

یکپارچه سازی مسائل زمانبندی تولید و تحویل با رویکرد مسیریابی وسیله نقلیه با ناوگان ناهمگن

محمد باقر فخرزاد،* زهره نور محمد زاده**

تاریخ دریافت: ۹۴/۴/۱۰ تاریخ پذیرش: ۹۴/۷/۱۳

چکیده

این مقاله مسأله زمانبندی تولید و تحویل را با هم در نظر می گیرد و سعی در یکپارچه سازی این دو مسأله دارد. سفارش خرده فروشان شامل انواع مختلف محصولات بوده که در یک مرکز توزیع کننده پردازش می شوند. پس از تکمیل سفارش در این مرکز، محصولات در پنجره زمانی به خرده فروش تحویل داده می شود، در غیر این صورت مرکز توزیع کننده باید جریمه انحراف از پنجره زمانی را به خرده فروش بپردازد. هدف از حل این مسأله تعیین توالی تولید، نیاز خرده فروش به وسیله نقلیه ناهمگن، ترتیب ملاقات خرده فروشان با توجه به پنجره زمانی تحویل، می باشد. در این مقاله، یک مدل برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط ارائه شده است بطوریکه هزینه کل شامل هزینه مسیریابی، هزینه ثابت وسیله نقلیه و هزینه جریمه انحراف از پنجره زمانی کمینه گردد. برای حل مدل ارائه شده در این مقاله از دو رویکرد حل کننده CPLEX نرم افزار GAMS-24 و الگوریتم آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است. در ابتدا با استفاده از نمونه مثال های متفاوت کارایی الگوریتم آزادسازی لاگرانژ در اندازه های کوچک اثبات شده و جهت به دست آوردن یک حل بهینه قابل قبول در اندازه های بزرگ در یک بازه زمانی قابل قبول از این الگوریتم استفاده می شود.

واژگان کلیدی:

زمانبندی تولید و تحویل، مسیریابی وسیله نقلیه، الگوریتم آزادسازی لاگرانژ، پنجره زمانی، ناوگان ناهمگن

* استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد (نویسنده مسئول) (mfakhizad@yazd.ac.ir)

** کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد

مقدمه

تحت محیط تولیدی رقابتی فعلی، شرکت‌ها بیشتر روی هماهنگی مراحل مختلف یک زنجیره تامین تاکید دارند. برای تولیدکنندگان تلاش برای بهینه‌سازی زنجیره تامین که شامل هماهنگی مسائل زمانبندی تولید و تحویل بوده، مسأله چالش برانگیزی شده است. تحقیقات نشان می‌دهد که حل مجزا هر کدام از مسائل زمانبندی در مرحله توزیع‌کننده و تحویل سفارش به خرده‌فروشان، حل بهینه را نخواهد داد. بنابراین تلاش بر این است که هماهنگی موثری بین این دو مسأله برقرار شود. این مقاله دو مرحله از زنجیره تامین، شامل مرکز توزیع‌کننده و خرده‌فروشان را مورد بررسی قرار داده است. مرکز توزیع‌کننده برای رقابت بیشتر باید تصمیم بگیرد سفارشات را پس از تکمیل در پنجره زمانی به خرده‌فروشان تحویل دهد. در صورت دیرکرد یا زودکرد تحویل به خرده‌فروش این مرکز باید هزینه جریمه انحراف از پنجره زمانی را به خرده‌فروش بپردازد. مرکز توزیع‌کننده برای بررسی سفارش خرده‌فروش، عملیاتی همچون چیدن، دسته‌بندی و پردازش را در یک ایستگاه کاری انجام می‌دهد. عملیات ارسال به خرده‌فروش با رویکرد مسیریابی وسیله نقلیه و با در نظر گرفتن حداقل هزینه کل صورت می‌گیرد. به دلیل ظرفیت محدود انبار مرکز توزیع‌کننده و خرده‌فروش، مرکز توزیع‌کننده باید تصمیم بگیرد، چه ترکیبی از وسایل نقلیه موجود، توالی تولید، ترتیب ملاقات خرده‌فروشان، زمان حرکت از مرکز توزیع‌کننده به نحوی که علاوه بر حداقل سازی هزینه کل، رضایت هر چه بیشتر خرده‌فروشان نیز فراهم شود. هزینه کل شامل هزینه مسیریابی و هزینه ثابت مالکیت وسیله نقلیه، هزینه جریمه انحراف از پنجره زمانی خرده‌فروش می‌باشد.

مرور ادبیات:

بسیاری از تحقیقاتی انجام شده در حوزه یکپارچه‌سازی زمانبندی تولید و تحویل به صورت محصولات دسته‌بندی شده، تحت فرضیات و توابع هدف متنوعی می‌باشند.

