مدیریت تولید و عملیات، دوره ششم، شماره (۱)، پیاپی(۱۰)، بهار و تابستان ۱۳۹٤

دریافت: ٦/ ۹۲/۲ پذیرش: ۹۳/٤/۱

صص: ۱۱۳- ۱۲٦

ارائه یک روش جدید به منظور محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی

بهنام بابایی سعیدآبادی[۱]، آزاده زندی[۲]، احمد اصل حداد [۳]*

۱- دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران

۲- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیر طوسی، تهران

۳- استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیر طوسی، تهران

چکیده

روش های متعددی برای تعیین اقتصادی بودن و رتبه بندی پروژه های رقابتی وجود دارد. روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی یکی از پر کاربرد ترین روش هایی است که به منظور تعیین مطلوبیت پروژه ها می‌شود. اما علی رغم محبوبیت، این روش دارای مشکلات و محدودیت های جدی است. بعد از سال ها تلاش به منظور بهبود روش و غلبه بر مشکلاتش، مگنی در سال ۲۰۱۰، رویکرد جدید و متمایزی را ارائه نمود که توانست اغلب مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی را حل نماید و گام بزرگی را در موضوع بردارد. این مقاله به ارائه یک روش جدید می پردازد به طوری که از رویکرد مگنی نشات گرفته ولی دارای محاسباتی به مراتب ساده تر از روش او بوده و در عین حال تمامی مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی را پوشش می دهد.

واژه‌های کلیدی: نرخ بازگشت سرمایه داخلی، جریان سرمایه گذاری، نرخ بهره یک دوره‌ای، تصمیم‌گیری

* نویسنده مسوول: ahadad@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

مفهوم نرخ بازگشت سرمایه داخلی[۱] (IRR) توسط کینز[۲] (۱۹۳٦) و بولدنیگ[۳] (۱۹۳۵و۱۹۳٦) معرفی شد و بیش از هشتاد سال است که به عنوان یکی از پر کاربرد ترین روش ها در تعیین اقتصادی بودن پروژه‌ها و مقایسه اقتصادی آنها استفاده می شود.

اگر روش IRR به درستی استفاده شود، سرمایه‌گذار یا تصمیم گیرنده قادر است تصمیم صحیحی را (سازگار با روش ارزش فعلی خالص[٤]) در مورد پذیرش و یا رد پروژه اتخاذ نماید. اما اگر تصمیم گیرنده درصدد استفاده از این روش است، باید آگاه باشد که روش IRR دارای مشکلات جدی است که بدون در نظر گرفتن آنها، صحت تصمیمات اتخاذی در هاله ای از ابهام قرار خواهد گرفت. این مشکلات عبارتنداز:

۱) امکان بوجود آمدن چند نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی[٥]

۲) امکان عدم وجود نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی (بوجود آمدن نرخ بازگشت سرمایه داخلی موهومی[٦])

۳) حتی اگر نرخ بازگشت سرمایه منحصر به فرد باشد، باز هم سازگاری نتایج به دست آمده از روش IRR با روش ارزش فعلی قابل تضمین نیست.

٤) رتبه بندی پروژه های رقابتی مطابق روش IRR معمولا با روش ارزش فعلی سازگاری ندارد.

٥) وقتی نرخ بازار طی دوره های مختلف متغیر باشد، آنگاه به منظور تعیین اقتصادی بودن پروژه ها نمی توان از روش IRR استفاده نمود.

طی سال‌های گذشته تلاش زیادی به منظور حل مشکلات ذکر شده انجام گرفت، که در اینجا به ذکر تعدادی از آنها خواهیم پرداخت.

ساملسون[۷] (۱۹٦٤) و هیرشلیفر[۸] (۱۹٥۸) به این مساله پرداختند که ضرورتی بر منحصر به فرد بودن IRR در جریان های فرآیند مالی وجود ندارد.

نورستروم[۹] (۱۹۷۲) به معرفی شرایط مناسب برای وجود یک نرخ بازگشت سرمایه داخلی غیر منفی منحصر به فرد در ارزیابی اقتصادی پروژه های سرمایه گذاری پرداخت. روش ارائه شده توسط او دارای جذابیت بیشتری بود، زیرا با محاسباتی ساده و با استفاده از فرآیندهای مالی تجمعی توانست دامنه وسیعی از موقعیت های عملی را پوشش دهد. سپس اوکمپ و ایکارت[۱۰] (۱۹۷٦) به توسعه ی این شرایط مناسب پرداختند. به طوری که این شرایط، پیشنهاد نورستروم را به عنوان یک مورد خاص در بر می‌گیرد. آرو و لوهاری[۱۱] (۱۹٦۹) بر روی بیشینه سازی ارزش فعلی پروژه هایی که دارای عمر قابل قطع بدون هزینه[۱۲] هستند کار کردند و نشان دادند که فقط یک نرخ وجود خواهد داشت که ارزش خطی بیشینه شده را صفر می کند.

فلمینگ و رایت[۱۳] (۱۹۷۱) به توسعه تحقیق آرو و لوهاری پرداختند و نشان دادند که نتایج مشابهی ممکن است برای دامنه بزرگتری از توابع نزولی[۱٤] به وجود آید. راس[۱٥] (۱۹۸۰) و دیگران از فرض قابلیت قطع پروژه[۱٦] به منظور بوجود آوردن نرخ بازگشت سرمایه داخلی منحصر به فرد استفاده نمودند.

فلیشر[۱۷] (۱۹۹٤)، اچنباک[۱۸] (۱۹۹۵) و پارک[۱۹] (۱۹۹۷) در مورد مشکلات چند نرخ و عدم وجود نرخ بحث کردند و جریان فرآیند مالی تکی را بررسی کردند.

برلی[۲۰] و همکاران (۲۰۰٦) به بررسی مساله رتبه بندی پروژه ها بر اساس IRR پرداختند و نشان دادند که می توان این مشکل را با تحلیل تفاوت نموی بین دو گزینه حل نمود.

لین[۲۱] (۱۹۷٦)، آتاناساپولوس[۲۲] (۱۹۷۸)، لوهمن[۲۳] (۱۹۸۸) و هاژداسینسکی[۲٤] (۲۰۰٤) فرض سرمایه گذاری مجدد در معیار IRR و انطباق آن با نرخ بازگشت سرمایه داخلی اصلاح شده[۲۵] را تجزیه و تحلیل کردند.

کیرولف[۲٦] (۲۰۰۸) مشکلات موجود در بحث ارزش فعلی خالص و نرخ بازگشت سرمایه داخلی را تشریح کرد و به توضیح چگونگی کاربرد روش IRR در حل ضعف های اصلی بحث NPV و IRR پرداخت.

