مدیریت تولید و عملیات، دوره ششم ، شماره (۲)، پیاپی(۱۱)، پاییز و زمستان ۱۳۹٤
دریافت: ۹۲/۲/۵ پذیرش: ۹۳/۳/۱
صص:٥٤- ٤١

کاربرد رویکرد فازی- استوار در مکان یابی تسهیلات با هدف حداقل کردن هزینه‌های حمل و نقل و سوخت

حسن حسینی نسب[1]، احسان ایزد پناهی[2]
۱- استاد، دانشکده مهندسی صنایع دانشگاه یزد- یزد- ایران
۲- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه یزد- یزد- ایران

چکیده

امروزه علم تحقیق در عملیات در زمینه‌های گوناگون، به طور گسترده استفاده می شود. یکی از حوزه‌های کاربردی تحقیق در عملیات مسائل مکان یابی تسهیلات است. در این پژوهش، یک مدل برنامه ریزی ریاضی برای مکان یابی و تخصیص بهینه توسعه داده شده است. این مدل شامل دو تابع هدف است. تابع هدف اول برای مینیمم سازی مجموع هزینه‌های حمل و نقل، به اضافه هزینه ثابت استقرار تسهیلات به کار می‌رود. به علت اهمیت انرژی و نقش اساسی سوخت‌های فسیلی در حمل و نقل، در تابع هدف دوم به مینیمم سازی مجموع هزینه‌های سوخت مصرفی پرداخته می‌شود. برای هم‌خوانی مدل مربوطه با شرایط واقعی، هزینه‌های سوخت در این مدل به شکل پلکانی در نظر گرفته می‌شود. در این مدل ضرایب تابع هدف به شکل غیر قطعی فرض شده‌اند. همچنین، بعضی از محدودیت‌ها نیز فازی هستند. با ارائه یک رویکرد جدید این مدل به مدلی قطعی تک هدفه تبدیل می‌شود. برای اثبات کاربردی بودن مدل، این مدل برای مکان یابی در شرایط واقعی به کار برده شده است.

واژه های کلیدی: برنامه ریزی چند هدفه، بهینه سازی استوار، مکانیابی تسهیلات، ، منطق فازی،

---

* نویسنده مسؤول: hhn@yazd.ac.ir

۱-مقدمه

امروزه، علم تحقیق در عملیات در زمینه‌های گوناگون کاربرد فراوانی پیدا کرده است. یکی از حوزه‌های کاربردی تحقیق در عملیات مسائل مکان یابی تسهیلات است (نیکل و سالدانا[۱]، ۲۰۰۸) (درنزر و هماچر[۲]، ۲۰۰٤، نیکل و پرتو[۳]، ۲۰۰۵). مسائل کلی مکان یابی تسهیلات شامل مجموعه‌ای از مشتریان و تسهیلات است؛ که از این تسهیلات برای برآورده کردن تقاضای مشتریان استفاده می‌شود . مکان‌یابی یکی از علوم مهندسی صنایع است که توجه به آن سبب کاهش هزینه ها و موفقیت واحدهای صنعتی می شود. مکان یابی مراکز(مکان یابی ساختمانها و مراکز) را انتخاب مکان برای یک یا چند مرکز، با در نظر گرفتن سایر مراکز و محدودیت‌های موجود می دانند، به‌گونه‌ای که هدف ویژه‌ای بهینه شود. این هدف می تواند هزینه حمل و نقل، ارائه خدمات عادلانه به مشتریان، در دست گرفتن بزرگترین بازار و غیره باشد. برای ضرورت انجام مطالعات مکان‌یابی می توان گفت تعیین محل کارخانه، یکی از کلیدی‌ترین گام‌های تأسیس کارخانه است، چرا که نتایج این تصمیم در دراز مدت ظاهر شده، تأثیرات بسزایی از بعد اقتصادی، محیط زیست، مسایل اجتماعی و غیره دارد. یکی از جنبه های تاثیرات درون سازمانی، تاثیر مستقیم آن در سود دهی کارخانه خواهد بود و از بعد برون سازمانی، ساخت کارخانه-های بزرگ در یک منطقه می تواند شرایط گوناگون اقتصادی، اجتماعی، فرهنگی، محیط زیست و غیره را تحت تاثیر خود قرار دهد. تعیین محل کارخانه از نظر اقتصادی نقش مهمی در میزان سرمایه گذاری اولیه به هنگام تاسیس کارخانه دارد. همچنین، هنگام بهره برداری طرح، این تصمیم گیری، تاثیر کلیدی در قیمت تمام شده کالا/خدمت دارد. احداث یک یا چند واحد صنعتی در مکان های بهینه و در بهترین وضعیت ممکن، نه تنها گردش مواد و خدمات به مشتریان را بهبود می بخشد، بلکه کارخانه را در یک وضعیت مطلوب قرار می‌دهد و هزینه های جانبی مانند مصرف سوخت را کاهش می دهد.

مسائل مکان یابی برای جواب به دو سوال اساسی به کار می‌روند. ۱) کدام یک از تسهیلات باید استفاده شود؟ ۲) کدام مشتری از کدام تسهیل سرویس می‌گیرد؟ (نیکل و سالدانا، ۲۰۰۸). کخمن و کالوم[٤] (۱۹۸۱) مدلی را برای یافتن ارتباط بهینه بین ایالات متحده و اروپا ارائه کردند. آنها با فرضیه های خود تأثیرات تکنولوژی بر هزینه‌های حمل و نقل را بررسی کردند. کلینسیویس[٥] و همکاران (۱۹۸٦) یک مدل مکان یابی تسهیلات را توسعه دادند که در آن تقاضای مشتریان به شکل چند محصول متفاوت بود. آنها هزینه‌های ثابت را برای انواع محصولات و به شکل جداگانه در نظر گرفتند. برای حل مدل از یک رویکرد انشعاب و تحدید ابتکاری استفاده کردند و نتیجه کار خود را با نتایج پیش مقایسه نموده و برتری روش خود را نشان دادند. دسروچرز و همکاران[٦] (۱۹۹۵) مفاهیم توابع دیرکرد را در مدل‌های مکان یابی تسهیلات گنجاندند. آنها در مدل خود به مینیمم سازی مجموع هزینه‌های حمل و نقل، زمان انتظار و هزینه‌های ثابت و متغیر تسهیلات پرداختند. آنها از تکنیک‌های صف برای تقریب بعضی پارامترهای مدل مانند زمان انتظار استفاده نموده و در نهایت با استفاده از روش انشعاب و تحدید مدل خود را حل کردند.

