

## حل مسئله زمان بندی پروژه بر پایه حجم کار با منبع محدود برای کمینه کردن هزینه های زودکرد و دیرکرد با الگوریتم ژنتیک

امیر گلاب<sup>۱</sup>، امیرعباس نجفی<sup>۲</sup>

(دریافت: ۹۲/۱۲/۳ پذیرش: ۹۳/۳/۵)

### چکیده:

در این مقاله، مسئله زمان بندی پروژه بر پایه حجم کار<sup>۳</sup> با محدودیت منبع برای کمینه کردن هزینه های زودکرد و دیرکرد با توجه به حجم کار ثابت برای فعالیت ها، روابط پیش نیازی و محدودیت منابع تجدیدپذیر مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. با توجه به اینکه فعالیت ها دارای سررسید مشخصی هستند برای فعالیت هایی که از سررسید خود انحراف دارند جریمه زودکرد و دیرکرد در نظر گرفته می شود. برای حل این مسئله دو الگوریتم فراابتکاری ژنتیک و شبیه سازی تبرید طراحی شده و پارامترهای این الگوریتم ها با استفاده از روش تاگوچی تنظیم شده است. برای بررسی عملکرد این دو الگوریتم، مجموعه ای از مسائل نمونه حل و با استفاده از آزمون های آماری به مقایسه جواب های حاصل از دو الگوریتم پرداخته شده است.

واژگان کلیدی: زمان بندی پروژه، زودکرد و دیرکرد، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم شبیه سازی تبرید،

حجم کار

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
رتال جامع علوم انسانی

۱- کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، گروه مهندسی صنایع، قزوین، ایران  
a.golab@qiau.ac.ir

۲- استادیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

amirg\_01@yahoo.com

3 - Work-content

## مقدمه

مسئله مطرح شده در این تحقیق از جمله مسائل زمانبندی پروژه با محدودیت منبع است که پایان فعالیت‌ها دارای سررسید مشخصی هستند و انحراف از سررسید پرداخت جریمه به همراه خواهد داشت، در این گونه مسائل شبکه فعالیت‌ها از نوع گره ای تعریف می‌شود و سطح دسترسی به منابع، محدود است. موضوع بارز این پژوهش، طرح موضوع حجم کار فعالیت‌ها در مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع است؛ به عنوان مثال در پروژه‌های ساختمانی فعالیت‌های پروژه عموماً حجم کار ثابتی دارند که به صورت منبع-روز (مثلاً ۲۰ نفر-روز) بیان می‌شوند، در نتیجه مدت زمان انجام فعالیت‌هایی که بر پایه حجم کار استوار هستند می‌تواند متغیر بوده و به میزان استفاده از منبع در روزهای انجام فعالیت بستگی دارد. مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع از نوع مسائل NP – Hard در مسائل زمانبندی محسوب می‌شود. (بلاژیویچ و لنسترا، ۱۹۸۳)

در گذشته تحقیقاتی بر روی این گونه مسائل صورت گرفته که با توجه به مسئله مورد بررسی در این مقاله به سه دسته قابل تقسیم است:

(الف) در زمینه زمانبندی پروژه با محدودیت منابع مطالعات متعددی انجام شده که برخی از مطالعات انجام شده بر روی مدل کلاسیک آن در ادامه آمده است. اگرال و همکاران (۲۰۱۱) یک دیدگاه ژنتیک عصبی که ترکیبی از الگوریتم ژنتیک و دیدگاه شبکه عصبی<sup>۱</sup> بود، برای حل مسئله زمانبندی پروژه با منبع محدود ارائه کردند. اتلی و کهرامان (۲۰۱۲) یک حل جهت مسئله زمانبندی فعالیت‌ها با منبع محدود با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع بیان کردند که هدف آنها کمینه کردن زمان پایان پروژه بود. مندز و همکاران (۲۰۰۹) الگوریتم ژنتیکی برای حل مسئله زمانبندی پروژه با منبع محدود ارائه کردند که کروموزوم این الگوریتم بر پایه کلید تصادفی<sup>۲</sup> استوار بود. در الگوریتم آنها از یک قانون اولویت ابتکاری<sup>۳</sup> نیز

---

1. Neural- network (NN)

2. Random keys

3. Heuristic Priority Rule

استفاده شده است. تیسنگ و چن (۲۰۰۶) یک الگوریتم ترکیبی فراابتکاری<sup>۱</sup> شامل الگوریتم کلونی مورچگان، الگوریتم ژنتیک و استراتژی جستجوی محلی برای مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منبع ارائه کردند. جیرو و همکاران (۲۰۱۰) یک الگوریتم ژنتیک بر اساس کروموزوم چند آرایه برای مسئله زمانبندی فعالیت‌ها با منبع محدود ارائه کردند.