اولین بار بحث یکپارچه‌سازی زمانبندی تولید و توزیع توسط پاتز توسعه داده شد. هدف حداقل کردن ماکزیمم زمان تحویل سفارش‌ها است. این مقاله شامل زمان‌های حمل و نقل می‌باشد ولی هزینه‌ها و ظرفیت حمل و نقل را در نظر نمی‌گیرد (Potts, 1980). از این مقاله به بعد محققان به این حوزه علاقه‌مند شدند، البته از ۲۰۰۱ به بعد مقالات کار شده بسیار بیشتر از مقالاتی است که در مدت ۱۹۸۰-۲۰۰۰ کار شده است. اما اعتقاد بر این است که علم در این زمینه با سرعت بسیار زیادی در دو دهه اخیر رشد کرده است. (Lee & Chen, 2001)، (Sung & Kim, 2003)، (Chang & Lee, 2004)، (Li et al., 2005)، محدودیت‌های ظرفیت روی تحویل دسته‌ای را در نظر گرفتند و فقط تعدادی توابع زمانبندی شامل ماکزیمم زمان تکمیل، مجموع زمان‌های تکمیل، ماکزیمم دیر کردها، تعداد کارهای تاخیری و کل تاخیرها را بدون در نظر گرفتن هزینه‌های تحویل حداقل کردند. (Lin et al., 2007)، (Yan & Tang, 2009)، (Day et al., 2009) مسائل متنوع زمانبندی ماشین برای دسته کارهای تحویل داده شده بعد از پردازش را تحت فرضیه‌ی ظرفیت‌های نامحدود وسیله نقلیه و هزینه تحویل، آنالیز کردند. (Qi, 2005) حالتی را در نظر گرفت که مواد اولیه در دسته‌هایی برای پردازش کارها به تک ماشین تحویل داده می‌شوند و تصمیمات مربوط به تحویل مواد اولیه و توالی کارها، همزمان انجام می‌شود. او یک الگوریتم شاخه و کران برای حداقل کردن مجموع هزینه‌های تحویل و زمان در جریان تعیین کرد. (Amstrang, 2008)، مسأله زمانبندی یکپارچه با تحویل دسته‌ای به چند مشتری با روش مسیریابی و محدودیت پنجره تحویل را در نظر گرفتند. هدف انتخاب مجموعه‌ای از سفارشات تحویل داده شده به نحوی که تقاضای تحویل سفارش ماکزیمم شود. اگرچه به مسأله زمانبندی تولید و تحویل توجه ویژه‌ای شده است اما مقالات کمی این مسأله را در محیط تولید کابردی بررسی کرده‌اند. (Naso et al., 2007) روی تحویل بتن مخلوط آماده تمرکز کردند. آنها محدودیت زمانی برای جلوگیری از دیرکرد و زودکرد تحویل در نظر گرفتند. هدف هزینه کل شامل هزینه حمل و نقل، هزینه‌های انتظار برای بارگیری و تخلیه و هزینه‌های مرتبط به برون‌سپاری محصول، اجاره کامیون‌ها کمینه گردد. (Chen, 2010)

اخیراً، یک مقاله مروری درباره مسائل زمان‌بندی یکپارچه تولید و توزیع، منتشر کرده است که این حوزه را پوشش می‌دهد. (Low et al., 2013)، هماهنگی زمان‌بندی مسأله تولید و تحویل با ناوگان ناهمگن را مورد بررسی قرار دادند و یک الگوریتم ژنتیک توافقی برای حل مدل ارائه داده‌اند.

با توجه به مرور ادبیات بررسی شده هیچکدام از پژوهش‌ها برای بررسی مسأله زمان‌بندی تولید و تحویل با فرضیات در نظر گرفته، از الگوریتم لاگرانژ استفاده نکرده‌اند تا عملکرد این الگوریتم را بر روی این دسته از مسائل بررسی کنند. تجربه نشان داده است که الگوریتم لاگرانژین می‌تواند بسیار سریع به بالاترین کران پایین ممکن قابل دستیابی (جواب نزدیک بهینه) برسد. از آنجاییکه قسمتی از این مسأله زمان‌بندی تولید و تحویل مسأله مسیریابی وسیله نقلیه است و آن یک مسأله NP-hard است، پس مسأله زمان‌بندی تولید و تحویل نیز یک مسأله NP-hard می‌باشد و به دست آوردن جواب بهینه برای آن بسیار زمانبر است، در این پژوهش با استفاده از الگوریتم لاگرانژ پیچیدگی مسأله کاهش داده می‌شود و جوابی نزدیک بهینه در زمان قابل قبولی ارائه داده می‌شود.

سازمان‌دهی ادامه‌ی مقاله بدین صورت می‌باشد. در بخش بعدی مسأله‌ی مورد نظر شرح داده شده است، در بخش سوم مدل پیشنهادی تفسیر و تحلیل گردیده و در ادامه در بخش چهارم جهت افزایش کارایی مدل مورد نظر الگوریتم آزادسازی لاگرانژ به کار گرفته شده است. در بخش پنجم جهت اعتبار سنجی مدل و الگوریتم پیشنهادی یک مثال عددی حل و در نهایت در بخش آخر نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای آیندگان آورده شده است.

شرح مسأله

یک زنجیره تامین دو مرحله‌ای با یک مرکز توزیع کننده و $N = \{1, 2, \dots, n\}$ خرده‌فروش در نظر بگیرید. مرکز توزیع کننده همانند یک مرکز تولیدی نیز می‌باشد، بطوریکه برای بررسی سفارش خرده‌فروشان عملیاتی همچون چیدن، دسته‌بندی، پردازش را در یک ایستگاه کاری

انجام می‌دهد. مرکز توزیع‌کننده محصولات مختلفی را که یک خرده‌فروش سفارش می‌دهد در یک دسته قرار داده، به نحویکه کل تقاضاهای خرده‌فروشان برآورده شود. این دسته‌ها به منظور سهولت در تحویل پس از تکمیل درون یک کانتینر بارگیری می‌شوند و عملیات ارسال به خرده‌فروش به صورت مستقیم یا با دسته‌های سایر خرده‌فروشان با رویکرد مسیریابی وسیله‌نقلیه و با در نظر گرفتن حداقل هزینه کل صورت می‌گیرد. مرکز توزیع‌کننده باید سفارش را در پنجره زمانی $[a_i, b_i]$ به خرده‌فروش i تحویل دهد در غیر اینصورت مرکز باید جریمه دیرکرد یا زودکرد موعد تحویل را به خرده‌فروش بپردازد. هزینه کل شامل هزینه ثابت مالکیت وسیله‌نقلیه، هزینه مسیریابی و هزینه انحراف از پنجره زمانی تحویل می‌باشد. سایر فرضیات مسأله در زیر شرح داده شده است:

هرخرده‌فروش در یک موقعیت جغرافیایی بوده و تقاضایی دارد.

وسيله نقلیه متعلق به خود مرکز توزیع‌کننده است.

زمان بارگیری وسیله‌نقلیه ناچیز است.

