منطق‌پژوهی، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
سال ششم، شمارهٔ اول، بهار و تابستان ۱۳۹٤، ۱۱۷ – ۱٤۱

بررسی و نقد نظرهای گنتزن و هکین دربارهٔ نقش قواعد ساختاری و عمل‌گری در تعریف ثوابت منطقی

مرتضی مزگی‌نژاد*

لطف‌الله نبوی**، **سیدمحمدعلی حجتی*****

چکیده

گنتزن قواعد سیستم منطقی را به دو دستهٔ «قواعد عمل‌گری» و «قواعد ساختاری» تقسیم می کند. مقصود وی از قواعد عمل‌گری، قواعد معرفی و حذف یک ثابت منطقی است. قواعد ساختاری بیان‌کنندهٔ ویژگی‌های مبنایی یک استدلال است به گونه‌ای که هر تغییری در آن‌ها سبب تغییر کل سیستم می‌شود. وی در آثار خود به این نکته اشاره داشته است که معنای ثوابت منطقی صرفاً از طریق قواعد عمل‌گری قابل حصول است این نکته زیربنای رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداری ثوابت منطقی است. چرا قواعد عمل‌گری و ساختاری مجموعاً به عنوان تعریف ثوابت منطقی لحاظ نشود؟! پیکاک با این پرسش مبنای رویکرد استنتاج‌گرایی را به چالش می‌کشد. ایان هکین در پاسخ به این ادعا، استدلال می‌کند که پذیرش ایدهٔ پیکاک، منجر به عدم پایستاری خواهد شد. در این مقاله پس از بررسی دقیق مفهوم قواعد ساختاری و بیان تمایز آن با قواعد عمل‌گری، استدلال هکین را ارزیابی و نقد خواهیم کرد و در نهایت راه‌کاری برای مسئله ارائه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: استنتاج‌گرایی، تئوری برهان، ثوابت منطقی، قواعد عمل‌گری، قواعد ساختاری.

---

* دانشجوی دکتری، دانشگاه تربیت مدرس mezginejad@modares.ac.ir

** دانشیار گروه حکمت و فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس (نویسندهٔ مسئول) nabavi_l@modares.ac.ir

*** دانشیار گروه حکمت و فلسفه، دانشگاه تربیت مدرس hojatima@modares.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۳۹٤/۲/۸، تاریخ پذیرش: ۱۳۹٤/۵/۱۷

۱. مقدمه

گنتزن در مقالهٔ «پژوهش‌هایی در باب قیاس منطقـی» ('Investigations into logical deduction') کـه در سـال 1934 منتشـر کـرد در عبـاراتی هرچنـد مختصـر بـه نکتـهٔ کلیـدی رویکـرد استنتاج‌گرایی[1] اشاره می‌کند (G. Gentzen, 1964).[2] وی در این مقاله بیان می‌کند که معنـای ادات منطقی بر اساس کارکرد قواعد استنتاجی به دست می‌آینـد. وی بـه‌خـوبی نشـان داده است که چگونه می‌توان صرفاً بر اساس قواعد معرفی ادات منطقی را تعریف کرد. از طرفی بررسی ماهیت استنتاج و برهان برای گنتزن دارای اهمیت و جذابیت خاصی بود به گونه ای که یکی از اهداف وی از تقریر استنتاج طبیعی و حساب رشته‌ای نشان دادن بهتر و دقیق‌تـر ویژگی‌های برهان بوده است، به تبع این امر برای شناسایی و تحلیل دقیق ساختار اسـتدلال به قواعدی اشاره می‌کند که آن‌ها را قواعد ساختاری (structural rules) می‌نامد، این قواعـد همان‌گونه که از نام آن‌ها پیدا است بیان‌کنندهٔ ساختار استنتاج هستند. بنابراین می توان گفت که نظر گنتزن دو نوع قاعده وجود دارد:

الف) قواعد عمل‌گری (operational rules)؛

ب) قواعد ساختاری (structural rules).

در توضیح برخی اصطلاحات استفاده‌شده باید گفت در منطق مرتبه اول با رویکرد استنتاج طبیعی، ادات منطقی شرط، عطف، فصل، نفی، سور وجودی و سور کلی به‌ترتیب با علائم ∧، ⊃، ∨، ¬، ∃، ∀ مشخص می‌شوند که در این مقاله با عنوان ثوابت منطقی به آن‌ها اشاره می‌شود. هر کدام از این ثوابت واجد یک جفت قاعدهٔ معرفی و حذف هستند که قواعد عمل‌گری نامیده می‌شود؛ قواعد عمل‌گری بیان‌کنندهٔ کارکرد هر کدام از ثوابت منطقی در استنتاج خواهند بود. علاوه بر این، ویژگی‌هایی در استنتاج، تبیین‌کنندهٔ ساختار کلی استنتاج هستند، به گونه‌ای که هر رشته‌ای از فرمول‌ها در صورتی یک استنتاج را تشکیل می‌دهد که واجد این ویژگی‌ها باشد، این ویژگی‌ها را قواعد ساختاری می‌نامند که در این مقاله به‌تفصیل به بازشناسی آن‌ها خواهیم کرد.

آن‌چه در این پژوهش بررسی خواهد شد رابطهٔ میان این دو نوع قاعده (عمل‌گری و ساختاری) است و مسئلهٔ اصلی عبارت است از این‌که آیا همان‌گونه که گنتزن و به تبع وی هکین (Ian Hacking) بیان داشته‌اند ثوابت منطقی صرفاً بر اساس قواعد عمل‌گری تعریف می‌شوند و قواعد ساختاری هیچ نقشی در تعریف ثوابت منطقی ندارند؟ اگر رویکرد استنتاج‌گرایی را با تفسیر گنتزنی بخواهیم دنبال کنیم این رویکرد دارای مؤلفه‌های کلیدی زیر است:

۱. هر سیستم منطقی ممکن است دارای اصول موضوعه‌ای باشد و یا فاقد اصل موضوعه باشد اما هر سیستم منطقی مبتنی بر مجموعه‌ای از قواعد استنتاجی است؛

۲. قواعد استنتاجیِ کل سیستم، خود به دو دستهٔ قواعد عمل‌گری و ساختاری تقسیم می‌شوند؛

۳. معنای ثوابت منطقی بر اساس قواعد عمل‌گری ثوابت مشخص می‌شوند؛

٤. معنای هر ثابت منطقی صرفاً بر اساس قواعد عمل‌گری خود آن ثابت مشخص می‌شود و دیگر قواعد عمل‌گری تأثیری در این معنا ندارند؛

۵. قواعد ساختاری مستقل از قواعد عمل‌گری هستند و هیچ‌کدام تداخل در معنای یک‌دیگر ندارند.

پیکاک (Peacocke) معتقد است که اگر قواعد ساختاری بر ساختار استنتاج اثر می‌گذارند، هر گونه تغییری در ساختار استنتاج به نظر می‌رسد سبب تغییر قواعد عمل‌گری سیستم نیز می‌شود و در نهایت این امر منجر به تغییر معنای ثوابت و نقض ویژگی پنجم مطرح‌شده خواهد شد، در این صورت نمی‌توان گفت ثوابت منطقی بر اساس قواعد عمل‌گری تعریف می‌شوند.

فرضیهٔ مطرح‌شده در پاسخ به این مسئله عبارت است از قابل دفاع دانستن ایدهٔ مبنایی گنتزن، با نقد استدلال هکین در پاسخ به اشکال پیکاک.

۲. ویژگی‌های عام (ساختاری) استدلال

اگر A و X به عنوان اجزای استدلال در نظر گرفته شوند (این اجزا می‌توانند یک فرمول یا مجموعه‌ای از فرمول‌ها باشند) و نماد $\vdash$ بیان‌کنندهٔ رابطهٔ استنتاجی میان مقدمات و نتیجه باشد، در این صورت $X \vdash A$ به این معنا است که A از X نتیجه می‌شود. در این مقاله بر استدلال‌های تک‌نتیجه‌ای (الگوی تارسکی) متمرکز می‌شویم که در آن مقدمات استدلال گردایه‌ای از فرمول‌ها و نتیجهٔ استدلال یک فرمول خواهد بود (Gabbay, 1981: 6).

در چه صورت رابطهٔ میان A و X رابطه‌ای استنتاجی است؟ روشن است که هر رابطه‌ای را نمی‌توان رابطهٔ استنتاجی میان A و X دانست بلکه شرایطی وجود دارد که تحت آن شرایط رابطه‌ای استنتاج خواهد بود. یک سیستم منطقی صرفاً بر اساس مجموعهٔ قواعد عمل‌گری (ثوابت منطقی) یا اصول موضوعه شکل نمی‌گیرد بلکه عوامل تأثیرگذار دیگری نیز در این بین وجود دارد. این عوامل تأثیرگذار را باید حقایق بنیادین استنتاج دانست (Paoli, 2002: 6-7). گنتزن این حقایق بنیادین را «ویژگی‌های ساختاری» استدلال می‌نامد.

