

## کاربرد برنامه ریزی فازی خاکستری در تخصیص منابع آب شهرستان یزد

سیمین محسنی<sup>۱</sup>، جواد شهرکی<sup>۲</sup>

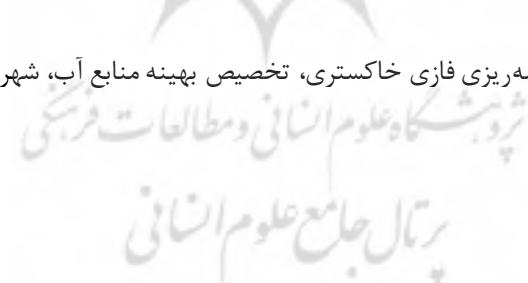
تاریخ دریافت: ۹۴/۰۳/۰۸      تاریخ پذیرش: ۹۴/۰۶/۳۰

### چکیده

در مطالعه حاضر، با استفاده از مدل برنامه ریزی فازی خاکستری به تخصیص بهینه منابع آب در مصارف مختلف کشاورزی، صنعت، شرب و فضای سبز در شهرستان یزد پرداخته شد. هدف از این تحقیق حداکثر کردن منافع اقتصادی و زیست محیطی در تخصیص منابع آب می‌باشد. داده‌های مورد نیاز از شرکت سهامی آب منطقه‌ای، سازمان آب و فاضلاب، جهاد کشاورزی و سازمان صنعت، معدن و تجارت استان یزد برای سال‌های ۱۳۸۱-۱۳۸۹ جمع‌آوری گردید. برای تحلیل و توصیف داده‌ها از نرم‌افزار اکسل استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که برای تخصیص بهینه منابع آب، اولویت با حداکثر کردن سود اقتصادی سیستم (سود بخش‌های کشاورزی، صنعت و شرب) و سپس سود زیست محیطی (مربوط به منافع آبیاری فضای سبز) است. همچنین با کاربرد برنامه ریزی فازی خاکستری، درجه خاکستری بودن مربوط به سود خالص سیستم و سود زیست محیطی به ترتیب ۹ درصد و ۴۳ درصد کاهش یافت. لذا به دلیل اهمیت داشتن مدیریت تقاضا و حرکت به سمت صرفه‌جویی و دستیابی به سود اقتصادی بیشتر در برنامه ریزی فازی خاکستری، توصیه می‌گردد که نتایج روش برنامه ریزی فازی خاکستری مورد توجه برنامه ریزان قرار گیرد.

**طبقه‌بندی JEL:** Q2, Q25

**واژه‌های کلیدی:** برنامه ریزی فازی خاکستری، تخصیص بهینه منابع آب، شهرستان یزد.



۱- دانشجوی دکترای اقتصاد منابع طبیعی و محیط زیست دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۲- عضو هیئت علمی و دانشیار دانشگاه سیستان و بلوچستان.

\* نویسنده‌ی مسئول مقاله، [mohseni.simin@gmail.com](mailto:mohseni.simin@gmail.com)

### پیشگفتار

توسعة منطقه‌ای و ناحیه‌ای با منابع آب و کمیت و کیفیت آن ارتباط تنگاتنگ دارد، لذا استفاده بهینه از آبهای انتقالی و ذخایر زیرزمینی امری حیاتی می‌باشد. استفاده صحیح و کارا از این کالای کمیاب نیازمند برنامه‌ریزی است که ابزار برنامه‌ریزی، شناخت بعدهای اقتصادی این کالای کمیاب می‌باشد. همچنین نقش آب به عنوان یک عنصر اساسی در توسعه اقتصادی کشور، اهمیت کنترل و استفاده بهینه از منابع آب را دو چندان کرده است. لذا این سوال مطرح می‌شود که آیا راهی برای کاربران مختلف در بخش‌های متفاوت مصرف آب، وجود دارد تا از مقدار مشخص آب موجود بهترین استفاده را نمایند؟ برای پاسخ‌گویی به این سوال ارزیابی وضعيت فعلی تخصیص منابع آب و لزوم توجه به مسائل بهینه‌یابی، به علت کمیابی و اقتصادی بودن آب در ایران به ویژه در استان‌های کویری مانند یزد، ضروری به نظر می‌رسد. روش‌های گوناگونی برای تخصیص بهینه منابع آب وجود دارد که در ذیل به صورت مختصر به آن اشاره شده است.

همایونی‌فر و رستگاری‌پور(۱۳۸۹)، در مطالعه‌ای تخصیص آب سد لتيان بین محصولات کشاورزی با کاربرد مدل بهینه‌سازی دو مرحله‌ای نادقيق را مورد بررسی قرار دادند و نتایج نهایی با مدل برنامه‌ریزی فازی بازه‌ای مقایسه شد. مقایسه دو مدل نشان داد که مدل برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای فازی نادقيق به طور همزمان سود و قطعیت سیستم را افزایش می‌دهد.

rstgari-pour و صبحی(۱۳۸۸)، برنامه‌ریزی فازی خاکستری را در تعیین الگوی کشت بخش مرکزی قوچان به کار برداشت. نتایج مطالعه آنها نشان داد که سطح زیرکشت فعلی گندم آبی، جو آبی و یونجه بیشتر از حد بالای بازه سطح زیرکشت آنها و جو دیم، کمتر از حد پایین بازه سطح زیرکشت آن می‌باشد. سطح زیرکشت فعلی گندم دیم و چغندرقند در بازه در نظر گرفته شده قرار داشت. افزون بر آن، درجه خاکستری بودن مجموعه جواب حاصل از برنامه‌ریزی خاکستری با استفاده از راهکار برنامه‌ریزی فازی خاکستری به میزان ۴۸ درصد کاهش یافت.

صبحی و همکاران(۱۳۸۷)، با استفاده از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای فازی با پارامترهای بازه‌ای در شرایط عدم حتمیت به بررسی تخصیص بهینه آب سد طرق بین مصارف شهری و کشاورزی پرداختند. نتایج نشان داد که سود بخش کشاورزی نسبت به تخصیص آب حساس‌تر است. همچنین دریافتند که در ۶۶ درصد موارد مصرف‌کننده شهری و در ۱۸ درصد موارد هر دو مصرف‌کننده دچار کمبود آب خواهند شد.