در هر مسیر، وسیله‌نقلیه از مرکز توزیع‌کننده شروع و در نهایت به آن باز می‌گردد.

هرخرده‌فروش فقط یک بار ملاقات می‌شود و باید کل تقاضای آن برآورده شود.

زمان راه‌اندازی تولید دسته‌های مختلف ناچیز است.

وسایل نقلیه ناهمگن بوده و محدودیتی در تعداد وسیله‌نقلیه وجود ندارد.

استفاده از هر نوع وسیله‌نقلیه یک هزینه ثابتی دارد که باید پرداخته شود.

مجموع تقاضای خرده‌فروشان در هر مسیر نباید از ظرفیت وسیله‌نقلیه تجاوز کند.

هزینه‌های حمل‌ونقل به مسافت پیموده شده وادسته است (مسافت پیموده شده

متناسب با زمان سفر است)

حال با توجه به فرضیات ذکر شده مدل ریاضی ارائه می‌گردد.

مدل ریاضی

در ابتدا جهت مدلسازی مسأله مورد نظر به تعریف مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرها به صورت زیر پرداخته می‌شود.

اندیس‌ها و مجموعه‌ها:

i, j : اندیس برای خرده‌فروشان

k : اندیس برای وسیله نقلیه

N_0 : مجموعه خرده‌فروشان همراه با مرکز توزیع کننده

N : مجموعه خرده‌فروشان

L : مجموعه وسایل نقلیه

پارامترها و متغیرهای غیر تصمیم:

ξ_i : زمان پردازش هر واحد از سفارش خرده‌فروش i

d_i : تقاضای خرده‌فروش i

U_{ij} : هزینه (مسافت/زمان) هر واحد محصول از خرده‌فروش i به j

U_{0j} : هزینه (مسافت/زمان) هر واحد محصول از مرکز توزیع کننده به خرده‌فروش j

δ_i : زمان خدمت (سرویس‌دهی) به خرده‌فروش i

γ_k : هزینه ثابت مالکیت وسیله نقلیه k

Cap_k : ظرفیت وسیله نقلیه k

Ω_i : متغیرهای جریان وابسته به خرده‌فروش i ، در واقع متغیر Ω_i میزان تقاضای کل را که

یک وسیله نقلیه روی مسیر خود سرویس می‌دهد بعد از اینکه به خرده‌فروش i می‌رسد.

$[a_i, b_i]$: پنجره زمانی تحویل سفارش به خرده‌فروش i

p_e : جریمه تحویل زودکرد هر سفارش

p_l : جریمه تحویل دیرکرد هر سفارش

متغیرهای تصمیم:

ς_{ik} : بیشترین زمان تکمیل خرده فروش i در مرکز توزیع کننده برای وسیله نقلیه k
 μ_{ij} : برابر ۱ در صورتی که خرده فروش i قبل از خرده فروش j در مرکز توزیع کننده باشد، ۰ در غیر این صورت.

φ_{0i} : زمان حرکت از مرکز توزیع کننده به خرده فروش i .

θ_{ij} : جریمه به علت انحراف از پنجره زمانی در هر کمان (i, j)

x_{ijk} : برابر ۱ در صورتی که خرده فروش j بلافاصله بعد از خرده فروش i با وسیله نقلیه k ملاقات شود، ۰ در غیر این صورت.

x_{0jk} : برابر ۱ در صورتی که خرده فروش j بلافاصله بعد از مرکز توزیع کننده با وسیله نقلیه k ملاقات شود، ۰ در غیر این صورت.

t_i : زمان رسیدن به خرده فروش i .

$$\min Z = \sum_{k \in L} \gamma_k \sum_{j \in N} x_{0jk} + \sum_{k \in L} \sum_{j \in N_0} \sum_{i \in N_0} \nu_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in L} \sum_{j \in N_0} \sum_{i \in N_0} \theta_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{k \in L} \varsigma_{ik} - \xi_i d_i \geq 0, \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{k \in L} \varsigma_{jk} - \xi_j d_j \geq \sum_{k \in L} \varsigma_{ik} + M(\mu_{ij} - 1), \forall i \in N, j \in N \quad (3)$$

$$\mu_{ij} + \mu_{ji} = 1, \forall i \in N, j \in N \quad (4)$$

$$\varsigma_{ik} \leq M \sum_{j \in N_0} x_{ijk}, \forall i \in N, k \in L \quad (5)$$

$$\sum_{j \in N_0} \sum_{k \in L} x_{ijk} = 1, \forall i \in N \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N_0} x_{ijk} = \sum_{i \in N_0} x_{jik}, \forall j \in N_0, k \in L \quad (7)$$

$$\Omega_0 = 0 \quad (8)$$

$$\Omega_j - \Omega_i \geq (d_j + Cap_k) \sum_{k \in L} x_{ijk} - Cap_k, \forall j \in N, i \in N_0, k \in L \quad (9)$$

$$\Omega_j \leq \sum_{k \in L} \sum_{i_0 \in N} Cap_k x_{ijk}, \forall j \in N \quad (10)$$

$$t_j \geq t_i + \delta_i + v_{ij} - M(1 - x_{ijk}), \forall i \in N, j \in N, k \in L \quad (11)$$

$$t_i \geq \varphi_{0i} + v_{0i} - M(1 - \sum_{k \in L} x_{0ik}), \forall i \in N, k \in L \quad (12)$$

$$\varphi_{0i} \geq \sum_{k \in L} \zeta_{ik} - M(2 - \sum_{k \in L} x_{0ik} - \sum_{k \in L} x_{ijk}), \forall i \in N, j \in N \quad (13)$$

$$\varphi_{0i} \geq \sum_{k \in L} \zeta_{jk} - M(2 - \sum_{k \in L} x_{0ik} - \sum_{k \in L} x_{ijk}), \forall i \in N, j \in N \quad (14)$$