نام‌گذاری ویژگی‌های عام به ویژگی‌های ساختاری متأثر از این امر است که ویژگی‌های عام صرفاً به مدیریت ساختار رشته‌ها می‌پردازند بدون این‌که بخواهند نماد منطقی را به دامنهٔ بحث اضافه کنند برخلاف قواعد عمل‌گری که هرگاه به سیستم اضافه شود نماد منطقی جدیدی (که بیان‌کنندهٔ یک ثابت منطقی است) به زبان آن سیستم اضافه می‌شود. بنابراین، قواعد عمل‌گری و اصول موضوعه را نباید توابعی در فضای خلأگونه‌ای فرض کرد بلکه ماهیت استدلال دارای ویژگی‌های عامی است که صرفاً در صورت تبعیت فرمول‌ها از این قواعد صورت استدلال به خود می‌گیرند، به عبارت ساده رابطهٔ $X \vdash A$ در صورتی رابطهٔ استنتاجی است که واجد ویژگی‌های عمومی استنتاج باشد، قواعد ساختاری بیان‌کنندهٔ این ویژگی‌ها هستند. کشف این حقیقت زمینه‌ساز شکل‌گیری مباحث جدیدی در منطق شده است تا آن‌جا که می‌توان با عمل‌گرهای منطقی یک‌سان اما تغییر در قواعد ساختاری به سیستم‌های منطقی متفاوتی دست یافت.[۳]

با توجه به اصطلاحات گنتزن[٤] در این بحث، ویژگی‌های عـام (generic properties) را قواعد ساختاری و ویژگی‌های خاص (specific properties) را، به این دلیـل کـه بـه وجود عمل‌گرهای منطقی در مقدمات و نتیجه وابسته‌اند، قواعد عمل‌گـری[٥] مـی‌نـامیم[٦] (Read, 2012: 42).

۳. قواعد ساختاری گنتزن

هفتمین تعریف کتـاب *پـژوهش‌هـای سـمانتیکی* (*Semantical Investigations*) گبـی بـه بررسی ویژگی‌های کلی رابطهٔ استنتاجی تارسکی می‌پـردازد و در ادامـه همـین روابـط را برای سیستم استنتاجی اسکات توضیح می‌دهد.[۷] او رابطهٔ استنتاجی را یک رابطـهٔ دوتـایی (relation binary) برای ψ و φ می‌نامد که به صورت $\varphi \vdash \psi$ نوشته می‌شـود هرگـاه واجـد شرایط زیر باشند (این شرایط در ادامهٔ مقاله توضیح داده خواهد شد) (Gabbay, 1981: 7):

(a) $A \vdash A$

(b) if $\varphi \vdash \psi$ then $\varphi, \varphi' \vdash \psi$

(c) if $\varphi, C \vdash \psi$ and $\varphi \vdash C$ then $\varphi \vdash \psi$ (cut rule)

نماد «$\vdash$» بیان کنندهٔ رابطهٔ استنتاجی است. هم‌چنـین ترکیـب میـان مقـدمات بـا «کامـا» مشخص شده است. این ویژگی‌ها را استیفان رید به‌ترتیب انعکاسی (reflexivity)، تضعیف (weakening (monotonicity)) و برش (cut)[۸] نامیده است[۹] (Read, 2012: 42).[۱۰]

گنتزن با کمی تمایز چهار قاعده را به عنوان قواعد ساختاری در استنتاج طبیعی معرفی می‌کند (Gentzen, 1969: 84) که عبارت‌اند از: برش، جابه‌جایی (interchange)، تضعیف (thinning)، و انقباض (contraction).

۱.۳ قاعدهٔ انعکاس

گنتزن برخلاف تارسکی و هکین به قاعدهٔ انعکاس اشاره نمی‌کند. اصل این قاعده ریشه در اندیشهٔ لایب‌نیتز دارد. از نظر او همهٔ صدق‌های منطقی را می‌توان به اصل این‌همانی برگرداند. به عبارت دیگر اصل این‌همانی مبنایی‌ترین اصل منطقی است (Von and Gottfried, 1976: 58). البته خود لایب‌نیتز موفق نشد این ایده را نشان دهد، اما ایدهٔ لایب‌نیتز در حساب رشته‌ای گنتزن با توجه به این‌که هر رشته را می‌توان در تحلیل بازگشتی به رشتهٔ مبنایی آن برگرداند تحقق یافته است (Hacking, 1979: 293). قاعدهٔ ساختاری انعکاس به نحوی بیان‌کنندهٔ استنتاج از این‌همانی است؛ به عبارت دقیق‌تر در حساب رشته‌ای هر رشته‌ای در نهایت باید به $A \vdash A$ ختم شود. اما علت این‌که گنتزن قاعدهٔ انعکاس را به عنوان قاعده‌ای مستقل ذکر نکرده است به سیستم حساب رشته‌ای وی برمی‌گردد؛ زیرا او قاعدهٔ انعکاس را یگانه اصل موضوعهٔ حساب رشته‌ها در نظر گرفته است. در حساب رشته‌ای هر رشتهٔ خوش‌ساختی در تحلیلی بازگشتی باید در نهایت به اصول موضوعهٔ این‌همانی ($A \vdash AA \vdash A$) یا $L\perp$ برسد.[11] که اصطلاحاً یافتن ریشهٔ نخست برهان (first-root proof search) نامیده می‌شود (Negri and Plato, 2008: 28).

۲.۳ قاعدهٔ تضعیف

قاعدهٔ تضعیف از جمله مواردی است که تارسکی، اسکات و هم‌چنین گنتزن آن را به عنوان قاعدهٔ ساختاری مطرح کرده‌اند، گرچه عناوین گوناگونی به آن داده شده است. گبی (Gabbay, 1981: 7) و هکین (Hacking, 1979) عبارت «تقلیل» (dilution) و گنتزن عنوان «رقیق‌گردانی» (thinning) را به کار برده‌اند. با وجود این، مدلول همهٔ این عناوین یک چیز است: اضافه کردن یک مقدمه یا نتیجه تأثیری بر روابط استنتاج ندارد. البته تارسکی صرفاً این اصل را برای مقدمات استدلال مطرح کرده است:

$$If\ \varphi \vdash \psi \quad then \quad \varphi, \varphi' \vdash \psi$$

۳.۳ قاعدهٔ برش

به تبع گنتزن سومین قاعدهٔ ساختاری را برش می‌نامیم، قاعدهٔ برش شبیه ویژگی تعدی[۱۲] در استدلال است:

$H \vdash A$
$H, A \vdash G$
$\therefore H \vdash G \quad cutA$

بیان این قاعده در حساب رشته‌ای به این صورت است:

$$\frac{\Gamma \to \Theta, \Sigma \qquad \Sigma, \Delta \to \Lambda}{\Gamma, \Delta \to \Theta, \Lambda}\ cut$$

گنتزن پس از معرفی قاعدهٔ برش، قضیه‌ای با عنوان «hauptsatz» مطرح کرد که بنا بر این قضیه، هر استنتاجی که قاعدهٔ برش را به کار می‌برد بدون این قاعده نیز قابل حصول است. وی این قضیه را برای منطق مرتبه اول اثبات کرد، برهان‌های پیچیدهٔ متفاوتی برای اثبات این قضیه ارائه شده است. برای نمونه می‌توان به کارهای مارتین لاف (Martin-Lof, 1970: 68)، اسکویچنبرگ (Schwichtenberg, 1977: 77) و دراگالین (Dragalin, 1988: 87) اشاره کرد. از طرفی با توجه به این‌که در حساب رشته‌ای گنتزن عمدهٔ تلاش در جهت نشان دادن ساختار دقیق استدلال‌ها است قضیهٔ «hauptsatz» را می‌توان ویژگی اصلی و محوری به حساب آورد که حتی سازگاری حساب رشته‌ها متأثر از آن است (Pfenning, 2000: 84).[۱۳]

٤.۳ انقباض

گنتزن به ویژگی دیگری با عنوان انقباض[۱٤] (contraction) اشاره می کند که می‌تواند در ناحیهٔ مقدمات یا نتیجه واقع شود (Gentzen, 1969: 84):

$$\frac{\Delta, \Delta, \Gamma \to \Theta}{\Delta, \Gamma \to \Theta}\ in\ the\ antecedent \qquad\qquad \frac{\Gamma \to \Theta, \Delta, \Delta}{\Gamma \to \Theta, \Delta}\ inthe\ succedent$$

بنا بر این قاعده اگر در مقدمات فرمولی تکرار شده باشد می توان یکی از آن‌ها را حذف کرد و به همین صورت اگر فرمولی در نتیجه تکرار شده باشد می‌توان یکی از آن دو فرمول را از نتیجه حذف کرد. استفان رید نیز این قاعده را به عنوان ویژگی‌های عام استدلال این‌گونه بیان کرده است (Read, 2012: 43):

$If\ X, A, A, Y \vdash C\ then\ X, A, Y \vdash C$

۵.۳ دیگر قواعد ساختاری

استفان رید معتقد است که در الگوی اسکات تارسکی[۱۵] ویژگی‌های عام دیگری نیز وجود دارند که گبی به آن نپرداخته است؛ زیرا وی اجزای استدلال را به جای فرمول مجموعه در نظر گرفته است و از آن‌جا که ویژگی‌های مجموعه به طور ضمنی در استدلال وجود خواهد داشت این ویژگی‌ها را برای استدلال مجدداً طرح نکرده است. برای مثال ویژگی‌های شرکت‌پذیری و جابه‌جایی از ویژگی‌های مجموعه است که می‌توان به عنوان دیگر ویژگی‌های ساختاری به حساب آورد. هم‌چنین اسمایلی (Timothy J. Smiley) در مقالهٔ «استلزام و استنتاج‌پذیری» ('entailment and deducibility') به تبیین مسئلهٔ استنتاج و به طور خاص به بررسی اصل تعدی و مسائلی که مربوط به این اصل می‌شود پرداخته است. وی به هفت ویژگی مهم اشاره می‌کند که استنتاج باید جدا از قواعد عمل‌گری واجد آن‌ها باشد (Smiley, 1958). آن‌چه وی بیان داشته است شامل همهٔ قواعد ساختاری گنتزن به علاوهٔ سه قاعدهٔ دیگر[۱۶] است، به طور کلی دیگر ویژگی‌های ساختاری از این قرارند:

۵. شرکت‌پذیری (associativity):

$$(X, A), Y \vdash C \text{ if } X, (A, Y) \vdash C$$

٦. جابه‌جایی (permutation):

$$\text{If } X, A, B, Y \vdash C \text{ then } X, B, A, Y \vdash C$$

۷. انبساط (premiserepetition):

$$\text{If } X, A, Y \vdash C \text{ then } X, A, A, Y \vdash C$$

ویژگی انبساط[۱۷] عکس ویژگی انقباض[۱۸] عمل می‌کند؛ در این ویژگی به استدلال این امکان داده می‌شود که مقدمه‌ای تکرار شود در حالی که بنا بر ویژگی انقباض اگر در مقدمات فرمولی تکرار شده باشد می‌توان یکی از آن‌ها را حذف کرد. قاعدهٔ انبساط نوع خاصی از قاعدهٔ تضعیف[۱۹] است؛[۲۰] زیرا در قاعدهٔ تضعیف در مقدمه یا نتیجه با تفصیلی که گذشت می‌توان فرمولی را اضافه کرد، اما در این قاعده فرمولی در مقدمه یا نتیجه تکرار می‌شود.

۸. جانشینی (substitution):

$$\textit{if } A \vdash B \textit{ then } A\,[a/b] \vdash B\,[a/b]$$

بر اساس این قاعده، در فرمول‌های A و B، a جانشین همهٔ موارد b می‌شود.

۹. پنهان‌سازی (suppression):

If X, A $\vdash$ *B and* $\vdash$*A then X* $\vdash$ *B*

اسمایلی به جز ویژگی‌های شرکت‌پذیری و جانشینی سایر ویژگی‌ها را ذکر کرده است و قاعدهٔ پنهان‌سازی را این‌گونه توضیح می‌دهد: «در این قاعده، مقدماتی که دارای صدق منطقی هستند از روند استنتاج حذف می‌شوند» (Smiley, 1958: 237).

به عبارت دیگر، اگر یکی از مقدمات استدلال دارای صدق منطقی باشد می‌توان آن را از مقدمات استنتاج حذف کرد و حذف این مقدمه در نتیجهٔ استدلال تأثیری ندارد.

۴. قواعد عمل‌گری ارائه‌دهندهٔ تعریف ثوابت منطقی

قواعد عمل‌گری گنتزن قواعد سازنده (building rules) هستند؛ به این معنی که با استفاده از این قواعد همیشه فرمول‌هایی با ترکیب کم‌تر به فرمول‌هایی با ترکیب بیش‌تر تبدیل می‌شوند. در رویکرد وی قواعد معرفی معنای ادات منطقی را معین می‌کنند، و قواعد حذف از طریق قواعد معرفی با استفاده از اصل وارونگی[۲۱] (Inversion principle) به دست می‌آیند (Gentzen, 1969: 80).[۲۲] به طور خیلی گسترده‌تر این رویکرد متعلق است به آن‌چه پراویتز آن را نظریهٔ عمومی برهان (general proof theory) نامیده است (Prawitz, 1974) و به طور خیلی عام‌تر این بخشی از سنتی است که در آن، معنا با ارجاع به کاربرد آن در زبان معین می‌شود (Schroeder-Heister: 2014).

البته چنین نیست که به صرف ارائهٔ قواعدی برای معرفی و حذف یک عمل‌گر، بتوان به نحو سازگاری آن عمل‌گر را به سیستم اضافه کرد. به عبارت دیگر نمی‌توان هر قاعده‌ای را بدون هیچ نوع ضابطه‌ای به سیستم اضافه کرد. مثال مشهور tonk روشن‌ترین نمونه از قواعد معرفی و حذفی است که اگر به سیستم اضافه شود سیستم را به ناسازگاری می‌کشاند (Prior, 1960)؛ بلنپ با ارائهٔ اصل پایستاری[۲۳] (conservative) (Belnap N. D., 1962) و به تبع وی هکین با ارائهٔ شرط غیرخلاق بودن (noncreative) سعی دارند محدودیتی را برای تعاریف استنتاجی عمل‌گرها لحاظ کنند (Hacking, 1979: 296).

۵. مسئلهٔ مورد انتقاد پیکاک

پیکاک (Christopher Peacocke) در انتقادی به پیش‌نویس مقالهٔ هکین (Hacking, 1979: 298)، این پرسش را طرح می‌کند که چرا در تعریف ثوابت منطقی، قواعد عمل‌گری با قواعد

ساختاری مجموعاً به عنوان تعریف لحاظ نشود؟ روشن است که اگر بخواهیم به ایدهٔ گنتزن و رویکرد استنتاج‌گرایی در معناداری پای‌بند باشیم در این صورت پذیرفته‌ایم که معنای عمل‌گرهای منطقی صرفاً از طریق قواعد معرفی و حذف آن‌ها به دست می‌آید. در این صورت قواعد ساختاری نباید دخل و تصرفی در تعریف عمل‌گرهای منطقی داشته باشند. مسئلهٔ وی را می‌توان این‌گونه خلاصه کرد:

۱. هر سیستم منطقی مبتنی بر مجموعهٔ قواعد استنتاجی است؛

۲. قواعد استنتاجیِ کل سیستم خود به دو دستهٔ قواعد عمل‌گری و ساختاری تقسیم می‌شوند؛

۳. قواعد ساختاری بر کل ساختار استدلال تأثیرگذارند؛

٤. در رویکرد استنتاج‌گرایی معنای ثوابت منطقی بر اساس کارکردی که در استنتاج دارند حاصل می‌شود؛

۵. با توجه به مقدمهٔ ۳، چون ساختار استنتاج متأثر از قواعد ساختاری است این قواعد در معنای ثوابت منطقی تأثیرگذار خواهند بود (چون معنای ثوابت بر اساس کارکرد آن قواعد در استنتاج حاصل می‌شود و با تغییر استنتاج کارکرد قواعد نیز ممکن است در استنتاج تغییر کند).

∴ بنابراین ایدهٔ گنتزن و هکین مبنی بر این‌که معنای ثوابت منطقی صرفاً بر اساس قواعد عمل‌گری ثوابت مشخص می‌شود نمی‌تواند درست باشد.

پیکاک بر این باور است که در معنای ثوابت منطقی اولاً قواعد عمل‌گری و ثانیاً قواعد ساختاری تأثیرگذارند. نکتهٔ محوری استدلال وی را این‌گونه می‌توان تحلیل کرد که اگر قواعد ساختاری بر ساختار استنتاج اثر گذار هستند هرگونه تغییری در ساختار استنتاج سبب تغییر قواعد عمل‌گری سیستم نیز می‌شود و در نهایت این امر منجر به تغییر معنای ثوابت خواهد شد. در این صورت نمی توان گفت ثوابت منطقی صرفاً بر اساس قواعد عمل‌گری تعریف می‌شوند.

۶. رویکردهای مختلف به مسئلهٔ پیکاک

بنابراین مسئلهٔ اصلی این است که آیا قواعد ساختاری نقشی در معنای ثوابت منطقی (در رویکرد استنتاج‌گرایی) دارند یا خیر؟ دو رویکرد در پاسخ به این پرسش وجود دارد:

۱. ثوابت منطقی معنای خود را صرفاً از طریق قواعد معرفی و حذف به دست می‌آورند (این رویکرد را استنتاج‌گرایی گنتزنی می‌نامیم)؛
۲. قواعد عمل‌گری و قواعد ساختاری مجموعاً ارائه‌دهندهٔ معنای ثوابت منطقی خواهند بود (این رویکرد را استنتاج‌گرایی ضعیف می‌نامیم).

هر دو رویکرد از تأییداتی برخوردارند و در عین حال خالی از اشکال نیز نیستند. برای تأیید ادعای دوم و به تبع نقض ادعای اول کافی است ثابت شود که قواعد ساختاری در معنای ثوابت منطقی تأثیرگذارند و قواعد عمل‌گری و ساختاری مجموعاً تعریف جامع و مانعی از ثوابت منطقی ارائه می‌دهند. اما برای تأیید ادعای اول، اولاً باید اثبات شود که قواعد معرفی و حذف شرایط لازم را برای ارائهٔ معنای ثوابت دارند علاوه بر این استقلال قواعد عمل‌گری از قواعد ساختاری نیز باید اثبات شود. رویکردهای گوناگونی که در این زمینه وجود دارد می‌توان به طور کلی به سه دسته تقسیم کرد:

الف) رویکرد کل‌گرایانه (holistic)؛
ب) رویکرد دوانگاری (dualistic)؛
ج) رویکرد نسبی‌گرایی (relativistic).