اوزبورن[۲۷] (۲۰۱۰) با استفاده از همه ی نرخ های بازگشت سرمایه داخلی، اعم از واقعی یا موهومی، مثبت یا منفی به تشریح یک رویکرد جدید در ناسازگاری رتبه بندی پروژه ها بر اساس NPV و IRR پرداخت و یک رابطه جدید بین NPV و IRR معرفی نمود.

هازن[۲۸] (۲۰۰۳ و ۲۰۰۹) با تعریف جریان فرآیند مالی بر حسب جریان سرمایه گذاری خالص یا جریان قرض گیری خالص، دیدگاه جدیدی را ارئه نمود که توانست با استفاده ازآن مشکلات چند نرخی و عدم وجود نرخ بازگشت سرمایه داخلی را حل نماید.

پیرو[۲۹] (۲۰۱۰) نیز به بررسی مشکلات چند نرخی و عدم وجود نرخ بازگشت سرمایه داخلی پرداخت و سعی کرد به طور ساده معنی و مفهوم تعدد نرخ بازگشت سرمایه را بیان نماید.

مگنی[۳۰] در سال ۲۰۱۰ با ارائه یک رویکرد جدید چندین مشکل روش IRR را مورد بحث قرار داد. در روش پیشنهادی او نیازی به محاسبه نرخ (های) بازگشت سرمایه داخلی جریان فرآیند مالی نیست، بلکه او با تعریف یک بردار جریان سرمایه گذاری دلخواه و با استفاده از مفهوم متوسط نرخ بازگشت سرمایه ی داخلی[۳۱] (AIRR) توانست عمده مشکلات روش IRR را برطرف نماید. او در ادامه در سال ۲۰۱۱ رویکرد دیگری را ارائه نمود که در آن با تعریف شاخص مجموع درآمد بر سرمایه گذاری[۳۲] (AROI) به رتبه بندی و تعیین اقتصادی بودن پروژه‌ها می پردازد. مهمترین مزیت این روش این است که در محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی نیازی به استفاده از نرخ بازار نیست، اما این روش توانایی تخصیص مقدار عددی مناسب به شاخص IRR را دارا نیست. علاوه بر مقاله های ذکر شده، مگنی (۲۰۱۳) شاخص جدیدی به نام متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی اقتصادی[۳۳] (EAIRR) را معرفی نمود که توانست مقدار عددی IRR را با دقت بالاتری برآورد نماید، اما این روش توانایی حل بخشی از مشکلات روش IRR را دارد. بنابراین می‌توان بیان کرد که بهترین روش ارائه شده از سوی او روش AIRR است.

این مقاله به ارائه یک روش توسعه یافته و جدید می پردازد که از رویکرد مگنی نشات گرفته اما دارای مراحل حل کمتر و آسان تری نسبت به روش مگنی است. در روش پیشنهادی مقاله نه تنها نیازی به محاسبه نرخ (های) بازگشت سرمایه داخلی جریان فرآیند مالی نمی باشد، بلکه حتی نیازی به تشریح بردار جریان سرمایه گذاری هم نیست. دراین روش با به کارگیری یک رابطه جدید، مقادیر بردار نرخ بهره تک دوره ای محاسبه شده و سپس تصمیم‌گیرنده می‌تواند با استفاده از یک میانگین حسابی ساده از مقادیر بردار نرخ بهره به دست آمده، اقتصادی بودن پروژه را تعیین نماید.

۲- فرضیات ریاضی و نتایج اولیه

یک پروژه $X = (x_0, x_1, \ldots, x_T) \in R^{T+1}$ یک توالی از جریان فرآیند مالی می‌باشد. ارزش فعلی خالص پروژه X عبارت است از:

$$PV(X|r) = \sum_{t=0}^{T} x_t (1+r)^{-t} \qquad (۱)$$

به طوری‌که پارامتر r معرف نرخ بازار می‌باشد و دامنه تغییرات مجاز آن $r > -1$ است.

در ضمن، ارزش آینده پروژه X در انتهای دوره t عبارت است از:

$$PV_t(X|r) = PV(X|r).(1+r)^t \qquad (۲)$$

آنگاه پروژه X اقتصادی است، اگر و فقط اگر ارزش فعلی آن مثبت باشد. ($PV(X|r) > 0$)

نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژهX، یک نرخ ثابت Kبط1- است که ارزش فعلی پروژه X تحت آن نرخ برابر با صفر است ($PV(X|K) = 0$).

اگر فرآیند مالیX یک پروژه سرمایه گذاری باشد، آنگاه پروژه X اقتصادی است، اگر و فقط اگر نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتر مساوی نرخ بازار ($r < K$) باشد. در ضمن اگر جریان فرآیند مالی X به صورت یک پروژه قرض گیری تعریف شده باشد، آنگاه پروژه X اقتصادی است، اگر و فقط اگر نرخ بازگشت سرمایه داخلی کوچکتر مساوی نرخ بازار ($r \geq K$) باشد.

فرض کنید R_t و C_t با $t = 0, 1, 2, \ldots, T$ باشد. آنگاه خواهیم داشت:

$$c_t = c_{t-1}.(1+k_t) - x_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T \qquad (۳)$$
با $c_0 = x_0$ و $c_T = 0$

به طوری که پارامتر C_{t-1} بیان کننده میزان سرمایه گذاری شده (قرض گرفته شده) در دوره $[t-1, t]$ است و پارامتر K_t نمایانگر نرخ بهره در دوره t است. در واقع، در ابتدای هر دوره به میزان C_{t-1} با نرخ بهره K_t سرمایه گذاری می شود (یا قرض گرفته می‌شود).

به هر بردار $C = (c_0, c_1, \ldots, c_{T-1}) \in R^T$ که معادله (۳) را ارضا نماید، بردار جریان سرمایه گذاری گفته می شود. اگر ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری مثبت باشد ($PV(C|r) > 0$)، آنگاه پروژه X یک جریان سرمایه گذاری خالص[۳٤] است و اگر ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری منفی باشد ($PV(C|r) < 0$)، آنگاه پروژه X یک جریان قرض گیری خالص[۳۵] است.

توالی $K = (k_1, k_2, \ldots, k_T) \in R^T$ یک بردار نرخ بهره داخلی است و تعداد نا محدودی توالی K از اعداد حقیقی وجود دارد که معادله $PV(X|K) = 0$ را ارضا می کند.