$$\theta_{ij} = \frac{1}{2} \left[(a_i - t_i)^+ p_e + (t_i - b_i)^+ p_l \right] + \frac{1}{2} \left[(a_j - t_j)^+ p_e + (t_j - b_j)^+ p_l \right] \\ , \forall i \in N, j \in N, t \in L \quad (15)$$

$$(a_i - t_i)^+ = \max \{0, a_i - t_i\}$$

$$(t_i - b_i)^+ = \max \{0, t_i - b_i\}$$

$$\varphi_{0i} \geq 0, \forall i \in N \quad (16)$$

$$\zeta_{ik} \geq 0, \forall i \in N, k \in L \quad (17)$$

$$t_i \geq 0, \forall i \in N \quad (18)$$

رابطه (۱) تابع هدف مدل را نشان می‌دهد که در عبارت اول هزینه ثابت مالکیت وسایل نقلیه را بیان کرده و عبارت دوم به هزینه مسیریابی وسیله نقلیه و عبارت سوم به هزینه جریمه انحراف از پنجره زمانی تحویل اشاره دارد.

محدودیت‌های (۲)–(۵) محدودیت‌های مسأله زمان‌بندی تولید را نشان می‌دهند. محدودیت شماره (۲) تضمین می‌کند دسته در مرکز توزیع کننده فقط زمانی می‌تواند تکمیل و آماده برای ارسال شود که در ایستگاه کاری پردازش شده باشد. محدودیت شماره (۳) بیان می‌کند که در مرکز توزیع کننده یک دسته (سفارش خرده‌فروش) نمی‌تواند قبل از دسته قبلی اش که تکمیل شده، تکمیل شود. محدودیت شماره (۴) بیان می‌کند که هر دسته فقط می‌تواند قبل یا بعد از دسته دیگر برای هر جفت دسته i, j باشد، در واقع بیان می‌کند دسته i یا قبل از دسته j است یا بعد از آن. محدودیت شماره (۵) تضمین می‌کند که هر سفارش خرده‌فروش باید قبل از تحویل، در مرکز توزیع کننده پردازش شود.

محدودیت‌های (۶)–(۹) محدودیت‌های نگهداری جریان مسأله مسیریابی وسیله‌نقلیه برای مسأله تحویل می‌باشد. محدودیت شماره (۶) بیان می‌کند که هر وسیله نقلیه دقیقاً یک‌بار

خرده‌فروش j را ملاقات کند و شروع و پایان هر مسیر باید از مرکز توزیع‌کننده باشد. محدودیت شماره (۷) نشان می‌دهد که هر وسیله نقلیه ورودی به خرده‌فروش i ، باید این خرده‌فروش را ترک کند. محدودیت (۸)–(۱۰) محدودیت‌های حذف زیرتور و تجاوز نکردن از ظرفیت وسیله نقلیه می‌باشند. محدودیت (۱۱) زمان رسیدن به خرده‌فروش j را تعیین می‌کند. محدودیت (۱۲) زمان رسیدن به خرده‌فروش i که بلافاصله بعد از مرکز توزیع-کننده ملاقات می‌شود را تعیین می‌کند. محدودیت (۱۳)–(۱۴) رابطه‌ی بین دو متغیر y_{0i} و x_{ijk} بیان می‌کند که در واقع محل اتصال و یکپارچه‌سازی مسئله زمانبندی تولید و مسئله تحویل است. محدودیت (۱۵) جریمه انحراف از پنجره زمانی را برای هر کمان (i, j) محاسبه می‌کند. محدودیت (۱۶)–(۱۸) محدودیت برای مثبت بودن متغیرها می‌باشد.

روش حل

برای حل مدل ریاضی ارائه شده از دو رویکرد به صورت حل مدل با استفاده از حل‌کننده CPLEX نرم‌افزار GAMS و الگوریتم آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است که در زیر ارائه می‌شوند.

حل با CPLEX توسط نرم‌افزار GAMS-24-1

حل‌کننده CPLEX در نرم‌افزار GAMS یک حل‌کننده بسیارخوب برای مدل‌های ریاضی خطی در مسائلی با ابعاد کوچک می‌باشد اما همین حل‌کننده جهت مسائل با ابعاد بزرگ زمان حل زیادی را به خود اختصاص می‌دهد. این امر برای مدل یک ضعف به حساب می‌آید به همین دلیل در این مقاله برای رفع این مشکل از روش آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است.

حل با استفاده از روش آزادسازی لاگرانژ

در این قسمت، از الگوریتم آزاد سازی لاگرانژ توضیح داده شده در [۱۴] استفاده می‌شود و مدل مسأله با استفاده از آزاد سازی لاگرانژ ارائه می‌گردد. با توجه به اینکه بیشترین پیچیدگی مدل در دو محدودیت (۱۱) و (۱۳) و (۱۴) می‌باشد. پس در الگوریتم لاگرانژ سه محدودیت گفته شده آزاد می‌شوند. لذا مدل لاگرانژ مسأله را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود.

$$\begin{aligned} \min Z = \min Z &= \sum_{k \in L} \gamma_k \sum_{j \in N} x_{0jk} + \sum_{k \in L} \sum_{j \in N_0} \sum_{i \in N_0} v_{ij} x_{ijk} + \sum_{k \in L} \sum_{j \in N_0} \sum_{i \in N_0} \theta_{ij} x_{ijk} \\ &+ \sum_{k \in L} \sum_{j \in N} \sum_{i \in N} \psi_{ijk}^1 [t_i + \delta_i + v_{ij} - M(1 - x_{ijk}) - t_j] \\ &+ \sum_{j \in N} \sum_{i \in N} \psi_{ij}^2 \left[\sum_{k \in L} \zeta_{ik} - M(2 - \sum_{k \in L} x_{0ik} - \sum_{k \in L} x_{ijk}) - \varphi_{0i} \right] \\ &+ \sum_{j \in N} \sum_{i \in N} \psi_{ij}^3 \left[\sum_{k \in L} \zeta_{jk} - M(2 - \sum_{k \in L} x_{0ik} - \sum_{k \in L} x_{ijk}) - \varphi_{0i} \right] \end{aligned} \quad (26)$$

s.t.