۱.٦ رویکرد کل‌گرایانه

بر اساس این رویکرد، معنای ثوابت منطقی به وسیلهٔ کل سیستم به دست می‌آید. بدین صورت که معنای هر ثابت منطقی علاوه بر قواعد عمل‌گری مختص آن ثابت منطقی، اولاً وابسته به قواعد معرفی و حذف دیگر عمل‌گرها است و ثانیاً معنای آن متأثر از محتوای کلی استنتاج خواهد بود. این معنا از طریق بررسی اثبات‌پذیری رشته‌هایی که دارای آن اپراتور هستند قابل حصول است (Paoli, 2002: 9). در این صورت قواعد ساختاری که بیان‌کنندهٔ محتوای کلی استنتاج است در ارائهٔ معنای ثوابت منطقی نقش دارند. روشن است که این رویکرد با دیدگاه گنتزن به‌هیچ‌وجه قابل جمع نیست؛ زیرا در رویکرد وی هر اپراتوری دارای یک معنای عمل‌گری متمایز است.[۲٤] در ذیل این دیدگاه می‌توان به نظریهٔ وانسین اشاره کرد؛ او نظر خود را رویکرد عمومی در نظریهٔ برهان می‌داند (Wansing, 2000).

طبق این نظریه ثوابت هم دارای محتوای عمل‌گری و هم دارای محتوای کلـی هسـتند. محتوای عمل‌گری بر اساس قواعد عمل‌گری قابل حصول است اما محتـوای کلـی ثوابـت صرفاً با قواعد عمل‌گری مشخص نمی‌شود و به قواعد ساختاری نیازمند است. بـرای مثـال

معنای کلی شرط در منطق شهودی هم به قواعد عمل‌گری و هم به قواعد ساختاری منطق شهودی[۲۵] وابسته است.

۲.۶ رویکرد دوانگاری

در این رویکرد قواعد عمل‌گری نقشی کاملاً متمایز از قواعد ساختاری دارند. قواعد استنتاجی بیان‌کنندهٔ حقایق بنیادین استنتاج‌اند، در حالی که قواعد عمل‌گری ارائه‌دهندهٔ معنای ثوابت منطقی هستند. هکین (Ian Hacking)، از جمله نظریه‌پردازان این دیدگاه، بر این باور است که قواعد ساختاری حتی زمانی که استنتاج فاقد ثوابت منطقی است قابل حصول است. در واقع از نظر او قواعد ساختاری همانند اصول موضوعه‌ای برای ساختن فرمول‌های مرکب از فرمول‌های اتمی لازم هستند[۲۶] (Hacking, 1979: 294).

هم‌چنین نگری و پلاتو در کتاب *نظریهٔ برهان ساختاری* (Negri and Plato, 2008: 183) اصولاً قواعد ساختاری را کاملاً وابسته به نوع سیستمی که انتخاب می‌شود می‌دانند. این قواعد معناده نیستند (خودشان به‌تنهایی دارای معنا نیستند[۲۷]) تا بتوانند در ارائهٔ معنا برای ثوابت دخیل باشند.

۳.۶ رویکرد نسبی‌گرایی

در این دیدگاه زبان به دو سطح زبان موضوعی و زبان مرتبهٔ بالا تقسیم می‌شود. رشته‌ها و ثوابت منطقی در زبان موضوعی هستند. رابطهٔ استنتاجی این رشته‌ها در زبان بالاتر مشخص می‌شود و قواعد ساختاری در این سطح وجود دارد. ثوابت منطقی که ویژگی‌های ساختاری را در رشته‌ها پیاده می‌کنند در واقع مانند علائم نشانه‌گذاری (punctuation marks) برای قواعد ساختاری هستند. قواعد ساختاری تعیین‌کننده و زمینه‌ساز تمایز میان سیستم‌ها در زبان موضوعی می‌شوند. به عبارت دقیق‌تر می‌توان قواعد عمل‌گری را صرفاً ترجمه‌ای از قواعد ساختاری سطح بالا برای زبان موضوعی دانست. برای مثال رشتهٔ $A \rightarrow B$ در زبان موضوعی، ساختار $A \vdash B$ را (B از A قابل استنتاج است) در زبان سطح بالا منعکس می‌کند. این رویکرد را اولین‌بار دوشن (Došen) مطرح کرد (Dosen, 1989) و در ۱۹۹۵ جرارد تفسیر قوی‌تری از این رویکرد ارائه داد (Girard, 1995: 10). وی معتقد است[۲۸] قواعد ساختاری بیان‌کنندهٔ تمام معنای ثوابت منطقی هستند و منطق ذاتاً غیر از همین قواعد ساختاری چیزی دیگری نیست.

۷. پاسخ هکین به مسئلهٔ پیکاک

برای یافتن پاسخ مناسب به این مسئله که آیا قواعد ساختاری در تعیین معنیِ قواعد عمل‌گری نقش دارند یا خیر، از میان سه دیدگاه کلی مطرح‌شده به بررسی دیدگاه دوانگاری می‌پردازیم و برای این منظور تکیهٔ اصلی بر تحلیل و ارزیابی دیدگاه هکین خواهد بود.

پاسخ تفصیلی وی شامل چند مقدمه است. صورت‌بندی استدلال هکین چنین است:

۱. قواعد عمل‌گری، نه تعریف بلکه توصیف‌گر ثوابت منطقی هستند (Hacking, 1979: 299)؛

۲. قواعد عمل‌گری باید دارای شرط پایستاری باشند[۲۹] (ibid: 299, 301, 304)؛

۳. قواعد ساختاری در توصیف ثوابت منطقی تأثیرگذارند (ibid: 298)؛

٤. با توجه به مقدمهٔ سوم افزایش یک ثابت منطقی به سیستم منجر به ایجاد سیستم منطقی جدیدی خواهد شد؛

۵. دیگر قواعد عمل‌گری و به تبع آن دیگر ثوابت منطقی در این سیستم جدید بدون تغییر قابل اضافه شدن نخواهند بود؛

٦. بنا بر مقدمات ۳، ٤، و ۵ اگر در تعریف قواعد عمل‌گری، قواعد ساختاری نقش داشته باشد شرط پایستاری نقض خواهد شد.

۱.۷ توضیح و تحلیل مؤلفه‌های استدلال هکین

مقدمهٔ اول استدلال؛

مقدمهٔ اول استدلال به توضیح کارکرد قواعد عمل‌گری در ارائهٔ تعریف ثوابت منطقی پرداخته است. هکین بر این باور است که قواعد عمل‌گری تعریف حقیقی[۳۰] از ثوابت منطقی ارائه نمی‌دهند. وی برای این ادعا دو دلیل ارائه می‌دهد:

در دلیل اول به این ایدهٔ تارسکی ارجاع داده شده است که «هیچ تعریفی برای ثوابت منطقی وجود ندارد» (Tarski, 1983: 420). هکین با ارجاع به این ایده معتقد است که با ثوابت منطقی‌ای روبه‌رو هستیم که هیچ گونه تعریفی از آن‌ها وجود ندارد به جز تعاریف دوری که مبتنی بر صدق تحلیلی است.[۳۱] به طور کلی قبل از به کار بردن قاعدهٔ عمل‌گری مانند عطف (&) باید فهمی از ربط وجود داشته باشد و به همین شکل باید آشنایی با برخی از انواع سورها وجود داشته باشد که بتوان مثلاً قانون سور کلی را به کار برد (Hacking, 1979: 287). در واقع نقش قواعد عمل‌گری در این صورت فقط توصیف کارکرد ثوابت است؛ ثوابتی که افراد مفهومی از آن‌ها را در ذهن دارند. به همین دلیل هکین

قواعد عمل‌گری را توصیف‌گر ثوابت می‌داند و نه تعریف آن‌ها و هر جا در عباراتش لفظ تعریف استفاده شده است باید آن را معادل توصیف گرفت (Hacking, 1979: 299).

مقدمهٔ دوم استدلال:

مقدمهٔ دوم استدلال به تبیین ویژگی‌های قواعد عمل‌گری می‌پردازد. با توجه به این مقدمه قواعد عمل‌گری باید دارای شرط پایستاری باشند. تمام افرادی که رویکرد استنتاجی به معناداری را پذیرفته‌اند در این امر مشترک هستند که معنای ثوابت منطقی از طریق قواعد عمل‌گری قابل حصول است، اما تفاوت در شرایطی است که معمولاً برای حصول این امر در نظر گرفته می‌شود. هکین بر این باور است که قواعد عمل‌گری در صورتی کفایت (adequacy) لازم را برای توصیف ثوابت منطقی خواهد داشت که واجد این شرط باشند.[۳۲]

۱.۱.۷ توضیح شرط پایستاری

بلنپ در دفاع از رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداری، برای ممانعت از ورود ثوابت منطقی معیوب به سیستم و به ناسازگاری کشاندن آن، شرط پایستاری را ارائه می‌دهد. کارکرد عمدهٔ این شرط جلوگیری از ورود ثوابت منطقی ناسازگار با سیستم است. او ویژگی پایستاری را این‌گونه توضیح می‌دهد (Belnap, 1962):

سیستم پایهٔ s دارای زبان مفروض L است. سیستم توسعه‌یافتهٔ 's که توسعه‌ای از s است (یک یا چند ثابت منطقی جدید به آن اضافه شده است) و زبان 'L به گونه‌ای است که $s \subseteq s'$ و $L \subseteq L'$ است، در این صورت:

$$A \in L,\ \Gamma \vdash_{s'} A \ \ only\ if\ \ \Gamma \vdash_{s} A$$

شرط پایستاری بیان می‌کند که با اضافه شدن یک ثابت منطقی جدید به سیستم و به تبع آن افزایش واژگان سیستم مبنا، نباید قضایای جدیدی بر اساس واژگان قبلی قابل اثبات باشد؛ زیرا چنان‌چه قضیهٔ جدیدی، در واژگان قبلی، اثبات شود این نشان می‌دهد که ثوابت منطقی سیستم مبنا با این افزایش، کارکرد متفاوت و به تبع آن معنای متفاوتی یافته‌اند. در حالی که قبلاً گفته شد معنای ثوابت را صرفاً قواعد عمل‌گری آن مشخص می‌کنند و افزایش یک ثابت منطقی جدید نباید سبب تغییر معنای ثوابت منطقی سیستم شود.[۳۳]

مقدمهٔ ۳–۶

با توجه به دو مقدمهٔ اول استدلال روشن شد که قواعد عمل‌گری توصیف‌کنندهٔ ثوابت منطقی هستند و این قواعد باید واجد شرط پایستاری باشند. در ادامه بـه تبیین مقـدمات «۳–۶» که محور اصلی استدلال را تشکیل می‌دهند می‌پردازیم.