(ب) در خصوص مسئله زمانبندی پروژه با منابع محدود و در نظرگیری هزینه‌های زودکرد و دیرکرد مطالعات انجام شده عبارتند از: ونهوک و همکاران (۲۰۰۱) یک روش شاخه و حد<sup>۲</sup> را برای زمانبندی فعالیت‌ها با منبع محدود و هزینه‌های زودکرد و دیرکرد بیان کردند. در این مقاله فعالیت‌ها دارای زمان پایان مشخص، جریمه زودکرد و دیرکرد و منبع تجدید پذیر محدود هستند. افشار نجفی و شادرخ (۲۰۰۸) یک زمانبندی پروژه برای کمینه کردن مجموع هزینه‌های زودکرد و دیرکرد فعالیت‌ها با در نظر گرفتن روابط پیش‌نیازی و زمان تکمیل مشخص برای فعالیت‌ها ارائه کردند. خوش جهان و همکاران (۲۰۱۳) مسئله زمانبندی پروژه را با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های زودکرد و دیرکرد با محدودیت منابع مورد توجه قرار داده و برای حل مدل آن دو الگوریتم فراابتکاری ارائه دادند. رنجبر و همکاران (۲۰۱۲) یک روش حل بهینه بر مبنای الگوریتم شاخه و حد برای مسئله زمانبندی پروژه با منبع محدود با هدف کمینه کردن هزینه‌های دیرکرد ارائه کردند. شادرخ و کیانفر (۲۰۰۷) یک الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله سرمایه‌گذاری در منابع<sup>۳</sup> ارائه کردند که دیرکرد پروژه با جریمه همراه خواهد بود. شهبسوار و همکاران (۲۰۱۰) مسئله سرمایه‌گذاری در منابع پروژه با جریان‌های نقدی تنزیل شده را در شرایطی که برای زمان اتمام پروژه سر رسید مشخص شده و ساختار پاداش - جریمه وجود دارد، مورد بررسی قرار دادند.

(ج) در ارتباط با زمانبندی پروژه با در نظرگیری مفهوم حجم کار، مطالعات محدودی انجام شده است. رنجبر و کیانفر (۲۰۱۰) یک الگوریتم ژنتیک برای مسئله زمانبندی فعالیت‌ها با محدودیت منبع با پروفایل کاری قابل تغییر با هدف کمینه‌سازی مدت زمان پروژه مطرح

- 
1. Hybrid Metaheuristic
  2. Branch and Bound
  3. Resource Investment Problem

کردند. فاندلینگ و تراژمن (۲۰۰۷) از نوعی قانون اولویت برای زمانبندی فعالیت‌ها با حجم کار ثابت استفاده کردند، هدف آن‌ها کمینه سازی زمان اجرای پروژه بود و برای استفاده از منبع حجم کار برای هر فعالیت، حدود پایین و بالا در نظر گرفتند.

با توجه به مطالعات فوق می‌توان اعلام کرد که ترکیب مسئله زمانبندی پروژه بر پایه حجم کار و همچنین زمانبندی پروژه با هدف کمینه سازی هزینه‌های زودکرد-دیرکرد، تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. لذا در این تحقیق، مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع بر پایه حجم کار و با هدف کمینه سازی هزینه‌های زودکرد-دیرکرد مورد بررسی قرار گرفته و جهت حل آن دو الگوریتم فرا ابتکاری توسعه داده می‌شود.

#### مدل ریاضی مسئله

مسئله مورد بررسی در این تحقیق، مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منبع<sup>۱</sup> است که در آن حجم کار فعالیت‌ها ثابت می‌باشد. در این مسئله یک منبع به عنوان منبع حجم کار در نظر گرفته شده و سایر منابع (در صورت وجود) تحت تاثیر منبع حجم کار می‌باشند. هر دو دسته، منبع محدود بوده و دارای سقف در دسترس، در طول اجرای پروژه هستند. هدف مدل نیز کمینه‌سازی کل هزینه زود کرد و دیر کرد فعالیت‌ها است. با توجه به توضیحات ارائه شده نمادهای مورد استفاده در این مدل به شرح جدول (۱) است:

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

جدول ۱. معرفی نمادهای مورد استفاده در مدل

نماد	شرح نماد	نماد	شرح نماد
$i$	اندیس فعالیت‌ها	$t$	اندیس زمان
$n$	تعداد فعالیت‌ها	$r_{it}$	میزان منبع مورد نیاز فعالیت $i$ در زمان $t$
$V$	مجموعه فعالیت‌ها	$w_i$	حجم کار تعریف شده برای فعالیت $i$
$T$	مجموعه زمان‌ها	$R$	سقف منبع حجم کار
$d_i$	مدت زمان فعالیت $i$	$R_k$	سقف منبع وابسته به منبع حجم کار نوع $k$
$h_i$	سر رسید فعالیت $i$	$LB_{r_i}$	حد پایین استفاده از منبع حجم کار در طول انجام فعالیت $i$
$f_i$	زمان اتمام فعالیت $i$	$UB_{r_i}$	حد بالا استفاده از منبع حجم کار در طول انجام فعالیت $i$
$s_i$	زمان شروع فعالیت $i$	$LB_{d_i}$	حد پایین مدت فعالیت $i$
$e_i$	هزینه هر واحد زودکرد فعالیت $i$	$UB_{d_i}$	حد بالا مدت فعالیت $i$
$t_i$	هزینه هر واحد دیرکرد فعالیت $i$	$lst_i$	دیرترین زمان شروع فعالیت $i$
$E_i$	مدت زودکرد فعالیت $i$	$est_i$	زودترین زمان شروع فعالیت $i$
$T_i$	مدت دیرکرد فعالیت $i$	$P(j)$	مجموعه فعالیت‌های پیش‌نیاز فعالیت $j$
$\mathcal{R}$	مجموعه منابع وابسته به منبع حجم کار	$Z$	مقدار تابع هدف