$$(1-10) \text{ و } (12) \text{ و } (15-18) \quad (27)$$

که در عبارت (۲۶) مقادیر پارامترهای $\psi_{ijk}^1, \psi_{ij}^2, \psi_{ijk}^3$ به صورت $\psi_{ijk}^1 \geq 0, \psi_{ij}^2 \geq 0, \psi_{ijk}^3 \geq 0$ جهت برقراری رابطه $Z_D(\psi) \leq Z$ می‌باشد. روش‌های مختلفی از جمله روش subgradient، روش surrogate subgradient، روش تصحیح ضرایب، روش تولید ستون، روش bundle و روش cutting plane جهت به روز کردن ضرایب لاگرانژ وجود دارد اما روش متداول در این زمینه روش اول یعنی روش subgradient است. برنامه نویسی این روش بسیار آسان بوده و در مسأله‌های بسیاری عملکرد بسیار خوبی داشته است. این روش، روشی تکرارشونده است که از یکسری مقادیر اولیه برای ضرایب لاگرانژ آغاز می‌کند. سپس با یک رویه سیستماتیک مقدار این ضرایب

لاگرانژ تغییر می کنند. هدف بیشینه کردن مقدار کران پایین ایجاد شده توسط مساله لاگرانژین با پیدا کردن بهترین مقادیر ضرایب لاگرانژ است.

فرض شود که محدودیت $\sum_j a_{ij}x_j \leq b_i, \forall i$ باید به تابع هدف انتقال پیدا کند لذا گام های روش subgradient را می توان به صورت زیر خلاصه سازی نمود:

گام (۱): π پارامتری است که توسط کاربر در بازه $0 < \pi \leq 2$ تعریف می شود. Z_{UB} : یک جواب موجه مساله اصلی (کران بالا) با روشهای ابتکاری است. ψ_i : مقادیر دلخواه اولیه برای ضرایب لاگرانژ.

گام (۲): مساله لاگرانژین را با ضرایب لاگرانژ حل کنید. مقدار متغیرهای تصمیم را در این مرحله (X_j) و مقدار کران پایین مساله در این Z_{LB} را تعیین کنید.

گام (۳): برای هر محدودیت آزاد شده یک subgradient به نام G_i به صورت زیر تعریف کنید:

$$G_i = \sum_j a_{ij}x_j - b_i, \forall i$$

گام (۴): یک طول قدم اسکالری با عنوان T بصورت زیر تعریف کنید:

$$T = \pi(Z_{UB} - Z_{LB}) / \sum_i G_i^2$$

توصیه می شود که در ابتدا مساله را با $\pi=2$ حل کنید. اگر در تعداد مشخصی از تکرارها بهبودی در مقدار تابع هدف مساله $Z_D(\psi)$ ایجاد نشد مقدار π را نصف کنید.

گام (۵): مقدار ψ_i را به کمک رابطه زیر به روز کنید. به گام دو بروید و مساله لاگرانژین را با ضرایب جدید لاگرانژین حل کنید.

$$\psi_i = \max(0, \psi_i + TG_i), \forall i$$

لازم به ذکر است که می توان ضابطه پایان را تعداد مشخصی از تکرارها و یا رسیدن مقدار π به حدی مشخص (با توجه به کاهش مقدار آن در هر تکرار) تعیین کرد.

جدول ۱: مقایسه دو رویکرد حل کنندهی CPLEX نرم افزار GAMS-24-1 و روش آزادسازی لاگرانژ

ردیف	نوع مساله		زمان حل		Rate of Time	مقدار تابع هدف		Rate of Cost
	k	n	Cplex-gams	Lagrangian		Cplex-gams	Lagrangian	
۱		۲	۰/۱۱	۰/۶۷	-۵/۰۹۱	۵۴۵	۵۴۵	.
۲		۳	۰/۱۲	۰/۶۸	-۴/۶۶۷	۵۴۶/۱۳	۵۶۲	۰/۰۲۸
۳		۴	۰/۲۵	۰/۸۲	-۲/۲۸	۴۳۲	۴۳۲	.
۴		۵	۰/۳۴	۰/۹۳	-۱/۷۳۵	۶۷۸/۲	۷۲۸	۰/۰۶۸
۵		۶	۱/۴۱	۱/۴۸	-۰/۰۵	۷۴۱/۷	۸۰۲	۰/۰۷۵
۶	۲	۷	۷/۱۹	۴/۵	۰/۳۷۴	۵۰۶	۵۲۵	۰/۰۳۶
۷		۸	۵۱/۴۵	۱/۱۳	۰/۹۷۸	۵۳۲/۹۸	۵۶۶	۰/۰۵۸
۸		۹	۲۸/۹۴	۱۰/۹	۰/۹۶۲	۶۵۸/۱۵	۶۸۵	۰/۰۳۹
۹		۱۰	۳۶۰۰ *	۱/۰۳	۰/۹۹۹	۵۹۹/۸۷ **	۶۵۸	۰/۰۸۸
۱۰		۲	۰/۱	۰/۶۸	-۵/۸	۵۱۸	۵۱۸	۰
۱۱		۳	۰/۱۳	۰/۸۱	-۵/۲۳۱	۴۳۳	۴۳۳	۰
۱۲		۴	۰/۲۷	۰/۸۳	-۲/۰۷۴	۴۴۲/۵	۴۴۹	۰/۰۱۴
۱۳		۵	۰/۴۶	۱/۰۵	-۱/۲۸۳	۶۷۲/۲۱	۶۹۸	۰/۰۳۷
۱۴		۶	۱/۷۵	۱/۳۳	۰/۲۴	۴۷۵/۷	۵۲۳	۰/۰۹
۱۵	۳	۷	۹/۸۹	۰/۸۸	۰/۹۱۱	۴۸۳	۵۷۴	۰/۱۵۹
۱۶		۸	۱۰۰/۷	۱/۳۴	۰/۹۸۷	۵۱۲/۲۱	۶۴۶	۰/۲۰۷
۱۷		۹	۱۱۳۹	۱	۰/۹۹۹	۶۰۳	۸۲۰	۰/۲۶۵
۱۸		۱۰	۳۶۰۰ *	۱/۲۵	۰/۹۹۹	۵۰۶/۷۵ **	۶۹۹	۰/۲۷۵
۱۹		۲	۰/۱۱	۰/۶۸	-۵/۱۸۲	۴۷۹	۴۷۹	۰