کنفورتی و تامیر[7] (۱۹۹۷) به مکان یابی تک تسهیلی بین نقاط تقاضا پرداختند. آنها در اطراف نقاط تقاضا محدودیت ناحیه ممنوعه را لحاظ کردند. آنها در کار خود دو رویکرد را با یکدیگر مقایسه کردند. در رویکرد اول مجموع فاصله مستقیم مراکز تقاضا و تسهیلات مینیمم می‌شد و در رویکرد دوم ماکزیمم فاصله‌های بین این مراکز مینیمم می‌گردید. آنها در نهایت این دو رویکرد را با یکدیگر مقایسه کرده و نقاط ضعف و قوت هر یک را بیان نمودند.

سان[8] (۲۰۰۶) مدلی را ارائه کرد که در آن برای جابه‌جایی تسهیلات تصمیم‌گیری می‌شد. در واقع در این رویکرد با استقرار یا جابه‌جایی تسهیلات نسبت به بهبود کیفیت سرویس‌دهی با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده اقدام می‌شد. او برای حل مدل خود از الگوریتم فرا ابتکاری جستجو ممنوع استفاده کرد. رودریگوئز[9] و همکاران (۲۰۱۲) یک مدل دو هدفه را برای مساله مکان یابی بسط دادند. در تابع هدف اول مجموع هزینه‌های سرمایه‌گذاری و در تابع هدف دوم عدم رضایتمندی مشتری مینیمم می‌شد. در واقع آنها رویکرد کششی و فشاری را در مباحث مکان‌یابی تسهیلات شهری وارد کردند. آنها فرض کردند مشتریان علاقه ندارند که به تسهیلات شهری خیلی دور و یا خیلی نزدیک باشند؛ لذا برای هر دو حالت در توابع هدف جریمه‌هایی را در نظر گرفته و نهایتاً مدل را با استفاده از یک روش ابتکاری حل کردند. با توجه به ماهیت مدل‌های مکان یابی تسهیلات، وجود عدم قطعیت در این مدل‌ها در بعضی از موارد اجتناب ناپذیر به نظر می‌رسد. ساهینیدیس[10] (۲۰۰٤) عدم قطعیت را در ٤ رویکرد دسته بندی کرد. ۱) رویکرد برنامه ریزی تصادفی۲) رویکرد فازی ۳) رویکرد برنامه ریزی پویای تصادفی ٤) رویکرد استوار. در سال ۱۹۷۰ لطفی زاده و بلمن[11] روش‌های تصمیم گیری فازی را ارائه کردند. آنها تابع عضویت خطی را برای مدل خود استفاده کردند. زیمرمن[12] (۱۹۷٦) مفهوم فازی را در مباحث برنامه ریزی خطی وارد کرد. در مدل او تابع هدف و محدودیت‌ها فازی فرض شده بودند. باتاچاریا[13] و همکاران (۱۹۹۳) از برنامه‌ریزی آرمانی فازی برای مکان یابی یک تسهیل استفاده کردند. آنها در یکی از اهداف به مینیمم سازی مجموع هزینه‌های حمل و نقل پرداختند. و مینیمم سازی ماکزیمم فاصله نقاط تقاضا از تسهیلات را در هدف دیگری دنبال کردند. وانگ و همکاران[14] (۲۰۰٤) با ارائه یک مدل تصمیم گیری چند ضابطه‌ای در محیط فازی به یافتن مکان بهینه برای ارائه خدمات الکترونیکی پرداختند. پروسه انتخاب بهینه نقاط شامل دو مرحله بود. مرحله اول انتخاب مشخصه‌های لازم برای مکان یابی بود؛ و در مرحله دوم اطلاعات به دست آمده یکپارچه می‌شد. به رویکرد دیگری که برای مقابله با عدم قطعیت باید توجه شود، رویکرد بهینه سازی استوار است. رویکرد بهینه سازی استوار را برای نخستین بار سویستر (۱۹۷۳) برای یک مدل برنامه ریزی خطی به کار برد. مدل او بسیار محافظه کارانه بود و در بدترین حالت ممکن به بهینه سازی مدل می‌پرداخت.

در دو دهه گذشته به مساله بهینه سازی استوار از نگاه دیگری نیز توجه شده است. بن تال و نمیروفسکی[15] (۱۹۹۸و ۲۰۰۰) با ارائه مفهوم استوار، همتای استوار مدلی محدب را در فرم مسائل کانونی

درجه دو ارائه کردند. تفاوت این رویکرد با رویکرد سویستر، در نظر گرفتن سطح عدم قطعیت در مدل همتای استوار بود. در واقع سطح عدم قطعیت با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده در مدل لحاظ می‌شد. در سال ٢٠٠٤ برتسیمس[١٦] و سیم با ارائه یک روش جدید، مسائل استوار را به شدت متاثر ساختند. آنها رویکردی را ارائه کردند که در آن علاوه بر سطح عدم قطعیت، بودجه عدم قطعیت نیز در نظر گرفته می‌شد و در آن بودجه عدم قطعیت نیز قابل کنترل بود. آنها همتای استوار مدل خود را به شکل خطی ارائه کردند.

در سال‌های اخیر، عدم قطعیت در مدل‌های مکان یابی مد نظر بسیاری از پژوهشگران است. سونمز و لیم[١٧] (٢٠١٢) یک مدل ریاضی در مسائل مکان یابی ارائه دادند که تعداد تسهیلات در آن غیر قطعی فرض شده بود. آنها در مدل خود تغییرات تقاضا را در نظر گرفته و مدل را طوری طراحی کردند که در برابر این تغییرات انعطاف بیشتری داشته باشد. آنها با استفاده از تکنیک‌های تجزیه روشی را ارائه دادند که سریع‌تر به جواب می‌رسید. آشتیانی و همکاران (٢٠١٢) بهینه سازی استوار را برای مسائل مکان یابی در محیط گسسته به کار بردند.

در این پژوهش، در بخش ٢ مدل ریاضی مکان یابی و تخصیص ارائه شده است. سپس در بخش ٣ یک رویکرد جدید برای مواجهه با عدم قطعیت مدل ارائه می‌گردد. در بخش ٤ برای نشان دادن قابلیت پیاده سازی مدل برای مسائل واقعی، مدل برای یک مساله واقعی به کار برده می‌شود.