اگر  $h_i$  زمان سررسید فعالیت  $i$  و  $f_i$  زمان تکمیل فعالیت  $i$  باشد، بر این اساس، مدت زودکرد و دیرکرد یک فعالیت به ترتیب به صورت زیر خواهند بود:

$$E_i = \max(0, h_i - f_i) \quad (i \in v) \quad (1)$$

$$T_i = \max(0, f_i - h_i) \quad (i \in v) \quad (2)$$

اگر  $t_i, e_i$  به ترتیب هزینه زودکرد و دیرکرد فعالیت  $i$  باشد آنگاه مجموع هزینه‌های زودکرد و دیرکرد فعالیت  $i$  به شکل زیر بیان می‌شود:

$$e_i E_i + t_i T_i \quad (i \in v) \quad (3)$$

دو معادله (۴) و (۵) به ترتیب بیان کننده حد پایین و حد بالای مدت زمان انجام فعالیت  $i$  هستند:

$$LB_{d_i} = \lceil w_i / UB_{r_i} \rceil \quad (i \in v) \quad (4)$$

$$UB_{d_i} = \lfloor w_i / LB_{r_i} \rfloor \quad (i \in v) \quad (5)$$

محدودیت (۶) بیان می‌کند که مجموع منبع حجم کار مورد نیاز فعالیت  $i$  از شروع تا پایان برابر حجم کار فعالیت  $i$  است در این تحقیق  $r_{it} \in Z_{\geq 0}$  و  $w_i \in Z_{> 0}$  خواهند بود:

$$\sum_{t=S_i}^{f_i} r_{it} = w_i \quad (i \in v) \quad (6)$$

محدودیت (۷) بیان می‌کند منبع مورد نیاز فعالیت  $i$  قبل از شروع و بعد از پایان برابر صفر است:

$$\sum_{t=0}^{S_i-1} r_{it} = \sum_{t=f_i+1}^T r_{it} = 0 \quad (i \in v) \quad (7)$$

محدودیت (۸) بیانگر محدودیت منبع حجم کاری می‌باشد که در طول مدت اجرای پروژه برقرار است.

$$\sum_{i \in V} r_{it} \leq R \quad (t \in T) \quad (8)$$

محدودیت (۹) بیانگر محدودیت مربوط به سقف در دسترس سایر منابع پروژه است. میزان استفاده فعالیت‌ها از این دسته از منابع، به میزان استفاده از منبع حجم کار وابسته می‌باشد لذا در معادله مربوطه مقدار استفاده هر فعالیت از این منابع به صورت تابعی از مقدار استفاده فعالیت از منبع حجم کاری ( $r_{it}$ ) نوشته می‌شود.

$$\sum_{i \in V} r_{ik} (r_{it}) \leq R_k \quad (t \in T) \quad (9)$$

محدودیت (۱۰) تضمین می‌نماید فعالیت  $i$  در مدت زمان انجام، منقطع نشود.

$$LB_{r_i} \leq r_{it} \leq UB_{r_i} \quad t = (s_i, \dots, f_i) \quad (10)$$

نامساوی شماره (۱۱) بیانگر این است که مدت انجام فعالیت  $i$  مقداری مابین حد پایین و حد بالای زمان انجام فعالیت  $i$  باشد.

$$LB_{d_i} \leq d(i) \leq UB_{d_i} \quad (i \in v) \quad (11)$$

محدودیت شماره (۱۲) مشخص می‌کند که زمان شروع فعالیت  $i$  بین زودترین و دیرترین زمان شروع آن باشد. زودترین و دیرترین زمان شروع فعالیت‌ها از محاسبات متداول رفت و برگشت مربوط به روش مسیر بحرانی بدست می‌آید. لیکن برای محاسبه  $est_i$  در محاسبات رفت از  $LB_{d_i}$  و برای محاسبه  $lst_i$  در محاسبات برگشت از  $UB_{d_i}$  استفاده می‌شود. محدودیت (۱۳) ارتباط بین زمان شروع و پایان فعالیت‌ها را نشان می‌دهد.

$$est_i \leq s_i \leq lst_i \quad (i \in v) \quad (12)$$

$$f_i = s_i + d_i \quad (i \in v) \quad (13)$$

محدودیت (۱۴) روابط پیش‌نیازی فعالیت‌ها بیان می‌شود. اگر فعالیت  $i$  پیش‌نیاز فعالیت  $j$  باشد آنگاه زمان شروع فعالیت  $j$  بزرگتر از زمان پایان فعالیت  $i$  خواهد بود:

$$S_j \geq f_i \quad \forall i \in P(j), (i \in v) \quad (14)$$

تابع هدف مدل نیز کمینه‌سازی مجموع جریمه‌های زودکرد و دیرکرد فعالیتها می‌باشد.

$$Min Z = \sum_{i=1}^n (e_i E_i + t_i T_i) \quad (15)$$

با توجه به آنکه مسئله مورد بررسی در زمره مسائل NP-Hard است، لذا در بخش‌های بعدی به معرفی و طراحی دو الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید برای حل مدل مذکور پرداخته خواهد شد.

## الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک مجموعه بسیار بزرگی از حل‌های ممکن تولید می‌کند هر یک از حل‌ها با استفاده از تابع تناسب<sup>۱</sup>، مورد ارزیابی قرار می‌گیرند آنگاه تعدادی از بهترین حل‌ها باعث تولید حل‌های جدیدی می‌شوند که این کار باعث تکامل حل‌ها می‌شود، در هر مرحله تعدادی از اعضای جمعیت قبل به همان صورت برای نسل بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرند و برخی با استفاده از اپراتورهای ژنتیکی نظیر تقاطع<sup>۲</sup> و جهش<sup>۳</sup> برای تولید فرزندان به کار می‌روند. (گلدنبرگ، ۱۹۸۹)

شبه کد الگوریتم ژنتیک طراحی شده در شکل (۱) قابل مشاهده است:

```

Initial GA control parameter
While (termination condition not met)
While (termination criterion is not satisfied) do
Generate initial population
Generation succession activity list (a)
Generation work-content profile (p)
Generate member of population
Evaluate fitness initial population
End while
Select mate randomly
Apply two-point crossover operation to build child1 and child2
Apply mutation operation to build child by pattern
Evaluate fitness
Update elite set ByElitism
 $Z^* = \text{Best solution}$ 
End while
    
```

شکل ۱. شبه کد الگوریتم ژنتیک

- 1 - Fitness
- 2 -Crossover
- 3 -Mutation



در ادامه به معرفی اجزاء الگوریتم ژنتیک طراحی شده پرداخته خواهد شد.