یک نرخ بازگشت سرمایه داخلی (IRR) اگر با مقدار حقیقی وجود داشته باشد، فقط یک مورد خاص از بردار نرخ بهره داخلی است که همه اجزای آن مقدار ثابت K است ($K = (k, k, \ldots, k)$). در این حالت معادله (۳) را می توان به شکل زیر بیان نمود:

$$c_t \quad c_{t\ 1} \cdot 1 \quad k \ ^{\circ} \ x_t, t \quad 1,2, \quad , T \text{ با} \qquad (٤)$$

$$c_0 \quad x_0 \text{ و } c_T \quad 0$$

۳- تشریح دیدگاه مگنی

در رویکرد مگنی، نیازی به محاسبه نرخ (های) بازگشت سرمایه داخلی جریان فرآیند مالی نیست. بلکه می‌بایست تحلیل گر یک بردار جریان سرمایه‌گذاری را به طور دلخواه انتخاب نماید و سپس با استفاده از معادله (۳)، مقادیر بردار نرخ بهره را محاسبه نموده و در نهایت اقتصادی بودن پروژه X را با محاسبه یک میانگین وزنی از مقادیر بردار نرخ بهره تعیین نماید.

مگنی این میانگین وزنی از مقادیر نرخ بهره را تحت مفهوم متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی (AIRR) معرفی نمود و برای محاسبه آن رابطه زیر را پیشنهاد داد:

$$\overline{K} \quad \frac{\sum_{t\ 1}^{T} k_t c_{t\ 1}(1\ r)^{(t\ 1)}}{PV(C|r)} \qquad (٥)$$

در واقع AIRR متوسط مقادیر نرخ بهره به دست آمده از بردار جریان سرمایه گذاری است که دلخواهانه توسط تحلیل‌گر انتخاب شده است.

این مقاله در ادامه این بخش به توضیح چگونگی تعیین اقتصادی بودن پروژه و رتبه‌بندی پروژه‌های رقابتی مطابق رویکرد مگنی خواهد پرداخت.

۳-۱- نحوه تعیین مطلوبیت پروژه مطابق رویکرد مگنی

جریان فرآیند مالی $X = (x_0, x_1, \ldots, x_T)$ و جریان سرمایه‌گذاری دلخواه $C = (c_0, c_1, \ldots, c_{T-1})$ را در نظر بگیرید. به منظورتعیین اقتصادی بودن جریان فرآیند مالی X باید گام‌های زیر را طی نمود:

۱) دلخواهانه یک بردار جریان سرمایه گذاری C انتخاب کنید به طوری‌که ارزش فعلی آن برابر با صفر نباشد.

۲) با استفاده از معادله (۳) و (۵) به ترتیب مقادیر نرخ بهره و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی را محاسبه نمایید.

۳) اگر جریان فرآیند مالی X، یک جریان سرمایه‌گذاری خالص (قرض‌گیری خالص) باشد، آنگاه پروژه X اقتصادی خواهد بود، اگر و فقط اگر متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتر (کوچکتر) از نرخ بازار باشد.

مثال ۱-۳- جریان فرآیند مالی $X = (-۲۰، ۱۰، ۱۵، ۱۰)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید نرخ بازار برابر با ۵٪ باشد. در ابتدا دو جریان سرمایه گذاری دلخواه را به صورت $C = (۲۰، -۱۰، -۲۰)$ و $C^{II} = (۲۰، ۱۰، ۱۰)$ تعریف می کنیم.

به منظور تشخیص اقتصادی بودن پروژه X، باید بردار نرخ بهره مربوط به هر جریان سرمایه گذاری را محاسبه نموده و سپس متوسط نرخ بازگشت سرمایه

داخلی (AIRR) مربوط به هر کدام از بردارهای جریان سرمایه گذاری را تعیین نمود. خلاصه نتایج در جدول (۱) قابل مشاهده است.

جدول (۱): مقادیر بردار نرخ بهره و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی

دوره	۰	۱	۲	۳	PV (C | r)	AIRR
C	۲۰	−۱۰	−۲۰	۰	−۲٦,٦٦	٪−٤۲
K_t	--	−۱	−۰,۵	−۱,۵		
C^{II}	۲۰	۱۰	۱۰	۰	۳۸,۵۹	٪۳۷
K_t	--	۰	۱,۵	۰		

ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری C^{II} برابر با **۳۸,۵۹** است و از آنجایی که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی آن (۳۷٪) بزرگتر از نرخ بازار **۵٪** است، بنابراین جریان فرآیند مالی X اقتصادی است. ارزش فعلی فرآیند مالی X تحت نرخ بازار **۵٪** برابر با ۱۱,۷۷ است و این تاییدی بر صحت نتایج به دست آمده از روش مگنی خواهد بود.

۳-۲ رتبه بندی پروژه ها مطابق رویکرد مگنی

یکی از مهم‌ترین مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی، رتبه‌بندی پروژه‌های رقابتی به صورت سازگار با روش ارزش فعلی است، چون رتبه‌بندی پروژه‌ها مطابق روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی معمولا با روش ارزش فعلی سازگاری ندارد.

طی چندین دهه گذشته، تلاش‌های گسترده ای به منظور حل مشکل رتبه‌بندی پروژه ها انجام شد، اما هیچکدام به طور شایان توجه موثر واقع نشد و این مشکل تا قبل از مگنی به صورت حل نشده باقی ماند. مگنی گام‌های زیر را به منظور رتبه بندی پروژه‌ها پیشنهاد نمود:

۱) برای هر پروژه یک جریان سرمایه‌گذاری دلخواه انتخاب کنید، به طوری‌که ارزش فعلی بردارهای جریان سرمایه گذاری با یکدیگر برابر باشد.

۲) اگر جریان های فرآیند مالی به صورت یک جریان سرمایه گذاری خالص (قرض گیری خالص) تعریف شده باشند، آنگاه پروژه ای دارای اولویت بالاتر است که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری (کوچکتری) داشته باشد.

C_2= (۲۰، ۲۱، ۲۲,۱) ، C_1= (۳۰، ۱۵,۵، ۱٦,۰۵)

C_3= (٤۰، ۱۰، ۱۰)

شایان ذکر است که ارزش فعلی هر سه بردار جریان سرمایه‌گذاری معادل یکدیگر و برابر با **۵۷,۳۵** است. چون بردارهای جریان سرمایه‌گذاری به صورت سرمایه‌گذاری خالص تعریف شده‌اند، بنابر این پروژه‌ای دارای اولویت بالاتر است که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری داشته باشد. در نتیجه رتبه‌بندی پروژه‌ها مطابق جدول (۲) برابر با $X_3 > X_1 > X_2$ است که مطابق با روش ارزش فعلی است.