٢- فرمول‌بندی مدل

در این قسمت یک مدل ریاضی برای مسائل مکان یابی ارائه شده است. این مدل برای تعیین مکان مناسب برای احداث چند انبار به کار می‌رود، به طوری که هزینه‌های حمل و نقل از کارخانه‌ها به انبار و انبار به خرده فروشان مینیمم گردد. این مدل شامل دو تابع هدف است. تابع هدف اول برای مینیمم سازی مجموع هزینه‌های حمل و نقل و هزینه ثابت استقرار انبارها به کار می‌رود. تابع هدف دوم به مینیمم سازی هزینه‌های سوخت انتقال محصولات از کارخانه‌ها به انبار می‌پردازد.

$$\min z_1 = \sum_k \sum_j c_{kj}^{ship\_w} x_{kj} + \sum_j \sum_i d_i c_{ji}^{ship\_r} \gamma_{ji} + \sum_j f_j y_j \quad (١)$$

$$\min z_2 = \sum_k \sum_j x_{kj} e_{kj} c^{fuel} + c_1 k_1 + c_2 k_2 + c_3 k_3 + c_4 k_4 \quad (٢)$$

$$st: \quad \sum_j \gamma_{ji} = 1 \qquad \forall i \quad (٣)$$

$$\sum_i d_i \gamma_{ji} \leq c_j^{\max} y_j \qquad \forall j$$

$$\sum_k x_{kj} = \sum_i d_i \gamma_{ji} \qquad \forall j \quad (٤)$$

$$\sum_k \sum_j x_{kj} e_{kj} - k_1 - k_2 - k_3 - k_4 \leq u^{allow} \quad (٥)$$

$$\sum_j x_{kj} \leq c_k^{cap} \qquad \forall k \quad (٦)$$

$$\gamma_{ji}, y_j \in \{0,1\}, x_{kj} \geq 0 \ \forall k, i, j$$

در اینجا فرض بر این است که هزینه‌های سوخت به شکل پلکانی محاسبه می‌شود. یعنی با افزایش مصرف سوخت، هزینه آن فقط برای میزان مصرف مازاد افزایش می‌یابد. اهمیت سوخت و انرژی در چند سال گذشته در کشور ما بهترین توجیه برای وارد کردن این مؤلفه در محاسبات است. امروزه

هزینه سوخت در ایران به مهم‌ترین مساله در زمینه حمل و نقل تبدیل شده است.

در مدل فوق $c_{kj}^{ship\_w}$ هزینه انتقال یک واحد محصول از کارخانه kام به انبار jام را نشان می‌دهد. در این مدل x_{kj} میزان محصولی است که از کارخانه kام به انبار jام حمل شده است. d_i تقاضای خرده فروش iام را نشان می‌دهد. $c_{ji}^{ship\_r}$ بیانگر هزینه انتقال یک واحد محصول از انبار jام به خرده فروش iام است. γ_{ji} یک متغیر صفر و یک است که مقدار یک را در شکلی می‌گیرد که خرده فروش iام از انبار jام سرویس بگیرد، و در غیر این شکل مقدار صفر را به خود اختصاص می‌دهد. در این مدل f_i هزینه ثابت برای احداث انبار در مکان iام است؛ و y_i نیز یک متغیر صفر و یک است که در شکلی یک می‌شود که در مکان iام انباری احداث شود. e_{kj} بیانگر میزان مصرف سوختی است که برای انتقال یک واحد محصول از کارخانه kام به انبار jام مصرف می‌شود. همان‌طور که قبلا بیان شد، تابع هدف دوم به مینیمم‌سازی سوخت مصرف شده می‌پردازد. اگر سوخت مصرف شده کمتر از u^{allow} باشد (پارامتر u^{allow} بر اساس بالاترین میزان مجاز مصرف سوخت و بر اساس قوانین داخلی مانند ستاد سوخت کشور تعیین می شود) پس متغیر های k_1,k_2,k_3,k_4 صفر هستند (چرا که ضریب آنها در تابع هدف بزرگ‌تر است).

$$c^{fuel} \le c_1 \le c_2 \le c_3 \le c_4 \qquad (۸)$$

حال اگر سوخت مصرف شده بیشتر از u^{allow} باشد، آنگاه k_1 مثبت می‌شود. البته در اینجا هنوز k_2,k_3,k_4 صفر هستند. اما k_1 محدود است، و اگر میزان تجاوز از u^{allow} حتی بیشتر شود آنگاه k_1 مقدار حداکثر خود یعنی k^h را می‌گیرد و k_2 مثبت می‌شود. باید توجه کرد که در اینجا k_4 نامحدود است. محدودیت شماره ۳ تضمین می‌کند که تقاضای مرکز iام فقط توسط یکی از انبارها تأمین شود. در محدودیت ٤ c_j^{max} نشان دهنده ماکزیمم حجم انبار jام است. این محدودیت بیان می‌کند که مجموع تقاضایی که از انبار jام تأمین می‌شود نباید بیشتر از ظرفیت آن انبار باشد. مجموع محصول منتقل شده به انبار jام باید برابر با تقاضاهایی باشد که از این انبار تأمین می‌شود. این موضوع در محدودیت ۵ نشان داده شده است. محدودیت ٦ در ارتباط با تابع هدف دوم است. این محدودیت در واقع مکمل تابع هدف دوم است. محدودیت آخر تضمین می‌کند که میزان محصولی که از کارخانه ای حمل می‌شود نباید از ظرفیت آن کارخانه بیشتر شود. یکی از خصوصیات این مدل این است که در آن برای لحاظ کردن هزینه‌های سوخت به شکل پلکانی از هیچ متغیر صفر و یک استفاده نشده است. یعنی می‌توانستیم با استفاده از متغیر های صفر و یک این مدل را بسازیم اما وجود متغیرهای صفر و یک در مسائلی که مقیاس بزرگی دارند ممکن است باعث سنگین شدن مساله و افزایش مدت زمان حل آن گردد.

۳- رویکرد فازی- استوار

در مدل ارائه شده در قسمت پیش، پارامترها و محدودیت‌ها به شکل غیر قطعی فرض می‌شوند. عدم قطعیت پارامترها از جنس احتمالی بوده که در یک مکعب بسته تغییر می‌کنند. اما محدودیت‌های ٤ و ۷ این مدل به شکل فازی در نظر گرفته می‌شوند.