چیدری و کرامت‌زاده(۱۳۸۴) مدیریت سد بازوان شیروان را از طریق تخصیص بهینه‌ی آب بین اراضی زیر سد بررسی کردند. نتایج مطالعه نشان داد که بالاترین و پایین‌ترین تغییر در تخصیص فعلی آب نسبت به تخصیص بهینه به ترتیب مربوط به ماههای تیر و فروردین است که با استی

میزان آب تخصیصی در ماه تیر به میزان ۹۵ درصد نسبت به شرایط فعلی افزایش و در ماه فروردین حدود ۶۲ درصد کاهش یابد.

ونگ و همکاران (۲۰۰۹)، مدل بهینه سازی چند هدفه را برای تخصیص آب در بخش های کشاورزی، شرب، صنعت و زیست محیطی در حوضه رودخانه هایه در چین به کار برند. برای بهینه سازی تخصیص منابع آب در این تحقیق توابع هدف اقتصادی (سود ناشی از عرضه آب)، اجتماعی (شاخص هماهنگی در برابر گیرنده رابطه بین مصرف آب، توسعه اقتصادی و کیفیت محیطی) و زیست محیطی (کمینه کردن میزان آلودگی خروجی از حوضه) مدنظر قرار گرفت و از یک مدل ترکیبی الگوریتم ژنتیک<sup>۱</sup> و شبیه سازی حرارتی<sup>۲</sup> برای بهینه سازی استفاده کردند.

لی و همکاران (۲۰۰۹)، جهت مدیریت و تخصیص منابع آب، مدل برنامه ریزی فازی تصادفی چند مرحله ای را استفاده نمودند. آنها پس از تجزیه و تحلیل مجموعه های چند فازی، راه حل ها را تحت یک مجموعه سطوح برش به یک سری زیر مدل های قطعی تبدیل کردند. نتایج به کار گیری این شیوه کمک به طراحی سیاست های مدیریت منابع آب تحت شرایط عدم حتمیت بود.

لی و همکاران (۲۰۰۶)، مدل برنامه ریزی تصادفی چند مرحله ای با پارامترهای بازه ای را برای مدیریت منابع آب در کانادا تحت ستاریوهای متفاوت به کار گرفتند. آنها در مطالعه خود علاوه بر تخصیص آب بین مصارف مختلف به بررسی مبادله بین اهداف محیط زیستی و اقتصادی پرداختند. نتایج مطالعه آنها طی ۸۱ سناریو برای سه مصرف کننده شهری، کشاورزی و صنعتی و سه دوره آینده ارائه شد. اگر آب و داده شده به مصرف کننده در دوره مورد نظر رها شود، سود خالص سیستم افزایش می یابد و اگر رها نشود، مصرف کننده باید آب را از منبع گران تری تهیه کند و یا فعالیت های خود را کاهش دهد که در دو حالت مصرف کننده ضرر خواهد کرد.

هانگ و مور (۱۹۹۳)، برنامه ریزی خاکستری را برای تخصیص آب کانالی در چین به کار برند. سپس با استفاده از تحلیل حساسیت، اثر تغییر داده های خاکستری ورودی را روی داده های خاکستری خروجی گزارش نمودند. نتایج نشان داد که با افزایش در ضرایب داده های خاکستری ورودی، درجه خاکستری پاسخ ها افزایش می یابد. زمانی که ضرایب داده های خاکستری ورودی به مقدار ۱۰ و ۱۵ درصد افزایش می یابد، درجه خاکستری پاسخ ها به ترتیب به میزان ۳۵، ۱۸/۷۶ و ۸۲/۳۵ درصد افزایش می یابد. نتایج نشان داد که پاسخ های خاکستری خروجی از تغییرات پیام های خاکستری ورودی منتج می شوند.

1- Genetic Algorithm (GA)

2- Simulated Annealing (SA)

توسعه منطقه‌ای و ناحیه‌ای با منابع آب و کمیت و کیفیت آن ارتباط تنگاتنگ دارد. لذا استفاده بهینه از آبهای انتقالی و ذخایر زیرزمینی امری حیاتی می‌باشد. استفاده صحیح و کارا از این کالای کمیاب، نیازمند برنامه‌ریزی است که ابزار برنامه‌ریزی، شناخت بعدهای اقتصادی این کالای کمیاب می‌باشد. یکی از چالش‌های موجود در مدیریت منابع آب، تخصیص بهینه آن بین بخش‌ها و مصارف مختلف است. به همین علت در استان یزد با توجه به محدودیت شدید منابع آب و محوریت آب در برنامه‌های توسعه استان، تخصیص بهینه منابع آب برای بخش‌های مختلف شهری صنعت، کشاورزی و فضای سبز مورد عنایت ویژه بوده است تا با توجه به آن، راهکارهای مناسب جهت بهینه‌یابی مصرف آب انتخاب گردد. چنین کاری تاکنون در ایران انجام نشده است و ضرورت انجام آن احساس می‌شود. در این پژوهش جهت تخصیص بهینه منابع آب از مدل برنامه‌ریزی فازی خاکستری با پارامتر بازه‌ای استفاده می‌شود. اهداف تحقیق به شرح ذیل می‌باشد.

۱. تعیین سود آب در بخش‌های اقتصادی و زیست محیطی.
۲. تخصیص بهینه آب بین مصرف‌کنندگان رقیب آب شهر یزد، یعنی مصرف‌کنندگان شهری، کشاورزی، صنعتی و فضای سبز.
۳. حداکثر کردن منافع اقتصادی و زیست محیطی.

#### فرضیات تحقیق

۱. تخصیص فعلی منابع آب در شهرستان یزد بهینه نمی‌باشد.
۲. سود اقتصادی نسبت به سود زیست محیطی در اولویت قرار دارد.
۳. منافع زیست محیطی با افزایش فضای سبز حاصل می‌شود.

#### مواد و روش‌ها

##### معرفی برنامه‌ریزی فازی خاکستری

در جهان واقعی بسیاری از اطلاعات ناشناخته هستند. این اطلاعات غیردقیق و مبهم معمولاً توسط اعداد قطعی بیان می‌شوند که برای توجه و در نظر گرفتن عدم حتمیت نادرست است. برای حل این مشکل دو تکنیک برنامه‌ریزی فازی<sup>۱</sup> و پارامتر بازه‌ای<sup>۲</sup> مطرح شده است (rstگاری پور و صبوحی، ۱۳۸۸).