مطابق جدول فوق، ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری C برابر با **۲٦,٦٦**− است، بنابر این جریان سرمایه گذاری C یک جریان قرض‌گیری خالص است و از آنجایی که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی آن (٤۲−٪) کوچکتر از نرخ بازار **۵٪** است، در نتیجه جریان فرآیند مالی X اقتصادی است.ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری C^{II} برابر با **۳۸,۵۹** است و از آنجایی که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی آن (۳۷٪) بزرگتر از نرخ بازار **۵٪** است، بنابر این جریان فرآیند مالی X اقتصادی است. ارزش فعلی فرآیند مالی X تحت نرخ بازار **۵٪** برابر با ۱۱,۷۷ است و این تاییدی بر صحت نتایج به دست آمده از روش مگنی خواهد بود.

جدول(۲): رتبه بندی پروژه ها مطابق روش مگنی

دوره	۰	۱	۲	۳
پروژه X_1	-۳۰	۲۰	۱۰	۱۵
جریان سرمایه گذاری دلخواه	۳۰	۱۵,۵	۱۶,۰۵	۰
نرخ بهره	---	٪-۱۵	٪۱۰۰,۳۲	٪-۶۸,۸۵
متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X_1				٪۲۴,۸۱
پروژه X_2	-۲۰	۱۰	۱۵	۵
جریان سرمایه گذاری دلخواه	۲۰	۲۱	۲۲,۱	۰
نرخ بهره	---	٪۵۵	٪۷۶,۶۷	٪-۷۷,۳۸
متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X_2				٪۲۰,۰۵
پروژه X_3	-۴۰	۳۰	۲۰	۱۰
جریان سرمایه گذاری دلخواه	۴۰	۱۰	۱۰	۰
نرخ بهره	---	٪-۵۰	٪۱۵۰	٪-۵۰
متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X_3				٪۳۱,۶۹
رتبه بندی	$X_3 > X_1 > X_2$			

۴- ارائه روش جدید به منظور محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی

تعیین اقتصادی بودن و رتبه بندی پروژه های رقابتی از مهم‌ترین و قابل شایان‌ترین مسائلی است که مدیران و تصمیم گیرندگان با آن مواجه هستند. این مقاله در این بخش به معرفی یک روش جدید می‌پردازد که به طور کامل با روش ارزش فعلی سازگاری دارد و نسبت به روش مگنی آسان تر و قابل فهم تر است.

مگنی بیان نمود که اگر تحلیلگر بردار جریان سرمایه گذاری را به صورت $C_t = -x_0(1+r)^t$ با $C_T = 0$ تعریف نماید، آنگاه متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه، یک میانگین حسابی ساده از مقادیر نرخ بهره خواهد بود.در ادامه، این مقاله با استفاده از نکته ذکر شده رابطه جدیدی را به منظور محاسبه مقادیر نرخ بهره معرفی می‌نماید.

قضیه۱-۴- فرض کنید $X = (x_0, x_1, \ldots, x_T)$ یک جریان فرآیند مالی باشد. آنگاه با استفاده از رابطه زیر می‌توان مقادیر بردار نرخ بهره را طی دوره های مختلف محاسبه نمود.

$$K_t \quad \begin{array}{ll} \dfrac{x_t}{x_0(1\ r)^{t\ 1}}\ r & t = 1, 2, \ldots, T\text{-}1 \\ \dfrac{x_t}{x_0(1\ r)^{t\ 1}}\ 1 & t = T \end{array} \qquad (۶)$$

پارامتر T برابر با عمر مفید فرآیند مالی و پارامتر K_t بیانگر نرخ بهره در دوره t است.

اثبات:

مطابق ادعای مگنی بردار جریان سرمایه گذاری را به صورت $C_t = -x_0.(1+r)^t$ برای $t = 1, 2, \ldots, T\text{-}1$ تعریف می نماییم. با جایگزینی مقدار $-x_0.(1+r)^t$ به جای C_t و مقدار $-x_0.(1+r)^{t-1}$ به جای C_{t-1} در معادله (۳) خواهیم داشت:

$$x_0\ 1\ r^{\ t} \quad x_0\ 1\ r^{\ t\ 1}.\ 1\ k_t\ \ ^{\circ}\ x_t$$
$$K_t\ \ \frac{x_t}{x_0\ (1\ r)^{t\ 1}}\ r \qquad (۷)$$

سپس با جایگزینی مقدار صفر به جای پارامتر C_T و $-x_0.(1+r)^{T-1}$ به جای C_{T-1} خواهیم داشت:

$$0 \quad | \quad x_0\ 1\ r^{\ T\ 1}\ 1\ k_T \quad ^{\circ}\ x_T$$
$$K_t\ \ \frac{x_t}{x_0\ (1\ r)^{t\ 1}}\ 1 \qquad (۸)$$

بعد از محاسبه مقادیر نرخ بهره با استفاده از معادله (۶)، آنگاه متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی به راحتی قابل محاسبه بوده و برابر با میانگین حسابی ساده مقادیر بردار نرخ بهره است.

$$\bar{K} \quad \frac{K_1 \quad K_2 \quad \cdots \quad K_T}{T} \quad \frac{\sum_{t \quad 1}^{T} K_t}{T} \qquad (۹)$$

در نهایت تصمیم گیرنده می‌تواند اقتصادی بودن پروژه X را به صورت زیر تعیین نماید:

۱) اگر مقدار اولیه جریان فرآیند مالی کمتر از صفر باشد ($x_0 < 0$)، سپس جریان فرآیند مالی X اقتصادی خواهد بود، اگر و فقط اگر متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتر از نرخ بازار (r عK) باشد.

۲) اگرمقدار اولیه جریان فرآیند مالی بزرگتر از صفر باشد ($x_0 > 0$)، سپس جریان فرآیند مالی X اقتصادی خواهدبود، اگر و فقط اگر متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی کوچکتر از نرخ بازار (r عK) باشد.