### تعیین پروفایل حجم کار و لیست توالی فعالیت‌ها

جهت ایجاد کروموزوم، ابتدا دو جزء (۱) پروفایل حجم کار (۲) لیست توالی فعالیت‌ها تشکیل می‌شود. بخش اول مربوط به پروفایل حجم کار، یک ماتریس دارای  $n$  سطر و  $m$  ستون است که سطرها بیانگر فعالیتها و ستونها بیانگر زمان می‌باشند. لذا  $n$  بیانگر تعداد فعالیتها و  $m$  مشخص کننده حداکثر مقدار ممکن مدت زمان فعالیت‌های پروژه می باشد. درایه  $ij$  این ماتریس بیانگر مقدار حجم کاری تخصیص داده شده به فعالیت  $i$  در روز  $j$  ام اجرای آن می‌باشد. تولید پروفایل حجم کار به اینگونه است که می‌بایست مجموع سطر  $i$  ام پروفایل برابر حجم کار مشخص شده فعالیت  $i$  ام شود و هر درایه سطر  $i$  ام پروفایل عضو  $Z_{\geq 0}$  و بین حد بالا و حد پایین استفاده از منبع حجم کار آن باشد. به عنوان پروژه مثال نشان داده در شکل ۲ را در نظر بگیرید. لازم بذکر است که فعالیت‌های شماره صفر و هفت، فعالیت موهومی بوده و بیانگر شروع و پایان پروژه می‌باشند.

$$w = (6,8,12,4,3,12) \quad UB_d = (3,4,4,2,3,4)$$

$$LB_r = (2,2,3,2,1,4) \quad UB_r = (4,5,5,4,9,6)$$



شکل ۲. شبکه AON پروژه ای شامل ۶ فعالیت اصلی

یک پروفایل حجم کار شبکه شکل ۲، به صورت شکل ۳ خواهد بود. تعداد سطرهای این ماتریس برابر ۶ (تعداد فعالیت‌های پروژه) و تعداد ستونها برابر ۴ (حداکثر مدت زمان فعالیت‌های پروژه  $Max UB_d$ ) می‌باشد.

3	2	1	0
3	4	1	0
3	3	3	3
4	0	0	0
1	2	0	0
6	6	0	0

شکل ۳. یک پروفایل ممکن برای شبکه مثال

بخش دوم لیست توالی فعالیت‌ها است که بیانگر ترتیب فعالیت‌ها در تولید کروموزوم مربوطه است. این لیست می‌بایست بنحوی تهیه شود که پیش‌نیازهای هر فعالیت درایه‌های قبلی قرار گیرند. بعنوان نمونه، شکل ۴ نشان دهنده یک لیست توالی فعالیت برای مثال مورد بررسی است.

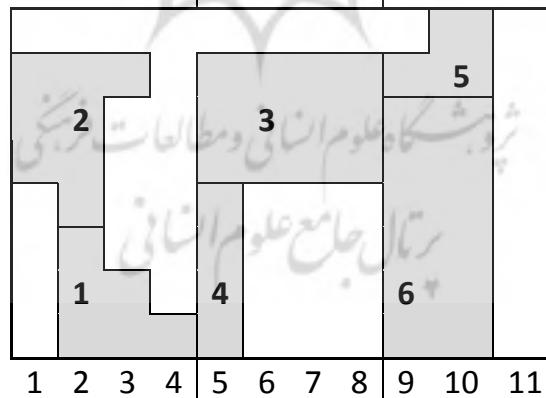
1	2	4	3	6	5
---	---	---	---	---	---

شکل ۴. یک نمونه لیست توالی فعالیت

### طرح کدگذاری و ارزیابی کروموزوم‌ها

با در نظر گیری دو بخش یاد شده (پروفایل حجم کار و لیست توالی فعالیت‌ها) هر کروموزوم از طریق زمانبندی فعالیت‌ها به روش تولید زمانبندی موازی<sup>۱</sup> استخراج می‌گردد. با توجه به بخش اول، کروموزوم به نحوی که محدودیت منابع رعایت شود تعیین شده و با استفاده از بخش دوم، پروفایل استفاده فعالیت از منابع استخراج می‌گردد. شکل ۵ نمونه‌ای از کروموزوم ایجاد شده برای مثال شکل ۲ است.

0	3	2	1	0	0	0	0	0	0
3	4	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	3	3	3	0	0
0	0	0	0	4	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	2
0	0	0	0	0	0	0	0	6	6



شکل ۵. کروموزوم مثال

سپس اعضا توسط تابع برازش ژنتیک که در این مسئله همان تابع هدف می‌باشد براساس زمان پایان و سررسید فعالیت‌ها مورد سنجش قرار می‌گیرد؛ به عبارت دیگر مجموع هزینه‌های زودکرد و دیرکرد فعالیت‌ها محاسبه خواهد شد. در این مرحله نقاط تقاطع کروموزوم‌ها نیز شناسایی می‌گردد.