یعنی در این مدل بعضی از اجزاء مدل فازی فرض شده‌اند و بعضی اجزای دیگر احتمالی هستند؛ که برای پارامتر های احتمالی آن، از رویکرد استوار استفاده می‌شود که نسبت به پارامترهای احتمالی دید بدبینانه‌ای دارد. برای محدودیت‌های فازی نیز از رویکرد Th method استفاده شده است. در اینجا ابتدا رویکرد استوار توضیح داده می‌شود.

۳-۱- رویکرد استوار

مدل بهینه سازی را در حالت کلی می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\max\left\{c^T x+d : Ax\le b\right\} \qquad (۹)$$

که در **آن** x بردار n .1، $\mathbf{c^T}$ بردار 1.n ضرایب تابع هدف، A ماتریس ضرایب محدودیت‌ها و b بردار اعداد سمت راست محدودیت‌ها هستند. طبق تعریف بن تال و نمیروفسکی (۱۹۹۸و ۲۰۰۰) مدل بهینه سازی خطی غیر قطعی به مجموعه‌ای از مدل‌های بهینه سازی خطی اطلاق می‌شود که داده‌های آن به مجموعه عدم قطعیت U تعلق دارند.

$$\left\{\max_x\left\{c^T x+d : Ax\le b\right\}\right\}_{(c,d,A,b)\in U} \qquad (۱۰)$$

بن تال و نمیرفسکی(۱۹۹۹) همتای استوار مدل فوق را به شکل زیر تعریف کردند.

$$\min\left\{c(x)=\sup\left[cx+d\right]: Ax\le b \forall c,d,A,b\in U\ \right\} \ (۱۱)$$

مجموعه عدم قطعیت در تحقیقات گوناگون به شکل‌های متفاوتی در نظر گرفته شده است. در این پژوهش، مجموعه عدم قطعیت به شکل مکعبی (بن تال و همکاران ۲۰۰۹و ۲۰۰۵) در نظر گرفته شده است. شکل کلی این عدم قطعیت به شکل زیر است . (۱۲)

$$U_{box}=\left\{\xi\in\Re^n : \left|\xi_t-\overline{\xi_t}\right|\le\rho G_t,\ t=1,\dots,n\right\}$$

در اینجا $\overline{\xi_t}$ مقدار اسمی پارامتر ξ_t، ρ سطح عدم قطعیت و G_t مقیاس عدم قطعیت را نشان می‌دهد.

فرض کنید در رابطه زیر ضرایب **a** غیر قطعی بوده و در یک مکعب بسته تغییر می‌کند.

$$Ax\le b \qquad (۱۳)$$

بن تال (۲۰۰۵) ثابت کرد که می‌توان مجموعه عدم قطعیت را با جایگزین کردن نقاط غائی به جای پارامترهای غیر قطعی، به یک مدل قطعی تبدیل کرد. با استفاده از متغیر جدید ، همتای استوار رابطه فوق به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned}&\sum_t(\overline{c_t}x_t+\eta_t)\\&\rho_c G_t^c x_t\le\eta_t,\forall t \qquad (۱٤)\\&\rho_c G_t^c x_t\ge-\eta_t,\ \forall t\end{aligned}$$

با استفاده از این روش می‌توان پارامترهای غیر قطعی در مدل ارائه شده را به شکل بدبینانه با پارامترهای قطعی جایگزین کرد.

۳-۲- رویکرد فازی

اکنون بدون آنکه چیزی از کلیت مساله کم شود فرض می‌کنیم با مدل چند هدفه زیر روبرو هستیم:

$$\begin{aligned}&\max z=[z_1,z_2,\dots,z_n]\\&Ax\le b \qquad (۱۵)\\&x\ge 0\end{aligned}$$

اما در این مدل بعضی از محدودیت‌هـا بـه شـکل فازی در نظر گرفته شده است. برای دی فازی کـردن مدل فوق از رویکرد برنامـه ریـزی متقـارن زیمـرمن استفاده می‌کنیم. بدین منظور، ابتدا بـرای هـر یـک از توابـع هـدف یـک سـطح دلخـواه قـرار مـی‌دهـیم. محدودیت‌ها نیز به شکل مجموعه‌های فـازی در نظـر گرفته می‌شوند. آنگاه مدل برنامه ریزی خطی به شکل زیر تبدیل می‌شود.

$$z_i > z_i^s \qquad\qquad c^i x > z_i^s$$
$$Ax < b \qquad\qquad Ax < b$$
$$x \geq b \qquad\qquad x \geq b$$

این مدل کاملاً متقارن اسـت و هـیچ تفـاوتی بـین تابع هدف و محدودیت‌ها وجود ندارد. بنـابراین اگـر قرار دهیم:

$$\begin{pmatrix} -c^i \\ A \end{pmatrix} = B \qquad \begin{pmatrix} -z_i^s \\ b \end{pmatrix} = d$$

آنگاه می‌توان مدل فوق را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} & Bx \geq d \\ & x \geq 0 \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

هر یک از سطر های مدل فوق یک مجموعه فازی با تابع عضویت هستند. بیانگر درجه‌ای است که نامساوی‌هـای فـازی مـدل فـوق را اقنـاع کنـد. تـابع عضویت محدودیت‌های گوناگون در شـکل ۱ نشـان داده شـده اسـت. در شـکل a۱ نقطـه d_i اقنـاع کامـل محدودیت iام، p_i انحراف مجاز از محـدودیت iام و B_ixمقدار محدودیت iام بر حسب جـواب x اسـت. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اگر مقـدار محـدودیت کوچک‌تر **از** d_i باشد، درجه اقنـاع محـدودیت، کامـل (برابر یک) است و اگر مقدار محدودیت بـزرگ‌تـر از d_i+p_i باشد این مقدار برابر صفر خواهد بود. همچنین اگر مقدار محدودیت در فاصله $[d_i,d_i+p_i]$ قرار گیـرد، درجه اقناع محدودیت را می‌توان از تشابه مثلث‌هـای ترسیم شده در نمودار به دست آورد.

$$\mu_i(x) = \begin{cases} 1 & B_ix \leq d_1 \\ \dfrac{(d_i + p_i) - B_jx}{p_i} & d_i < B_ix < d_i + p_i \\ 0 & B_ix \geq d_i + p_i \end{cases} \qquad (۱۷)$$

برای فرموله سازی محدودیت‌هـای بـزرگ‌تـر یـا مساوی نیز می‌توان به طریق مشـابه عمـل کـرد. تـابع عضـویت محـدودیت‌هـای بـزرگ‌تـر یـا مسـاوی و محدودیت مساوی به ترتیب در شـکل هـای b۱ و c۱ ارائه شده است.