سیستم M با واژگان L مفروض است. این سیستم واجد مجموعهٔ قواعد ساختاری Δ و چند ثابت منطقی است، اگر به این سیستم ثابت منطقی S اضافه شود که در توصیف آن علاوه بر قواعد عمل‌گری (معرفی s و حذف s)، قاعدهٔ ساختاری ψ نیز نقش دارد، در این صورت نه‌تنها یک ثابت منطقی جدید به ثوابت منطقی سیستم اضافه شده است، بلکه مجموعهٔ قواعد ساختاری نیز تغییر خواهد یافت. بنابراین لازمهٔ پذیرش ادعای پیکاک این خواهد بود که با افزایش قواعد عمل‌گری به سیستم مجموعهٔ قواعد ساختاری نیز تغییر کند.

اگر قاعدهٔ ساختاری ψ، که توصیف‌کنندهٔ ثابت منطقی جدید است، متمایز با مجموعهٔ Δ باشد، مجموعهٔ جدید $\Delta+\psi$ قواعد ساختاری کل سیستم را ایجاد می‌کنند. این امر سبب می‌شود قواعد ساختاری کل سیستم تحت تأثیر قرار گیرد و لازم می‌آید که با اضافه شدن ثابت منطقی جدید با سیستم جدیدی روبه‌رو شویم؛ زیرا ساختار استدلال‌های این دو سیستم مفروض با یک‌دیگر متمایز است. از طرفی با توجه به تغییر در مجموعهٔ قواعد ساختاری، معنای دیگر ثوابت نیز دچار تغییر می‌شود؛ زیرا فرض بر این بود که معنای ثوابت منطقی حاصل مجموع قواعد عمل‌گری و ساختاری است.[۳۴]

از طرف دیگر اضافه شدن ثابت منطقی مفروض سبب تغییر در سیستم و فقدان شرط پایستاری خواهد شد؛ زیرا با اضافه شدن این ثابت منطقی معنای دیگر ثوابت نیز دچار تغییر شده است. اما ویژگی پایستاری شرط لازم عمل‌گرهای منطقی است و نقض شرط پایستاری می‌تواند منجر به ناسازگاری سیستم شود.[۳۵] این در حالی است که اضافه شدن قواعد عمل‌گری، که واجد شرط پایستاری هستند، سبب تغییری در سیستم مبنا (سیستم منطقی قبل از اضافه شدن ثابت منطقی جدید) نمی‌شود. این بخش از مقدمات وی را در قالب استدلال زیر می‌توان بیان کرد:

الف) اگر معنای ثوابت منطقی متأثر از قواعد ساختاری باشد ثوابت منطقی واجد شرط پایستاری نخواهند بود.

ب) اگر ثوابت منطقی واجد شرط پایستاری نباشند سبب ناسازگاری سیستم می‌شوند.

∴ اگر معنای ثوابت منطقی متأثر از قواعد ساختاری باشد سبب ناسازگاری سیستم می‌شود.

۸. نقد و تحلیل استدلال هکین

به طور کلی ساختار استدلال هکین مبتنی بر سه مقدمهٔ کلیدی است:

a) قواعد عمل‌گری توصیف‌کنندهٔ ثوابت منطقی هستند.

b) قواعد عمل‌گری در صورتی توصیف‌کنندهٔ ثوابت هستند که دارای ویژگی پایستاری باشند.

c) مبتنی بودن توصیف ثوابت بر قواعد ساختاری نقض‌کنندهٔ شرط پایستاری است.

تمایز میان توصیف و تعریف لزوماً تأثیری در روند این استدلال ندارد و در صورتی که هکین بتواند استدلال خود را برای حالتی که قواعد عمل‌گری نقش توصیفی دارند اثبات کند همین نتیجه برای تعریف ثوابت منطقی نیز وجود خواهد داشت. به عبارتی دیگر این برهان هم‌چنین تأییدی خواهد بود بر این ادعا که قواعد ساختاری در تعریف ثوابت منطقی نقشی ندارند. بنابراین در این‌جا به ارزیابی مقدمهٔ اول نمی‌پردازیم و آن را به عنوان مقدمهٔ درست می‌پذیریم.

مقدمهٔ دوم مقدمهٔ کلیدی استدلال است. در این مقدمه به شرط مهم پایستاری اشاره شده است. این شرط نکتهٔ محوری مقالهٔ هکین است، به گونه‌ای که اگر قواعد عمل‌گری فاقد این شرط باشند دیگر توصیف‌کنندهٔ ثوابت منطقی نخواهند بود. لزوماً چنین نیست که تمام کسانی که رویکرد استنتاج‌گرایی به معناداری را پذیرفته‌اند شرط پایستاری را به عنوان شرط لازم و کافی پذیرفته باشند (Brandom, 1998: 127; Read, 2012: 164).[۳۶]

هم‌چنین این نکتهٔ قابل ملاحظه‌ای است که می‌توان نمونه‌هایی را ارائه داد که گرچه ثابت منطقی قابل قبولی است اما وقتی به سیستمی اضافه می‌شود سبب نقض شرط پایستاری می‌شود. در این صورت به نظر می‌رسد شرط پایستاری شرط قوی است که سبب خروج برخی از ثوابت منطقی شده است که فاقد عیب هستند.

مثال: نقض شرط پایستاری؛

سیستم مفروض $S=\{\&,\supset\}$ دارای دو عمل‌گر $\supset$, $\&$ است، اگر $\sim$ با همان تعاریف پذیرفته‌شدهٔ منطق کلاسیک به این مجموعه اضافه شود در سیستم توسعه‌یافتهٔ جدید S' که عبارت است از $S' = S \cup \{\sim\}$ فرمول پیرس $((A \supset B) \supset A) \supset A)$ قابل اثبات است. در حالی که قبل از این افزایش این فرمول قابل اثبات نبود. پس چنین افزایشی در عمل‌گرها توسیع ناپایستاری است. این تردید که شرط پایستاری ممکن است مانع ورود عمل‌گری‌های معتبر شود منجر به ارائهٔ راه‌کارهای دیگری شده است. برای مثال می‌توان به نرمالیزیشن و هارمونی اشاره کرد (Florian, 2011: 632). بنابراین مقدمهٔ دوم استدلال مقدمه‌ای مسلم و کاملاً پذیرفته‌شده نیست، اما در این‌جا با فرض صدق مقدمه‌های اول و دوم، به ارزیابی هستهٔ اصلی استدلال وی در مقدمهٔ سوم می‌پردازیم.

بنا بر مقدمهٔ سوم مبتنی بودن توصیف ثوابت بر قواعد ساختاری نقض‌کنندهٔ شرط پایستاری است، اما لزوماً چنین نیست؛ زیرا اگر تعریف ثوابت منطقی مبتنی بر قواعد ساختاری یک‌سان با سیستم مبنایی باشد در این صورت مبتنی بودن توصیف ثوابت بر قواعد ساختاری نقض‌کننده شرط پایستاری نخواهد بود. به عبارت دیگر استدلال مطرح‌شده در صورتی درست است که ثابت منطقی اضافه‌شده دارای ویژگی ساختاری متمایز با مجموعهٔ قواعد ساختاری سیستم مبنا باشد، در غیر این صورت عملاً قواعد ساختاری متمایزی ایجاد نشده است و اضافه شدن این ثابت منطقی اگر واجد شرط پایستاری باشد هیچ مشکلی برای سیستم ایجاد نمی‌کند. به عبارت دیگر، حتی اگر بپذیریم که قواعد ساختاری در توصیف ثوابت منطقی نقش دارند اما چنان‌چه این قواعد ساختاری متمایز از قواعد ساختاری سیستم مبنایی (که قرار است ثابت منطقی مفروض به آن اضافه شود) نباشند در این صورت استدلال هکین کار نخواهد کرد؛ زیرا افزایش یک ثابت منطقی موجب تغییر قواعد ساختاری استدلال نخواهد شد.

با توجه به آن‌چه تاکنون بیان شد حتی با فرض درستی مقدمات اول و دوم هکین، استدلال وی فاقد عمومیت است و می‌توان فرض کرد که در تعریف ثوابت منطقی قواعد ساختاری هم‌سان با قواعد ساختاری سیستم پایه نقش داشته باشد. بنابراین استدلال وی صرفاً برای آن دسته از ثوابت منطقی است که در تعریف آن‌ها قواعد ساختاری لحاظ شده است و به سیستمی اضافه شده‌اند که دارای مجموعهٔ قواعد ساختاری متفاوتی است. برای روشن شدن ادعای هکین با ارائهٔ مثالی سعی می‌شود مقدمهٔ سوم بهتر نشان داده شود.