مثال۱-٤- جریان فرآیند مالی پروژه X را به صورت X = (-۲۰، ۱۰، ۱۵، ۱۰) در نظر بگیرید و نرخ بازار را برابر با ۵٪ فرض کنید. ارزش فعلی خالص پروژه X تحت نرخ بازار ۵٪ برابر با ۱۱,۷۷ و مقدار اولیه جریان فرآیند مالی X برابر با ۲۰- است، پس بنابر قضیه (۱-٤)، پروژه X اقتصادی خواهد بود، اگر و فقط اگر متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتر از نرخ بازار ۵٪ باشد. درابتدا باید با استفاده از رابطه پیشنهادی مقاله (معادله (٦))، مقادیر بردار نرخ بهره را محاسبه نمود.

$$K_1 \quad \frac{x_1}{x_0} + r \quad \frac{10}{20} + 0.05 = 0.55$$

$$K_2 \quad \frac{x_2}{x_0(1 \quad r)} \quad r \quad \frac{15}{20 \quad 1.05} \quad 0.05 \quad 0.764$$

$$K_3 \quad \frac{x_3}{x_0(1 \quad r)^2} \quad 1 \quad \frac{10}{20 \quad (1.05)^2} \quad 1 \quad 0.546$$

میانگین حسابی ساده مقادیر نرخ بهره برابر است با:

$$\bar{K} \quad \frac{K_1 \quad K_2 \quad K_3}{3} \quad \frac{0.550 \quad 0.764 \quad 0.546}{3}$$

= 0.256 یا %25.6

چون متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی (AIRR=٪۲۵,٦) بزرگتر از نرخ بازار r=٪۵ می‌باشد، بنابراین جریان فرآیند مالی X اقتصادی است و این نتیجه مطابق روش ارزش فعلی می‌باشد.

لم۱-٤- جریان فرآیند مالی($X = (x_0, x_1, \ldots, x_T)$ را در نظر بگیرید. آنگاه می توان ارزش فعلی پروژه X را تحت بازار rبه صورت زیر به دست آورد:

$$PV(X|r) \quad \frac{(r \quad \bar{K}) \quad X_0 \quad T}{(1 \quad r)} \qquad (۱۰)$$

اثبات:

با جایگزینی مقادیر نرخ بهره (معادله (٦)) در معادله (۹) خواهیم داشت:

$$\bar{K} \quad \frac{\sum_{t \quad 1}^{T} \frac{X_t}{X_0 \cdot (1 \quad r)^{t \quad 1}} \quad (T.r) \quad r \quad 1}{T}$$

$$r \quad \frac{\sum_{t \quad 1}^{T} \frac{X_t}{X_0 \cdot (1 \quad r)^{t \quad 1}} \quad (1 \quad r)}{T}$$

$$r \quad \frac{(\frac{(1 \quad r)}{X_0} \cdot \sum_{t \quad 1}^{T} \frac{X_t}{(1 \quad r)^t}) \quad (1 \quad r)}{T}$$

$$r \quad \frac{(\frac{(1 \quad r)}{X_0}) \cdot (\sum_{t \quad 1}^{T} \frac{X_t}{(1 \quad r)^t} \quad X_0)}{T} \qquad (11)$$

$$r \quad \frac{(\frac{(1 \quad r)}{X_0}) \cdot (PV(X|r))}{T}$$

$$\bar{K} \quad r \quad \frac{(1 \quad r) \cdot PV(X|r)}{X_0 \cdot T}$$

$$PV(X|r) \quad \frac{(r \quad \bar{K}) \cdot X_0 \cdot T}{(1 \quad r)}$$

مثال۲-٤- مثال (۱-٤) را مجددا در نظر بگیرید. حال با استفاده از معادله (۱۰) ارزش فعلی پروژه X را محاسبه می کنیم.

$$PV(X|r) \quad \frac{(0.05 \quad 0.256) \quad 3 \quad 20}{1.05} \quad 11.77$$

مقدار به دست آمده دقیقا برابر با ارزش فعلی خالص پروژه X است.

قضیه ۲-٤- پروژه های رقابتی $X_1, X_2, \text{ه}, X_n$ را با عمر مفید و مقدار اولیه فرآیند مالی برابر در نظر بگیرید. حال اگر مقدار اولیه فرآیند مالی (X_0) منفی (مثبت) باشد، آنگاه پروژه‌ای دارای اولویت بالاتر است که مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری (کوچکتری) داشته باشد.

اثبات:

در این روش بردار جریان سرمایه گذاری به صورت $C_t = -x_0.(1+r)^t$ تعریف شده است، بنابر این ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری برابر با nx_0 ° است. حال مطابق قضیه (۱-٦) مگنی، اگر X_0 منفی (مثبت) باشد، آنگاه ارزش فعلی بردار جریان سرمایه‌گذاری مثبت (منفی) بوده و در نتیجه جریان فرآیند مالی یک جریان سرمایه‌گذاری خالص (قرض‌گیری خالص) خواهد بود. سپس، پروژه‌ای دارای اولویت بالاتر است که مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری (کوچکتری) داشته باشد.

مثال ۳-٤- پروژه های زیر را در نظر بگیرید و فرض کنید نرخ بازار برابر با ۱۰٪ باشد.

$X_1 = (-۱۰۰، ٤۰، ۲۰، ۸۰)$، $X_2 = (-۱۰۰، ۷۰، ۳۰، ۳۰)$

$X_3 = (-۱۰۰، ٦۰، ۵۰، ۲۵)$

بدیهی است که هر سه پروژه دارای عمر برابر و هزینه اولیه یکسان می‌باشند. مطابق قضیه (۲-٤)، چون مقدار اولیه جریان فرآیند مالی پروژه‌ها منفی است، بنابراین پروژه‌ای اقتصادی‌تر است که متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی بزرگتری داشته باشد. جدول (۳) خلاصه ای از محاسبات متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی هر سه پروژه را نشان می‌دهد.

جدول (۳): رتبه بندی پروژه های رقابتی با عمر برابر و هزینه اولیه یکسان

	K_1	K_2	K_3	AIRR	NPV
X_1	٪۵۰	٪۲۸,۱۸	٪-۳۳,۸۸	٪۱٤,۷۷	۱۲,۹۹۸
X_2	٪۸۰	٪۳۷,۲۷	٪-۷۵,۲۱	٪۱٤,۰۲	۱۰,۹٦۹
X_3	٪۷۰	٪۵۵,٤۵	٪-۷۹,۳٤	٪۱۵,۳۷	۱٤,٦۵

بنابر این رتبه‌بندی پروژه‌ها بر اساس شاخص AIRR به صورت $X_3 > X_1 > X_2$ خواهد بود که مطابق روش ارزش فعلی است.

لم ۲-٤- پروژه های $X^1, X^2, \text{ه}, X^n$ را به ترتیب با طول عمر $T_1, T_2, ..., T_n$ و با مقادیر اولیه متفاوت در نظر بگیرید. به منظور رتبه‌بندی پروژه ها مطابق قضیه (۲-٤)، ابتدا باید طول عمر و مقدار اولیه پروژه‌ها را به صورت زیر با هم برابر نمایید:

۱) پارامتر T را برابر با بزرگترین طول عمر پروژه ها در نظر بگیرید ($T = \max(T_1, T_2, ..., T_n)$). سپس با اضافه کردن مقدار صفر به انتهای جریان فرآیند مالی پروژه هایی که طول عمر کوچکتری از T دارند، طول عمر همه پروژه‌ها را با هم برابر کنید.