۲۰	۴	۳	۰/۱۳	۰/۸۲	-۵/۳۰۸	۴۰۸/۱۶	۴۱۹	۰/۰۲۶
۲۱		۴	۰/۲۶	۰/۸۲	-۲/۱۵۴	۴۳۴/۱۷	۴۴۷	۰/۰۲۹
۲۲		۵	۰/۷۶	۱/۱۳	-۰/۴۵۷	۶۸۷	۷۱۱	۰/۰۳۴
۲۳		۶	۲/۴۶	۰/۸۹	۰/۶۳۸	۴۶۸	۵۰۵	۰/۰۷۳
۲۴		۷	۳۴/۴۲	۰/۹	۰/۹۷۴	۴۸۹/۲۲	۵۳۶	۰/۰۸۷
۲۵		۸	۲۱۷/۵	۰/۷۹	۰/۹۹۶	۵۲۵	۵۴۱	۰/۰۲۹
۲۶		۹	۷۴/۲۷	۱/۱۴	۰/۹۸۵	۶۰۳/۱۲	۶۶۴	۰/۰۹۲
۲۷		۱۰	۳۶۰۰ *	۱/۴۶	۰/۹۹۹	۴۹۷/۷ **	۵۵۳	۰/۱

* به دلیل محدودیت زمانی اعمال شده در نرم افزار **Gams** حداکثر زمان حل برابر ۳۶۰۰ ثانیه می باشد که ممکن است در صورت عدم اعمال این محدودیت زمانی، زمان حل نرم افزار بسیار بیشتر از ۳۶۰۰ ثانیه (یک ساعت) شود.

** به دلیل محدودیت زمانی اعمال شده و عدم ارائه حل دقیق توسط نرم افزار **Gams** یک حد بالای داده شده توسط این نرم افزار ارائه گردیده است.

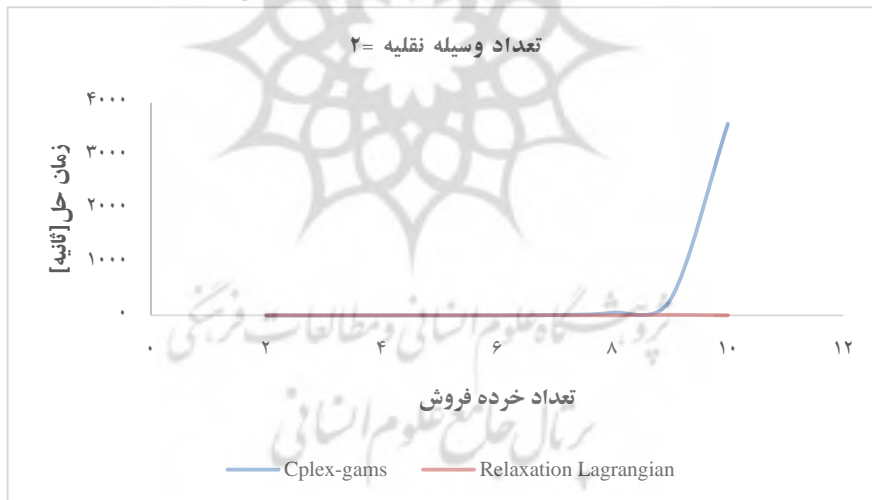
مثال عددی

جهت اعتبار سنجی مدل ارائه شده و همچنین جهت بررسی کارایی الگوریتم لاگرانژ ارائه شده، از نمونه مثال های عددی متفاوتی استفاده شده است. برای مقایسه ی روش حل مدل پیشنهادی و حل مدل با استفاده از الگوریتم آزاد سازی لاگرانژ، از نرخ های زمانی و هزینه به صورت زیر استفاده شده است.

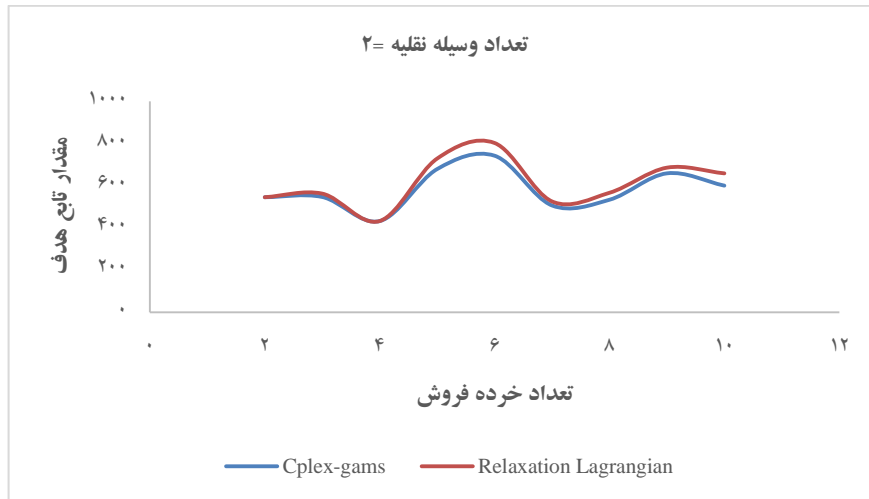
$$R_{Obj.Fun} = (Obj.Fun_{Cplex} - Obj.Fun_{L.R}) / (Obj.Fun_{Cplex})$$