### عملگر تقاطع

انتخاب والدین برای تولید فرزندان به روش رولت ویل<sup>۱</sup> انجام می‌پذیرد. در عملگر تقاطع، دو نقطه تقاطع از نقاط شناسایی شده از یک والد به صورت تصادفی انتخاب می‌گردد. سپس در والد دیگر همین دو نقطه به صورت متناظر در نظر گرفته می‌شود؛ به عنوان مثال اگر دو نقطه تقاطع اول و دوم از والد اول به صورت تصادفی انتخاب شوند، دو نقطه اول و دوم از والد دوم نیز مد نظر خواهد بود. سپس عمل تقاطع دو نقطه‌ای بر روی دو والد صورت می‌پذیرد، بدین ترتیب به تعداد مورد نیاز (حاصل ضرب احتمال تقاطع در اندازه جمعیت) فرزند از عملگر تقاطع حاصل خواهد شد بلافاصله فرزندان حاصل از تقاطع ارزیابی می‌شوند. با توجه به توضیحات ارائه شده نمونه عملگر تقاطع دو نقطه‌ای در شکل (۶) آورده شده است:

4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	5	3	3	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	3	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	5	5	2	0	0

والد ۱

4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0
0	0	0	4	3	3	2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	5	5	2	0	0

فرزند ۱

0	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0
0	0	0	0	4	3	3	2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	5	6	1	1	1

والد ۲

0	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	5	3	3	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	3	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	5	6	1	1

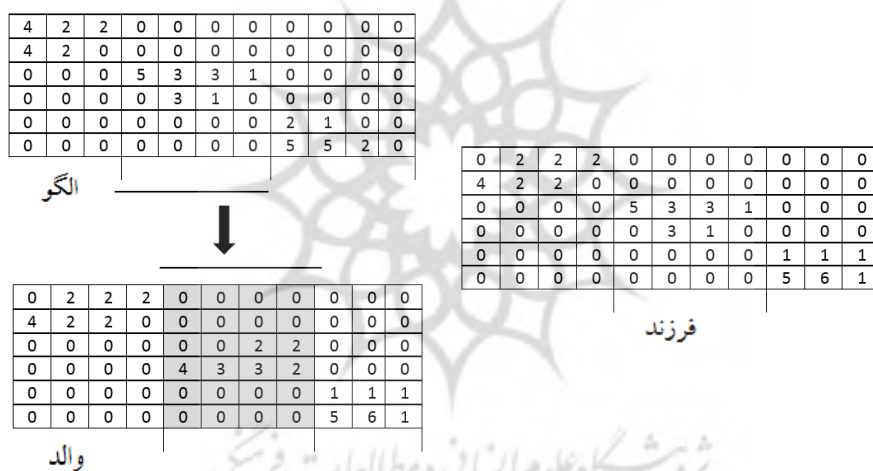
فرزند ۲

شکل ۶. نمونه عملگر تقاطع دو نقطه‌ای

### عملگر جهش

عملگر جهش اینگونه است که ناحیه‌ای که قرار است جهش روی آن صورت گیرد با انتخاب تصادفی یک نقطه از نقاط تقاطع شناسایی شده به غیر از نقطه پایانی آغاز می‌شود، ناحیه بین این نقطه تصادفی و نقطه بعدی، ناحیه جهش در نظر گرفته می‌شود. قسمت مشخص شده از این کروموزوم (والد) با ناحیه مشابه کروموزوم دیگر (الگو) که به صورت تصادفی از اعضای همان نسل انتخاب شده جایگزین می‌شود و بدین ترتیب به تعداد مورد نیاز (حاصل ضرب احتمال جهش در اندازه جمعیت) فرزند از عملگر جهش حاصل خواهد شد که فرزندان ایجاد شده بلافاصله مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.

با توجه به توضیحات ارائه شده، نمونه عملگر جهش در شکل (۷) آورده شده است:



شکل ۷. نمونه عملگر جهش

### جمعیت نسل بعدی و شرط خاتمه

جهت تولید نسل بعدی، جمعیت نسل فعلی با فرزندان حاصل از عملگرهای تقاطع و جهش، ادغام می‌گردند. سپس به تعداد اندازه جمعیت از بهترین جواب‌ها جهت تشکیل نسل انتخاب می‌شوند. شرط خاتمه برای الگوریتم مذکور، تعداد نسل است؛ به طوری که الگوریتم پس از تولید تعداد نسل معینی پایان می‌یابد و جواب نهایی الگوریتم، برابر بهترین جواب نسل پایانی خواهد بود.

### الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

مکانیزم الگوریتم بدین گونه است که ابتدا از یک جواب اولیه آغاز می‌کند و سپس در حلقه تکرار و دمای ثابت جواب‌های همسایه تولید می‌شوند. اگر جواب همسایه بهتر از جواب فعلی باشد آن را به عنوان جواب فعلی قبول می‌کند، در غیر این صورت آن جواب مشروط پذیرفته خواهد شد. سپس دما به تدریج کاهش داده می‌شود. با کاهش تدریجی دما، در گام‌های پایانی، احتمال کمتری برای پذیرش جواب‌های بدتر وجود خواهد داشت. بدین ترتیب الگوریتم به سمت یک جواب بهتر حرکت می‌کند.