مثال: تبیینی از ادعای هکین؛

سیستم M سیستم مفروضی از منطق گزاره‌ها است که دارای دو ثابت منطقی «~» و «$\sqcup$» است. «$\sqcup$» عمل‌گری از همه نظر شبیه فصل منطق کلاسیک است به جز این‌که قابلیت جابه‌جایی ندارد. سیستم M سیستم مبنا است که فاقد ویژگی ساختاری جابه‌جایی است. با توجه به این ویژگی‌ها رابطهٔ زیر را به عنوان یک اصل موضوع سیستم M می‌پذیریم:

$$a \sqcup b \nrightarrow b \sqcup a$$

M’ سیستم توسعه‌یافته‌ای از M است، M’ = M + ∧. این سیستم توسعه‌یافته دارای ثابت منطقی عطف «∧» است که در تعریف آن علاوه بر قواعد عمل‌گری قاعدهٔ ساختاری جابه‌جایی نیز لحاظ شده است:

$$\frac{\therefore\ a \wedge b}{\therefore\ b \wedge a}$$

ویژگی ساختاری عطف سبب می‌شود فصل نیز دارای این ویژگی ساختاری شود و فرمول‌هایی که پیش از این در سیستم M قابل اثبات نبود اثبات شود. با توجه به این‌که قواعد ساختاری قواعد ساختاری کل سیستم هستند و در واقع بیان‌کنندهٔ قواعد کلی استنتاج هستند، در این صورت با پذیرش عطف باید قاعدهٔ ساختاری جابه‌جایی را نیز به مجموعهٔ قواعد ساختاری سیستم اضافه کرد. در تعریف ثابت منطقی ⊔، بر عدم جابه‌جایی مواضع آن تأکید شده است به گونه‌ای که یگانه فرق آن با فصل منطق کلاسیک در این امر است. اکنون فرض کنیم که ثابت منطقی عطف را به سیستم M اضافه کنیم. با توجه به برهان زیر رابطهٔ A⊔B→B⊔A را می‌توان اثبات کرد:

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\dfrac{A \to A}{A \to A, B}\,\mathrm{wk} \qquad \dfrac{B \to B}{B \to A, B}\,wk}{A \sqcup B \to A, B}}{A \sqcup B, \sim A \to B}\,l\sim}{A \sqcup B, \sim A, \sim B \to \emptyset}\,l\sim}{A \sqcup B, \sim A \wedge \sim B \to \emptyset}\,l\wedge}{A \sqcup B \to \sim(\sim A \wedge \sim B)}\,R\sim$$

با اضافه شدن عطف که دارای ویژگی جابه‌جایی است می‌توان رشتهٔ A⊔B→B⊔A را به عنوان یک قضیه اثبات کرد؛ در حالی که قبل از این افزایش این رشته قابل اثبات نبود. بنابراین عمل‌گر عطف سبب توسعهٔ غیرپایستاری شده است که علت آن نیز وجود ویژگی ساختاری جابه‌جایی در تعریف عطف است. این مثال به‌خوبی ایدهٔ هکین را مشخص می‌کند و می‌تواند مثال نقضی برای این دیدگاه باشد که قواعد ساختاری در تعریف ثوابت منطقی نقش دارند.

با توجه به آن‌چه دربارهٔ استدلال هکین بیان شد می‌توان استدلال را چنین جمع‌بندی کرد:

۱. پذیرش مطلق شرط پایستاری که مورد تأکید هکین است قابل تأمل است و در این شرط ملاحظاتی وجود دارد؛

۲. استدلال هکین صرفاً بخشی از ادعای او را پوشش می‌دهد، استدلال فقط شامل حالتی می‌شود که قواعد ساختاری ثوابت متمایز از قواعد ساختاری سیستم مبنایی باشند.

با توجه به روند استدلال هکین در ابتدای تعریف ثوابت بر قواعد ساختاری ابهام دیگری نیز وجود دارد. برای روشن شدن این ابهام مثال مطرح‌شده را به گونه‌ای دیگر تغییر می‌دهیم.

مثالی در نقض استدلال هکین؛

سیستم مفروض M را در نظر می‌گیریم. برخلاف مثال بالا این سیستم واجد دو ثابت عطف و نقض است و همهٔ قواعد ساختاری منطق گزاره‌ها (با رویکرد گنتزن) را دارد.

ثابت منطقی $\sqcup$ را با توجه به تمایز آن از فصل کلاسیک به این سیستم اضافه می‌کنیم تا سیستم توسعه‌یافتهٔ M’ حاصل شود. اولین مسئله که باید بررسی شود این است که آیا این افزایش واجد شرط پایستاری است؟ مسئلهٔ دوم این است که آیا بدون تغییر در معنای $\sqcup$ می‌توان آن را به این سیستم اضافه کرد؟

جدا از مسئلهٔ پایستاری به نظر می‌رسد عمل‌گر $\sqcup$ اگر به سیستم M اضـافه شـود، ایـن عمل‌گر به فصل منطق کلاسیک v فروکاسته شود؛ زیرا با توجه به ویژگـی‌هـای سـاختاری سیستم M و از طرفی وجود ثابت منطقی عطف، کـه قابلیـت جابـه‌جـایی دارد، بـه‌راحتـی می‌توان نشان داد که با اضافه شدن $\sqcup$ به این سیستم لازم می‌آید:

$$\frac{A \sqcup B \rightarrow \sim(\sim A \wedge \sim B) \qquad \sim(\sim A \wedge \sim B) \rightarrow B \sqcup A}{\therefore A \sqcup B \rightarrow B \sqcup A}\ cut$$

با توجه به این‌که یگانه تمایز $\sqcup$ از $\vee$ در عـدم جابـه‌جـایی مواضـع $\sqcup$ اسـت، در ایـن سیستم عملاً این تمایز از بین می‌رود. به عبارت دیگر نمی‌توانیم $\sqcup$ را با توجه بـه ویژگـی ساختاری خاص آن به سیستم منطق کلاسیک اضافه کرد. بنابراین برخلاف نتیجهٔ هکـین از مثال مطرح‌شده باید گفت قواعد ساختاری در تعریـف ثوابـت منطقـی نقـش دارنـد؛ زیـرا همان‌گونه که در این مثال نشان داده شد ویژگی‌های ساختاری سیستم سـبب تغییـر معنـا و فروکاهش $\sqcup$ به v منطق کلاسیک شده‌اند. به عبارت دیگر اگر بخواهیم ثابت منطقـی $\sqcup$ را به سیستم اضافه کنیم این ویژگی ساختاری را نیز با خود به همراه دارد و صرفاً می‌تواند در سیستم‌هایی پیاده شود که ناقض این ویژگی ساختاری نباشند. از طرفی اضافه شـدن ثابـت منطقی جدید $\sqcup$ به M، هرچند سبب این فروکاهش می‌شـود امـا ایـن امـر سـبب توسـعهٔ غیرپایستاری نیست و پایستاری این افزایش به‌راحتی قابل اثبات است.

بنابراین با توجه به فرض‌های مطرح‌شده حالتی یافت شد کـه در آن ثابـت منطقـی بـه سیستمی اضافه شده و این افزایش نیز دارای شرط پایستاری است، امـا بـه علـت ویژگـی ساختاری سیستم معنای ثابت منطقی تغییر پیـدا کـرده اسـت، پـس اسـتدلال هکـین علیـه ادعایش قابل پیاده‌سازی است؛ زیرا او با تکیه بر اصـل پایسـتاری نشـان داد کـه هرگـاه در تعریف ثوابت منطقی از قواعد ساختاری استفاده شود این افزایش سبب توسعهٔ غیرپایسـتار می‌شود و عملاً نمی‌توان چنین ثابتی را به سیستم افزود. اما در مثال آخر نشان داده شد کـه ثابت $\sqcup$ وقتی به سیستم اضافه شود شرط پایستاری حفظ می‌شود امـا $\sqcup$ بـه $\vee$ فروکاسـته خواهد شد. به عبارت دیگر قواعد ساختاری سبب تغییر معنای ثابت مورد نظر شده است.

بنابراین استدلال هکین مبنی بر این‌که قواعد عمل‌گری و ساختاری کاملاً مجـزا هسـتند و قواعد ساختاری هیچ نقشی در تعریف ثوابت منطقی ندارد، با مشکلاتی روبه‌رو است. بـا این حال در صورت رد شدن این استدلال آیا می‌توان توضیح مناسبی برای رویکرد گنتـزن به معناداری ثوابت صرفاً بر اساس قواعد عمل‌گری ارائه داد؟

۹. راه‌کار پیش‌نهادی

در دیدگاه کل‌گرایانه معنای ثوابت منطقی توسط کل سیستم به دست مـی‌آیـد، بـدین صورت که معنای هر ثابت منطقی علاوه بر قواعد عمل‌گری مختص آن ثابت منطقی، اولاً وابسته به قواعد معرفی و حذف دیگر عمل‌گرها است و ثانیاً معنـای آن متـأثر از محتوای کلی استنتاج است. در این صورت قواعد ساختاری کـه بیـان‌کننـدهٔ محتـوای کلی استنتاج است در ارائهٔ معنای ثوابت منطقی نقش دارند. پائولی رویکرد استنتاجی گنتزن را با رویکرد کل‌گرایانه جمع کرد؛ بدین شکل که هر ثابـت منطقـی هـم دارای محتوای خاص است که با قاعدهٔ معرفی به دست می‌آید و هـم محتـوای کلـی کـه از طریق بررسی اثبات‌پذیری رشته‌هایی که دارای آن اپراتـورهـا در سیسـتم هسـتند بـه دست می‌آید (Paoli, 2002). راه‌کار پیش‌نهادی از این جهت که راه‌کاری بین رویکرد کل‌گرایانه و رویکرد استنتاجی گنتزن است تا حدودی نزدیک به نظر پائولی است، بـا وجود این به سبب تفاوت‌هایی که با دیدگاه پائولی دارد نمی‌تواند زیر عنوان رویکرد کل‌گرایانه قرار گیرد.