۲) پارامتر X_p را برابر با بزرگترین مقدار عددی بین مقادیر اولیه پروژه‌ها در نظر بگیرید. سپس با اضافه کردن عملگر مناسب Z_i به هر پروژه، مقدار اولیه تمام پروژه‌ها را با هم برابر نمایید.

$Z_i = ((X_p-X_0), \text{ه}, -(X_p-X_0).(1+r)^T)$

ارزش فعلی پروژه X^i بعد از اضافه کردن عملگر Z_i تغییری نخواهد کرد، زیرا ارزش فعلی عملگر Z_i برابر با صفر است.

$$PV(Z_i + X^i|r) = PV(X^i|r),\ (PV(Z|r) = 0)$$

مثال ٤-٤- پروژه های زیر را به همراه مقادیر ارزش فعلی آنها تحت نرخ بازار ۱۰٪ در نظر بگیرید.

$X_1 = (-۱۰۰،\ ۸۰،\ ۱٤۰)$ ،$PV(r|X_1 = ٪۱۰) = ۸۸,٤۳$

$X_2 = (-۵۰،\ ۵۰،\ ٦۰،\ ۳۰)$ ،$PV(r|X_2 = ٪۱۰) = ٦۷,۵۸$

$X_3 = (-۲۰،\ ۸۰،\ ۲۰،\ ۲۰،\ ۲۰)$ ،$PV(r|X_3 = ٪۱۰) = ۹۷,۹٤$

مطابق روش ارزش فعلی، رتبه‌بندی پروژه‌ها به صورت $X_3 > X_1 > X_2$ است. به منظور رتبه‌بندی پروژه‌ها با استفاده از روش پیشنهادی مقاله، ابتدا باید طول عمر تمامی پروژه‌ها را با هم برابر نماییم.

$X_1 = (-۱۰۰،\ ۸۰،\ ۱٤۰،\ ۰،\ ۰)$ ،$X_2 = (-۵۰،\ ۵۰،\ ٦۰،\ ۳۰،\ ۰)$

$X_3 = (-۲۰،\ ۸۰،\ ۲۰،\ ۲۰،\ ۲۰)$

با توجه به مقادیر اولیه جریان های فرآیند مالی، مقدار X_p برابر با ۱۰۰- می‌باشد. سپس با تعریف عملگرهای زیر مقدار اولیه تمامی پروژه‌ها را با هم برابر می کنیم.

$Z_1 = ((-۱۰۰+۱۰۰)،\ ۰،۰،۰،۰) = (۰،\ ۰،۰،۰،۰)$

$Z_2 = ((-۱۰۰+۵۰)،\ ۰،۰،۰،۵۰(۱,۱)^٤)$

$= (-۵۰،\ ۰،۰،۰،۷۳,۲۰۵)$

$Z_3 = ((-۱۰۰+۲۰)،\ ۰،۰،۰،۸۰(۱,۱)^٤)$

$= (-۸۰،\ ۰،۰،۰،۱۱۷,۱۲۸)$

$X_1 + Z_1 = (-۱۰۰،\ ۸۰،\ ۱٤۰،\ ۰،۰)$

$X_2 + Z_2 = (-۱۰۰،\ ۵۰،\ ٦۰،\ ۳۰،\ ۷۳,۲۰۵)$

$X_3 + Z_3 = (-۱۰۰،\ ۸۰،\ ۲۰،\ ۲۰،\ ۱۳۷,۱۲۸)$

حال با استفاده معادله (٦)، مقادیر بردار نرخ بهره را برای هر پروژه محاسبه نموده و سپس پروژه ها را بر اساس میانگین حسابی ساده مقادیر نرخ بهره رتبه‌بندی می کنیم.

جدول (٤): رتبه بندی پروژه ها با طول عمر و مقدار اولیه متفاوت

	K_1	K_2	K_3	K_4	AIRR
X_1	٪۹۰	٪۱۳۷,۳	٪۱۰	٪-۱۰۰	٪۳٤,۳۲
X_2	٪٦۰	٪٦٤,۵۵	٪۳٤,۷۹	٪-٤۵	٪۲۸,۵۸
X_3	٪۹۰	٪۲۸,۱۸	٪۲٦,۵۳	٪۳,۰۳	٪۳٦,۹۳

همان طور که در جدول (٤) قابل مشاهده است، رتبه‌بندی پروژه ها به صورت $X_3 > X_1 > X_2$ است که با روش ارزش فعلی سازگاری دارد. به عنوان آخرین نکته در این بخش، به این مطلب اشاره می کنیم که وقتی نرخ بازار در دوره‌های مختلف متفاوت باشد، آنگاه تصمیم گیرنده نمی تواند از روش IRR استفاده نماید. مگنی به منظور حل این مشکل، مفهوم متوسط نرخ بازار ($\bar{r}$) را پیشنهاد داد و به منظور محاسبه آن رابطه زیر را ارائه نمود:

$$\bar{r} \quad \frac{\sum_{t=1}^{T} C_t (1 + r_t) V_t}{\sum_{t=1}^{T} C_t (1 + V_t)} \qquad (۱۲)$$

پارامتر r_t بیانگر نرخ بازار طی دوره [t-1,t] است. در ضمن v_t ضریب تنزیل[۳٦] است و به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$V_t \quad [(1 + r_1)(1 + r_2) \cdots (1 + r_t)]^{-1} \qquad (۱۳)$$

این مقاله به منظور حل این مشکل پیشنهاد می کند که با جایگزینی مقدار $x_0 (1 \bar{r})^{t-1}$ به جای پارامتر C_{t-1} در معادله (۱۲) خواهیم داشت:

$$\bar{r} \quad \frac{\sum_{t=1}^{T} (1 \bar{r})^{t-1} r_t V_t}{\sum_{t=1}^{T} (1+\bar{r})^{t-1} V_t} \qquad (۱٤)$$

سپس تصمیم گیرنده با جایگزینی مقدار $\bar{r}$ به جای r در تمامی محاسبات، می تواند از روش پیشنهادی مقاله استفاده نماید.