متغیر i را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\lambda_i \leq \frac{(d_i + p_{i)}) - B_ix}{p_i} \qquad (۱۸)$$

بیانگر درجـه اقنـاع محـدودیت iام اسـت، کـه سعی در ماکزیمم کردن آن داریم. حال متغیر را بـه شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\lambda = \min(\lambda_i)$$

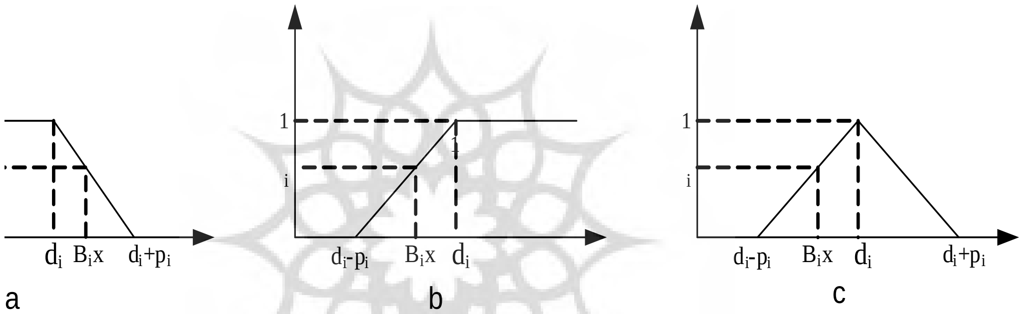
بنابراین مدل برنامه ریزی خطی مسـأله فـوق بـه شکل زیر تبدیل خواهد شد:

$$\begin{aligned} & \max \sum w_i\lambda_i \\ & st: \\ & \lambda_i p_i + B_ix \leq d_i + p_i \\ & x, \lambda \geq 0 \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

البته می‌توان مجموع موزون درجه عضویت‌ها را نیز ماکزیمم کرد، یعنی:

$$\begin{aligned} & \max \sum w_i \lambda_i \\ & st: \\ & \lambda_i p_i + B_i x \le d_i + p_i \\ & x, \lambda \ge 0 \end{aligned} \qquad (۲۰)$$

در نظر گرفتن مینیمم درجه عضویت‌ها و یا میانگین موزون آنها در تابع هدف ممکن است منجر به جواب مناسبی نشود. در واقع جواب حاصل کارایی بالایی ندارد (لیا و هوانگ[18]، ۱۹۹۳ اوزکاراهان[19]، ۲۰۰۷، ورنرز[20]، ۱۹۹۸، لی و زانگ، ۲۰۰۶). روش‌های گوناگونی برای ساختن تابع هدف مدل وجود دارد که برای بررسی آنها می‌توان به مراجع (لیو هوانگ، ۱۹۹۴، سلیم و اوزکاراهان، ۲۰۰۷، ورنرز، ۱۹۹۸، لی و زانگ، ۲۰۰۶) مراجعه نمود.



شکل ۱- نمایش محدودیت‌های فازی

در این مقاله از رویکرد دیگری استفاده می‌شود که TH method نام دارد. با توجه به بررسی‌های انجام شده توسط ترابی و حسینی، استفاده از روش TH method جواب‌های کاراتری را در پی خواهد داشت. در این روش به جای ماکزیمم کردن مینیمم درجه عضویت‌ها، ترکیب محدبی از مجموع موزون درجه عضویت‌ها و مینیمم درجه عضویت‌ها ماکزیمم می‌شود. با توجه به رویکرد فازی- استوار ارائه شده، مدل قطعی به صورت زیر خواهد بود.

۴ -کاربرد مدل

۴-۱- تعریف مساله

در این قسمت مدل ارائه شده را برای مکان یابی چندین انبار در سطح شهر شیراز به کار می‌بریم. یک کارخانه لبنیاتی محصولات گوناگون از قبیل ماست، بستنی، شیر و دیگر فرآورده‌ها را تولید و آنها را در سطح شهر شیراز توزیع می‌کند. در اینجا فرآورده‌های لبنی به عنوان محصولات در نظر گرفته شده‌اند.

$$\max z = \alpha\lambda + (1-\alpha)\sum_{q}\lambda_q$$

$$\lambda_1 p_1 + \sum_{k}\sum_{j}(c_{kj}^{ship-w}x_{kj} + \eta_{kj}^{c}) + \sum_{j}\sum_{i} d_i c_{jr}^{ship-r}\gamma_{ji} + \sum_{j} f_j y_j \le z_1 + p_1$$

$$\lambda_2 p_2 + \sum_{k}\sum_{j}(x_{kj}e_{kj}c^{fuel} + \eta_{kj}^{e}) + c_1k_1 + c_2k_2 + c_3k_3 + c_4k_4 \le z_2 + p_2$$

$$\rho_c G_{kj}^{c} x_{kj} \le \eta_{kj}^{c} \qquad \forall k, j$$

$$\rho_c G_{kj}^{c} x_{kj} \ge -\eta_{kj}^{c} \qquad \forall k, j$$

$$\rho_e G_{kj}^{e} x_{kj} \le \eta_{kj}^{e} \qquad \forall k, j$$

$$\rho_e G_{kj}^{e} x_{kj} \ge -\eta_{kj}^{e} \qquad \forall k, j$$

$$\sum_{j}\gamma_{ji} = 1 \qquad \forall i$$

$$\lambda_3 p_3 + \sum_{i} d_i \gamma_{ji} \le c_j^{\max} y_j + p_3 \qquad \forall j$$

$$\sum_{k} x_{kj} = \sum_{i} d_i \gamma_{ji} \qquad \forall j$$

$$\sum_{k}\sum_{j} x_{kj}e_{kj} - k_1 - k_2 - k_3 - k_4 \le u^{allow}$$

$$\lambda_4 p_4 + \sum_{j} x_{kj} \le c_k^{cap} + p_4 \qquad \forall k$$

$$\gamma_{ji}, y_j \in \{0,1\}, x_{kj}, k_4 \ge 0, \quad 0 \le k_1, k_2, k_3 \le k^h \forall k, i, j$$