برنامه‌ریزی فازی به دلیل این که امکان دخالت داده‌های غیردقیق و مبهم را در پارامترهای مدل به تصمیم‌گیرندگان می‌دهد، نسبت به مدل‌های کلاسیک برنامه‌ریزی ریاضی برای استفاده در مسائل بهینه‌سازی دارای کاربرد و انعطاف‌پذیری بیشتری بوده و نتایج قابل اعتمادتر است. این برنامه‌ریزی

<sup>1</sup>Fuzzy programming (FP)

<sup>2</sup>Interval Parameter Programming (IPP)

شامل دو برنامه‌ریزی امکانی و انعطاف‌پذیری است. به علت پیچیدگی زیاد برنامه‌ریزی امکانی، کاربرد آن در حل مسائل گسترده جهان واقعی مشکل است. از طرف دیگر، امکان لحاظ کردن مستقیم متغیر تصمیم در این برنامه‌ریزی وجود ندارد. برنامه‌ریزی انعطاف‌پذیری، پیچیدگی کمتری دارد و در حل مسائل عملی می‌تواند کارساز باشد. ولی در این برنامه‌ریزی امکان در نظرگرفتن عدم حتمیت در تابع هدف و سمت چپ مدل وجود ندارد. افزون بر آن، این نوع برنامه‌ریزی فازی نمی‌تواند عدم قطعیت در اطلاعات ورودی را به طور مستقیم در فرآیند بهینه‌سازی و جواب‌های مدل لحاظ کند. البته این نوع برنامه‌ریزی، به طور کارا عدم حتمیت سمت راست محدودیت‌ها را در نظر می‌گیرد. ولی قادر به در نظرگرفتن عدم حتمیت در ضرائب تابع هدف و محدودیت‌ها(عدم حتمیت سمت چپ مدل) نیست(rstgaripour و صبوحی، ۱۳۸۸).

برنامه‌ریزی خاکستری یکی از روش‌های تحلیل سیستم‌های خاکستری، برای تصمیم‌گیری تحت شرایط عدم حتمیت است. تئوری برنامه‌ریزی خاکستری توسط دنگ (۱۹۸۰) و بعدها توسط هانگ (هانگ و همکاران، ۱۹۹۵)، برای حل مسائل عدم حتمیت بیان شد. یک عدد که ارزش واقعی آن به طور قطعی نمی‌تواند بیان شود ولی توسط یک بازه شناخته می‌شود یک عدد خاکستری است. برای مثال اگر  $\otimes(a)$  یک عدد خاکستری باشد، آنگاه رابطه  $[\otimes(a), \overline{\otimes}(a)] = \otimes$  برقرار است. به طوری که  $(\otimes(a)) \otimes$  حد بالا و  $(\overline{\otimes}(a)) \otimes$  حد پایین عدد خاکستری می‌باشد. بنابراین یک عدد خاکستری یک فاصله را ارائه می‌دهد که دارای حد بالا و پایین است. هر عدد سفید (قطعی) عددی است که در این بازه قرار می‌گیرد(rstgaripour و صبوحی، ۱۳۸۸ و هانگ و همکاران، ۱۹۹۵). در تحلیل خاکستری، سیستم به سه حالت سفید، سیاه و خاکستری تقسیم می‌شود. سیستم سفید اطلاعات شناخته شده‌ای را ارائه می‌دهد. در مقابل، سیستم سیاه اطلاعات کاملاً ناشناخته‌ای را به همراه دارد. سیستم خاکستری هر دو نوع اطلاعات شناخته شده و ناشناخته را در بر دارد(rstgaripour و صبوحی، ۱۳۸۸).

مدل برنامه‌ریزی پارامتر بازه‌ای برخلاف برنامه‌ریزی فازی و برنامه‌ریزی خاکستری عدم حتمیت سمت چپ مدل را به خوبی بیان می‌کند، ولی قادر به بیان عدم حتمیت سمت راست مدل نیست. همچنین اگر عدم حتمیت سیستم افزایش یابد، درجه خاکستری بودن مجموعه جواب ارائه شده توسط این مدل افزایش یافته و از کارایی و قابل استفاده بودن آن کاسته می‌شود. به عبارت دیگر، برای مدیر سیستم مجموعه جواب حاصل ممکن است قابل استفاده نباشد(rstgaripour و صبوحی، ۱۳۸۸ و ماسود و همکاران، ۲۰۰۵). افزون بر آن در حالی که در روش برنامه‌ریزی پارامتر بازه‌ای پارامترهای اولیه با عدم حتمیت و به صورت بازه‌ای در مدل وارد می‌شوند، حد بالا و پایین این فواصل نیز ممکن است دارای عدم حتمیت باشند که در این روش به آن توجه نمی‌شود و در نتیجه

عدم حتمیت دوگانه‌ای رخ می‌دهد. یک راهکار برای ارائه کامل عدم حتمیت ترکیب دو روش برنامه‌ریزی فازی و برنامه‌ریزی پارامتر بازه‌ای است. این روش عدم حتمیت سمت راست و چپ مدل را همزمان در نظر می‌گیرد. ترکیب روش برنامه‌ریزی فازی و برنامه‌ریزی پارامتر بازه‌ای به راهکار برنامه‌ریزی فازی خاکستری منجر شده (rstگاری پور و صبوحی، ۱۳۸۸) و کرمکار و میوجومدار، ۲۰۰۷ و ماسود و همکاران، ۲۰۰۵ و تسور، ۲۰۰۵) و سبب افزایش کارایی دو مدل گردیده است.