شبه کد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید طراحی شده در شکل (۸) قابل مشاهده است:

Initial SA control parameter

**While** (termination criterion is not satisfied) do

Generate initial Answer Bank

Generation succession activity list ( $a$ )

Generation work-content profile ( $p$ )

Generate member of Answer Bank

Evaluate Answer Bank

**End while**

Set  $Te = Te_0 = \max(Z_1, Z_2, \dots, Z_{nPop})$  ; set  $Z^*$  = select randomly from population

**While** (termination condition not met)

Generate solution  $Z$  in neighborhood of  $Z^*$  ; evaluate  $\Delta =$

$f(Z) - f(Z^*)$

If  $\Delta \leq 0$  ;  $Z^* = Z$

Else generate a random number  $Ran \in (0,1)$

If  $Ran \leq e^{-\frac{\Delta}{Te}}$  ;  $Z^* = Z$

End; End

Recuse the  $Te$

**End while**

شکل ۸. شبه کد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

در ادامه به معرفی اجزاء الگوریتم شبیه سازی تبرید طراحی شده پرداخته خواهد شد.

### جواب و دمای اولیه

در الگوریتم شبیه سازی، تبرید طراحی شده جهت تعیین جواب اولیه ابتدا همانند الگوریتم ژنتیک، مجموعه‌ای از جواب‌ها (همانند کروموزم‌ها) تولید می‌شود که این مجموعه را بانک جواب، نامگذاری می‌کنیم. تمام اعضای موجود مورد ارزیابی قرار می‌گیرند که در این ارزیابی، مجموع هزینه‌های زود کرد و دیر کرد و نقاط تقاطع هر عضو تعیین می‌گردد. سپس یکی از جواب‌ها به صورت تصادفی انتخاب شده، تا به عنوان جواب فعلی در نظر گرفته شود. لازم است دمای اولیه تا حد امکان بالا تعیین شود. دمای اولیه از رابطه زیر که در آن  $Te_0$  دمای اولیه تعریف شده است تعیین می‌گردد.

$$Te_0 = \max(Z_1, Z_2, \dots, Z_{nPop})$$

تولید جواب همسایه و نحوه پذیرش آن

روش تولید جواب همسایه، مشابه عملگر جهش در الگوریتم ژنتیک است؛ بدین ترتیب که ناحیه تغییر که مابین دو نقطه تقاطع متوالی در جواب فعلی است تعیین می‌شود، سپس یک عضو از بانک جواب‌ها به صورت تصادفی انتخاب شده تا ناحیه تغییر تعیین شده در جواب فعلی با ناحیه مشابه از جواب دیگر جایگزین شود. جواب همسایه مذکور بلافاصله مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

اختلاف مقدار جواب همسایه و فعلی  $\Delta$  نامگذاری می‌شود اگر  $\Delta \leq 0$  باشد جواب همسایه بهتر است و جایگزین جواب فعلی می‌گردد اما اگر  $\Delta > 0$  باشد جواب همسایه به طور مشروط قابل پذیرش است از این رو مقدار تابع بولتزمان را با توجه به دمای فعلی  $Te$  محاسبه می‌کنیم:

$$P = e^{\left(-\frac{\Delta}{T}\right)}$$

سپس عددی تصادفی در بازه  $[0, 1]$  تولید کرده و آن را  $Ran$  نامگذاری می‌کنیم. اگر

$Ran \leq P$  بود، جواب همسایه جایگزین جواب فعلی خواهد شد.

### تعداد تکرار و شرط خاتمه الگوریتم

در الگوریتم مذکور تعداد مشخصی تکرار در هر دما در نظر گرفته شده است که پس از تثبیت جواب می‌بایست دما کاهش یابد. از این رو دمای جدید توسط ضریب مشخصی حاصل شود:

$$T_{e_{new}} = \alpha * T_{e_{old}}$$

در صورتی که شرط خاتمه الگوریتم (تکرار الگوریتم شبیه سازی تبرید به تعداد مشخص) محقق شده باشد الگوریتم پایان می‌یابد و جواب نهایی نیز بهترین جواب محاسبه شده در تکرار پایانی خواهد بود.

### تنظیم پارامترها و مقایسه الگوریتم‌ها

#### تنظیم پارامترها

تنظیم و تخصیص پارامترهای مناسب در کیفیت جواب الگوریتم‌ها تاثیر بسزایی دارد؛ لذا از روش تاگوجی جهت این امر استفاده می‌شود. تاگوجی توانست یک طراحی آزمایش‌ها را به شکلی ایجاد کند که تعداد آزمایش‌ها در مسئله کاهش داشته باشد. بر اساس این روش زمانیکه مسئله از نوع بهینه سازی و پاسخ تا حد ممکن کوچک مورد نظر است از رابطه زیر استفاده خواهیم کرد که در آن منظور از  $S$  مقادیر مطلوب و  $N$  مقادیر غیر مطلوب در نظر گرفته شده است.

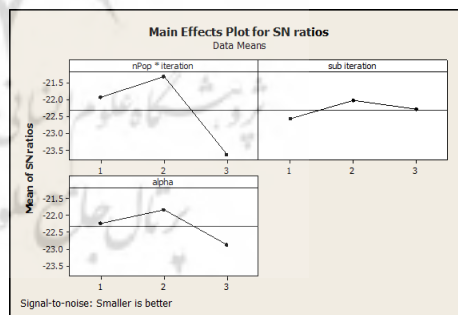
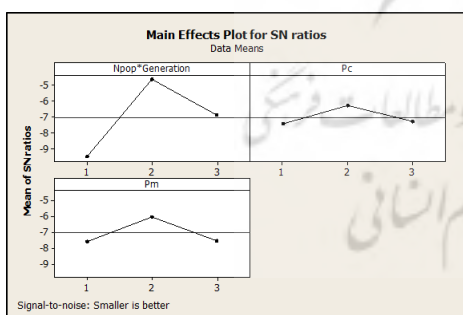
$$SN = -10 \log \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right)$$

آزمایشات جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید در سه سطح انجام شد.