$$R_{Time} = (Time_{Cplex} - Time_{L.R}) / (Time_{Cplex})$$

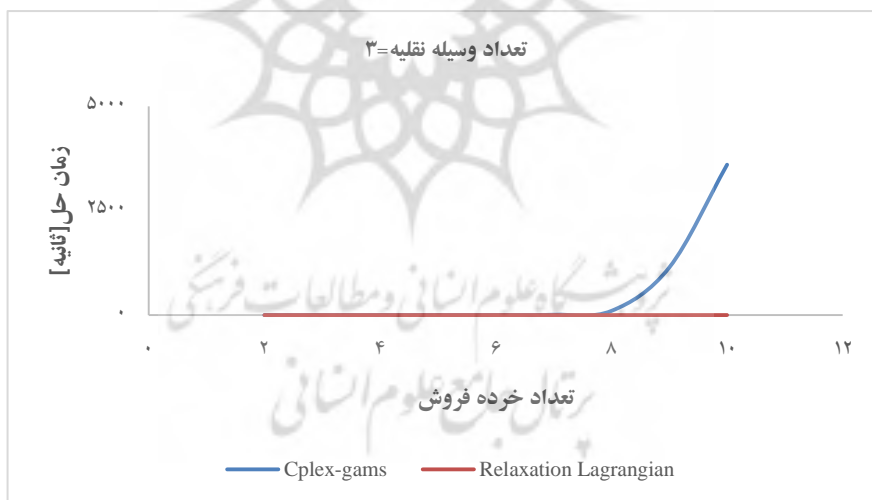
در جدول (۱) ستون (۶)، نرخ تغییر زمان حل مساله و در ستون (۹)، نرخ تغییر مقدار تابع هدف مساله نشان داده شده است. با توجه به جدول (۱) و نمودارهای (۱، ۳ و ۵) مشخص است که زمان حل نرم افزار GAMS-24-1 خیلی بیشتر از زمان حل با الگوریتم لاگرانژ می‌باشد، چنانچه تعداد خرده‌فروشان افزایش یابد، زمان حل با استفاده از حل کننده CPLEX خیلی زیاد خواهد شد به نحوی که این حل کننده دیگر قادر به رسیدن حل بهینه نخواهد بود و لذا می‌توان از الگوریتم آزاد سازی لاگرانژ برای به دست آوردن جواب استفاده کرد. همچنین با توجه به نمودارهای (۲، ۴ و ۶) ملاحظه می‌شود در زمانی که تعداد خرده‌فروشان کم باشد، مقدار تابع هدف به دست آمده از روش الگوریتم لاگرانژ بسیار نزدیک به روش حل دقیق نرم‌افزار GAMS-24-1 می‌باشد، لذا وقتی تعداد خرده‌فروشان افزایش یابد می‌توان از الگوریتم آزاد سازی لاگرانژ استفاده نمود. لذا با توجه به نتایج به دست آمده الگوریتم ارائه شده از کارایی بالایی برخوردار است و می‌توان در سایر مسائل زمان‌بندی تولید و توزیع استفاده نمود.



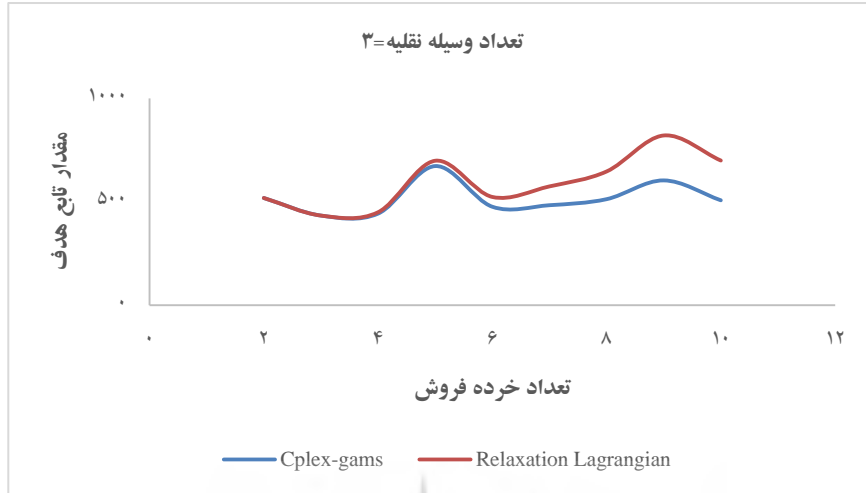
شکل ۱: نمودار مقایسه زمان حل GAMS و Lagrangian Relaxation



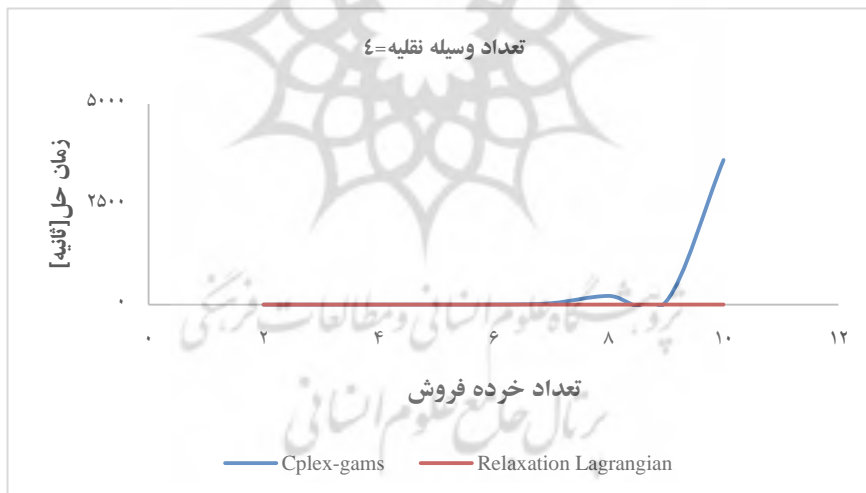
شکل ۲: نمودار مقایسه مقدار تابع هدف بهینه GAMS و Lagrangian Relaxation