برنامه‌ریزی فازی خاکستری به صورت زیر فرمول بندی می‌شود (rstگاری پور و صبوحی، ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\text{Max} \otimes(\lambda) \quad (1)$$

subject to

$$[\otimes(E) \otimes(X)]_i \leq d_i + (1 - \otimes(\lambda))p_i, \quad i = 1, \dots, m+1$$

$$\otimes(x_j) \geq 0, \quad \otimes(x_j) \in \otimes(X), \quad j = 1, \dots, n$$

$$0 \leq \otimes(\lambda) \leq 1$$

where

$$\otimes(X)^T = [\otimes(x_1), \otimes(x_2), \dots, \otimes(x_n)]$$

$$\otimes(E) = \{\otimes(e_{ij})\}, \quad \forall i = 1, \dots, m+1 \quad j = 1, \dots, n$$

$$\otimes(e_{ij}) = \begin{cases} \otimes(c_j), & i = 1, \forall j \\ \otimes(a_{ij}), & i = 2, 3, \dots, m+1, \forall j \end{cases}$$

$$d_i = \begin{cases} \underline{\otimes}(f), & i = 1 \\ \underline{\otimes}(b_{i-1}), & i = 2, 3, \dots, m+1 \end{cases}$$

$$p_i = \begin{cases} \overline{\otimes}(f) - \underline{\otimes}(f), & i = 1 \\ \overline{\otimes}(b_{i-1}) - \underline{\otimes}(b_{i-1}), & i = 2, 3, \dots, m+1 \end{cases}$$

که در آن به ازای ماتریس خاکستری  $(E) \otimes$ ، رابطه زیر برقرار است:

$$\otimes(e_{ij}) = [\underline{\otimes}(e_{ij}) - \overline{\otimes}(e_{ij})], \quad \forall i, j \quad (2)$$

با توجه به تعاریف ذکر شده، ساختار مدل برنامه‌ریزی فازی خاکستری به صورت زیر است  
(rstgaripour and Sabouhi, ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\text{Max } \otimes(\lambda) \quad (3)$$

subject to

$$\otimes(C)\otimes(X) \leq \underline{\otimes}(f) + [1 - \otimes(\lambda)] [\overline{\otimes}(f) - \underline{\otimes}(f)]$$

$$\otimes(A)\otimes(X) \leq \underline{\otimes}(B) + [1 - \otimes(\lambda)] [\overline{\otimes}(B) - \underline{\otimes}(B)]$$

$$\otimes(x_j) \geq 0, \quad \otimes(x_j) \in \otimes(X), \quad j = 1, \dots, n$$

$$0 \leq \otimes(\lambda) \leq 1$$

where

$$\overline{\otimes}(B)^T = [\overline{\otimes}(b_1), \overline{\otimes}(b_2), \dots, \overline{\otimes}(b_n)]$$

$$\underline{\otimes}(B)^T = [\underline{\otimes}(b_1), \underline{\otimes}(b_2), \dots, \underline{\otimes}(b_n)]$$

زمانی که برخی از پارامترهای موجود درتابع هدف و محدودیتها اعداد خاکستری هستند، جواب

به صورت زیر خواهد بود (rstgaripour and Sabouhi, ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\otimes(\lambda^*) = [\underline{\otimes}(\lambda^*), \overline{\otimes}(\lambda^*)] \quad (4)$$

$$\otimes(f^*) = [\underline{\otimes}(f^*), \overline{\otimes}(f^*)]$$

$$\otimes(X^*) = [\otimes(x_1^*), \otimes(x_2^*), \dots, \otimes(x_n^*)]$$

$$\otimes(x_j^*) = [\underline{\otimes}(x_j^*), \overline{\otimes}(x_j^*)] \quad \forall j$$

### روش حل برنامه‌ریزی خاکستری فازی

برنامه‌ریزی خاکستری با روش ارائه شده در زیر، به برنامه‌ریزی سفید (قطعی) تبدیل می‌شود

(rstgaripour and Sabouhi, ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\text{Max } \otimes_m(\lambda) \quad (5)$$

subject to

$$\otimes_m(C)\otimes_m(X) \leq \underline{\otimes}(f) + [1 - \otimes_m(\lambda)] [\overline{\otimes}(f) - \underline{\otimes}(f)]$$

$$\otimes_m(A)\otimes_m(X) \leq \underline{\otimes}(B) + [1 - \otimes_m(\lambda)] [\overline{\otimes}(B) - \underline{\otimes}(B)]$$

$$\otimes_m(x_j) \geq 0, \quad \otimes_m(x_j) \in \otimes_m(X), \quad j = 1, \dots, n$$

$$0 \leq \otimes_m(\lambda) \leq 1$$

where

$$\otimes_m(C) = \{\otimes_m(c_j)\}, \quad \forall j$$

$$\otimes_m(A) = \{\otimes_m(a_{ij})\}, \quad \forall i, j$$

ارزش قطعی اعداد خاکستری  $(a_{ij} \otimes_m c_j)$  و  $(c_j \otimes_m a_{ij})$  می‌باشد. با حل این مدل، جواب‌های قطعی (سفید) حاصل از حل معادلات بالا که در بازه جواب‌های خاکستری قرار دارند به دست خواهد آمد.

درتابع هدف برای  $n$  ضریب خاکستری  $(\otimes(c_j))$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) مدل،  $K_1 + K_2 = n$  ضریب مثبت و  $K_2$  ضریب منفی وجود داشته باشد برای ضرایب مثبت و منفی به ترتیب روابط زیر برقرار است.

$$\otimes(c_j) \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, K_1 \quad (6)$$

$$\otimes(c_j) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, K_2$$

روابط زیر برای ارائه حد بالا و پایین  $\otimes(f)$  وجود دارد.

$$\overline{\otimes}(f) = \overline{\otimes}(c_1) \overline{\otimes}(x_1) + \overline{\otimes}(c_2) \overline{\otimes}(x_2) + \dots + \quad (7)$$

$$\overline{\otimes}(c_{k_1}) \overline{\otimes}(x_{k_1}) + \overline{\otimes}(c_{k_1+1}) \overline{\otimes}(x_{k_1+1}) + \dots + \overline{\otimes}(c_n) \overline{\otimes}(x_n)$$

$$\underline{\otimes}(f) = \underline{\otimes}(c_1) \underline{\otimes}(x_1) + \underline{\otimes}(c_2) \underline{\otimes}(x_2) + \dots + \underline{\otimes}(c_{k_1}) \underline{\otimes}(x_{k_1}) \\ + \underline{\otimes}(c_{k_1+1}) \overline{\otimes}(x_{k_1+1}) + \dots + \underline{\otimes}(c_n) \overline{\otimes}(x_n)$$

به منظور به دست آوردن حد بالای  $\otimes(f)$ ، محدودیت  $\otimes(A) \otimes(X) \leq \otimes(B)$  به صورت زیر ارائه می‌شود (رستگاری پور و صبوحی، ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸):

$$\underline{\otimes}(a_{i1}) \overline{\otimes}(x_1) + \underline{\otimes}(a_{i2}) \overline{\otimes}(x_2) + \dots + \quad (8)$$

$$\underline{\otimes}(a_{ik_1}) \overline{\otimes}(x_{k_1}) + \overline{\otimes}(a_{ik_1+1}) \underline{\otimes}(a_{k_1+1}) + \dots + \overline{\otimes}(a_{in}) \underline{\otimes}(x_n) \leq \\ \underline{\otimes}(b_i), \forall i$$