اما نکته بسیار مهمی که باید به آن توجه کرد این است که انتقال فرآورده‌های لبنی نسبت به سایر محصولات مصرف سوخت و انرژی بالاتری دارد. در انتقال این محصولات از یک طرف باید سوخت مصرفی برای حمل و نقل و از طرف دیگر انرژی مصرفی برای پایین نگه داشتن دمای محصولات را در نظر گرفت. یعنی استفاده از ماشین‌های یخچال دار برای حمل و نقل محصولات باعث افزایش مصرف سوخت و انرژی می‌گردد و به همین دلیل نیز تابع هدف دوم برای مینیمم کردن سوخت مصرف شده در نظر این هفت مکان با توجه به شرایط موجود و امکانات مورد نیاز انتخاب شده‌اند. با توجه به توزیع این نقاط، هزینه ثابت استقرار در این مراکز متفاوت است. ۳۵ خرده فروش در سطح شهر با این انبارها در ارتباط هستند. این ۳۵ خرده فروش از مهم‌ترین مراکزی هستند که سهم قابل توجهی از فروش را به خود اختصاص می‌دهند. هدف تعیین این است که در چند مکان و کدام یک از آنها انبار دایر شود و همچنین، تعیین میزان محصولاتی است که از هر انبار به خرده فروش‌ها منتقل می‌شود، به طوری که هزینه‌های توزیع و همچنین، هزینه‌های سوخت مصرف شده مینیمم گردد. تقاضای هر یک از خرده فروش‌ها در جدول۱ ارائه شده است. به علت در دست نبودن بعضی از اطلاعات مربوط به هزینه‌های توزیع و حمل و نقل اعداد مربوط به آنها به شکل تقریبی، تخمین زده شد و در مدل جایگذاری شده است. شایان ذکر است که این اعداد با توجه به دامنه تغییرشان به شکل تصادفی تولید شدند.

٤-۲- ارزیابی مدل ویافته‌ها

برای ارزیابی مدل ارائه شده، ابتدا مدل قطعی و مدل فازی-استوار را جداگانه با استفاده از داده‌های قسمت پیش حل می‌کنیم. برای حل مدل از نرم‌افزار GAMS استفاده شده است. حال باید برای حالات گوناگون عملکرد این دو بردار جواب را با هم مقایسه کنیم. بدین منظور، ابتدا پارامترهایی را که غیر قطعی هستند، به شکل تصادفی در بازه مربوطه تولید می‌کنیم. بازه مورد نظر بازه‌ای متقارن در اطراف داده‌های اسمی است که شعاع همسایگی -استوار در آن همان G است. توجه شود که در بازه فوق اعداد به شکل یکنواخت تولید می‌شود. شایان ذکر است که تلرانس محدودیت‌های فازی نیز به شکل تصادفی تولید شده و در نتیجه محدودیت فازی به یک محدودیت قطعی تبدیل می‌شود. حال بردارهای جواب را در مدلی قرار می‌دهیم که پارامترهای آن همان اعداد تصادفی تولید شده، هستند؛ یعنی در این مدل هم بردارهای جواب و هم پارامترها ثابت هستند.

جدول ۱– تقاضای محصولات

مرکز	۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸	۹
تقاضا	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱٤۰۰	۱٥۰۰	۱٥۰۰	۱٥۰۰	۱۲۰۰	۱۳۰۰
مرکز	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱٤	۱٥	۱٦	۱۷	۱۸
تقاضا	۱٤۰۰	۱٥۰۰	۱٥۰۰	۱۷۰۰	۱۸۰۰	۱۸۰۰	۲۰۰۰	۲۰۰۰	۲۲۰۰
مرکز	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲٤	۲٥	۲٦	۲۷
تقاضا	۲۳۰۰	۲٥۰۰	۱۰۰۰	۱۲۰۰	۱۱۰۰	۱۳۰۰	۱۲۰۰	۱٤۰۰	۱۱۰۰
مرکز	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳٤	۳٥	
تقاضا	۱۰۰۰	۱۳۰۰	۱۱۰۰	۱۲۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰	۱۱۰۰	۱۰۰۰	

این پارامترها و تلرانس محدودیت‌ها، ٥ بار به شکل جداگانه برای سطوح گوناگون عدم قطعیت تولید شده و مدل را ٥ بار برای جواب قطعی و ٥ بار برای جواب فازی حل می‌کنیم. متغیرهای این مدل شامل متغیرهای صفر و یک و متغیرهای کمکی مانند متغیرهایی که برای محاسبه هزینه سوخت به کار می‌روند، است. در واقع، حل هر یک از این مدل‌ها یک آزمایش است که باید برای معیارهایی که در ادامه آمده است با هم مقایسه شوند. نتایج حاصل از حل مدل در جداول ۳و٤ ارائه شده است. جدول ۳ نتایج مدل را در حالتی نشان می‌دهد که پارامترهای آن قطعی هستند و جدول ٤ نتایج را برای حالتی که پارامترها غیر قطعی هستند ارائه می‌کند. میانگین و انحراف استاندارد کل هزینه‌ها تحت آزمایشات گوناگون، دو معیاری است که برای مقایسه مدل‌های قطعی و فازی–استوار به کار می‌رود. جدول ۲ مقادیر این دو معیار را برای مدل‌های گوناگون نشان می‌دهد.

جدول۲– نتایج حاصل از آزمایشات گوناگون برای مدل قطعی و فازی–استوار با تغییر سطح عدم قطعیت

میانگین هزینه کل		انحراف استاندارد هزینه کل		سطح عدم قطعیت
مدل استوار	مدل قطعی	مدل استوار	مدل قطعی	
۲۹۰۰۰۰۰	۲۸۹۰۰۰۰	۳٦۸۹۷۲	۳۸۷٦٥۰	۰/۲
۲۹۲۰۰۰۰	۲۹۱۰۰۰۰	۲۹٤٥٥٤	۳۲٦٦۲۱	۰/۳
۳۱۷۰۰۰۰	۳۱٥۰۰۰۰	۱۳۲٦۸٦	۱۸۳۷٦۰	۰/٤
۲۸۷۰۰۰۰	۲۹۱۰۰۰۰	٦۷٤۲۹٦	۷۸۳۰۲۱	۰/٥
۳۱۲۰۰۰۰	۳۱۲۰۰۰۰	٤۲٤٦۰۸	٤۳۸۹۱۷	۰/٦