جدول ۲. پارامترهای مورد آزمایش دو الگوریتم توسط طراحی آزمایشات تاگوچی

پارامترهای مورد آزمایش برای الگوریتم ژنتیک			
سطح	(اندازه جمعیت، تعداد نسل)	احتمال تقاطع	احتمال جهش
1	(75,50)	0.6	0.1
2	(50,75)	0.65	0.15
3	(38,100)	0.7	0.2
پارامترهای مورد آزمایش برای الگوریتم شبیه سازی تبرید			
سطح	(اندازه بانک جواب، تعداد تکرار الگوریتم)	تکرار در دما ثابت	ضریب کاهش دما
1	(100,20)	10	0.85
2	(125,16)	15	0.9
3	(150,13)	20	0.95

طراحی آزمایشات به روش تاگوچی در نرم افزار Minitab16 به شکل آرایه های متعامد  $L9$  مورد آزمون قرار گرفت که نتیجه در شکل های ۹ و ۱۰ گزارش شده است.



شکل ۹. نمودار S/N الگوریتم ژنتیک

شکل ۱۰. نمودار S/N شبیه سازی تبرید



همانطور که مشاهده شد پارامترهای مناسب برای دو الگوریتم GASA به قرار زیر خواهد بود:

جدول ۳. پارامترهای تایید شده برای دو الگوریتم جهت حل مسائل نمونه

پارامترهای مورد تایید جهت الگوریتم ژنتیک			
احتمال جهش	احتمال تقاطع	(اندازه جمعیت ، تعداد نسل)	سطح
0.15	0.65	(50,75)	2
پارامترهای مورد تایید جهت الگوریتم شبیه سازی تبرید			
ضریب کاهش دما	تکرار در دما ثابت	(اندازه بانک جواب، تعداد تکرار الگوریتم)	سطح
0.9	15	(125,16)	2

#### حل مسائل نمونه

نتایج حاصل از آزمایش الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید ارائه شده در قالب حل ۳۰ مسئله برای هر الگوریتم در جدول ۴ ارائه شده است، حل مسئله نرم افزار متلب برنامه نویسی شده است .

جدول ۴. میانگین حل ۳۰ مسئله با دو الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید (هر دسته دارای ۵ مسئله)

زمان پردازش الگوریتم شبیه سازی تبرید	زمان پردازش الگوریتم ژنتیک	مقدار تابع هدف الگوریتم ژنتیک	مقدار تابع هدف الگوریتم شبیه سازی تبرید	مسائل دارای ۵ فعالیت (میانگین حل ۵ مسئله)
3.70	4.48	3	0	مسائل دارای ۵ فعالیت (میانگین حل ۵ مسئله)
4.86	5.67	9.8	1.4	مسائل دارای ۱۰ فعالیت (میانگین حل ۵ مسئله)
5.36	6.65	9.4	5	مسائل دارای ۱۵ فعالیت (میانگین حل ۵ مسئله)

مسائل دارای ۲۰ فعالیت (میانگین حل ۵ مسئله)	9.6	21.2	5.81	4.96
مسائل دارای ۳۰ فعالیت (میانگین حل ۵ مسئله)	10.6	19.2	7.49	5.73
مسائل دارای ۴۰ فعالیت (میانگین حل ۵ مسئله)	30.8	38.2	9.17	6.72
میانگین کل	9.6	16.8	6.54	5.22

قابل مشاهده است که میانگین جواب‌های الگوریتم ژنتیک بهتر است درحالی که میانگین زمان حل شبیه سازی تبرید کمتر است. در ادامه از آزمون t زوجی جهت مقایسه دو الگوریتم بهره خواهیم برد اما قبل از آن می‌بایست از نرمال بودن جواب‌های هر دسته اطمینان حاصل کنیم.

#### تست نرمال بودن جواب‌ها

جهت انجام آزمون نرمال بودن از آزمون‌های شاپیرو<sup>۱</sup> و ویلک<sup>۲</sup> و کولموگروف<sup>۳</sup> اسمیرنوف<sup>۴</sup> در سطح خطای ۰/۰۵ از نرم افزار SPSS استفاده شده است.

جدول ۵. نتایج تست شاپیرو<sup>۱</sup> و ویلک<sup>۲</sup> و کولموگروف<sup>۳</sup> اسمیرنوف<sup>۴</sup>

	کولموگروف <sup>۳</sup> اسمیرنوف <sup>۴</sup>	شاپیرو <sup>۱</sup> و ویلک <sup>۲</sup>
الگوریتم	سطح معناداری	سطح معناداری
ژنتیک	0.10710	0.09417
شبیه سازی تبرید	0.2	0.52

از آنجا که سطح معناداری آزمون‌ها بیشتر از سطح معناداری ۰/۰۵ است، لذا با اطمینان ۰/۹۵ فرض نرمال بودن جواب‌ها تایید می‌گردد.