به طور مشابه برای به دست آوردن حد پایین  $\otimes(f)$ ، محدودیت مذکور به صورت زیر در می‌آید (رستگاری پور و صبوحی، ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\overline{\otimes}(a_{i1}) \underline{\otimes}(x_1) + \overline{\otimes}(a_{i2}) \underline{\otimes}(x_2) + \dots + \quad (9)$$

$$\overline{\otimes}(a_{ik_1}) \underline{\otimes}(x_{k_1}) + \underline{\otimes}(a_{ik_1+1}) \overline{\otimes}(a_{k_1+1}) + \dots + \overline{\otimes}(a_{in}) \overline{\otimes}(x_n) \leq \\ \underline{\otimes}(b_i), \forall i$$

برای عدد قطعی  $(x^*) \otimes_m$ ، روابط زیر برقرار است (رستگاری پور و صبوحی، ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\overline{\otimes}(x_j) \geq \otimes_m(x_j^*), \quad j = 1, 2, \dots, k_1 \quad \underline{\otimes}(x_j) \leq \otimes_m(x_j^*), \quad j = k_1 + 1, k_1 + 2, \dots, n. \quad (10)$$

$$\underline{\otimes}(x_j) \leq \otimes_m(x_j^*), \quad j = 1, 2, \dots, k_1.$$

$$\overline{\otimes}(x_j) \geq \otimes_m(x_j^*), \quad j = k_1 + 1, k_1 + 2, \dots, n.$$

بنابراین مدل ۵، برای حل باید به دو زیر مدل تقسیم شود. زیر مدل اول حد پایین  $\lambda$  را به دست می‌دهد که به صورت زیر ارائه می‌شود (rstgaripour و صبوحی، ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\text{Max } \underline{\otimes}(\lambda) \quad (11)$$

subject to

$$\begin{aligned} & \overline{\otimes}(c_1) \underline{\otimes}(x_1) + \overline{\otimes}(c_2) \underline{\otimes}(x_2) + \cdots + \overline{\otimes}(c_{k_1}) \underline{\otimes}(x_{k_1}) \\ & \quad + \overline{\otimes}(c_{k_1+1}) \underline{\otimes}(x_{k_1+1}) + \cdots + \overline{\otimes}(c_n) \underline{\otimes}(x_n) \\ & \leq \underline{\otimes}(f) + [1 - \otimes(\lambda)] [\overline{\otimes}(f) - \underline{\otimes}(f)] \\ & \underline{\otimes}(a_{i1}) \overline{\otimes}(x_1) + \underline{\otimes}(a_{i2}) \overline{\otimes}(x_2) + \cdots + \underline{\otimes}(a_{ik_1}) \overline{\otimes}(x_{k_1}) \\ & \quad + \overline{\otimes}(a_{ik_1+1}) \underline{\otimes}(a_{k_1+1}) + \cdots + \overline{\otimes}(a_{in}) \underline{\otimes}(x_n) \\ & \leq \overline{\otimes}(b_i) + [1 - \otimes(\lambda)] [\overline{\otimes}(b_i) - \underline{\otimes}(b_i)], \forall i \\ & \overline{\otimes}(x_j) \geq \otimes_m(x_j^*), \quad j = 1, 2, \dots, k_1. \\ & \underline{\otimes}(x_j) \leq \otimes_m(x_j^*), \quad j = k_1 + 1, k_1 + 2, \dots, n. \\ & 0 \leq \otimes(\lambda) \leq 1 \end{aligned}$$

و حد بالای  $\lambda$  توسط زیر مدل زیر به دست می‌آید (rstgaripour و صبوحی، ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\text{Max } \overline{\otimes}(\lambda) \quad (12)$$

subject to

$$\begin{aligned} & \underline{\otimes}(c_1) \underline{\otimes}(x_1) + \underline{\otimes}(c_2) \underline{\otimes}(x_2) + \cdots + \underline{\otimes}(c_{k_1}) \underline{\otimes}(x_{k_1}) \\ & \quad + \overline{\otimes}(c_{k_1+1}) \overline{\otimes}(x_{k_1+1}) + \cdots + \overline{\otimes}(c_n) \overline{\otimes}(x_n) \\ & \leq \underline{\otimes}(f) + [1 - \otimes(\lambda)] [\overline{\otimes}(f) - \underline{\otimes}(f)] \\ & \overline{\otimes}(a_{i1}) \underline{\otimes}(x_1) + \overline{\otimes}(a_{i2}) \underline{\otimes}(x_2) + \cdots + \overline{\otimes}(a_{ik_1}) \underline{\otimes}(x_{k_1}) \\ & \quad + \underline{\otimes}(a_{ik_1+1}) \overline{\otimes}(a_{k_1+1}) + \cdots + \underline{\otimes}(a_{in}) \overline{\otimes}(x_n) \\ & \leq \overline{\otimes}(b_i) + [1 - \otimes(\lambda)] [\overline{\otimes}(b_i) - \underline{\otimes}(b_i)], \forall i \\ & \underline{\otimes}(x_j) \leq \otimes_m(x_j^*), \quad j = 1, 2, \dots, k_1. \\ & \overline{\otimes}(x_j) \geq \otimes_m(x_j^*), \quad j = k_1 + 1, k_1 + 2, \dots, n. \\ & 0 \leq \otimes(\lambda) \leq 1 \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن جواب‌های به دست آمده از حل دو زیر مدل بالا، حل برنامه‌ریزی فازی خاکستری به صورت زیر ارائه می‌شود (rstgaripour و صبوحی، ۱۳۸۸ و هیگینز و همکاران، ۲۰۰۸).

$$\otimes(\lambda^*) = [\underline{\otimes}(\lambda^*), \overline{\otimes}(\lambda^*)] \quad (13)$$

$$\otimes(f^*) = [\underline{\otimes}(f^*), \overline{\otimes}(f^*)]$$

$$\otimes(x_j^*) = [\underline{\otimes}(x_j^*), \overline{\otimes}(x_j^*)], \quad \forall j$$

که در فرمول ارائه شده  $(\otimes(x_j^*) \otimes(f^*) \otimes(\lambda^*))$  اعداد خاکستری هستند.