جدول ۳- نتایج حاصل از حل مدل در شرایط قطعی

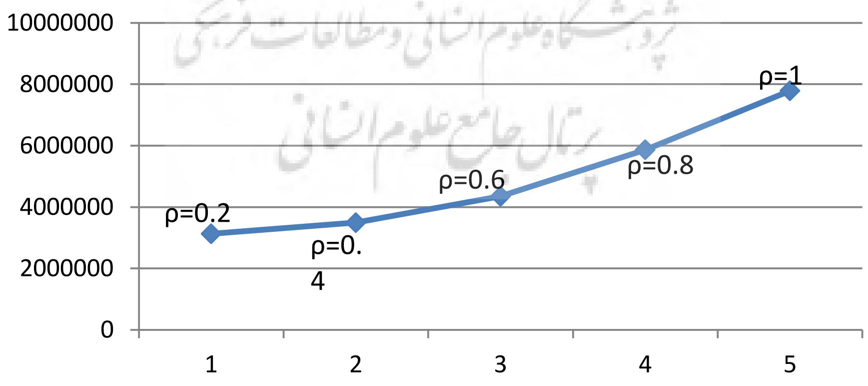
انبار	f_i	X_{1j}	X_{2j}	هزینه کل
۱	۱	۱۴۸۰۰	۰	۳۱۲۸۹۰۰
۲	۱	۱۴۳۰۰	۰	
۳	۰	۰	۰	
۴	۰	۰	۰	
۵	۰	۰	۰	
۶	۱	۰	۶۲۰۰	
۷	۱	۰	۱۴۳۰۰	

جدول ۴- نتایج حاصل از حل مدل در شرایط غیرطعی

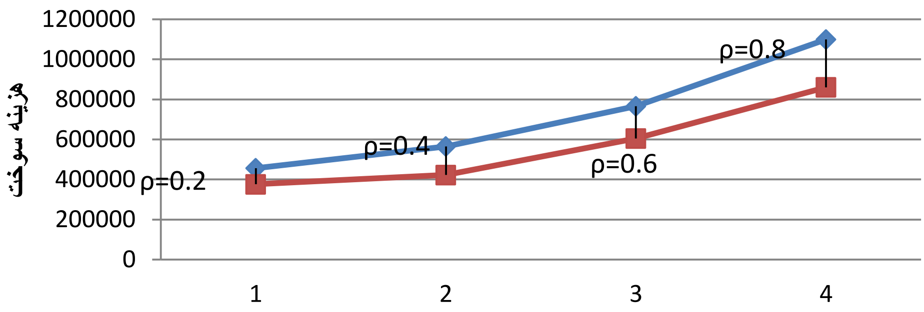
انبار	f_j	X_{1j}	X_{2j}	هزینه کل
۱	۱	۱۵۰۰۰	۰	۳۰۹۰۸۰۰
۲	۱	۱۳۷۰۰	۰	
۳	۰	۰	۰	
۴	۰	۰	۰	
۵	۰	۰	۰	
۶	۱	۰	۵۹۰۰	
۷	۱	۰	۱۵۰۰۰	

۴-۳-بحث

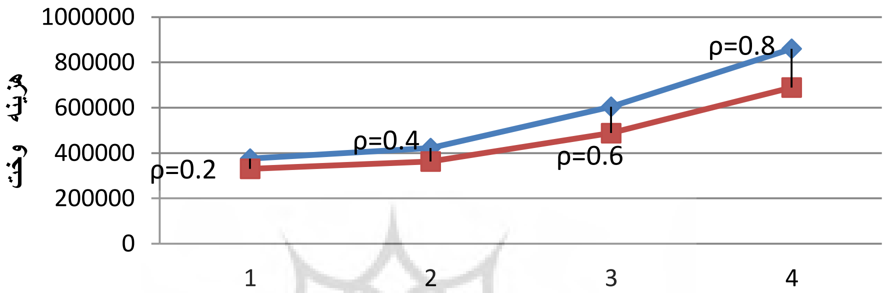
همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، میانگین مجموع توابع هدف تحت آزمایش‌های گوناگون برای مدل فازی-استوار و مدل قطعی به یکدیگر نزدیک است. در بعضی موارد میانگین تابع هدف مدل غیر قطعی بیشتر است و در بعضی از موارد برعکس. اما انحراف استاندارد مدل فازی-رباست، همواره و به ازای سطوح عدم قطعیت گوناگون از مدل قطعی کمتر است. این مهم‌ترین ویژگی مدل فازی-استوار است. یعنی تغییرات مدل فازی-استوار در برابر تغییرات اجزاء گوناگون مدل، کمتر از تغییرات مدل قطعی خواهد بود. یکی از مهم‌ترین پارامترهای این مدل سطوح عدم قطعیت است. فرض کنید $= c$ $= e$. شکل۲ تغییرات هزینه کل را در برابر تغییرات پارامتر نشان می‌دهد.



شکل ۲- تغییرات هزینه کل به ازای تغییر سطح عدم قطعیت



شکل ۳– تغییرات هزینه سوخت با ازای افزایش گام پله‌ها



شکل ٤– تغییرات هزینه سوخت به ازای تغیر سطح مصرف مجاز سوخت

همان‌طور که از شکل مشخص است افزایش سطح ρ باعث افزایش هزینه‌ی کل می‌شود. علت آن این است که وقتی ρ افزایش می‌یابد، پارامتر های مدل در بازه بزرگ‌تری تغییر می‌کنند. از آنجا که باید جواب استوار را در نظر بگیریم، این بزرگ‌تر شدن دامنه تغییرات باعث افزایش هزینه‌ها می‌شود. شکل۳ تأثیر گام پله‌های افزایش هزینه سوخت را بر میزان هزینه سوخت نمایش می‌دهد. واضح است که اگر طول این گام افزایش یابد باعث کاهش هزینه سوخت می‌شود. این افزایش هزینه‌ها با تغیر پارامتر ρ رابطه معناداری دارد. شکل ۲ این تغییرات را توأمان برای دو مقدار متفاوت k^h نشان می‌دهد. شکل ٤ تغییرات هزینه سوخت را در ازای تغییر سطح u^{allow} نشان می‌دهد. این پارامتر مهم‌ترین پارامتر مصرف سوخت است. افزایش این پارامتر می‌تواند باعث کاهش هزینه‌های سوخت گردد. شکل۳ این پارامتر را در ۲ سطح گوناگون بررسی کرده و تأثیر آن روی هزینه سوخت را نشان می‌دهد. در این شکل نیز سطوح گوناگون ρ در نظر گرفته شده است.