مثال ۵-٤- جریان فرآیند مالی $X = (-۲۰، ۱۰، ۲۰،۱۰)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید مقادیر بردار نرخ بازار برابر با (۱۲٪ ،۱۵٪ ،۱۰٪) است. به منظور تعیین اقتصادی بودن پروژه، در ابتدا باید با استفاده از معادله (۱٤) مقدار متوسط نرخ بازار را تعیین نمود. بعد از حل، مقدار متوسط نرخ بازار ($\bar{r}$) برابر با ۱۲,۲٪ به دست آمد. ارزش فعلی پروژه تحت این نرخ برابر با ۱۱,۸۸ است. بعد از محاسبه متوسط نرخ بازار، باید مقادیر بردار نرخ بهره را محاسبه نمود:

$$K1 \quad \frac{x_1}{x_0} \quad r \quad \frac{10}{20} \quad 0.122 \quad 0.622$$

$$K2 \quad \frac{x_2}{x_0 (1 \ r)} \quad r \quad \frac{20}{20 \ 1.122} \quad 0.122 \quad 1.013$$

$$K3 \quad \frac{x_3}{x_0 (1 \ r)^2} \quad 1 \quad \frac{10}{20 \ (1.122)^2} \quad 1 \quad 0.603$$

سپس باید میانگین حسابی ساده مقادیر نرخ بهره را به عنوان متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه X محاسبه نمود:

$$\bar{K} \quad \frac{K1 \quad K2 \quad K3}{3} \quad \frac{0.622 \quad 1.013 \quad 0.603}{3}$$

$$= 0.344 \text{ یا } \%34.4$$

چون مقدار اولیه جریان فرآیند مالی منفی (۲۰-) بوده و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی (۳٤,٤٪) بزرگتر از متوسط نرخ بازار (۱۲,۲٪) است، آنگاه پروژه X اقتصادی است و نتیجه به دست آمده با روش ارزش فعلی مطابقت دارد.

شایان توجه است که کامل‌ترین روشی که تا کنون ارائه شده است روش مگنی است، اما این روش نیز به نوبه خود دارای نواقصی است که کاربرد این روش را در دنیای واقعی محدود ساخته است.

۵- مقایسه روش پیشنهادی مقاله با روش مگنی

روش AIRR (مگنی، ۲۰۱۰) یکی از با ارزش‌ترین روش‌هایی است که به منظور حل مشکلات روش IRR معرفی شده است، اما این روش از نقطه نظر اقتصادی کامل نیست و دارای معایب مهمی است. به عنوان مثال فرآیند مالی $X = (-۲۰۰، ۱۱۰، ۱۲۱)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید نرخ بازار برابر با ۵ درصد باشد. این فرآیند مالی دارای یک نرخ بازگشت سرمایه داخلی با مقدار ۱۰٪ است و ارزش فعلی آن تحت نرخ بازار ۵٪ برابر با ۱٤,۵۱ است. بنابر این فرآیند مالی X مطابق روش ارزش فعلی و هم بر اساس روش نرخ بازگشت سرمایه داخلی اقتصادی است.

به منظور تعیین اقتصادی بودن فرآیند مالی X مطابق روش AIRR، بردار جریان سرمایه گذاری دلخواه C_1 را به صورت $C_1 = (۲۰۰، -۲۰۹)$ تعریف می‌کنیم. بعد از انجام محاسبات مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی برابر با ۱٦۰۵٪ به دست آمد. چون ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری مثبت است

و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی ۱٦۰۵٪ بزرگتر از نرخ بازار ۵٪ است، بنابراین فرآیند مالی X اقتصادی است. حال با اندکی تغییر در مقادیر بردار جریان سرمایه گذاری C_1، بردار جریان سرمایه‌گذاری C_2 را به صورت $C_2 = (۲۰۰، -۲۱۱)$ تعریف می‌نماییم. بعد از انجام محاسبات، مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی برابر با ۱۵۹۵-٪ به دست آمد. چون ارزش فعلی بردار جریان سرمایه گذاری منفی است و متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی ۱۵۹۵-٪ کوچکتر از نرخ بازار ۵٪ است، بنابراین فرآیند مالی X اقتصادی است.

نتیجه به دست آمده از تحلیل هر دو بردار جریان سرمایه گذاری C_1 و C_2 مشابه هم بوده و بر اقتصادی بودن فرآیند مالی X دلالت می کند. اما همان‌طور که مشاهده می‌کنید مقادیر به دست آمده برای متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی (۱٦۰۵٪ و ۱۵۹۵-٪) کاملا بی معنی بوده و هر دو مقدار از لحاظ عددی با نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی جریان فرآیند مالی (۱۰٪) فاصله زیاد و قابل توجهی دارند.

در ضمن با اندکی تغییر در تعریف بردارهای جریان سرمایه گذاری C_1 و C_2، مقدار متوسط نرخ بازگشت سرمایه داخلی تغییر بسیار زیادی کرد (از ۱٦۰۵٪ به ۱۵۹۵-٪ تغییرنمود). در نتیجه تصمیم‌گیرنده نمی تواند به هیچ وجه بر مقدار عددی AIRR به دست آمده از روش مگنی اعتماد کند و آن را به عنوان نرخ بازگشت سرمایه داخلی پروژه بپذیرد. این مشکلات از اینجا ناشی می شود که در روش AIRR، انتخاب بردار جریان سرمایه گذاری دلخواه بوده و بر عهده تصمیم گیرنده است. مراحل حل طولانی، محاسبات پیچیده، منحصر بفرد نبودن جواب نهایی و عدم اطمینان به مقدار عددی AIRR به دست آمده به عنوان IRR، از جمله معایبی است که استفاده از این روش را برای تصمیم گیرنده دشوار ساخته و موجب عدم کاربرد این روش در عمل شده است.

در روش پیشنهادی مقاله دیگر نیازی به تعریف بردار جریان سرمایه‌گذاری نیست، بلکه تصمیم‌گیرنده با استفاده از رابطه‌ای مشخص، مقادیر بردار نرخ بهره را محاسبه می نماید. در ضمن همین امر موجب کوتاه تر و آسان تر شدن راه حل روش پیشنهادی مقاله نسبت به روش مگنی است.

با استفاده از روش پیشنهادی و بعد از انجام محاسبات، مقدار منحصر بفرد ۸٫۸٪ برای نرخ بازگشت سرمایه داخلی فرآیند مالی X به دست آمد که به مقدار نرخ بازگشت سرمایه داخلی واقعی فرآیند مالی (۱۰٪) نزدیک است. بنابر این، علاوه بر مزایای ذکر شده، مقدار عددی به دست آمده برای نرخ بازگشت سرمایه داخلی مطابق این روش نسبت به روش مگنی، مطمئن تر و دقیق تر است.