### پارامتر بازه‌ای مدل برنامه ریزی خطی چند هدفه برای تخصیص منابع آب

هدف از تخصیص منطقی منابع آب مختلف، دنبال کردن استفاده پایدار از منابع آب کشاورزی و ترویج و تحولات هماهنگ میان اقتصاد و جامعه و محیط زیست است. مسئله‌ی تصمیم‌گیری عموماً یک مسئله چند هدفه است. در این مطالعه، ماقزیم کردن ترکیب سود اقتصادی و محیط زیست جایگزین هدف کلی شده است. با توجه به ضرائب و پارامترهای بازه‌ای، مدل چند هدفه برای تخصیص منطقی منابع آب را می‌توان به شرح زیر فرمول نویسی کرد (هان و همکاران، ۲۰۱۱):

$$\text{Max } EC^\pm = C_1^\pm X \quad (14)$$

$$\text{Max } EN^\pm = C_2^\pm X$$

Subject to

$$A^\pm X^\pm \leq B^\pm$$

$$X^\pm \geq 0$$

که در آن  $EC^\pm$  و  $EN^\pm$  به ترتیب توابع هدف بازه‌ای اقتصادی و محیط زیست است.

$$A^\pm \in \{R^\pm\}^{m \times n}, B^\pm \in \{R^\pm\}^{m \times 1}, C^\pm \in \{R^\pm\}^{1 \times n}, X^\pm \in \{R^\pm\}^{n \times 1} \quad R^\pm \text{ نشان دهنده بازه‌ای از اعداد است.}$$

### تخصیص مدل با پارامترهای بازه‌ای

در این مطالعه از روش برنامه ریزی چند هدفه با در نظر گرفتن دو هدف بیشینه کردن سود اقتصادی (بخش‌های صنعت، کشاورزی و شرب)  $f_1^\pm$  و بیشینه کردن سود زیست محیطی (مربوط به آبیاری فضای سبز)  $f_2^\pm$  استفاده شد. در رابطه زیر اهداف مورد نظر نشان داده شده است.

$$\text{Max } f_1^\pm = [b^{i-}, b^{i+}]x^i + [b^{a-}, b^{a+}]x^a + [b^{d-}, b^{d+}]x^d \quad (15)$$

$$\text{Max } f_2^\pm = \left[ \frac{1}{m^+}, \frac{1}{m^-} \right] x^e$$

در این روابط:

$b^{d\pm}, b^{a\pm}, b^{i\pm}$  به ترتیب ضرائب سود خالص صنعت، کشاورزی و شرب است

$x^i$  مقدار عرضه آب برای بخش صنعت،

$x^a$  مقدار عرضه آب برای بخش کشاورزی،

$x^d$  مقدار عرضه آب برای بخش شرب و  $x^e$  مقدار عرضه آب برای فضای سبز است.  
 $m^\pm$  ضریب مصرف آب آبیاری فضای سبز در هر هکتار است.  
 محدودیت‌های مدل به شرح زیر است:

(۱۶)

1.  $x^i + x^a + x^d + x^e \leq [Q_T^- - Q_{upre}^+, Q_T^+ - Q_{upre}^-]$
2.  $x^i \geq [Q_{En-min}^-, Q_{En-min}^+]$
3.  $x^a \geq [Q_{Ag-min}^-, Q_{Ag-min}^+]$
4.  $x^d \geq [Q_{Do-min}^-, Q_{Do-min}^+]$
5.  $x^e \geq [Q_{Gr-min}^-, Q_{Gr-min}^+]$
6.  $x_i \geq 0$

در این روابط:

$Q_T^\pm$  ظرفیت آب قابل دسترس که از آب‌های زیرزمینی و آب منتقل شده می‌آید  
 $Q_{upre}^\pm$  مقدار مصرف آب غیرقابل پیش‌بینی است (۵٪ محاسبه شده است)

$Q_{En-min}^\pm$  حداقل مقدار مصرف آب برای بخش صنعت،  
 $Q_{Ag-min}^\pm$  حداقل مقدار مصرف آب برای بخش کشاورزی،  
 $Q_{Do-min}^\pm$  حداقل مقدار مصرف آب برای بخش شرب و  
 $Q_{Gr-min}^\pm$  حداقل مقدار مصرف آب برای فضای سبز است.

### مبانی نظری محاسبه سود مصارف آب شهری، کشاورزی و صنعت

برای به دست آوردن سود آب بخش شهری نیاز به تابع تقاضای آب در شهرستان یزد می‌باشد که تابع تقاضای آب شهری شهرستان یزد در یک طرح پژوهشی در سال ۱۳۸۸ به دست آمد (حقانی، ۱۳۸۸) که از نتایج آن استفاده شده است. با در نظر گرفتن متوسط بودجه و شاخص بهای خرده فروشی، تابع تقاضای آب به صورت تابعی با دو متغیر  $P$  و  $Q$  ارایه شد. نخست حاصل ضرب مصرف سرانه سالانه شهر یزد در جمعیت شهری به عنوان  $Q$  در تابع قرار داده شد. برای به دست آوردن سود حاصل از یک واحد افزایش آب مصرف کننده، بعد از افزایش یک واحدی در مصرف ماهانه هر فرد، دوباره مقدار  $Q$  برآورد و سپس میزان تغییر در اضافه رفاه مصرف کننده نسبت به حالت عدم تغییر در  $Q$ ، محاسبه شد.

با توجه به هزینه‌های انجام شده برای تولید محصولات مختلف در سیاست‌های قیمت‌گذاری و ارزیابی اقتصادی محصولات کشاورزی، طرح «برآورد هزینه تولید محصولات عمده کشاورزی» همه ساله در کل کشور اجرا می‌شود و نتایج حاصله در سطح استان برآورد می‌گردد. همچنین هر استان

به تفکیک شهرستان این اطلاعات را جداگانه تهیه می‌کند و در اختیار کاربران قرار می‌دهد. بدین ترتیب بر اساس متوسط وزنی، درصد سهم سود محصولات عمده بخش کشاورزی با توجه به اطلاعات جمع‌آوری شده از این مجموعه به دست می‌آید.

با توجه به اینکه بزرگترین صادرکننده کاشی در ایران شهرستان یزد است؛ در بخش صنعت محصول کاشی را به عنوان نماینده‌ای از صنعت در شهرستان یزد انتخاب گردید. در این بخش، از اطلاعاتی در مورد هزینه‌های متغیر، هزینه‌های ثابت، هزینه‌های کل، درآمدها و سود کارخانه تولید فریت، لعاب کاشی و سرامیک، رنگدانه‌های صنعت سرامیک سازی و پودر مخصوص سطوح لعاب دار که توسط سازمان صنعت، معدن و تجارت استان یزد گردآوری شده است، استفاده شد.