۵– نتیجه گیری

مکان یابی تسهیلات از جمله مهم‌ترین مسائلی است که می‌تواند باعث کاهش چشم گیر هزینه‌ها گردد. در بسیاری از مدل‌های مکان یابی تسهیلات فرض عدم قطعیت بعضی از پارامترها یک فرض اجتناب ناپذیر به نظر می‌رسد. در این پژوهش، یک رویکرد کاملاً جدید برای مواجهه با عدم قطعیت

مدل‌های مکان یابی ارائه شده است که با اعمال آن در مدل‌های قطعی می‌توان آنها را هرچه بیشتر به مسائل واقعی نزدیک کرد. مدل ارائه شده در اینجا شامل دو تابع هدف است که برای مکان یابی و تخصیص بهینه به کار می‌رود. همان گونه که در بخش ٤,٣ مشخص گردید عدم قطعیت و دید بدبینانه نسبت به پارامترهای مدل می‌تواند هزینه‌های سیستم را به شدت تحت تأثیر قرار دهد. به طوری که باعث افزایش ٤٠ تا ٦٠ درصدی هزینه‌ها می شود. با تعیین دقیق سطح عدم قطعیت می‌توان نسبت به میزان ریسک مدل با امنیت و اطمینان بهتری تصمیم گیری کرد.

منابع

Ashtiani, M. G. Makui, A. Ramezanian, R. (2012). A robust model for a leader-follower competitive facility location problem in a discrete space. Applied Mathematical Modeling , In Press, Corrected Proof.

Bellman, R. E. Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment . *Management Science*, l7, 141˚164.

Ben-Tal, A. El-Ghaoui, L. Nemirovski, A.(2009) Robust Optimization, Princeton University Press.

Ben-Tal, A. Golany, B. Nemirovski, A. Vial, J.P. (2005). Retailer-supplier flexible commitments contracts: a robust optimization approach . *Manuf. Service Oper. Manage*, 7, 248˚271.

Ben-Tal, A. Nemirovski, A. (1998). Robust convex optimization , *Math. Oper*. Res. 2, 769˚805.

Ben-Tal, A. Nemirovski, A. (1999). Robust solutions to uncertain linear programs . *Oper. Res*. Lett. 25, 1˚13

Ben-Tal, A. Nemirovski, A. (2000). Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data . *Math Program*. 88, 411˚424.

Bertsimas, D. pachamanova, D. Sim, M. (2004). Robust linear optimization under general norms . *Operations Research Letters*, 32(4), 510-516

Bhattacharya, U. Rao, J.R. Tiwari. R.N. (1993). Bi-criteria multi facility location problem in fuzzy environment . *Fuzzy Sets and Systems*, 56(2), 145-153.

Desrochers, M. Marcotte, P. Stan, M. (1995). The congested facility location problem . *Location Science*, 3(1), 9-23.

Drezner, Z. Hamacher, H.W. (2004). Facility Location: Applications and Theory springer, New York,.

Durukan Sonmez, A. Gino J. Lim. (2012). A decomposition approach for facility location and relocation problem with uncertain number of future . *European Journal of Operational Research*, 218(2), 327-338.

Hwang, k. (2004). Facility location in fuzzy environment . *Fuzzy sets and systems”*, 18(3), 68-82.

Klincewicz, J. G. Luss, H. Rosenberg, E. (1986). Optimal and heuristic algorithm for multiproduct un-capacitated facility location . *European Journal of Operational Research*, 26(2), 251-258.

Kochman, G.A. McCallum Jr, C.J. (1981). Facility location models for planning a transatlantic communication network . *European Journal of Operational Research*, 6(2), 205-211.

Konforty, Y. Tamir. A. (1997). The single facility location problem with minimum distance constraints . *Location Science*, 5(3), 147-163

Lai, Y.J. Hwang, C.L.(1993). probabilistic linear programming for managing interest rate risk . *Fuzzy Sets and Systems*, 54, 135˚146.

Lai, Y.J. Hwang, C.L.(1994). Fuzzy Multiple Objective Decision Making, Methods and Applications, Springer, Berlin,.

Li, X.Q. Zhang, B. Li, H. (2006). Computing efficient solutions to fuzzy multiple objective linear programming problems . *Fuzzy Sets and Systems* 157, 1328˚ 1332.

Li, X.Q. Zhang, B. Li, H. (2006). Computing efficient solutions to fuzzy multiple objective linear programming problems . *Fuzzy Sets and Systems*, 157, 1328˚ 1332.

Nickel, M.T. Meo, S. Saldanha-da-Gama, F. (2008). Facility location and supply chain management ˚ A review . *European Journal of Operational Research*, 196(1), 401-412.

Nickel, S. Puerto, J. (2005). Location Theory: A Unified Approach, Springer , New York.

Pishvaee, M.S., Razmi J., Torabi S.A., (2012) ، Robust probabilistic programming for socially responsible supply chain network design: A new approach . *Fuzzy Sets and Systems* 206, 1 ˚ 20

Rodrigues, J.C, Tralhao,L. Alcada-Almeida, L(2012). A bi-objective modeling approach to an urban semi-desirable facility location problem . *European Journal Of Operation Research*, 223(1), 203-213

Sahinidis, N.V. (2004). Optimization under uncertainty: state-of-the-art and opportunities . *Computers and Chemical Engineering*, 28 (6˚ 7), 971˚ 983.

Selim, H. Ozkarahan, I. (2007). A supply chain distribution network design model: an interactive fuzzy goal programming-based solution approach, Internat . J. Adv. Manuf. Technol, in press.

Soyster A.L, (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming , Oper. Res 21, 1154-1157.

Sun, M. .(2006). Solving the un-capacitated facility location problem using tabu search , computer & operations Research. 33(9), 2563-2589.

پانوشت

1- Nickel& Saldanha1
2- Drezner & Hamacher
3- Nickel & Puerto
4- Kochman & McCallum
5- Klincewic et al.
6- Desrochers et al.
7- Konforty& Tamir
8- Minghe Sun
9- Rodrigues et al.
10- Sahinidis
11- Bellman & Zadeh
12- Zimmermann
13- Bhattacharya
14- Hwang et al.
15- Ben-Tal & Nemirovski
16- Bertsimas
17- Sonmez & Lim
18- Lai & Hwang
19- Ozkarahan
20- Werners