1-Shapiro-Wilk

2-Kolmogorov-Smirnov

### آزمون $t$ زوجی

با توجه به نرمال بودن داده‌ها از آزمون  $t$  زوجی جهت تست معناداری اختلاف میانگین‌ها استفاده خواهد شد. به بیان آماری:

اختلاف میانگین‌ها معنادار نیست :  $H_0: \mu_1 = \mu_2$

اختلاف میانگین‌ها معنادار است :  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

جدول ۶. نتایج آزمون  $t$  زوجی

آزمون $t$ زوجی			
	Pair	t	Sig
Grand total	GA-SA	-8.8101	1.076536396162188E-9

همانطور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، سطح معناداری آزمون (Sig) برای دو مورد آزمایش تقریباً صفر و کمتر از ۰/۰۵ است؛ لذا با اطمینان ۰/۹۵ فرض  $H_0$  رد می‌شود و کیفیت جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک بهتر از جواب‌های حاصل از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است. حل مدل به روش دقیق جهت اطمینان از عملکرد الگوریتم ژنتیک مذکور، ۵ مسئله که دارای پنج فعالیت هستند توسط نرم افزار *Lingo* حل شد:

جدول ۷. مقایسه خروجی‌های نرم افزار *Lingo* و الگوریتم ژنتیک

	مقدار تابع هدف الگوریتم ژنتیک	مقدار تابع هدف لینگو
مسئله ۱	0	0
مسئله ۲	0	0
مسئله ۳	0	0
مسئله ۴	0	0
مسئله ۵	0	0

همانطور که در جدول ۷ قابل مشاهده است هر دو دارای جواب مساوی و برابر صفر هستند. از این رو می توان از عملکرد مناسب الگوریتم اطمینان حاصل نمود.

### نتیجه گیری

در این تحقیق مسئله زمانبندی پروژه بر پایه حجم کار با منبع محدود برای کمینه کردن هزینه های زودکرد و دیرکرد بررسی شد. با توجه به  $NP - hard$  بودن مسئله از دو الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید برای حل مدل بهره گرفته شد، جهت تنظیم پارامترهای دو الگوریتم از روش تاگوچی استفاده شد و به منظور مقایسه کارایی دو الگوریتم ۳۰ مسئله در ۶ دسته ارائه شد تا کیفیت جواب ها با استفاده از آزمون  $t$  زوجی مورد مقایسه قرار گیرد که کیفیت جواب های حاصل از الگوریتم ژنتیک بهتر از الگوریتم شبیه سازی تبرید بود، درحالی که زمان حل الگوریتم شبیه سازی تبرید تا حدی از زمان حل الگوریتم ژنتیک کمتر است. برای تحقیقات آتی حل مدل با دو تابع هدف، به عبارت دیگر اضافه کردن ارزش خالص فعلی هزینه ها پیشنهاد می گردد.

منابع:

AfsharNajafi, B., Shadrokh, Sh., An Algorithm for the weighted Earliness-Tardiness unconstrained project scheduling program, *Journal of Applied Sciences*, 2008, 1651-1659

Agarwal, A., Colak, S., Erenguc S., A Neurogenetic approach for the resource-constrained project scheduling problem, *Computers & Operations Research* 38 (2011) 44–50

Atli, O., Kahraman, C., Fuzzy resource-constrained project scheduling using taboo search algorithm, *International Journal of Intelligent Systems*, Volume 27, Issue 10, October 2012, Pages 873-907

Blazewicz J, Lenstra JK, RinnooyKan AHG. Scheduling projects to resource constraints: classification and complexity. *Discrete Applied Mathematics* 1983; 5:11–24.

Fündeling, N. Trautmann; A priority-rule method for project scheduling with work-content constraints, *European Journal of Operational Research*, 2010; 568-574

Goldeberg, D.E, "Genetic Algorithm in Search" *Optimization and Machine Learning Wesley*, Reading, MA, 1989.

Jairo R. Montoya-Torres, Edgar Gutierrez-Franco, Carolina Pirachica'n-Mayorga, Project scheduling with limited resources using a genetic algorithm, *International Journal of Project Management* 28 (2010) 619-628

Khoshjahan, Y, Najafi, AA, Afshar-Nadjafi, B, Resource constrained project scheduling problem with discounted earliness–tardiness penalties: Mathematical modeling and solving procedure, *Computers & Industrial Engineering*, Volume 66, Issue 2, October 2013, Pages 293-30086-101

Lin-Yu Tseng, Shih-Chieh Chen,. A hybrid metaheuristic for the resource-constrained project scheduling problem, *European Journal of Operational Research* 175 (2006) 707-721

Mendes, J.F. Gonçalves, M.G.C. Resende, A random key based genetic algorithm for the resource constrained project scheduling problem, *Computers & Operations Research* 36 (2009) 92 – 109

Ranjbar,M, Khalilzadeh, M, Kianfar, F, Etmnani, K , An optimal procedure for minimizing total weighted resource tardiness penalty costs in the resource-constrained project scheduling problem , *Computers & Industrial Engineering*, Volume 62, Issue 1, February 2012, Pages 264-270

Ranjbar, M., Kianfar, F. Resource-constrained project scheduling problem with flexible work profiles: A genetic algorithm approach, *ScientiaIranica* , Volume 17, Issue 1 E, June 2010, Pages 25-35

Shadrokh,Shahram,Kianfar,Fereydoon. A genetic algorithm for resource investment project scheduling problem, tardiness permitted with penalty.*European Journal of Operational Research* 181 (2007)

Shahsavari M, Niaki STA, Najafi AA, An efficient genetic algorithm to maximize net present value of project payments under inflation and bonus-penalty policy in resource investment problem. *Advances in Engineering Software*, 41, 1023-1030, 2010.

Vanhoucke, M., Demeulemeester E., Herroelen, W., an Exact Procedure for the Resource-Constrained Weighted Earliness–Tardiness Project Scheduling Problem, *Annals of Operations Research*, 2001,102, 179–196