### نتایج و بحث

نتایج حاصل از برنامه‌ریزی فازی خاکستری به صورت زیر می‌باشد.

$$x^{i\pm*} = [2684, 2684] = 2684$$

$$x^{a\pm*} = [23428, 44828]$$

$$x^{d\pm*} = [8876, 8876] = 8876$$

$$x^{e\pm*} = [724, 955]$$

$$f_1^{\pm*} = [872977.6, 1090746]$$

$$f_2^{\pm*} = [0.018, 0.137]$$

$$\lambda^{\pm} = [0.38, 1]$$

که در آن  $\lambda^{\pm}$  بیانگر حد بالا و حد پایین متغیر تصمیم،  $f_1^{\pm*}$  بیانگر حد بالا و حد پایین سود سیستم و  $f_2^{\pm*}$  بیانگر حد بالا و حد پایین آبیاری فضای سبز در حالت برنامه‌ریزی فازی خاکستری است.

جدول ۱، نتایج مقایسه حاصل از برنامه‌ریزی فازی خاکستری با تخصیص فعلی عرضه آب را در شرایط نرمال نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده از برنامه‌ریزی فازی خاکستری نشان می‌دهد که مقدار عرضه آب برای بخش‌های کشاورزی و فضای سبز (بر حسب ۱۰۰۰۰ متر مکعب) به ترتیب در بازه‌های  $[724, 995]$ ،  $[2348, 44828]$  قرار دارد. همچنین مقدار عرضه آب برای مصارف صنعت و شرب (بر حسب ۱۰۰۰۰ متر مکعب) به ترتیب  $2684$  و  $8876$  می‌باشد (طبق مدل که توسط نرم افزار اکسل اجرا شده است، در مصارف صنعت و شرب حد پایین و بالا با هم مساوی شده و دیگر بازه نداریم و تنها یک عدد به دست می‌آید). این ارقام در مورد تخصیص فعلی عرضه آب برای مصارف مختلف کشاورزی، فضای سبز، صنعت و شرب (بر حسب ۱۰۰۰۰ متر مکعب) به ترتیب  $23440$ ،  $2619$ ،  $30593$  و  $12470$  می‌باشد.

یکی از اشکالات عمدۀ برنامه‌ریزی خاکستری، بالا بودن درجه خاکستری مجموعه جواب است. با استفاده از برنامه‌ریزی فازی خاکستری، درجه خاکستری بودن مجموعه جواب برنامه‌ریزی خطی خاکستری و محدودیت‌های ناشی از برنامه‌ریزی فازی کاهش و در نتیجه مجموعه جواب حاصل بهبود می‌یابد.

درجه خاکستری بودن یک بازه به صورت زیرتعریف می‌شود(هانگ و مور، ۱۹۹۳):

$$Gd[\overline{\otimes}(x)] = \{[\overline{\otimes}(x) - \underline{\otimes}(x)]/\underline{\otimes}_m(x)\} \times 100 \quad (17)$$

که در آن  $(\underline{\otimes})_m$ ، حد میانی بازه تعریف شده است. در این مطالعه درجه خاکستری بودن سود سیستم و منافع محیط زیست در حالت خاکستری به ترتیب برابر ۳۱ درصد و ۱۹۶ درصد و درجه خاکستری بودن سود سیستم و منافع محیط زیست در حالت فازی خاکستری به ترتیب ۲۲ درصد و ۱۵۳ درصد شد. با کاربرد برنامه‌ریزی فازی خاکستری درجه خاکستری بودن نتایج در هدف اول ۹ درصد و در هدف دوم ۴۳ درصد کاهش یافت.

با توجه به جدول ۱ سود اقتصادی سیستم (سود بخش شرب، کشاورزی و صنعت) و سود زیست محیطی (سود آبیاری فضای سبز) در تخصیص پیشنهادی توسط برنامه‌ریزی فازی خاکستری به ترتیب در بازه‌های [۱۳۶۶، ۱۰۹۰۶۹۹۰۴۵۲] و [۱۸۵، ۸۷۲۹۴۰۵۵۵۴] قرار می‌گیرد. حد پایین سود مقدار سودی است که با در نظر گرفتن حداقل مصرف آب در بخش‌های کشاورزی، صنعت، شرب و فضای سبز و حد پایین ضرایب فنی مدل به دست می‌آید.

### نتیجه‌گیری

نتایج نشان داد که با استفاده از برنامه‌ریزی فازی خاکستری می‌توان مقدار هر دو هدف سود اقتصادی سیستم (سود بخش‌های کشاورزی، صنعت و شرب) و سود زیست محیطی (مربوط به منافع آبیاری فضای سبز) را نسبت به تخصیص فعلی منابع آب ارتقا داد. براساس الگوی تخصیص فازی خاکستری، سود اقتصادی سیستم بین ۸۷۲۹۷۸۰ هزار ریال و ۱۰۹۰۷۴۶۰ هزار ریال و سود زیست محیطی بین ۱۳۷۰ تا ۱۸۰ ریال برآورد گردیده است. این ارقام در مورد تخصیص فعلی عرضه آب ۲۶۶۱۶۴۱ هزار ریال و ۲۲۰ ریال است. در برنامه‌ریزی فازی خاکستری سود اقتصادی سیستم نسبت به تخصیص فعلی عرضه آب در سال ۱۳۸۹، ۷۰ تا ۷۶ درصد افزایش داشته است. همچنین سود زیست محیطی نسبت به تخصیص عرضه آب ۱۹-تا ۸۴ درصد نوسان داشته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در برنامه‌ریزی فازی خاکستری افزایش سود اقتصادی سیستم در حد پایین و بالا ولی در منافع زیست محیطی کاهش سود در حد پایین و افزایش سود در حد

بالا وجود داشته است. همچنین با توجه به مقادیر سود به دست آمده از حل مدل برنامه ریزی فازی خاکستری، اولویت با حداکثر کردن سود اقتصادی و سپس سود زیست محیطی است. در هر منطقه‌ای فعالیت‌های اقتصادی، مبنای شکل‌گیری کانون‌های جمعیتی است. با توجه به نتایج مشخص شد سود اقتصادی به ازای یک متر مکعب آب در روش برنامه ریزی فازی خاکستری بیشتر از تخصیص فعلی عرضه آب برای مصارف مختلف می‌باشد. همچنین با توجه به اینکه مقدار متوسط تخصیص آب در بخش‌های کشاورزی، شرب، صنعت و فضای سبز در روش برنامه ریزی فازی خاکستری از مقدار آب تخصیص داده شده فعلی کمتر است. لذا به دلیل اهمیت داشتن مدیریت تقاضا و حرکت به سمت صرفه‌جویی و دستیابی به سود اقتصادی بیشتر در برنامه ریزی فازی خاکستری توصیه می‌گردد که نتایج روش برنامه ریزی فازی خاکستری مورد توجه برنامه ریزان قرار گیرد.