بر اساس نظریهٔ بازی‌ های زبانی ویتگنشتاین می‌توان راه‌کاری برای این مسئله پیش‌نهاد داد. به طور خلاصه ایدهٔ بازی‌های زبانی بر این امر مبتنی است که معنا در بازی بر اسـاس تبعیت از قوانین شکل می‌گیرد (Wittgenstein, 1986: 7)، بـدین صـورت کـه هـر بـازی قواعد خاص خود را دارد و گویش‌وران هر بازی بر اساس کاربرد قواعد بازی به گفته های خود معنا می‌دهند. اگر این ایده را در مسئلهٔ مورد پژوهش وارد کنیم باید گفت سیستم‌های منطقی نقش بازی‌های گوناگون زبانی را ایفا می‌کنند و اگر بخواهیم دربـارهٔ معنـای ثوابـت صحبت شود صرفاً باید «معنا در سیستم» مورد نظر باشد.

با توجه به این‌که معنای ثوابت در سیستم منطقی شکل مـی‌گیـرد؛ بنـابراین معنـای آن متأثر از ویژگی‌های سیستم خواهد بود. پس قطعاً قواعد ساختار در تعیـین معنـای ثوابـت منطقی مؤثر هستند. البته این امر می‌تواند به دو شکل قابل فرض باشد:

الف) قواعد عمل‌گری بر اساس ویژگی‌های ساختاری سیستم تغییر می‌کنند. به عبارت دیگر معنای ثوابت منطقی بر اساس قواعد عمل‌گری به دست می‌آید، اما قواعد عمل‌گری خود متأثر از قواعد ساختاری هستند، به گونه‌ای که با تغییر قواعد ساختاری تغییر می‌کنند. مثلاً در حساب رشته‌های گنتزن اصولاً قواعد معرفی فصل در منطق کلاسیک و شهودی متمایز است. بنابراین، فصل در این دو منطق کارکرد یک‌سانی ندارد و معنای فصل نیز در این دو منطق متمایز است؛

ب) قواعد عمل‌گری ثابت‌اند، اما قواعد ساختاری در سیستم‌های گوناگون متمایز هستند. این تمایز سبب محدودیت بر روی کارکرد قواعد عمل‌گری می‌شود. در این صورت باید گفت معنای مطلقی برای یک ثابت منطقی وجود ندارد، بلکه توصیف هر ثابت منطقی بر اساس قواعد عمل‌گری آن در «یک سیستم» خواهد بود.

اگر از مقدمهٔ اول استدلال هکین استفاده شود باید گفت با هر دو فرض آن‌چه ثوابت منطقی را توصیف می‌کند قواعد عمل‌گری هستند، اما باید دقت کرد توصیف هر ثابت منطقی با توجه به سیستم منطقی آن باید لحاظ شود. حد مشترک فرض‌های «الف» و «ب» این است که ثوابت منطقی بر اساس قواعد عمل‌گری توصیف می‌شوند در فرض «الف» خود قواعد به سبب ویژگی‌های سیستم تغییر می‌کنند، اما در فرض «ب» قواعد عمل‌گری خودشان تغییری نمی‌کنند ولی ممکن است ویژگی‌های ساختاری برخی محدودیت‌ها را برای ثوابت ایجاد کنند.

۱۰. نتیجه‌گیری

پیکاک با طرح این پرسش که «چرا در تعریف ثوابت منطقی، قواعد عمل‌گری با قواعد ساختاری مجموعاً به عنوان تعریف لحاظ نشود؟» ایدهٔ گنتزن و رویکرد استنتاج‌گرایی را با چالشی روبه‌رو کرد. هکین، از جمله نظریه‌پردازان رویکرد دوانگاری، معتقد است که قواعد عمل‌گری نقشی کاملاً متمایز با قواعد ساختاری دارند. از طرفی استدلال هکین مبنی بر این‌که قواعد عمل‌گری و ساختاری کاملاً مجزا هستند با مشکلاتی روبه‌رو است، که مهم‌ترین آن در مثال ۳ نشان داده شد؛ در این مثال حالتی ارائه شد که در آن قواعد ساختاری سبب تغییر معنای ثابت منطقی شده‌اند.

در نهایت با توجه به این‌که معنای ثوابت در سیستم منطقی شکل می‌گیرد و معنای آن متأثر از ویژگی‌های سیستم است، دو فرض دربارهٔ معنای ثوابت منطقی مطرح شد. در این

صورت توصیف ثوابت در هر دو فرض «الف» و «ب» بر اساس قواعد عمل‌گری است و نباید آن را معنای مطلق ثوابت دانست بلکه صرفاً توصیف ثوابت در «سیستم منطقی» خواهد بود.

بنابراین به اشکال پیکاک این‌گونه پاسخ داده می‌شود که چون معنای ثوابت «در سیستم» لحاظ می‌شود فرض مطرح‌شدهٔ وی دچار اشکال است؛ زیرا اگر ثابت منطقی افزوده‌شده به یک سیستم دارای قواعد ساختاری متمایزی با آن سیستم مبنا باشد اصولاً چنین افزایشی منجر به عدم ـ پایستاری در سیستم می‌شود و نمی‌توان چنین ثابتی را به آن افزود. اما اگر ثابت منطقی قواعد ساختاری یک‌سانی با سیستم داشته باشد در این صورت صرفاً قواعد معرفی و حذف توصیف‌کنندهٔ ثابت منطقی هستند.

پی‌نوشت‌ها

۱. رویکرد استنتاج‌گرایی رویکردی است که در آن معنی یک لفظ (یا یک ادات منطقی) بر اساس کارکردی که در استنتاج دارد به دست می‌آید.

۲. مقالهٔ وی در سال ۱۹۳٤ به زبان آلمانی انتشار یافت، اما مجموعهٔ مقالات وی در سال ۱۹٦٤ به انگیسی ترجمه و منتشر شد.

۳. هم‌چنین ذکر این نکته ضروری است که توسعهٔ پژوهش‌ها در حوزهٔ ویژگی‌های ساختاری سبب ظهور سیستم‌های جدید منطقی به نام منطق‌های زیرساختی (substructural logics) شده است.

٤. از منظر گنتزن ثوابت منطقی بر اساس قواعد معرفی تعریف می‌شوند و قواعد ساختاری (Paoli, 2002: 6) با تحلیل استنتاج و بررسی قواعدی که بر ساختار استنتاج حاکم هستند قابل دست‌یابی است.

۵. قواعد عمل‌گری گنتزن: این قواعد، قواعد سازنده (building rules) هستند به این معنی که با این قواعد فرمول‌هایی با ترکیب کم‌تر به فرمول‌هایی با ترکیب بیش‌تر منجر می‌شوند.

٦. گنتزن قواعد معرفی را به عنوان مبنای تعریف ثوابت منطقی قرار داده است و قواعد حذف را با کمک قواعد معرفی توضیح می‌دهد. اما قواعد معرفی و حذف می‌توانند با هم یا حتی قواعد حذف به عنوان مبنای تعریف ثوابت منطقی لحاظ شود.

۷. در سیستم اسکات، برخلاف سیستم تارسکی که نتیجه در آن صرفاً از یک فرمول تشکیل شده است، نتیجه می‌تواند مجموعه‌ای از فرمول‌ها باشد.

۸. یا تعدی (transitivity).

۹. ایان هکین در مقالهٔ مشهور «منطق چیست؟» (What is Logic?) این سه شرط را برای این‌که

رابطهٔ میان فرمول‌ها رابطهٔ استنتاجی باشد مطرح می‌کند؛ البته او این سه شرط را شرایط کافی استدلال می‌داند نه ضروری (Hacking, 1979).

۱۰. استیفان رید این قواعد را به صورت زیر نشان داده است:

1. Reflexivity: $A \vdash A$
2. Weakening (or Monotonicity): if $X \vdash A$ then $B, X \vdash A$
3. Cut, or transitivity: if $X \vdash A$ and $A, Y \vdash B$ then $X, Y \vdash B$.

۱۱. برای یافتن ریشهٔ برهان، اولین قدم این است که آخرین رشتهٔ استنتاج‌شده را در نظر گیریم، و با تحلیل بازگشتی بر اساس قواعد عمل‌گری و ساختاری باید به اصل موضوع این‌همانی ($A \vdash A$) برسیم. برای توضیحات بیش‌تر در این خصوص ← Negri and Plato, 2008: 28.

12. If $A \vdash B$ and $B \vdash C$, then $A \vdash C$.

۱۳. در واقع نقش حذف برش به مانند نرمالیزشن در استنتاج طبیعی است.

۱۴. یا فروکاهش.

۱۵. تارسکی این موارد را ساده کرده است ← Tarski, 1956.