٦- نتیجه گیری

طی سال‌های گذشته تعداد زیادی از اساتید و محققان سعی در حل مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه داشتند اما تلاش هیچ کدام از آنها به طور شایان توجهی موثر واقع نشد. به عبارت دیگر، روش پیشنهادی تعدادی از مقاله‌ها قابل اعتماد نبود یا روش تعدادی از آنها نمی توانست تمامی مشکلات روش نرخ بازگشت سرمایه را پوشش دهد. تعداد معدودی از مقاله‌های منتشر شده مناسب و کارا بودند اما دارای

مراحل حل پیچیده و طولانی بودند به طوری که کاربرد آنها مشکل و برای عموم قابل فهم و تشریح نبود. این مقاله به ارائه یک روش جدید به منظور محاسبه نرخ بازگشت سرمایه داخلی می پردازد که از تفکرات مگنی نشات گرفته اما رویکرد او را بهبود می بخشد. در واقع روش پیشنهادی مقاله، یک رابطه جدید به منظور محاسبه مقادیر نرخ بهره معرفی می‌نماید به طوری که در آن نیازی به تعریف بردار جریان سرمایه گذاری نیست. به همین علت، روش پیشنهادی دارای مراحل حل کمتر نسبت به روش مگنی بوده و به تبع روشی آسان تر و قابل فهم تر است. مراحل حل آسان و کوتاه، قابلیت تشریح برای عموم، منحصر به فرد بودن و قابل اعتماد بودن جواب نهایی از مزایایی است که این روش را از سایر روش‌ها متمایز می‌سازد. شایان ذکر است که نتیجه به دست آمده از این روش چه در تعیین اقتصادی بودن و چه در رتبه بندی پروژه های رقابتی با روش ارزش فعلی کاملا سازگاری دارد.

منابع

Arrow, K. J., & Levhari, D. (1969). Uniqueness of the internal rate of return with variable life of investment . *The Economic Journal*, 79 (September), 560-566.

Athanasopoulos, P. J. (1978). A note on the modified internal rate of return and investment criterion . *The Engineering Economist*, 23(2), 131-133.

Aucamp, D. L., & Eckardt, W. L. (1976). A sufficient condition for unique non-negative internal rate of return: Comment . *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11 (June), 329-332.

Boulding, K. E. (1935). The theory of the single investment . *Quarterly Journal of Economics*, 49 (May), 475-494.

Boulding, K. E. (1936a). Time and investment . *Economica, 3*(May), 196-220.

Boulding, K. E. (1936b). Time and investment: A reply . *Economica, 3*(November), 440-442.

Brealey, R. A., Myers, S. C., & Allen, F. (2006). Principles of corporate finance (8th ed.). *Boston: McGraw-Hill/Irwin.*

Eschenbach, T. G. (1995). Engineering Economy: Applying Theory to Practice . Chicago: Irwin.

Fleischer, G. A. (1994). Introduction to Engineering Economy . *PWS Publishing, Boston.*

Flemming, J. S., &Wright, J. F. (1971). Uniqueness of the internal rate of return: A generalization . *The Economic Journal*, 81 (June), 256-262.

Hajdasinski, M. M. (2004). Technical note-the internal rate of return (IRR) as a financial indicator . *The Engineering Economist*, 49, 185-197.

Hazen, G. B. (2003). A new perspective on multiple internal rates of return . *The Engineering Economist*, 48(1), 31-51.

Hazen, G. B. (2009). An extension of the internal rate of return to stochastic cash flows . *Management Science*, 55(6) (June), 1030-1034

Hirshleifer, J. (1958). On the theory of optimal investment decision . *Journal of Political Economy*, 66 (August), 329-352.

Keynes, J. M. (1936). The General Theory of Employment, Interest and Money . *London: MacMillan.*

Kierulff, H. (2008). MIRR: A better measure . *Business Horizons*, 51, 321-329.

Lin, A.Y.S. (1976). The modified internal rate of return and investment criterion . *The Engineering Economist*, 21(4), 237-247.

Lohmann, J. R. (1988). The IRR, NPV and the fallacy of the reinvestment rate assumption . *The Engineering Economist*, 33(4) (summer), 303-330.

Magni C. A. (2010). Average Internal Rate of Return and investment decisions: A new perspective . *The Engineering Economist*, 55(2), 150-180.

Magni C. A. (2011). *Aggregate Return on Investment and Investment Decisions: A Cash-Flow Perspective* . The Engineering Economist. 56(2), 140-169.

Magni C. A. (2013). *The Internal-Rate-Of-Return Approach and the AIRR Paradigm: A Refutation and Corroboration* . The Engineering Economist, 58(2), 73-111.

Norstrom, C. J. (1972). A sufficient condition for a unique non-negative internal rate of return . *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(3) (June), 1835-1839.

Osborne, M. (2010). A resolution to the NPV-IRR debate? . *Quarterly Review of Economics and Finance*, 50 (2), 234-239.

Park, C. S. (1997). Contemporary Engineering Economics . *Addison-Wesley, Menlo Park, California*.

Pierru, A. (2010). *The Simple Meaning of Complex Rates of Return* . The Engineering Economist, 55(2), 105-117.

Riggs, J. L., & et al. (1998). Engineerig economist . *Mcgraw-Hill, International edition*, 186-189.

Ross, S. A., Spatt, C. S., & Dybvig P.H. (1980). Present values and internal rates of return . *Journal of Economic Theory*, 23 (August), 66-81.

Samuelson, P. (1964). Tax deductibility of economic depreciation to insure invariant valuations . *Journal of Political Economy*, 72, 604-606.

پی‌نوشت

1 – Internal Rate of Return
2 – Keynes
3 – Boulding
4 – Net Present Value
5 – Real-Valued Internal Rate of Return
6 – Complex-Valued Internal Rate of Return
7 – Samulson
8 – Hirshleifer
9 – Norstrom
10 –Aucamp and Eckart
11 –Arrow and Levhari
12 –Costless Truncated Life
13 –Flemming and Wright
14 –Discount Functions
15 –Ross
16 –Assumption of Project Truncability
17 –Fleischer
18 –Eschenbach
19 –Park
20 –Brealey
21 –Lin
22 –Athanasopoulos
23 –Lohmann
24 –Hajdasinski
25 –Modified Internal Rate of Return
26 –Kierulff
27 –Osborne
28 –Hazen
29 –Pierru
30 –Magni
31 –Average Internal Rate of Return
32 –Aggregate Return On Investment
33 –Economic Average Internal Rate of Return
34 –Net Investment Stream
35 –Net Borrowing Stream
36 –Discount Factor