### فهرست منابع

۱. چیدری، ا. و کرامت‌زاده، ع. ۱۳۸۴. مدیریت منابع آبی از طریق تخصیص بهینه آب بین اراضی زیر سدها: مطالعه موردی سد بازوان شیروان. پژوهش و سازندگی دوره ۱۸. شماره ۴. ص ۵۲-۴۰.
۲. حقانی، ف. ا. ۱۳۸۸. برآوردتابع تقاضای آب شهر یزد، طرح پژوهشی، شرکت مهندسین مشاور جویاب نو.
۳. رستگاری‌پور، ف. و صبحی صابونی، م. ۱۳۸۸. تعیین الگوی کشت با استفاده از برنامه‌ریزی فازی خاکستری (مطالعه موردی شهرستان قوچان). فصلنامه علوم و فنون کشاورزی و منابع طبیعی. شماره ۴۱۳. ص ۴۱-۴۰.
۴. صبحی صابونی، م.، رستگاری‌پور، ف. و کیخا، ا. ع. ۱۳۸۷. تخصیص بهینه آب سد طرق بین مصارف شهری و کشاورزی با استفاده از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای فازی با پارامترهای بازه‌ای در شرایط عدم حتمیت. اقتصاد کشاورزی. جلد ۳. شماره ۱. ص ۳۳-۵۵.
۵. همایونی‌فر، م. و رستگاری‌پور، ف. ۱۳۸۹. تخصیص آب سد لتيان بین محصولات کشاورزی در شرایط عدم حتمیت. نشریه اقتصاد و توسعه کشاورزی (علوم و صنایع کشاورزی). جلد ۲۴. شماره ۲. ص ۲۶۷-۲۵۹.
6. Han, Y., Huang, Y.F., Wang, G.Q., Maqsood, I., 2011. A Multi-objective Linear Programming Model with Interval Parameters for Water Resources Allocation in Dalian City. Water Resources Management. 25. 449° 463.
7. Higgins, A.J., Archer, A., Hajkowicz, S., A Stochastic Non-linear Programming Model for a Multi-Period Water Resource Allocation with Multiple Objectives. Water Resources Management. Vol. 22. No. 10. pp. 1445° 1460. 2008.
8. Huang, G.H., Beatz, B.W., Patry, G.G., 1995. Grey Integer Programming: An Application to Waste Management Planning Under Uncertainty. European Journal of Operational Research. 83. 594-620.
9. Huang, G.H., Moore, R.D., 1993. Grey Linear Programming. Its Solving Approach and Its Application. International Journal of Systems Science. 24. 159-172.

10. Karmakar, S., Mujumdar, P.P., A Two-Phase Grey Fuzzy Optimization Approach for Water Quality Management of River System. *Advances in Water Resources.* Vol. 30. pp. 1218-1235. 2007.
11. Li, Y.P., Huang, G.H., Nie, S.L., 2006. An Interval-parameter Multi-stage Stochastic Programming Model for Water Resources Management Under Uncertainty. *Advances in Water Resources.* 29. 776° 789.
12. Li, Y.P., Huang, G.H., Zhou, H.D., 2009. A Multistage Fuzzy-Stochastic Programming Model for Supporting Water-Resources Allocation and Management. *Environmental Modeling and Software.* 24. 786-797.
13. Maqsood, I., Huang, G.H., Yeomans, J.S., 2005. An Interval-Parameter Fuzzy Two-Stage Stochastic Program for Water Resources Management Under Uncertainty. *European Journal of Operate Research.* 167. 208-225.
14. Tsaur, R.C., Fuzzy Grey GM (1,1) Model Under Fuzzy System. *International Journal of Computer and Mathematics.* Vol. 82. No. 2. pp. 141-149. 2005.
15. Wang, X., Sun, Y., Song, L., Mei, C., 2009. An Eco-Environmental Water Demand Based Model for Optimizing Water Resources Using Hybrid Genetic Simulated Annealing Algorithms. Part I. Model development. *Journal of Environmental Management.* 90. 2628° 2635.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرستال جامع علوم انسانی

### پیوست‌ها

جدول ۱- مقایسه نتایج حاصل از برنامه‌ریزی فازی خاکستری  
با تخصیص عرضه آب در شرایط نرمال در سال ۱۳۸۹

سود زیست محیطی (ریال)	سود اقتصادی (ریال)	مقدار عرضه آب فضای سبز ( $m^3$ )	مقدار عرضه آب بخش شرب ( $m^3$ )	مقدار عرضه آب بخش کشاورزی ( $m^3$ )	مقدار عرضه آب بخش صنعت ( $m^3$ )	تخصیص عرضه آب در سال ۱۳۸۹
۱۸۵	۲۱۰.	۸۷۷۹۹۴۰۵۵۵۴	۷۳۳۷۷۸۱۹	۸۸۷۷۷۶۱۳۰	۲۳۴۲۷۷۸۰۰	ج. پایین به دست آمده در مدل
		۲۶۶۱۲۵	۲۶۱۸۹۹۹۴	۲۳۴۴۰۰۰۰	۱۲۴۷۰۰۰۰	ج. بالین به دست آمده در مدل
				۳۰۵۹۹۰۰۰		
					۲۶۸۵۸۵	



一三九

11.09.999.405

۹۰۰۲۴۴۸

۱۳۰۷۸۱

۴۸۲۸

۱۸۹۸۰

حد بالای دست آمده در مدل

مأخذ: یافته‌های تحقیق

پروشگاہ علوم انسانی و مطالعات فرنگی  
پرستال جامع علوم انسانی