۱۶. قواعد ساختاری اسمایلی عبارت‌اند از:

1. $A \vdash A$
2. If $A_1, .. A_i, A_i +_1 .., A_n \vdash B$ then $A_1, .. A_i +_1, A_i .., A_n \vdash B$
3. If $A_1, A_1, \ldots, A_n \vdash B$ then $A_1, \ldots, A_n \vdash B$
4. If $A_1, \ldots, A_n \vdash B$ then $A_1, A_1, \ldots, A_n \vdash B$
5. If $A_1, \ldots, A_n \vdash B$ then $C, A_1, \ldots, A_n \vdash B$
6. If $\vdash B_1$ and $B_1, \ldots, B_k \vdash C$ then $B_2, \ldots, B_k \vdash C$
7. If $A_1, \ldots, A_n \vdash B_1$ and $B_1, \ldots, B_k \vdash C$, then $A_1, .. A_n, B_2 .., B_k \vdash C$

۱۷. این ویژگی تکرار مکرر نیز نامیده می‌شود.

۱۸. ویژگی انقباض حذف مکرر نیز نامیده می‌شود.

۱۹. این قاعده را می‌توان قاعدهٔ یک‌نواختی نیز نامید.

۲۰. به عبارت دقیق‌تر، این قاعده از ترکیب قاعدهٔ تضعیف و جابه‌جایی نتیجه شده است.

۲۱. تعریف اصل وارونگی (Negri and Plato, 2008: 6): هر آن‌چه از پیش‌زمینه‌های (direct grounds) استنتاج یک فرمول (یعنی مجموعهٔ مقدماتی که منجر به آن فرمول می‌شود) قابل استنتاج است، از خود آن فرمول (نتیجه) نیز قابل استنتاج است.

برای مثال A∧B را در نظر می‌گیریم. با توجه بـه ایـن‌کـه پـیش‌زمینـهٔ آن، یعنـی مجموعـهٔ مقدماتی که آن را نتیجه داده‌اند، عبارت‌اند از A و B و این دو فرض A و B به گونـه‌ای لحـاظ شده‌اند که C از آن نتیجه می‌شود، در این صورت بنا بر اصـل وارونگـی C، از A∧B نیـز قابـل استنتاج است. قاعدهٔ حذف عطف را می‌توان بدین صورت بیان کرد:

$$\dfrac{A\&B \qquad \begin{array}{c}[A, B]\\ \vdots \\ C\end{array}}{C}\ \&E$$

22. 'The introductions represent, as it were, the 'denifions' of the symbols concerned, and the eliminations are no more, in the final analysis, than the consequences of these denitions' (Gentzen, 1969 a: 80).

۲۳. توضیح این شرط در ادامهٔ مقاله آمده است.

۲٤. پائولی معتقد است رویکرد استنتاجی گنتزن را می‌توان با رویکرد کل‌گرایانه بدین صورت جمع کرد: فرض کنیم هر ثابت منطقی هم دارای محتوای خاص است که با قاعدهٔ معرفـی بـه دسـت می‌آید و هم محتوای کلی که از طریق بررسی اثبات‌پذیری رشته‌هایی که دارای آن اپراتورهـا در سیستم هستند به دست می‌آید (Paoli, 2002).

۲۵. پائولی پریمر این دیدگاه را به عنوان یک رویکرد متفاوت و در عرض بقیه ذکر کرده است و با عنوان ancillary به آن اشاره کرده است (Paoli, 200: 9).

۲٦. همان‌گونه که گفته شد تعریف ثوابت منطقی از طریق قواعد معرفی یک تعریف مناسب خواهد بود فقط اگر creative نباشد.

27. 'However, the weakening and contraction rules in themselves have no proof-theoretical meaning, as was pointed out by Gentzen (1936: 513-14) already' (Negri and Plato, 2008: 183).

28. 'the actual meaning of the words 'and', 'imply', 'or' is wholly in the structural group and it is not excessive to say that a logic is essentially a set of structural rules'.

۲۹. هکین در مقالهٔ خود ویژگی زیرفرمولی را به عنوان شرط دوم مطرح کرده است که با توجه بـه نزدیکی این شرط به ویژگی پایستاری فقط شرط پایستاری را ذکر کرده‌ایم.

۳۰. و اگر قواعد عمل‌گری بخواهند به عنوان تعریف لحاظ شوند باید دارای شـرط پایسـتاری باشند.

۳۱. ویتگنشتاین در *تراکتاتوس* ایده‌ای کاملاً متفاوت ارائه می‌دهد. او تـلاش مـی‌کنـد نشـان دهـد چگونه صدق‌های منطقی با کاربست ثوابت منطقی تولید می‌شوند. از نظـر وی بـدون ایـن‌کـه بخواهیم نگران معنی و مفهوم ثوابت منطقی باشیم گزاره‌های منطقی را می‌توان صرفاً بر اسـاس قواعد عمل‌گری ثوابت ساخت (Wittgenstein, 1961).

۳۲. برای پاسخ به این مسئله که چرا قواعد منطق محض (pure logic) بایـد دارای ایـن ویژگـی‌هـا باشند ← Hacking, 1979: 304.

۳۳. در خصوص این‌که این شرط چگونه مانع ورود قواعد عمل‌گری معیوب به استدلال مـی‌شـود ← Belnap, 1962.

۳٤. روشن است که تغییر معنای دیگر ثوابت به علت تغییر در کارکرد آن‌ها به تبعِ تغییـر در قواعـد ساختاری سیستم است.

۳۵. زیرا همان‌گونه که بیان شد شرط پایستاری مانع ورود ثوابت منطقی معیوبی می‌شود که سیستم را به ناسازگاری می‌کشانند.

۳٦. براندوم نمی‌پذیرد که غیرپایستار بـودن یـک عمـل‌گـر همیشـه امـر نـامطلوبی باشـد: داشـتن استنتاج‌های جدید در میان جملات قبلی می‌تواند خیلی مفید باشد.

منابع

Baumslag, B. A. (1968). *Schaum's outline of group theory*, McGraw-Hill Companies.

Belnap, N. (1996). 'The display problem', In H. Wansing, *Proof Theory of Modal Logic*, Springer.

Belnap, N. D. (1962). 'Tonk, Plonk and Plink', *Analysis,* Vol. 22, No. 6.

Brandom, R. (1998). *Making it explicit: Reasoning, representing, and discursive commitment.* Harvard University Press.

Dosen, k. (1989). 'Logical constants as punctuation marks', *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 30.

Dragalin, A. G. (1988). *Mathematical intuitionism: Introduction to proof theory*, Vol. 67, American Mathematical Soc.

Florian, S. (2011). 'What Harmony Could and Could', *Australasian Journal of philosophy*, Vol. 89, No. 4.

Gabbay, D. M. (1981). *Semantical investigations in Heyting's intuitionistic logic*, Vol. 148, Springer Science+Business Media B.V.

Gentzen, G. (1964). 'Investigations into logical deduction', *American philosophical quarterly*, Vol. 1.

Gentzen, G. (1969). *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, M. Szabo (ed.), London: Holland, North Amsterdam.

Girard, J. Y. (1995). 'Linear logic, its syntax and semantics', in J. Y. Girard, *Advances in linear logic*, Cambridge University Press.

Hacking, I. (1979). 'What is logic?', *The journal of philosophy*, Vol. 76, No. 6.

Martin-Lof, P. (1970). *Notes on constructive mathematics*, Almqvist & Wiksell.

Negri, S. and J. V. Plato (2008). *Structural Proof Theory*, Cambridge University Press.

Paoli, F. (2002). *Substructural logics: a primer*, Vol. 13, Springer.

Peirce, C. S. (1885). 'On the algebra of logic: A contribution to the philosophy of notation', *American journal of mathematics,* Vol. 7, No. 2.

Pfenning, F. (2000). 'Structural cut elimination: I. intuitionistic and classical logic', *Information and Computation*, 157.

Prawitz, D. (1974). 'On the idea of a general proof theory', *Synthese*, Vol. 27, No. 1.

Prior, A. N. (1960). 'The runabout inference-ticket', *Analysis*, Vol. 21, No. 2.

Read, S. (2012). *Relevant Logic a Philosophical Examination of Inference*, Basil Blackwell.

Sambin, G. a. (2000). 'Basic logic: reflection, symmetry, visibility', *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 65, No. 03.

Schroeder-Heister, P. (2014). 'Proof-Theoretic Semantics', in E. N. Zalta (ed.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, \url{http://plato.stanford.edu/archives/sum2014/entries/proof-theoretic-semantics/}.

Schwichtenberg, H. (1977). 'Proof theory: Some applications of cut-elimination', in *Handbook of Mathematical Logic*, North-Holland, Amsterdam: Elsevier.

Smiley, T. J. (1958). 'Entailment and deducibility', in T. J. Smiley, *Proceedings of the Aristotelian Society*.

Tarski, A. (1956). *On the Concept of Logical Consequence Papers from 1923 to 1938, Logic, Semantics, Metamathematics*, J. H. Woodger (trans.), Oxford: Clarendon press.

OxfordUniversity PressTarski, A. (1983). *Logic, semantics, metamathematics: papers from 1923 to 1938.* Hackett Publishing.

Von, L. and W. F. Gottfried (1976). *Philosophical Papers and Letters: a selection*, Vol. 1, Springer.

Wansing, H. (2000). 'The idea of a proof-theoretic semantics and the meaning of the logical operations', *Studia Logica*, Vol. 64, No. 1.

Wittgenstein (1961). *Tractatus Logico-Philosophicus*, D. F. Pears and B. F. McGuinness (trans.), NewYork: The Humanities Press.

Wittgenstein (1986). *Philosophical Investigations*, G. E. Anscombe (trans.), United States: Basil Blackwell.