ۹- منابع

- [1] Wu S. Li H. (2007) "Warranty cost analysis for products with a dormant state", *European Journal of Operational Research*, 182 (3), pp. 1285-1293.
- [2] Yeh C.W., Fang C.C. (2014) "Optimal pro-rata warranty decision with consideration of the marketing strategy under insufficient historical reliability data", *International Journal of Advanced Manufacturing and Technology*, Vol. 71, pp. 1757-1772.
- [3] Stamenković D., Popović V., Spasojević-Brkić V., Radivojević J., (2011), "Combination free replacement and pro-rata warranty policy optimization

- model", *Journal of Applied Engineering Science*, 9(4), pp. 457-464.
- [4] Nasrollahi, M., Asgharizadeh, E., Jafarnezhad, A & .Saniee Monfared, M.A. (2014). Development of a new Pro-rata warranty policy for estimating costs. *Quarterly Journal of Industrial management*: 1(6), pp. 127-140 [In Persian].
- [5] Murthy D. N. P., Djamaludin I. (2002) "New product warranty: A literature review", *International Journal of Production Economics*, Vol. 79, pp. 231–260.
- [6] Blischke W. R., Murthy D.N.P. (1992) "Product warranty management I: Taxonomy for warranty policies", *European Journal of Operational Research*, Vol. 62, pp. 127-148.
- [7] Murthy D.N.P., Chattopadhyay G. N. (1999) Warranties for second-hand products, Proceedings of the Ninth International Conference of Flexible Automation and Intelligent Manufacturing (FAIM), Tilburg, Netherlands, pp. 1145-1159.
- [8] Blischke W. R., Murthy D. N. P. (2000) Reliability modeling, Prediction and Optimization, John Willey & Sons, Inc.
- [9] Murthy D.N.P. Blischke W. R. (1992) "Product warranty and management II: An integrated framework for study", *European Journal of Operational Research*, Vol. 62, pp. 261-281.
- [10] Chattopadhyay G. Rahman A. (2008) "Development of lifetime warranty policies and models for estimating costs". *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 93(4), pp. 522-529.
- [11] Huber S., Spinler S. (2012) "Pricing of full-service repair contracts", *European Journal of Operational Research*, Vol. 222, pp. 113-121.
- [12] Jindal P. (2012) "Risk preferences and demand drivers of extended warranties, PhD Dissertation, Business School, University of Chicago. Document URL: <http://proquest.umi.com/pqdlink?did=2711905981&Fmt=7&clientId=79356&RQT=309&VName=PQD>.8 Feb, 2014.

- [13] Chun Y.H., Tang K. (1995) "Determining the optimal warranty price based on the producer's and customers' risk preferences", *European Journal of Operational Research*, Vol. 85, pp. 97-110.
- [14] Rahman A., Chattopadhyay G. (2010) "Modeling risks to manufacturer and buyer for lifetime warranty policies", *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 5(3), pp. 203-209.
- [15] Popovic V., Stamenkovic D., Rakicevic B. (2012) "Choosing the right warranty policy: From the customer's to the manufacturer's point of view", *International Journal of Applied Physics and Mathematics*, 2(5), pp. 333-335.
- [16] Chen J., Chien Y. (2007) "Renewing warranty and preventive maintenance for products with failure penalty post-warranty", *Quality and Reliability Engineering International*, 23 (1), pp. 107-121.
- [17] Dimitrov B., Chukova S., Khalil Z. (2004) "Warranty costs: An age-dependent failure/repair model", *Naval Research Logistics*, 51 (7), pp. 959-976.
- [18] Wacker J. G. (1998) "A definition of theory: Research guidelines for different theory-building research methods in operations management", *Journal of Operations Management*, Vol. 16, pp. 361-385.
- [19] Babbie E. R. (2016) *The practice of social research*, 14th edition, Wadsworth, Thomson Learning Inc.
- [20] Sarker B. R., Jamal A. M. M., Wang S. (2000) "Supply chain models for perishable products under inflation and permissible delay in payment", *Computers & Operations Research*, Vol. 27, pp. 59-75.
- [21] Giri B.C., Bardhan S. (2011) "Coordinating a two-echelon supply chain under inflation and time value of money", *International Journal of Industrial Engineering Computations* Vol. 2, pp. 811-818.
- [22] Pandey R.K., Gupta S. (2011) "Supply chain inventory model with time dependent demand for decaying items under inflation", *International Transactions in Applied Sciences*, 3(1), pp. 122-130.

- [23] Nasrollahi, M., Asgharizadeh, E., Jafarnezhad, A & .Saniee Monfared, M.A. (2014). Development of a new Pro-rata warranty policy for estimating costs . *Quarterly Journal of Industrial Managemen.*(1) 6, pp. 127-140) In Persian.
- [24] Danaeefard, Hassan. Alvani, syed.mehdi. Azar,Adel.(2012)Methodology of qualitative research in management: Total perspective,IR:saffar publishing.