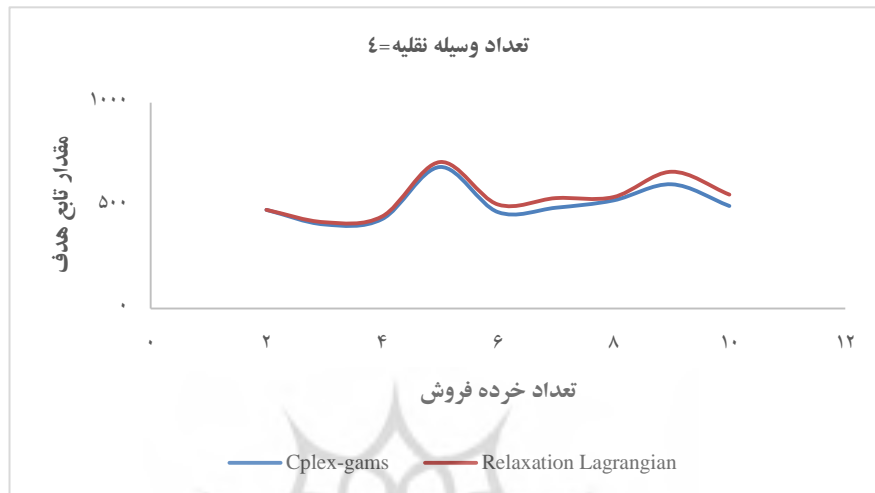
شکل ۳: نمودار مقایسه زمان حل GAMS و Lagrangian Relaxation



شکل ۴: نمودار مقایسه مقدار تابع هدف بهینه GAMS و Lagrangian Relaxation



شکل ۵: نمودار مقایسه زمان حل GAMS و Lagrangian Relaxation



شکل (6): نمودار مقایسه مقدار تابع هدف بهینه GAMS و Lagrangian Relaxation

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

نتیجه گیری

این مقاله مسأله هماهنگی زمان بندی تولید و تحویل با کمینه سازی هزینه کل که شامل هزینه مسیریابی وسیله نقلیه و هزینه ثابت مالکیت وسیله نقلیه، هزینه جریمه که ناشی از دیرکرد یا زودکرد موعد تحویل می باشد، ارائه می دهد. بنابراین برای نشان دادن هماهنگی مسأله زمان بندی تولید و تحویل، یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط ارائه شده است بطوریکه در آن تمام تقاضای خرده فروشان باید برآورده شود. برای حل مدل ریاضی ارائه شده در اندازه های کوچک از دو رویکرد حل کننده ی CPLEX نرم افزار -GAMS-24 و الگوریتم آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است. مشاهده گردید در اندازه های کوچک مقادیر بهینه توابع هدف در هر دو روش بسیار نزدیک به هم بوده اما با افزایش تعداد خرده-فروشان زمان حل توسط Gams به صورت نمایی افزایش می یابد، لذا در این مسأله برای رفع مشکل زیاد بودن زمان حل در ابعاد بزرگ، از روش آزادسازی لاگرانژ استفاده شده است. لذا می توان از الگوریتم ارائه شده در این مقاله، در سایر مسائل زمان بندی تولید و توزیع استفاده نمود. هم چنین در تحقیقات آتی می توان هزینه راه اندازی برای تولید دسته های مختلف، هزینه نگهداری موجودی در مرکز توزیع کننده در نظر گرفت.

مراجع

Potts, CN. *Analysis of a heuristic for one machine sequencing with release dates and delivery times* . Operations Research, Vol. 28, pp. 1436° 41, 1980.

Lee,cCY., Chen ZL. *Machine scheduling with transportation considerations* Journal of Scheduling, Vol. 4, pp. 3° 24, 2001.

Sung, CS., Kim YH. *Minimizing due date related performance measures on two batch processing machines* . European Journal of Operational Research, Vol. 147, pp. 644° 56, 2003.

Chang, YC., Lee CY. *Machine scheduling with job delivery coordination* . European Journal of Operational Research, Vol. 158, pp. 470° 87, 2004.

Li, CL., Vairaktarakis, G., Lee, CY. *Machine scheduling with deliveries to multiple customer locations* . European Journal of Operational Research, Vol. 164, pp. 39° 51, 2005.

Lin, BMT., Cheng, TCE., Chou, ASC. *Scheduling in an assembly-type production chain with batch transfer* . Omega, Vol. 35, pp. 143° 51, 2007.

Yan, S., Tang, CH. *Inter-city bus scheduling under variable market share and uncertain market demands* . Omega, Vol. 37, pp.178° 92, 2009.

Day, JM., Wright PD., Schoenherr, T., Venkataramanan M., Gaudette K. *Improving routing and scheduling decisions at a distributor of industrial gases* . Omega, Vol. 37, pp. 227° 37, 2009.

Qi, X. *A logistics scheduling model: inventory cost reduction by batching* . Naval Research Logistics, Vol. 52, pp. 312° 20, 2005.

Amstrong, R., Gao, S., Lei, L. *A zero-inventory production and distribution problem with a fixed customer sequence* . Annals of Operations Research, Vol. 159, pp. 395° 414, 2008.

Naso, D., et al. *Genetic algorithms for supply-chain scheduling: a case study in the distribution of ready-mixed concrete* . European Journal of Operational Research. Vol. 177, pp. 2069-2099, 2007.

Chen, Z. L. *Integrated production and outbound distribution scheduling: review and extensions* . Operations research, Vol. 58, pp. 130° 148, 2010.

Low, C., Li, R.k., Chang, C.M. *Integrated scheduling of production and delivery with time window* . International Journal of production Research. Vol. 51, pp. 897-909, 2013.

Fisher, M. L. *The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems* . Manage. Vol. 50, pp. 1861° 1871, 2004.

